

Векторы в строительстве

Астапова Анастасия Николаевна, Титова Александра Николаевна,

студентки 2 курса кафедры

«Строительные материалы и технология строительства»

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Научный руководитель – Ковалёнок Н.В., старший преподаватель

кафедры «Математические методы в строительстве»

В строительстве векторы служат наглядным способом представления сил, перемещений и нагрузок на строительные элементы. Вектор – это отрезок с определенной длиной (модулем) и направлением, который наглядно показывает, куда и с какой силой воздействует нагрузка или происходит движение. В отличие от чисел, векторы учитывают не только величину, но и направление, что крайне важно для расчетов сложных пространственных конструкций и каркасных узлов.

Величина вектора (обозначаемая как $|a \rightarrow|$ или $|a|$) представляет собой числовое значение, соответствующее длине отрезка, который этот вектор описывает. Применительно к силам, это значение выражается в ньютонах или килоньютонах. Нулевой вектор, имеющий нулевую величину, символизирует отсутствие нагрузки или движения. Два вектора считаются равными, если их величины и направления совпадают, независимо от их пространственного расположения. В строительстве часто встречаются коллинеарные векторы – векторы, лежащие на одной или параллельных прямых. Яркий пример – вертикальные нагрузки от веса перекрытий и колонн, все они направлены вертикально вниз.

В строительстве векторы применяются для описания сил. Ключевые операции – сложение и умножение на число. Сложение векторов позволяет определить результирующую силу, действующую на конструктивный элемент или узел, путем простого суммирования соответствующих координат (например, по осям X, Y, Z). Умножение вектора на число (скаляр) используется для корректировки величины силы, например, при учете коэффициентов надежности или при комбинировании различных нагрузок. При этом направление силы либо сохраняется, либо меняется на противоположное, в зависимости от знака скаляра. Скалярное произведение векторов имеет особое значение, поскольку оно устанавливает связь между векторами и углами между ними, а также позволяет находить проекции сил на определенные направления. Например, оно используется для определения продольной составляющей силы вдоль оси

стержня, что критически важно при расчете ферм, рам и пространственных каркасов. Эта продольная составляющая напрямую влияет на растяжение или сжатие элемента, определяя необходимое сечение и армирование.

Основой для расчетов строительных конструкций являются уравнения равновесия, которые в векторной форме выражают, что суммарная сила и суммарный момент в системе равны нулю ($\sum \vec{F} = 0$ и $\sum \vec{M} = 0$). На практике эти векторные уравнения раскладываются на составляющие по осям координат (x, y, z). Аналогично, перемещение конструктивных элементов удобно представлять в виде векторов. Это особенно важно для метода конечных элементов, где перемещения и усилия объединяются в векторно-матричном виде. Векторный аппарат служит связующим звеном между базовыми знаниями и сложными инженерными задачами, от простых нагрузок до проектирования высотных зданий.

Задача.

В узле стального каркаса здания сходятся две внешние нагрузки:

- вертикальная нагрузка от собственного веса перекрытий

$\vec{F}_1$ - сила величиной $F_1 = 40$ кН, направленная вертикально вниз;

- горизонтальная ветровая нагрузка

$\vec{F}_2$ - сила величиной $F_2 = 30$ кН, направленная горизонтально перпендикулярно фасаду (внутрь здания).

Примем систему координат:

- ось x - горизонтально, положительное направление - внутрь здания;
- ось y - вертикально, положительное направление - вверх.

Требуется:

1. Записать векторы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ в координатной форме.
2. Найти вектор равнодействующей $\vec{R} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.
3. Определить модуль равнодействующей $|\vec{R}|$
4. Найти угол α между равнодействующей и положительным направлением оси x (горизонтально внутрь здания).

Решение

1. Запись нагрузок в векторной форме.

Вертикальная сила $\vec{F}_1$ направлена вниз, то есть вдоль отрицательного направления оси y. Горизонтальная проекция этой силы равна нулю:

$$\vec{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y}) = (0, -40) \text{ кН.}$$

Горизонтальная сила $\vec{F}_2$ направлена вдоль положительного направления оси x (внутри здания) и не имеет вертикальной составляющей:

$$\vec{F}_2 = (F_{2x}, F_{2y}) = (30, 0) \text{ кН.}$$

2. Нахождение равнодействующей $\vec{R}$.

Равнодействующая — это векторная сумма сил:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

В координатной форме:

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = 0 + 30 = 30 \text{ кН,}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = -40 + 0 = -40 \text{ кН.}$$

Следовательно,

$$\vec{R} = (R_x, R_y) = (30, -40) \text{ кН.}$$

3. Вычисление модуля $|\vec{R}|$

Используем формулу:

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Подставляем значения:

$$|\vec{R}| = \sqrt{30^2 + (-40)^2} = \sqrt{2500} = 50 \text{ кН.}$$

Равнодействующая нагрузка по величине составляет 50 кН.

4. Определение угла α относительно оси x .

Угол α между R и положительным направлением оси x :

$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-40}{30} = -\frac{4}{3}.$$

Сначала найдём модуль угла:

$$|\alpha| = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53,1^\circ.$$

Так как $R_x > 0$, $R_y < 0$, вектор R лежит в четвёртой четверти (вправо и вниз). Поэтому удобно формулировать ответ так: равнодействующая нагрузка направлена внутрь здания под углом примерно 53° к горизонтали, вниз.

Векторное представление нагрузок позволяет компактно описать их величину и направление, находить равнодействующую сил $\vec{R} = (30, -40)$ кН с модулем $|\vec{R}| = 50$ кН и определять угол суммарного воздействия. Эти результаты непосредственно используются при выборе сечений элементов, расчёте анкеров и проверке устойчивости узлов каркаса, связывая школьную векторную алгебру с реальной практикой проектирования зданий и сооружений.

Литература:

1. Д.Ю.Снежков, С.Н. Леонович, «Основы метрологии и контроль качества в строительстве» .2019
2. Н. М. Каменский, «Математическое моделирование и оптимизация в строительстве», М.: Стройиздат, 2007.
3. И.А. Шерешевский, Конструирование промышленных зданий и сооружений 2021