

3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

3.1. ВНУТРЕННИЕ И ВНЕШНИЕ СИЛЫ. ИМПУЛЬС СИСТЕМЫ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Пусть механическая система состоит из n материальных точек. Для i -й материальной точки запишем второй закон Ньютона в форме:

$$\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_i, \quad (3.1)$$

где m_i и $\vec{v}_i$ - масса и вектор скорости i -й точки;

$\vec{F}_i$ - векторная сумма всех действующих на нее сил.

Внешними телами считаем все тела, не входящие в рассматриваемую систему. Следовательно, **внешними силами** будем называть силы, действующие на тела системы со стороны внешних тел, а **внутренними силами** – силы взаимодействия частей самой системы. Тогда $\vec{F}_i$ (рис. 3.1) в уравнении (3.1) представим:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{\text{внеш}} + \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik},$$

где $\vec{F}_i^{\text{внеш}}$ – вектор результирующей внешних сил, действующих на i -ю точку системы;

$\vec{F}_{ik}$ – вектор внутренней силы, действующей на i -ю точку со стороны k -й.

Тогда

$$\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_i^{\text{внеш}} + \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik} \quad (3.2)$$

Если просуммировать правые и левые части уравнения (3.2) для всех n материальных точек системы, получим

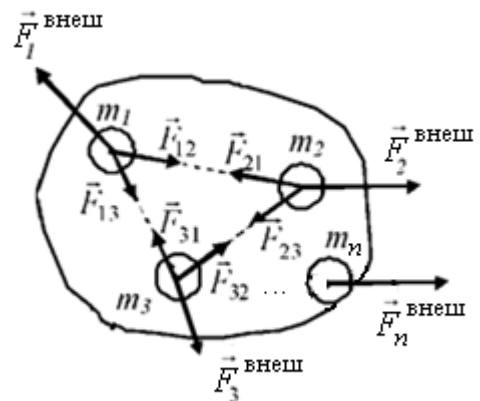


Рис. 3.1. К выводу закона сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik} \quad (3.3)$$

Согласно третьему закону Ньютона $\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$, и, следовательно, $\vec{F}_{ik} + \vec{F}_{ki} = 0$. Тогда получаем, что сумма всех внутренних сил в системе

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik} = 0 .$$

Обозначим результирующую всех внешних сил, действующих на систему как

$$\vec{F}^{\text{внеш}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} ,$$

а $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$ является импульсом механической системы, который называют главным вектором импульса системы. Тогда уравнение (3.3) можно переписать так:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} \quad (3.4)$$

Выражение (3.4) представляет собой закон изменения импульса механической системы.

Введем понятие замкнутой системы. Механическую систему называют замкнутой или изолированной, если на нее не действуют внешние силы, т. е. если она не взаимодействует с внешними телами. Вообще каждая реальная система всегда не замкнута, так как подвержена, например, воздействию силы тяготения со стороны внешних тел. Но если внутренние силы в системе намного больше внешних, то такую систему приближенно можно считать замкнутой.

Наша Солнечная система находится на гигантских расстояниях даже от ближайших к ней звезд и тяготение их не играет практически никакой роли в движении планет. Это движение определяется взаимодействием планет с Солнцем и друг с другом. Поэтому с большой степенью точности Солнечную систему можно считать замкнутой.

Для замкнутой системы в уравнении (3.4) $\vec{F}^{\text{внеш}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} = 0$ и тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}}{dt} &= 0 , \\ \vec{p} &= \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const} . \end{aligned} \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) представляет закон сохранения импульса: главный вектор импульса замкнутой системы не изменяется с течением времени.

Если система не замкнутая, но $F^{\text{внеш}} = 0$, то импульс системы остается постоянным так же, как если бы внешних сил не было совсем.

Обычно приходится иметь дело с незамкнутыми системами, для которых $\vec{F}^{\text{внеш}} \neq 0$ и полный импульс $\vec{p} \neq \text{const}$. Однако, если в соотношении (3.5) проекция $\vec{F}^{\text{внеш}}$ на какую-либо ось, неподвижную относительно инерциальной системы отсчета, тождественно равна нулю, то проекция на эту же ось вектора полного импульса системы не зависит от времени. Если $\vec{F}_x^{\text{внеш}} = 0$, то $p_x = \text{const}$. Например, если на систему не действуют другие внешние силы, кроме сил тяжести, то перпендикулярная к направлению этой силы горизонтальная составляющая импульса системы не изменится.

