МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Основы бизнеса»

КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Индивидуальные задания по математике для самостоятельной работы студентов специальностей 1-36 20 03 «Торговое оборудование и технологии»,1-52 04 01 «Производство экспозиционно-рекламных объектов»

Минск 2010

ББК 22.11я73
Г82

Составители:

В.П. Грибкова, И.Е.Ругалёва

Рецензент

Л.А. Хвощинская, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного аграрно-технического университета кандидат физико-математических наук.

Т.С. Яцкевич, доцент кафедры высшей математики №1 Белорусского государственного технического университета, кандидат физико-математических наук.

В издании содержатся 30 вариантов индивидуальных заданий для самостоятельного выполнения студентами технических специальностей. Задания включают темы по вычислению определённых интегралов, площадей фигур в декартовых и полярных координатах, длины дуги, перемене порядка интегрирования в двойных интегралах, вычислению объемов тел и их массы с помощью двойных и тройных интегралов.

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65,
г. Минск,
Республика Беларусь

© БНТУ, 2010
© Грибкова В.П., 2010
© Ругалёва И.Е., 2010

Задание

1. Вычислить определенные интегралы.
2. Вычислить длину дуги кривой в декартовой системе координат.
3. Вычислить площади фигур, ограниченных заданными линиями.
4. Вычислить длину дуги кривой в параметрической форме, либо в полярной системе координат.
5. Вычислить объемы тел, образованных вращением вокруг оси Ox фигур, ограниченных заданными линиями.
6. Вычислить двойные интегралы по областям D, ограниченным указанными линиями.
7. Изобразить область интегрирования и переменить порядок интегрирования в двойных интегралах от функций.
8. С помощью двойных интегралов вычислить площади фигур, заданных в декартовой системе координат и ограниченных заданными линиями.
9. Вычислить площади плоских фигур в полярной системе координат.
10. Вычислить объемы тел в декартовой системе координат.
11. Вычислить двойные интегралы в полярной системе координат.
12. Вычислить тройные интегралы по фигурам V, ограниченным заданными поверхностями.
13. Вычислить массу тел, ограниченных заданными поверхностями.

Вариант 1

1. а) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$; б) $\int_0^1 x2^x\,dx$.

2. а) $y^2 = 2px,\ x = 3$; б) $\rho = 2(1+\cos\varphi)$,
$\rho\cos\varphi = 1$ (справа от кривой).

3. Полукубической параболы $y^2 = x^2$, заключенной между точками (0; 0) и (4; 8).

4. $x = a(3\cos t - \cos 3t),\ y = a(3\sin t - \sin 3t)$ от $t=0$ до $t=\pi/2$.

5. $y = \sqrt{x}e^x$ и прямыми $x = 1,\ x = 3$.

6. $\iint_D (x^2 + y^2)dxdy$; $y = x,\ x + y = 2,\ x = 0$.

7. $\int_{-3}^{0} dx \int_{-x}^{3} dy + \int_0^9 dx \int_{\sqrt{x}}^{3} f dy$.

8. $y^2 = 2x + 5,\quad y = x$.

9. $x^2 + y^2 = 2y,\quad y \le x,\quad x \ge 0$.

10. $z = 1 - (x^2 + y^2),\quad z = 0$.

11. $\iint_D \frac{dxdy}{x^2 + y^2 + 4}$; D – полукруг $x^2 + y^2 \le 4,\ y \le 0$.

12. $\iiint_V z dxdydz;\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,\ z = 0\ (z \ge 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1,\ V: x^2 + y^2 = z,\quad z = 0,\quad x^2 + y^2 = 1$.

Вариант 2

1.а) $\int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; б) $\int_0^{\sqrt{3}/2} arctg2xdx$.

2. а) $y = 9 - x^2$, $y = 0$; б) $\rho = a(1-\cos\varphi)$,
$\rho = a$ (вне кардиоиды).

3. $y = \ln\cos x$, заключенной между точками с абсциссами $x=0$, $x=\pi/4$.

4. $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$ от $t=0$ до $t=1$.

5. $y = \frac{4}{x^2+1}$, $x^2 = y$.

6. $\iint_D (1-y)dxdy$; $x^2 = y$, $x = 0$, $y = 1$.

7. $\int_0^{R\sqrt{2}/2} dx \int_0^x fdy + \int_{R\sqrt{2}/2}^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} fdy$.

8. $y = \ln^2 x$, $y = 1$.

9. $\rho = 2$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

10. $z = \frac{x^2+y^2}{4}$, $z = 2$.

11. $\iint_D e^{x^2+y^2} dxdy$; $D -$ круг $x^2 + y^2 \le 1$.

12. $\iiint_V zdxdydz$; $V: x^2 + y^2 = z^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x = 0$, $y = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1$, $V: x^2 + y^2 = z$, $z = 1$.

Вариант 3

1. а) $\int_0^3 \frac{dx}{1+2\sqrt{x}}$; б) $\int_0^1 \arcsin(x/2)dx$.

2. а) $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = t^3 + t,\ x = 1 \end{cases}$; б) $\rho = a\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right)$.

3. $y = \ln\frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от $x= a$ до $x= b$ $(b>a)$.

4. $x = 8\sin t + \cos 8t,\ y = 8\sin t - \cos 8t$ от $t=0$ до $t=\pi/2$.

5. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

6. $\iint_D (x + y)dxdy$; $y = 0,\ x = 0,\ y + x = 2$.

7. $\int_0^1 dy \int_{y^2/9}^1 fdx + \int_1^3 dy \int_{y^2/9}^1 fdx$.

8. $xy = a,\ x + y = \frac{5}{2}a,\ (a > 0)$.

9. $x^2 + y^2 = 3x,\ y \ge -x$.

