сти которой разбиты на элементарные площадки, и последующим итерационным расчётом освещенности на каждой площадке. При расчёте учитывается также отражение света от кромок диафрагм.

Входными параметрами модели служат: конструкция бленды, параметры освещения бленды и параметры светопоглощающих покрытий. Результатами расчета программного комплекса являются: величина освещенности выходного окна от поверхности бленды, поверхностей диафрагм и кромок.

В основе моделирования светозащитной бленды лежит математический расчёт. Используется раздел высшей математики – аналитическая геометрия, а для поиска освещенности площадок применяются формулы из курса физики.

Для нахождения освещенности площадок используется формула освещенности для диффузного (1) и зеркального (2) отражения [2,3].

$$E_{ПП}^{(2)} = \frac{E_{ИП}^{(1)}}{\pi} \cdot \rho_{ИП_д} \cdot \frac{a^2}{(T1_T2)^2} \cdot cos\alpha \cdot cos\beta$$

, (1)где T1 – координаты излучающей площадки (ИП);

T2 – координаты приёмной площадки (ПП);

T1_T2 – расстояние между ИП и ПП;

α - угол между нормалью ИП и направлением к ПП;

β – угол падения диффузного луча на ПП (угол между нормалью ПП и направлением к ИП);

a - размер площадки;

$E_{ИП}$ – освещенность излучающей площадки;

$\rho_{ИПд}$ – коэффициент диффузного отражения.

$$E_{ПП}^{(2)} = E_{ИП}^{(1)} \cdot \rho_{ИПз} \cdot cos(\varepsilon_{ПП}), \qquad (2)$$

где $E_{ИП}$ – освещенность излучающей площадки;

$\varepsilon_{ПП}$ – угол падения зеркального луча на ПП;

$\rho_{ИПз}$ – коэффициент зеркального отражения.

Коэффициент ослабления бленды находится как отношение освещенности на входном окне к освещенности на выходном (3).

$$K_{ОСЛ} = \frac{E_{SUN}}{\sum E_{пл.}^{зерк.} + \sum E_{пл.}^{дифф.}}. \qquad (3)$$

Для разработки программы была выбрана среда Embarcadero RAD Studio C++ Builder 2010 [4].

Графический интерфейс программы (рисунок 1) представляет собой окно Windows с полями для ввода данных и управляющими кнопками.

УДК 531.45:539.622

О ДИНАМИКЕ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА С ОПОРОЙ КАЧЕНИЯ

Джилавдари И.З., Ризноокая Н.Н.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

В последнее время в связи с развитием микромеханики и нанотехнологии большое внимание уделяется проблемам исследования трения на малых участках поверхности [1].

Удобным способом исследований этого вида трения является метод свободных колебаний физического маятника, который опирается на исследуемую поверхность двумя шариками [2].

Однако использование такого маятника обладает рядом недостатков. Могут возникать дополнительные микро- и макропроскальзывания из-за того, что центр масс маятника совершает возвратно-поступательное движение вдоль поверхности. Кроме того, поверхность, на которую опираются шарики, всегда подвержена действию вибраций. Наибольшее влияние оказывают горизонтальные вибрации.

В данном исследовании рассмотрена динамика физического маятника с опорой, выполненной в виде двух шариков. Использование двух шариков позволяет обеспечить строгую фиксацию направления оси вращения маятника, и, в принципе, аналитически исследовать кинематику и динамику качения, в том числе, учесть деформации контактирующих поверхностей.

С целью достижения более общего результата, решалась задача о колебаниях маятника с опорой в виде шарика или цилиндра радиусом R_1, катающегося по вогнутой сферической или цилиндрической поверхности радиусом R_2 (рис.1), а также с опорой в виде вогнутой сферической или цилиндрической поверхности радиусом R_2, катающейся по аналогичной выпуклой поверхности радиусом R_1 (рис. 2).

При отсутствии скольжения в опоре и деформации элементов маятника,уравнение колебаний маятника с опорой, представленной на рис. 1, имеет вид

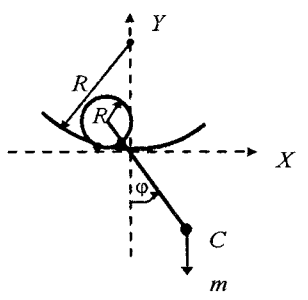

Рис. 1

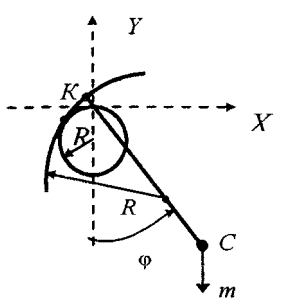

Рис. 2

$$\left\{I_c + m\left[(l_c - R_1)^2 + 4R_1 l_c \sin^2\left(\frac{R_2}{2(R_2 - R_1)}\varphi\right)\right]\right\}\ddot{\varphi} + m l_c \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \sin\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\varphi\right)\cdot(\dot{\varphi})^2 + mg\left[l_c \sin\varphi + R_1 \sin\left(\frac{R_1}{R_2 - R_1}\varphi\right)\right] = -M \cdot sign(\dot{\varphi}), \qquad (1)$$

где I_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс параллельно оси вращения; l_c - расстояние от центра шара до центра масс маятника; M - проекция момента силы трения качения на ось вращения.