Закон сохранения импульса можно получить, используя только второй закон Ньютона и свойство симметрии пространства, такое как однородность пространства.

Однородность пространства проявляется в том, что свойства замкнутой системы не зависят от выбора начала координат инерциальной системы отсчета. Иначе говоря, они не изменяются, если замкнутую систему перенести как целое параллельно самой себе, т. е. сохранить взаимное расположение всех частей системы и тех условий, в которых они находились до переноса.

При произвольном малом перемещении $d\vec{r}$ системы как целого работа всех сил в системе δA должна быть равна нулю. В замкнутой системе действуют только внутренние силы, т.е.

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik} d\vec{r}_i = 0,$$

а так как $d\vec{r}_i \neq 0$, то должна быть равна нулю сумма всех внутренних сил:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik} = 0$$

Из этого соотношения и уравнения

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \vec{F}_{ik}$$

следует закон сохранения импульса замкнутой системы:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const.}$$

Закон сохранения импульса – **фундаментальный закон физики**. Он выполняется не только в классической физике, но и в процессах микромира, а также в системах, где движения происходят с большими скоростями, сравнимыми со скоростью света.

Рис. 3.2 иллюстрирует закон сохранения импульса на примере нецентрального соударения двух шаров разных масс, один из которых до соударения находился в состоянии покоя.

Изображенные на рис. 3.2 вектора импульсов шаров до и после соударения можно спроектировать на координатные оси OX и OY . Закон сохранения импульса выполняется и для проекций векторов на каждую ось. В частности, из диаграммы импульсов (рис. 3.2) следует, что проекции векторов и импульсов обоих шаров после соударения на ось OY должны быть одинаковы по модулю и иметь разные знаки, чтобы их сумма равнялась нулю.

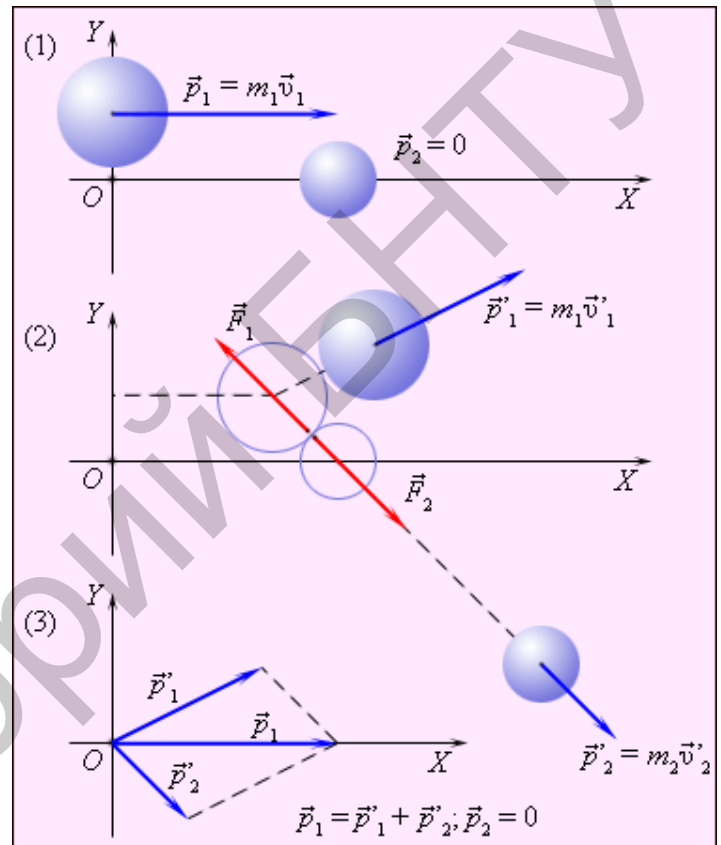


Рис. 3.2. Нецентральное соударение шаров разных масс: 1 – импульсы до соударения; 2 – импульсы после соударения; 3 – диаграмма импульсов