10. $z = 9 - y^2,\ 3x + 4y = 12,\ x = 0,\ z = 0\ (y \ge 0)$.

11. $\iint_D xdxdy$; D – полукруг $x^2 + y^2 \le 1,\ y \ge x$.

12. $\iiint_V xyzdxdydz;\ x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0\ (x \ge 0,\ y \ge 0, z \ge 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = z$, $V: x^2 + y^2 - z^2 = a^2,\ z = 0,\ z = a, (a > 0)$.

Вариант 4

1. а) $\int_0 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$; б) $\int_0^1 x5^{-x}\,dx$.

2. а) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t^3}{3} - t \end{cases}$; б) $\rho = a\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$.

3. $y = \frac{x^2}{2} - 1$, отсеченной осью *OX*.

4. $x = 9(t - \sin t),\ y = 9(1 - \cos t)$ от $t=0$ до $t=2\pi$.

5. $y = b\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3}$, $0 \le x \le a$.

6. $\iint_D y^2\sqrt{R^2 + y^2}\,dxdy$; $x^2 + y^2 = R^2$.

7. $\int_0^2 dx \int_0^{\frac{x+2}{2}} f dy + \int_2^{10/3} dx \int_{\sqrt{x^2-4}}^{\frac{x+2}{2}} f dy$;

8. $y^2 = 4ax,\ \ x + y = 3a,\ \ x = 0$.

9. $\iint_D (x^2 + y^2)dxdy$; D – полукруг $x^2 + y^2 \le 2y,\ y \ge 0$.

10. $x^2 + y^2 = 1,\ \ x^2 + y^2 = 25,\ y \le x\sqrt{3},\ \ x \ge 0$.

11. $x + y - z + 2 = 0,\ \ y^2 = x,\ \ x = 1,\ \ y = 0,\ \ z = 0$.

12. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2}\,dxdydz$; $x^2 + y^2 - z^2 = 0, z = 0, z = 1$ $(x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1$, $V: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1,\ \ z = 0,\ \ z = 1$.

Вариант 5

1. а) $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{3x+7}}$; б) $\int_0^1 \ln(2x+1)dx$;

2. а) $\begin{cases} x = t^2 - 1, \\ y = t^3 - t, \end{cases}$ одной петли кривой; б) $\rho = 5\sin\varphi$.

3. Полукубической параболы $y^2 = (x-1)^3$, заключенной между точками А(2;-1) и В(5;-8) .

4. $x = t^2$, $y = t - \frac{1}{2}t^3$ о$т $t=0$ до $t = \sqrt{3}$.

5. $y = 2x - x^2$, $y = 0$.

6. $\iint_D (x^2 + y)dxdy$; $y = x^2$, $y^2 = x$.

7. $\int_0^2 dx \int_{5-\sqrt{25-x^2}}^{x} fdy + \int_2^4 dx \int_{5-\sqrt{25-x^2}}^{2} fdy$.

8. $y = 4x - x^2$, $y = 2x^2 - 5x$.

9. $\rho = a(1+\cos\varphi)$.

10. $z = \frac{x^2}{2}$, $3x + 2y = 12$, $y = 0$, $z = 0$.

11. $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$; D – полукруг $x^2 + y^2 \le 1$, $y \ge 0$.

12. $\iiint_V xyzdxdydz$; $z = xy$, $y = x^2$, $x = y^2$, $z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 2$, $V : 2 - (x^2 + y^2) = z, z = 0$.

Вариант 6

1. а) $\int_0^{\ln 2}\sqrt{e^x-1}\,dx$; б) $\int_0^1 x\,arctgx\,dx$.

2. а) $y^2=x^3,\ y=8, x=0$; б) $\rho = a\sin\left(\varphi-\frac{\pi}{3}\right)$.

3. Параболы $y=x^2$ от $x=0$ до $x=1$.

4. $x=a\cos t,\ y=a\sin t$ от $t=0$ до $t=T$.

5. $y^2=x,\quad x^2=y$.

6. $\iint_D xy\,dxdy$; $y=0,\ x=0,\ \sqrt{y}+\sqrt{x}=1$.

7. $\int_{-\sqrt{2}/2}^{0} dy\int_{-y}^{\sqrt{1-y^2}} f\,dx+\int_{0}^{\sqrt{2}/2} dy\int_{y}^{\sqrt{1-y^2}} f\,dx$.

8. $y=\ln x,\quad y=x-1,\quad y=-1$.

9. $x^2+y^2\ge 2x,\quad x^2+y^2\le 4x$.

10. $x=2y^2,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1,\quad z=0$.

11. $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$; D – круг $x^2+y^2\le 2x$.

12. $\iiint_V xdxdydz;\ x+2z=3,\ x=0, y=1,\ y=3,\ z=0$.

13. $\gamma(x, y, z) = z\sqrt{x^2+y^2}$, $V: x^2+y^2=2x,\ y=0,\ z=a,\ z=0$.

Вариант 7

1. а) $\int_3^{29} \frac{dx}{(x-2)^{2/3}+3}$; б) $\int_0^{\pi/8} x\sin 2x dx$.

2. а) $y^2 = x^2 + 4x,\ y = x + 4$; б) $\rho = a\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$.

3. $y = a\ln(a^2 - x^2),\ (a > 0)$, лежащая выше оси OX.

4. Развертки окружности $x = 2(\cos t + t\sin t),\ y = 2(\sin t - t\cos t)$ от $t = 0$ до $t = 2\pi$.

5. $y = x^2,\quad y = \frac{1}{4}x^3$.

6. $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dxdy$; $xy = 1,\ y = x,\ x = 2$.

7. $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} fdy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{3-x}{2}} fdy$.

8. $y = x^2,\ \ y = \frac{x^2}{4},\ \ y = 4$.