Проекция ускорения центра масс маятника на касательную к опоре в точке контакта, которая определяет силу трения покоя, удерживающую маятник от скольжения, в этом случае имеет вид

$$a_c = \left[l_c \cos\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\varphi \right) - R_1 \right]\ddot{\varphi} - \left[l_c \sin\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\varphi \right) \right]\dot{\varphi}^2 \quad (2)$$

В случае маятника с опорой, представленной на рис.2, аналогичные уравнения имеют вид:

$$a_c = \left[R_2 + (l_c - R_2)\cos\left(\frac{R_1}{R_2 - R_1}\varphi \right) \right]\ddot{\varphi} + (l_c - R_2)\sin\left(\frac{R_1}{R_2 - R_1}\varphi \right)\dot{\varphi}^2 \quad (3)$$

$$\left\{ I_c + m\left[l_c^2 - 4(l_c - R_2)R_2 \sin^2\left(\frac{R_1}{2(R_2 - R_1)}\varphi \right) \right] \right\}\ddot{\varphi} - m(l_c - R_2)\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\sin\left(\frac{R_1}{R_2 - R_1}\varphi \right)\dot{\varphi}^2 + mg\left[(l_c - R_2)\sin\varphi + R_2 \sin\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\varphi \right) \right] = -M \cdot sign(\dot{\varphi}). \quad (4)$$

Здесь l_c – расстояние от центра масс маятника до точки K качающейся поверхности (рис.2), которая совпадает с началом системы координат и вершиной опорной поверхности при вертикальном положении маятника.

Уравнения (3)-(4) можно получить из уравнений (2) и (1), соответственно, заменив в последних l_c на $l_c + R_1$, что означает, что после такой замены l_c будет представлять собой расстояние от центра масс до поверхности подвижного тела с радиусом R_1, и затем заменив R_1 на $-R_2$ и R_2 на $-R_1$. Последние замены связаны с изменением знака кривизны соответствующих поверхностей.

Случай опоры маятника в виде шара, опирающегося на плоскую поверхность, можно получить из данных уравнений, устремив R_2 к бесконечности. Тогда уравнения (1) – (4) принимают следующий вид:

$$\left\{ I_c + m\left[(l_c - R_1)^2 + 4R_1 l_c \sin^2\frac{\varphi}{2} \right] \right\}\ddot{\varphi} + ml_c R_1 \sin\varphi \cdot (\dot{\varphi})^2 + mgl_c \sin\varphi = -M \cdot sign(\dot{\varphi}) \quad (1')$$

$$a_c = \ddot{X}_c = (l_c \cos\varphi - R_1)\ddot{\varphi} - l_c \sin\varphi\,(\dot{\varphi}^2). \quad (2')$$

$$a_c = l_c\ddot{\varphi} - R_1\varphi\dot{\varphi}^2. \quad (3')$$

$$\left[I_c + m\left(l_c^2 + R_1^2\varphi^2 \right) \right]\ddot{\varphi} + mR_1^2\varphi\,\dot{\varphi}^2 + mg\left(l_c \sin\varphi + R_1\varphi\cos\varphi \right) = -M \cdot sign(\dot{\varphi}) \quad (4')$$

Уравнения (1) - (4) и (1') - (4') являются нелинейными и трудными для решения, в том числе численного, поскольку в ряде случаев это решение должно быть проведено с относительной погрешностью порядка 10^{-8}.

Однако из уравнения (2) видно, что при $\varphi << 1$ и $l_c \approx R_1$ величина a_c становится очень малой. Тогда воздействие маятника на опору становится минимально возможным.

При выполнении условия $l_c \approx R_1$ будет минимальным также влияние на колебания маятника горизонтальных вибраций основания, поскольку момент сил инерции, обусловленных этими вибрациями относительно точки касания шара опоры, будет минимально возможным.

В свою очередь из уравнений (3), (4) видно, что при выполнении условия $l_c = R_2$ эти уравнения существенно упрощаются и принимают вид:

$$\left[I_c + mR_2^2 \right]\ddot{\varphi} + mgR_2 \sin\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\varphi \right) = -M \cdot sign(\dot{\varphi}), \quad (5)$$

$$a_c = R_2\ddot{\varphi}. \quad (6)$$

При $M = 0$ уравнение (5) решается точно через эллиптические функции.

Таким образом, из полученных результатов следует, что можно эффективно подавлять влияние вибраций основания на маятниковый прибор, создав, таким образом, невозмущаемый маятник [3].

1 Комков, О.Ю. Микротрибометр возвратно-поступательного типа, работающий в области малых нагрузок: конструктивные особенности и методика испытания образцов / О.Ю. Комков // Трение и износ. – 2003,т.24. – №6 – С. 642–649.

2 Карасик, И.И. Методы трибологических испытаний в национальных стандартах стран мира / И.И. Карасик. – М.: Наука и Техника, 1993. – 373 с.

3 Способ определения коэффициента трения качения: пат. 11588 Респ. Беларусь, МПК7 G 01 N 13/00, G 01 N 19/02 / И.З. Джилавдари, Н.Н. Ризноокая; заявитель БНТУ – № а 20070484; заявл. 27.04.07; опубл. 28.02.2009 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2009. – №1. – С.115.