

ИЗГИБ СТЕРЖНЯ С ЗАЩЕМЛЕННОЙ ВЕРШИНОЙ В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Необходимость решения рассматриваемой задачи возникает, например, когда вершина сваи заделана в абсолютно жесткий недеформируемый ростверк и сваи ростверка находятся на значительном расстоянии друг от друга.

Расчет стержня со свободной вершиной с учетом нарушения сплошности упругого основания приведен в [1]. Однако от него нельзя непосредственно перейти к расчету стержня с защемленной вершиной, как это сделано в [2], так как при учете нарушения сплошности упругого полупространства поставленная задача становится нелинейной.

Как и в [3], не будем учитывать касательные напряжения в контактной зоне стержня, толщина которого мала, распределение нормальных напряжений по ширине стержня считаем равномерным. Представим, что стержень вставлен в плоскую прямоугольную щель в упругом полупространстве. Расчет его будем вести методом Б.Н. Жемочкина. Необходимо получить значения перемещений обеих граней щели в упругом полупространстве при действии равномерно распределенной по прямоугольному участку щели единичной нагрузки. Для этого представим полупространство в виде двух четвертьпространств, соединенных между собой связями Б.Н. Жемочкина [1]. Канонические уравнения метода сил для определения усилий в связях на контакте между четвертьпространствами записываются отдельно для нормальных и касательных усилий. Так как в расчете можно учесть только ограниченное число связей между четвертьпространствами, для решения усеченной системы метода сил необходимо, чтобы размеры участков разбиения четвертьпространств увеличивались по закону геометрической прогрессии. При определении коэффициентов при неизвестных и свободных членах канонических уравнений метода сил использовались выражения для перемещений границы упругого четвертьпространства при действии сосредоточенной силы [1].

После определения усилий в связях между четвертьпространствами перемещения границы прямоугольной щели в упругом полупространстве будут равны перемещениям границы упругого четвертьпространства при данной нагрузке за вычетом перемещений границы четвертьпространства от усилий в связях Б.Н. Жемочкина между четвертьпространствами.

Система канонических уравнений смешанного метода для расчета стержня с защемленной вершиной [3] с учетом нарушения сплошности упругого основания имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{i_1,1} X_1 + \dots + \delta_{i_1,n} X_n + \delta'_{i_1,n+1} X_{n+1} + \dots + \delta'_{i_1,10} X_{10} - \bar{u}_0 &= 0; \\ \delta'_{i_2,1} X_1 + \dots + \delta'_{i_2,n} X_n + \delta_{i_2,n+1} X_{n+1} + \dots + \delta_{i_2,10} X_{10} + \bar{u}_0 &= 0; \\ X_1 + \dots + X_n - X_{n+1} - X_{10} &= F; \quad i_1 = 1, \dots, n, \quad i_2 = n+1, \dots, 10, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\delta_{i,k} = V_{i,k} + w_{i,k}; \quad \delta'_{i,k} = V'_{i,k} - w_{i,k};$$

$$w_{i,k} = \frac{a_i^2 (3a_k - a_i)}{6EI}, \quad a_k > a_i;$$

$$w_{i,k} = \frac{a_k^2 (3a_i - a_k)}{6EI}, \quad a_k < a_i;$$

$V_{i,k}$ — перемещение центра i -го прямоугольника грани щели, к которой приложена равномерно распределенная k -я единичная нагрузка; $V'_{i,k}$ — перемещение центра i -го прямоугольника грани щели, когда равномерно распределенная k -я единичная нагрузка приложена к другой ее грани; a_i — расстояние от вершины стержня до середины i -го прямоугольника; u_0 — перемещение заземленной вершины стержня.

Методом последовательных приближений определяют положение точки нулевых напряжений (рис. 1), когда реактивные напряжения в контактной зоне стержня являются только сжимающими [4]. После этого усилия в сечениях стержня определяются обычным способом.

Перемещение вершины стержня на поверхности упругого полупространства

$$u_0 = k \frac{F}{E_0 l},$$

где k — коэффициент, определяемый в результате решения системы уравнений (1); E_0 — модуль упругости полупространства.