9. $x^2 + y^2 = 2y,\ \ y \le x,\quad x \ge 0$.

10. $z = x^2 + y^2 + 1,\ \ x = 4,\ \ y = 4,\ \ x = 0,\ \ y = 0,\ \ z = 0$.

11. $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$; D – полукруг $x^2 + y^2 \le 1,\ \ x \ge 0$.

12. $\iiint_V xy^2 z^3 dxdydz$; $z = xy,\ y = x,\ x = 1,\ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1$, $V : z = b - x^2 + y^2,\ \ z^2 = x^2 + y^2,\ \ z \ge 0$.

Вариант 8

1. а) $\int_2^3 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{(x-2)^2}}$; б) $\int_0^3 \ln(x+3)dx$.

2. а) $y = x^2,\ y = \sqrt{x}$; б) $\rho = a(1-\cos\varphi),\ 0 \le \varphi \le \pi.$

3. Цепной линии $y = \frac{1}{2}ch2x$ от $x=0$ до $x=3$.

4. Одной арки циклоиды $x = 3(t - \sin t),\quad y = 3(1-\cos t)$.

5. $y^2 = (x-1)^3$ и прямой $x = 2$.

6. $\iint_D \frac{dxdy}{(y+1)^2}$; $y = 1 - x^2,\ y = 0$.

7. $\int_0^{\pi/2} dx \int_0^x fdy + \int_{\pi/2}^{\pi} dx \int_0^{\sin x} fdy$.

8. $y = x^2,\quad y = \frac{x^2}{2},\quad x = \pm 2$.

9. $y^2 = 4(1-x),\quad x^2 + y^2 = 4$ вне параболы.

10. $z = x^2 + y^2,\quad z = x^2 + 2y^2,\quad y = x,\quad y = 2x$.

11. $\iint_D e^{-(x^2+y^2)}dxdy;$ D – сектор круга $x^2 + y^2 \le 1,\quad y \ge x,\quad x \ge 0$.

12. $\iiint_V xdxdydz$; $x + z = a,\ y = h, x = 0,\ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, V первый октант шара $x^2 + y^2 + z^2 \le R^2$.

Вариант 9

1.а) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\,dx$; б) $\int_0^1 x2^{3x}\,dx$.

2. а) $y^2 = x^3,\ y = 8, x = 0$; б) $\rho = a(1-\cos\varphi)$.

3. Полукубической параболы $y^2 = \frac{5}{2}(x-2)^3$, отсекаемой прямой $x=4$.

4. Развертки окружности $x = (\cos t + t\sin t),\ y = (\sin t - t\cos t)$
от $t = 0$ до $t = \pi$.

5. $y = \sin x,\quad y = 0,\ 0 \le x \le \pi$.

6. $\iint_D \frac{x}{\sqrt{y}}\,dxdy$; $xy = 1,\ x + y = 3$.

7. $\int_{-1}^{1} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f dy$.

8. $y = \sin x,\quad y = \cos x,\quad y = 0\ \ (0 \le x \le \frac{\pi}{2})$.

9. $x^2 + y^2 = x,\quad x^2 + y^2 = 2x,\quad y \le x,\quad x = 0$.

10. $z = 4 - x^2,\ 2x + y - 4 = 0,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0$.

11. $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy,\ D$ первый виток спирали $\rho = a\varphi$.

12. $\iiint_V xydxdydz;\quad x^2 + y^2 = 1,\ y = 0, x = 0, z = 0, z = 1\quad (x \ge 0,\ y \ge 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = x^2$, V – шар $x^2 + y^2 + z^2 \le 9$.

Вариант 10

1. а) $\int_0^{\ln 4} \frac{dx}{e^x + 4}$; б) $\int_0^{\pi/6} x \sin 3x dx$.

2. а) $y = x^2,\ y = x + 2$; б) $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

3. Цепной линии $y = \frac{a}{2}\left(e^{x/a} - e^{-x/a}\right)$ от $x = 0$ до $x = b$.

4. Астроиды $x = 2\cos^3 t,\ y = 2\sin^3 t$.

5. $y = 3\left(\frac{x}{2}\right)^2,\quad y = 3\left|\frac{x}{2}\right|$.

6. $\iint_D \cos(x + y)dxdy$; $y = x,\ y = \pi,\ x = 0$.

7. $\int_0^a dx \int_{\frac{a^2 - x^2}{2a}}^{\sqrt{a^2 - x^2}} f dy$.

8. $y = 2 - x,\quad y^2 = 4x + 4$.

9. $\rho\cos\varphi = 1,\quad \rho = 2,\quad x \geq 1$.

10. $z = \frac{x^2 + y^2}{a},\quad z = \frac{a^2 - x^2 - y^2}{2a}$.

11. $\iint_D (x^2 + y^2)dxdy;\quad D$ – полукруг $x^2 + y^2 \leq 2x,\quad y \geq 0$.

12. $\iiint_V yzdxdydz;\quad x^2 + y^2 + z^2 = 1,\quad z \geq 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = z^2\sqrt{x^2 + y^2}$, $V : x^2 + y^2 = 2x,\ z = a,\ z = 0$.

Вариант 11

1. а) $\int\limits_4^9 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}-1}$; б) $\int\limits_0^2 xe^{3x}dx$.

2. а) $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = 2\sin t, \\ x = 1 \end{cases}$ справа от прямой; б) $\rho = ae^{\varphi}$, $\varphi_1 = -\pi, \varphi_2 = \pi$.

3. Полукубической параболы $y^2 = \frac{2}{3}(x-1)^3$, заключенной внутри параболы $y^2 = \frac{x}{3}$.

4. Петли кривой $x = \sqrt{3}\,t^2$, $y = t - t^3$.

5. $x^2 + (y-b)^2 = a^2$, $0 \le a \le b$.

