

3.2. ЦЕНТР ИНЕРЦИИ (ЦЕНТР МАСС) МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА ИНЕРЦИИ

Описывать движение тел произвольной формы, как правило, достаточно сложно. Поэтому в динамике широко используют понятие центра масс механической системы.

Центром масс системы материальных точек называют точку C , радиус-вектор которой определяется следующим образом:

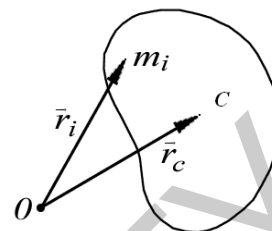


Рис. 3.3. Центр масс

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \quad (3.6)$$

где m_i и $\vec{r}_i$ - масса и радиус-вектор i -й материальной точки;

n - число материальных точек в системе;

$m = \sum_{i=1}^n m_i$ - суммарная масса системы.

Если масса системы распределена непрерывно, то радиус-вектор центра масс будет определяться так:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \int_{(m)} \vec{r} dm,$$

где $\vec{r}$ - радиус вектор малого элемента системы, масса которого равна dm . Интегрирование проводится по всем элементам системы.

Найдем скорость центра масс, используя формулу (3.6)

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \frac{\vec{p}}{m}$$

Отсюда находим

$$\vec{p} = m \vec{v}_c. \quad (3.7)$$

Если подставить это выражение для импульса в уравнение (3.4), то получим

$$\frac{d}{dt}(m \vec{v}_c) = \vec{F}_{\text{внеш}}. \quad (3.8)$$

Эта формула выражает **закон движения центра масс** (теорема о движении центра масс): **центр масс механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы и на которую действует сила, равная равнодействующей всех сил, приложенных к системе.**

Этот закон показывает, что для того, чтобы изменить скорость центра масс системы, необходимо, чтобы на систему действовала внешняя сила. Внутренние силы взаимодействия частей системы вызывают лишь изменения скоростей этих частей, но не изменяют суммарный импульс системы и скорость ее центра масс.

Соотношение (3.8) для замкнутой системы примет вид

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}_c) = \vec{F}_{\text{внеш}},$$

или

$$\vec{p} = m\vec{v}_c = \text{const}. \quad (3.9)$$

Таким образом, из (3.9) следует, **что при любых процессах, происходящих в замкнутой системе, скорость ее центра масс остается неизменной.**