Рис. 1. Основная система при смешанном методе расчета стержня

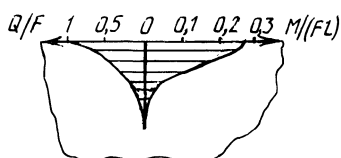
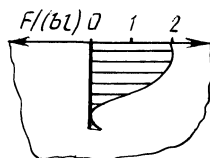
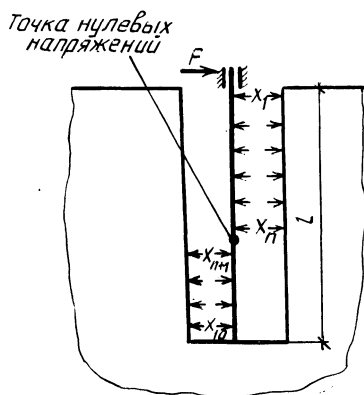


Рис. 2. Эпюры контактных напряжений и внутренних усилий в сечениях стержня при $F = 1$ ($u_0 = 4,076 F / (E_0 l)$, $E_0 l^4 / (EI) = 100$, $l/b = 10$, $\nu = 0,3$)

На рис. 2 даны эпюры напряжений и усилий для стержня с заземленной вершиной. Перемещение вершины стержня при учете нарушения сплошности основания примерно в 1,6 раза больше [5].

Полученные результаты могут найти применение при расчете горизонтально нагруженных свай и закладных деталей железобетонных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Босаков С.В. Изгиб стержня в упругом полупространстве с учетом разрыва сплошности упругого основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. — 1986. — № 1. — С. 21—23. 2. Завриев К.С. К расчету свай и свай-оболочек на горизонтальные и моментные нагрузки // Основания, фундаменты и механика грунтов. — 1974. — № 2. — С. 10—11. 3. Жемочкин Б.Н. Расчет упругой заделки стержня. Изгиб стержня в упругом полупространстве. — М., 1948. — 68 с. 4. Огранович А.Б., Горбунов-Посадов М.И. Расчет фундаментной стенки на горизонтальную нагрузку с учетом разрыва сплошности основания // Основания, фундаменты и механика грунтов. — 1966. — № 3. — С. 11—14. 5. Босаков С.В. Расчет вертикальных конструкций, находящихся в упругом полупространстве: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Мн., 1976. — 20 с.

УДК 624.072:681.3

В.М.ОВСЯНКО

МАТРИЦА ЖЕСТКОСТИ НЕСТАНДАРТНОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА И ЕГО ЭЛЕКТРОННАЯ МОДЕЛЬ

При расчете рамных каркасов промышленных зданий и сооружений, в частности при их выполнении из центрифугированных железобетонных элементов кольцевого сечения, необходим более полный учет характера изменения жесткостных характеристик стержней по их длине. Работу таких стержней отражает модель, показанная на рис. 1, а. Кроме стержня длиной l и погонной жесткостью $i = EI/l$, она содержит две узловые вставки (длиной a и b) с бесконечной жесткостью и два упругоподатливых шарнира с жесткостями c_1 и c_2 , модели которых имеют вид стержней с жесткостью EI_1 и EI_2 , связанных с остальными частями основной системы при помощи дополнительных бесконечно жестких вставок длиной h . Как известно, жесткость упругоподатливого шарнира есть изгибающий момент, необходимый для его поворота на единичный угол. Представив стержень жесткостью EI_1 и длиной h (рис. 1, б) в виде шарнирно опертой балочки (рис. 1, в), свяжем жесткость c_1 с жесткостью этой балочки EI_1 . Результат перемножения эпюр M_c и M_1 равен единице. Поэтому жесткости c_1 и аналогично c_2 равны:

$$c_1 = 3EI_1/h, \quad c_2 = 3EI_2/h. \quad (1)$$

Кроме того, целесообразно жесткости c_1 и c_2 выразить через погонную жесткость стержня i :

$$c_1 = k_1 \frac{EI}{l} = k_1 i, \quad c_2 = k_2 \frac{EI}{l} = k_2 i. \quad (2)$$

Повернем левый конец стержня на угол $\varphi_A = 1$ по часовой стрелке. В системе канонических уравнений метода сил $\Delta_{1c} = -R_1 \varphi_A = - (+1) 1 = -1$, $\Delta_{2c} =$