6. $\iint\limits_D (x+2y)dxdy$; $x = y^2 - 4$, $x = 5$.

7. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{e^y}^{e} fdx$.

8. $y = \frac{x^2}{2}$, $y = x$.

9. $x^2 + y^2 = 6y$, $y \le x$.

10. $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2^2$ (внутри конуса).

11. $\iint\limits_D xydxdy$; $D -$ четверть круга $x^2 + y^2 \le R^2$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

12. $\iiint\limits_V xdxdydz$; $z = x^2 + y^2$, $x + y = a$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1$, $V: (z-2)^2 = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$, $z = 0$.

Вариант 12

1. а) $\int_0^{\ln 3} \frac{dx}{e^x + 3}$; б) $\int_1^{\sqrt{3}} x\,arctgx dx$.

2. а) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 + t, \quad x = 4 \end{cases}$ б) $\rho = a \sin 3\varphi$ одного лепестка.

3. Полукубической параболы $5y^3 = x^2$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6$ (Взять в качестве независимой переменной *y*).

4. $x = \frac{t^4}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ между точками пересечения с осями координат.

5. $xy = 4,\ x = 1,\ x = 4,\ y = 0$.

6. $\iint_D (x - y)dxdy$; $y = 2 - x^2,\ y = 2x - 1$.

7. $\int_0^1 dx \int_{3x^2}^{12x} f dy$.

8. $y = \sqrt{x}, \quad y = 2\sqrt{x}, \quad x = 4$.

9. $\rho = 2(1 - \cos\varphi)$.

10. $z = 4 - y^2, \quad z = y^2 + 2, \quad x = -1, \quad x = 2$.

11. $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}}$; D – полукруг $x^2 + y^2 \le R^2, \quad y \ge 0$.

12. $\iiint_V xydxdydz$; $z = xy, \quad x + y = 1, \quad z = 0 \quad (z \ge 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1$,
$V: x^2 + y^2 = z^2,\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad x = 0, \quad y = 0$.

Вариант 13

1. а) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}dx$; б) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{xdx}{\sin^2 x}$.

2. а) $y = x,\ y = 2x,\ x = 2$; б) $\rho^2 = a^2\cos 2\varphi,\ \rho = \frac{a}{\sqrt{2}}$ вне окружности.

3. $y = \ln x$ для $\sqrt{3} \le x \le \sqrt{8}$.

4. $x = t^2,\ y = \frac{t}{3}(t^2-3)$ между точками пересечения с осью OX.

5. $y = x^2 + 1$ и прямой $y = 2x + 1$.

6. $\iint_D (x + 2y)dxdy$; $y = x,\ y = 2x,\ x = 2,\ x = 3$.

7. $\int_0^1 dx \int_{\frac{(1-x)^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} fdy$.

8. $y = x^2,\ \ x = y^2$.

9. $x^2 + y^2 = x,\ \ x^2 + y^2 = 4x,\ \ y \ge 0$.

10. $x^2 + y^2 = R^2,\ \ x^2 + z^2 = R^2$.

11. $\iint_D \sin\sqrt{x^2 + y^2}\,dxdy;\quad D$ – круг $x^2 + y^2 \le \pi^2$.

12. $\iiint_V ydxdydz;\ z = x^2 + y^2,\ \ x + y = a,\ \ x = 0,\ \ z = 0,\ \ y = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = \frac{1}{5},\ V:\ 2x = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4},\ z^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}$.

Вариант 14

1. а) $\int\limits_{3}^{5\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(25+x^2)^3}}$; б) $\int\limits_{0}^{1/3} \arcsin 3x dx$.

2. а) $x^2 = 16x - 4y,\ x = 4 + y$; б) $\rho = atg\varphi (a > 0),\ \varphi = \frac{\pi}{4}$.

3. Цепной линии $y = \frac{a}{2}\left(e^{-x/a} + e^{x/a}\right)$ между прямыми $x = 0$ и $x = a$.

4. Кардиоиды $x = a(2\cos t - \cos 2t),\ y = a(2\sin t - \sin 2t)$.

5. $y^2 = 2px,\ x = a$.

6. $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy$; $y = x,\ x = 0,\ y = 1,\ y = 2$.

7. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f dy$.

8. $y = e^x,\ \ y = e^{2x},\ \ x = 1$.

9. $x^2 + y^2 = 5y,\ \ y \geq \sqrt{3x}$.

10. $z = 4 - y^2,\ \ y = \frac{x^2}{2},\ \ x = 0,\ \ z = 0$.

11. $\iint\limits_D \frac{dxdy}{x^2 + y^2}$; D – треугольник $x = y,\ \ y = -x,\ \ y = 1$.

12. $\iiint\limits_V ydxdydz;\ \ x + 2z = 3,\ \ y = 1,\ \ y = 3,\ \ x = 0,\ \ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1,\quad V: x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ x^2 + y^2 = 3z$.

Вариант 15

1. а) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$; б) $\int_0^{e^2} \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$.

2. а) $y = 6x - x^2,\ y = 0$; б) $\rho = a\cos\varphi, \rho = \frac{a}{2}$ вне окружности.

3. Периметр фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x$ и $2x=1$.

4. Одной петли замкнутой кривой
$x = 4\sqrt{2}\sin t,\ y = \sin 2t,\quad y = 0,\ x = 0$.

5. $y^2 = 2px,\ \ x = a$.

6. $\iint_D (3x^2 - 2xy + y)dxdy$; $x = 0,\ x = y^2,\ y = 2$.

7. $\int_{-1}^{1} dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} fdx$.

8. $y = \ln x,\ \ x = 2,\ \ y = 0$.

9. $x^2 + y^2 = 2y,\ \ x^2 + y^2 = 6y,\ \ y \le x,\quad x = 0$.

10. $\frac{y^2}{2^2} + \frac{z^2}{3^2} = 2\frac{x}{3},\ \ x = 2$.

11. $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$; D – четверть круга $x^2 + y^2 \le 1,\ x \ge 0,\ \ y \ge 0$.

12. $\iiint_V xdxdydz;\ z = \frac{y^2}{2}, 2x+3y-12=0, x=0,\ y=0,\ z=0$.

13. $\gamma(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, V шар $x^2 + y^2 + z^2 \le 4$.

Вариант 16

1. а) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1}$; б) $\int_0^{1/2} \arcsin x dx$.

2. а) $y = \frac{a}{2}\left(e^{x/a} + e^{-x/a}\right)$, $x = \pm a$, $y = 0$; б) $\rho = a(1+\sin^2 2\varphi), \rho = a$.

3. $y = \ln \sin x$ от $x = \pi/3$ до $x = \pi/2$.

4. $x = a(3\cos t - \cos 3t)$, $y = a(3\sin t - \sin 3t)$ от $t=0$ до $t=\pi/2$.

5. $x^{1/2} + y^{1/2} = a^{1/2}$, $y = 0, x = 0$.

6. $\iint_D (x^2 + y^2)dxdy$; $y = x, x = 0, y = 1, y = 2$.

7. $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f dy$.

8. $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{4}$, $y = 4$.

9. $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 25$, $y \le \sqrt{3}x$, $x = 0$.

10. $z = 4 - x^2$, $2x + y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ $(x \ge 0)$.

11. $\iint_D (x^2 + y^2)dxdy$; D – круг $x^2 + y^2 \le Rx$.

12. $\iiint_V ydxdydz$; $x^2 + z^2 = 1$, $y = h$.

13. $\gamma(x, y, z) = x$, $V -$ $x^2 + y^2 + z^2 \le 9$.

Вариант 17

1. а) $\int_1^4 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$; б) $\int_0^{\sqrt{3}} x\,\mathrm{arctg}(x/2)dx$.

2. а) $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 2\sin t, \\ x = 2; \end{cases}$ -справа от прямой; б) $\rho = a\sin(\varphi - \pi)$.

3. $y = \frac{1}{2}x^2$ от $x = 0$ до $x = 1$.

4. Логарифмической спирали $\rho = e^{a\varphi}$, находящейся внутри окружности $\rho = 1$.

5. $x^2 + y^2 = 1, \quad y^2 = \frac{3}{2}x$.

6. $\iint_D y \ln x dxdy$, $xy = 1$, $y = \sqrt{x}$, $x = 2$.

7. $\int_0^1 dx \int_{2x}^{3x} f dy$.

8. $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $x = \pm 2$.

9. $\rho = 2a(2 + \cos\varphi)$ - улитка Паскаля.

10. $z = 2(x^2 + y^2)$, $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

11. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\,dxdy$; D – круг $x^2 + y^2 \le Ry$.

12. $\iiint_V xzdxdydz$; $2x + 3y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ $(x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1$, $V: x^2 + y^2 + z^2 \le 25, \; x^2 + y^2 = 9$.

Вариант 18

1. а) $\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$; б) $\int_0^1 x^2 e^{2x}\,dx$.

2. а) $y = x^2,\ y^2 = x$; б) $\rho = 2 - \cos 3\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}$.

3. $y = 1 + \ln\sin x$ от $x = 0$ до $x = \pi/2$.

4. $x = 8\sin t + \cos 8t,\ y = 8\sin t - \cos 8t$ от $t=0$ до $t=\pi/2$.

5. Кардиоиды $\rho = 2(1 - \cos\varphi)$, находящейся внутри окружности $\rho = 1$.

6. $\iint_D (x + y)dxdy$ D треугольник с вершинами A(0; 0) , B(2; 0), C(0; 2).

7 $\int_0^a dx \int_{\frac{a^2-x^2}{2a}}^{\sqrt{a^2-x^2}} f dy$.

8. $y = \sin x,\quad y = \cos x,\quad y = 0\ \ (0 \le x \le \frac{\pi}{2})$.

9. $\iiint_V (x + y + z)^2\,dxdydz;\ \ x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2,\quad z = \frac{x^2 + y^2}{2a}\ (a > 0)$.

10. $z = \frac{x^2 + z^2}{4},\quad x = 4$.

11. $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2}\,dxdy;\quad D$ – круг $x^2 + y^2 \le x$.

12. $y = 4x^2,\quad y^2 = x$.

13. $\gamma(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},\ V:\ x^2 + y^2 + z^2 \le 9$.

Вариант 19

1. а) $\int_1^9 \frac{dx}{(2+\sqrt{x})^2}$; б) $\int_0^1 x^2 e^x dx$.

2. а) $4y = x^2,\ y^2 = 4x$; б) $\rho = 2 - \cos 2\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.

3. Цепной линии $y = \frac{a}{2}\left(e^{-x/a} + e^{x/a}\right)$ от точки $x = 0$ до точки $x = 4$.

4. Спирали Архимеда $\rho = 5\varphi$, находящейся внутри окружности $\rho = 10\pi$.

5. $(y-a)^2 = ax,\ x = 0,\ y = 2a$.

6. $\iint_D (x+2y)dxdy$; $y = x,\ y = 3x,\ x = 1,\ x = 2$.

7. $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f dy$

8. $y = 2 - x,\ \ y^2 = 4x + 4$.

9. $\rho = a(3 + \cos\varphi)$ улитка Паскаля.

10. $y^2 = 1 - 3x,\ \ y^2 = x,\ \ z = 0,\ \ z = 3$;

11. $\iint_D xdxdy$; $D -$ круговой сектор $x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le x \le 2,$ $0 \le y \le 2$.

12. $\iiint_V ydxdydz;\ \ x^2 + z^2 - \frac{R^2}{h^2}y^2 = 0,\ \ y = h$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1,\ V: 4z = 16 - (x^2 + y^2),\ x^2 + y^2 = 4, z = 0$ вне цилиндра.

Вариант 20

1. а) $\int_0^{3/2} \frac{xdx}{\sqrt{9-x^2}}$; б) $\int_0^{\sqrt{3}} arctgxdx$.

2. а) $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = \frac{1}{2}t^3, \quad x = 5 \end{cases}$ б) $\rho = a\sin\varphi,\ \rho = \frac{a}{2}$ вне окружности.

3. $y^2 = (x+1)^3$, отсеченной прямой $x = 4$.

4. $\rho = \frac{a}{3\cos(\varphi - \frac{\pi}{3})}$ от $\varphi = 0$ до $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

5. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right), \quad x = 0, \quad y = 0$ при $x > 0$.

6. $\iint_D (\cos 2x + \sin y)dxdy$; $y = 0,\ 4x + 4y - \pi = 0,\ x = 0$.

7. $\int_0^1 dx \int_{y^2/2}^{\sqrt{3-y^2}} fdy$.

8. $y = \frac{x^2}{2}, \quad y = x$.

9. $\rho = a\,tg\varphi, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$.

10. $x + y + z = 6, \quad 3x + y = 12, \quad y = 0, \quad z = 0$.

11. $\iint_D ydxdy$; $D -$ область, ограниченная кардиоидой $\rho = 1 - \cos\varphi$, $0 \le \varphi \le \pi$.

12. $\iiint_V xyzdxdydz$; $y = x, \quad x = a, \quad y = z, \quad z = 0 \quad (x \ge 0, y \ge 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad V -$ шар $x^2 + y^2 + z^2 \le 2x$, $y \ge 0$.

Вариант 21

1.а) $\int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$; б) $\int_0^{1/2} \arcsin 2x dx$.

2. а) $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$ б) $\rho = \frac{a}{2}, \rho = \frac{\pi}{4}, \rho = \frac{\pi}{2}$.

3. Параболы $y = x^2$ от $x = 0$ до $x = 3$.

4. $\rho = a\cos^3 \frac{\varphi}{3}$, от $\varphi = 0$ до $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

5. $x^2 - y^2 = a^2$, $x = \pm 2a$.

6. $\iint_D \sin(x + y)dxdy$; $y = x$, $y = \pi / 2$, $x = 0$.

7. $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{x} fdy$.

8. $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x = 4$.

9. $y = x^2$, $y^2 = \frac{x^2}{3}$.

10. $z = x^2 + y^2$, $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

11. $\int_o^a \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\, dxdy$.

12. $\iiint_V y\cos(z + x)dxdydz$; $x + z = \frac{\pi}{4}$, $y = x$, $y = 0$, $z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1$, $V : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$ эллипсоид.

Вариант 22

1. а) $\int_{2}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{(4-x^2)^{3/2}}$; б) $\int_{1}^{e} \frac{\ln x dx}{\sqrt{x^3}}$.

2. а) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t,\ y = 1 \end{cases}$ выше прямой; б) $\rho = a\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$.

3. $x^2 + y^2 = a^2$, $y = x$, $x \geq 0$.

4. $\rho = a\cos^2\frac{\varphi}{2}$, от $\varphi = 0$ до $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

5. $(y-3)^2 + 3x = 0$, $x = -3$.

6. $\iint_D xdxdy$ D треугольник с вершинами A(2; 3) , B(7; 2), C(4; 5).

7. $\int_{-6}^{2} dx \int_{x^2/4-1}^{2-x} fdy$.

8. $y = x^2$, $x = y^2$.

9. $y = x$, $y^2 = \sqrt{x}$.

10. $x^2 + y^2 = 9$, $z = 5x$, $z = 0$.

11. $\int_{o}^{a} \int_{0}^{\sqrt{2ax - x^2}} (x^2 + y^2)dxdy$.

12. $\iiint_V yzdxdydz$; $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$.

13. $\gamma(x, y, z) = 4$, $V: x^2 + y^2 = 6 - 2z$, $z = x^2 + y^2$.

Вариант 23

1. а) $\int_0^{\sqrt{2}} x^2\sqrt{2-x^2}\,dx$; б) $\int_0^1 \ln(x+1)dx$.

2. а) $x^2 = 2y+1,\ x-y-1=0$; б) $\rho = a\cos\left(\varphi - \frac{3\pi}{4}\right)$.

3. $y = \ln x$ от x= 3/4 до x= 12/5.

4. $x = t^2,\ y = \frac{t}{4}(t^2-4)$ между точками пересечения с осью Ох.

5. $y = \sin^2 x,\quad y = 0,\ 0 \le x \le \pi$.

6. $\iint_D (x+y)dxdy$ D треугольник с вершинами A(0; 0) , B(1; 0), C(0; 1).

7. $\int_0^1 dy \int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f dx$.

8. $y = e^x,\ \ y = e^{2x},\ \ x = 1$;

9. $y\ = x^2,\ \ y^2 = x$.

10. $z = 6 - x^2 - y^2,\quad z = \sqrt{x^2+y^2}$.

11. $\iint_D (x^2+y^2)dxdy;\ D - (x^2+y^2)^2 = x^2 - y^2$ половина петли лемнискаты, расположенной в первой четверти.

12. $\iiint_V z dxdydz$; $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0,\ \ z = c, x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = \pi,\quad V : x^2 + y^2 = 1,\ \ y + z = 1,\ \ z = 0$;

Вариант 24

1. а) $\int_0^4 \frac{dx}{(4+\sqrt{x})^2}$; б) $\int_0^{\pi/2} x\sin 3x dx$.

2. а) $x^2 = 4 - 2y,\ x = 2 + y$; б) $\rho = a\cos\varphi$.

3. $y = \ln(2\cos x),\ 0 \le x \le \frac{\pi}{3}$.

4. Кардиоиды $\rho = 2(1-\cos\varphi)$, находящейся внутри окружности $\rho = 1$.

5. $y = e^x,\quad y = 0,\ x = 0,\ x = 2$.

6. $\iint_D xdxdy$ D треугольник с вершинами A(0; 0) , B(1; 1), C(0; 1).

7. $\int_0^3 dx \int_{x/3}^{2x} fdy$.

8. $y = \ln x,\quad x = 2,\quad y = 0$.

9. $\rho = 2(1-\cos\varphi),\ 0 \le \varphi \le \pi$.

10. $y^2 = 4 - 3x,\quad y^2 = x,\quad z = \pm 9$.

11. $\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\,dxdy;\quad D$ – полукруг $x^2 + y^2 \le Rx,\ y \ge 0$.

12. $\iiint_V \frac{xyz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dxdydz;\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2,\ x = 0,\ y = 0, z = 0$
$(x \ge 0,\ y \ge 0,\ z \ge 0)$.

.

13. $\gamma(x, y, z) = \frac{3}{4},\ V: x^2 + y^2 = 2z,\ x^2 + y^2 + z^2 = 8,\ z \ge 0$.

Вариант 25

1. а) $\int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2}\,dx$; б) $\int_0^1 \ln(x+3)dx$.

2.а) $y=\ln^2 x,\ y=\ln x$; б) $\rho=2\sin\varphi,\ \rho=4\sin\varphi,\ \varphi=\frac{\pi}{3},\varphi=\frac{\pi}{2}$;

3. $9y^2=x(x-3)^2$ между точками пересечения с осью OX.

4. Архимедовой спирали $\rho=a\varphi$ от начала до конца второго витка.

5. $y^2=x^3,\quad y=0,\ x=1$.

6. $\iint_D \sqrt{(xy+y^2)}dxdy$ D: - треугольник с вершинами A(0;0), B(0;1), C(1;1).

7. $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f dy$.

8. $y=2x-x^2,\quad y=x^2$.

9. $x^2+y^2=2x,\quad x^2+y^2=4x$.

10. $z=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1},\quad x=1,\quad y=2,\ x=0,\quad y=0,\quad z=0$.

11. $\iint_D \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2}dxdy;\quad D: x^2+y^2\le e^2,\quad x^2+y^2\ge 1$.

12. $\iiint_V ydxdydz;\quad z=\frac{y^2}{2}, 2x+2y-12=0, x=0, y=0, z=0$.

13. $\gamma(x, y, z)=\frac{1}{3},\quad V: x^2+y^2=2y,\ z=4x^2-y^2,\quad z=0$.

Вариант 26

1.а) $\int_0^3 \frac{dx}{(1+\sqrt{x+1})}$; б) $\int_0^{1/\sqrt{3}} x\,\mathrm{arctg}x\,dx$.

2. а) $y^2+8x=16,\ y^2-28x=48$; б) $\rho=2(1+\cos\varphi)$.

3. Функции $y=\frac{6}{7}x^{7/6}$ между точками $x_1=1$ и $x_2=2$.

4. $\rho=4\sin^4\frac{\varphi}{4},\ 0\le\varphi\le 2\pi$.

5. $y=\frac{1}{4}x^2+2,\quad 5x-8y+14=0$.

6. $\iint_D e^{x/y}dxdy$; $y^2=x,\ y=1,\ x=0$.

7. $\int_1^2 dx\int_x^{2x} f dy$.

8. $y=\frac{x^2}{4}-4,\quad y=x-3$.

9. $\rho^2=a^2\cos 2\varphi,\quad -\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.

10. $x+y-z+2=0,\quad y^2=x,\quad x=1,\quad y=0,\quad z=0$.

11. $\iint_D e^{x^2+y^2}dxdy;\quad D:\ x^2+y^2\le a^2$.

12. $\iiint_V \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^4}$; $x+y+z=1,\ x=0, y=0, z=0$.

13. $\gamma(x, y, z)=1,\ V: x^2+y^2+z^2=4,\quad x^2+y^2=2x,\quad y\ge 0,\quad z=0$.

Вариант 27

1. а) $\int\limits_{3}^{3\sqrt{3}} \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}$; б) $\int\limits_{1}^{4} \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$.

2. а) $y^2 = 4ax,\ x + y = a,\ y = 0\ (y > 0)$; б) $\rho = a\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$. 3.

Астроиды $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ для $0 \le x \le a$.

4. Кардиоиды $x = 3(2\cos t - \cos 2t),\ y = 3(2\sin t - \sin 2t)$.

5. $y = \sin x,\quad y = \frac{2}{\pi}x$.

6. $\iint\limits_D \frac{xdxdy}{x^2 + y^2}$; $y = \frac{x^2}{2},\ y = x$.

7. $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{x/2}^{\sqrt{x}} f dy$.

8. $y = x,\ \ y = \frac{x}{2},\ \ x + y = a,\ \ x + 3y = a,\ \ (a > 0)$.

9. $\rho = a\sin 2\theta,\quad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$.

10. $z = 9 - y^2,\ \ 3x + 4y = 12,\ \ x = 0,\ \ z = 0\quad (y \ge 0)$.

11. $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy;\quad D:\ \ x^2 + y^2 \ge 2x,\ \ x^2 + y^2 \le 4x,\ \ y \ge 0$.

12. $\iiint\limits_V ydxdydz;\ 2x + y + z - 4 = 0,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1,\ V: x^2 + y^2 + z^2 = 2,\ \ x^2 + y^2 = z^2,\quad y \ge 0,\quad x = 0$.

Вариант 28

1. а) $\int_0^3 x^2\sqrt{9-x^2}\,dx$; ` б) $\int_0^{\pi/2} x\cos(x/2)dx$.

2. а) $xy=7,\ x+y=8$; б) $\rho = 2\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Функции $y=\frac{1}{2}(2-x)\sqrt{x}$ между её точками пересечения с осью Ох.

4. Кардиоиды $\rho = (1-\cos\varphi)$.

5. $x^2 - y^2 = 4,\quad x = \pm 4$.

6. $\iint_D xy^2\,dxdy$; $y^2 = 1,\ x = 1$.

7. $\int_1^2 dx \int_{1/x}^{x} f dy$.

8. $y^2 = 4 + x,\ \ x + 3y = 0$.

9. $x^2 + y^2 = 1,\ \ x^2 + y^2 = 25,\ \ y \le \sqrt{3}\,x,\quad x = 0$.

10. $z = \frac{x^2 + z^2}{a},\ \ x = a$.

11. $\iint_D ydxdy$; $D -$ полукруг $x^2 + y^2 \le 2x,\ y \ge 0$.

12. $\iiint_V zdxdydz;\ x + 2z = 3,\ y = 1,\ y = 3,\ x = 0,\ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1,\ V: x^2 + y^2 = z^2,\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2,\ y \ge 0,\ x = 0$.

Вариант 29

1. а) $\int_0^1 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$; б) $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$.

2. а) $y = 4x - x^2,\ y = 0$; б) $\rho = a(1-\cos\varphi)$.

3. Параболы $y = 1+\sqrt{x}$ для $2 \le y \le 3$.

4. $\rho = \frac{a}{2\cos(\varphi - \frac{\pi}{2})}$ от $\varphi = 0$ до $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

5. $y = \sin(x/2),\quad y = 0,\ 0 \le x \le \pi$.

6. $\iint_D xy dxdy$; $y^2 = 2x,\ x = 2$.

7. $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f dy$.

8. $xy = 4,\ \ x + y = 5$.

9. $\rho = 2\sin\varphi,\ \ y \ge -\sqrt{3}\,x$.

10. $x + y + z = 1,\ \ x + y + z = 2,\ \ x + y - z = 0$.

11. $\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2}\, dxdy$; $D -$ полукруг $x^2 + y^2 \le 4x,\ x \ge 0$.

12. $\iiint_V z dxdydz$; $z = x^2 + y^2,\ \ y = 0,\ \ y + x = 0,\ \ x = 0,\ \ y = 0,\ \ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = 1,\ \ V: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$.

Вариант 30

1. а) $\int_0^3 \frac{dx}{(1+\sqrt{2x-2})}$; б) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\cos x}$.

2. а) $x^2 = 4x - y,\ x = 1 + y$; б) $\rho = 3\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Параболы $y = 1 + \sqrt{x^3}$ для $1 \le x \le 2$.

4. Кардиоиды $\rho = 4(1 - \cos\varphi)$, находящейся внутри окружности $\rho = 2$.

5. $y^2 = 4x,\ x = 2$.

6. $\iint_D (x^2 + y^2)dxdy$; $y = x,\ y = 0,\ x = 1$.

7. $\int_0^1 dx \int_{x/3}^{x} fdy$.

8. $\rho = 2,\quad y \ge x,\ \ y \ge -x$.

9. $z = x^2 + y^2,\ \ y = x^2,\ \ y = 2,\ \ z = 0$.

10. $x + y + z = 2,\ \ y = x,\ \ y = 3x$.

11. $\iint_D ydxdy;\quad D - \text{круговой сектор}\ \ x^2 + y^2 \le 4,\ \ 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2$

.12. $\iiint_V xdxdydz;\ \ z = \frac{y^2}{2},\ \ 2x + 3y - 12 = 0,\ x = 0,\ \ y = 0,\ \ z = 0$.

13. $\gamma(x, y, z) = \frac{1}{6},\quad V : x^2 + y^2 = y,\ z = 4x^2 - y^2,\ \ z = 0$.

Литература

1. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: в 2 ч. / Н.С. Пискунов. М.: Наука, 1972.
2. Фролов, С.В. Курс высшей математики: в 2 ч. / С.В. Фролов, Р.Я. Шостак Р.Я М.: Высшая школа, 1973.
3. Письменный, Д. Конспект лекций по высшей математике. / Д. Письменный М.: Айрис пресс, 2007. Ч.1, 2.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов. / В.П. Грибкова [и др.]. Минск: БНТУ, 2005. Ч. 2.
5. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. / А.П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А.П. Рябушко. Минск: Вышейшая школа, 1990. Ч. 13.
6. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. / Г.Н. Берман. М.: Наука, 1964.
7. Гусак, А.А. Задачи и упражнения по высшей математике. / А.А.Гусак. Минск: Вышейшая школа, 1988.
8. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. / П.Е. Данко, А.Г. Попов А, Т.Я. Кожевникова Минск: Вышейшая школа, 1986.
9. Жевняк, Р.М. Высшая математика: в 5ч. / Р.М. Жевняк, А.А. Карпук – Минск: Вышейшая школа, 1985. Ч.1-3.
10. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов. / Б.П. Демидович [и др.]; под общ. ред. Б.П. Демидовича – М.: Наука, 1970.

Содержание

1. Задание……3
2. Варианты……4
3. Литература……34

Учебное издание

КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Индивидуальные задания по математике для самостоятельной работы студентов специальностей 1-36 20 03 «Торговое оборудование и технологии»,1-52 04 01 «Производство экспозиционно-рекламных объектов»

Составители:

Грибкова Валентина Петровна

Ругалёва Ирина Евгеньевна

36