



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный
технический университет**

Кафедра «Инженерная экономика»

СТАТИСТИКА

Пособие

**Минск
БНТУ
2025**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Инженерная экономика»

СТАТИСТИКА

Пособие
для студентов специальности
6-05-0718-01 «Инженерная экономика»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области экономики и организации производства*

Минск
БНТУ
2025

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я7
С78

С о с т а в и т е л ь
Н. В. Зеленковская

Р е ц е н з е н т ы:
кафедра банковского бизнеса и финансовых технологий
Белорусского государственного университета
(зав. кафедрой, доктор экон. наук, профессор *А. И. Короткевич*);
зав. кафедрой «Экономика» УО «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
канд. экон. наук *И. В. Ермонина*

Статистика : пособие для студентов специальности 6-05-0718-01
С78 «Инженерная экономика» / сост. Н. В. Зеленковская. – Минск :
БНТУ, 2025. – 58 с.
ISBN 978-985-31-0138-6.

Пособие предназначено для закрепления теоретических и практических
знаний по дисциплине «Статистика» для студентов, получающих инженер-
но-экономическое образование.

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я7

ISBN 978-985-31-0138-6

© Белорусский национальный
технический университет, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД И ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ.....	4
2. РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ.....	7
3. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ.....	12
4. СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ	19
5. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.....	24
6. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ	27
7. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИИ	33
8. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПРИЗНАКАМИ	38
9. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ.....	47
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	57

1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД И ЗАДАЧИ СТАТИСТИКИ

Статистика – наука, которая разрабатывает специальную методологию исследования и обработки данных.

Статистика – это практическая деятельность по сбору и обработке массовых количественных данных о социально-экономическом состоянии страны, об отдельных отраслях, регионах, предприятиях.

Статистика – отрасль общественной науки, которая изучает количественную сторону качественно определенных массовых социально-экономических явлений и процессов, их структуру и распределение, размещение в пространстве, движение во времени, выявляя действующие количественные зависимости, тенденции и закономерности, причем в конкретных условиях места и времени.

Предметом изучения статистики является количественная определенность, присущая общественным явлениям.

Методологической основой статистики является изучение и анализ явления не изолировано, а в тесной связи с другими явлениями, и динамики их развития.

Статистическая методология – система приемов, способов и методов, направленных на изучение количественных закономерностей, проявляющихся в структуре, динамике и взаимосвязях социально-экономических явлений.

Статистическое исследование проводится следующими этапами:

- 1) статистическое наблюдение;
- 2) статистическая группировка;
- 3) анализ и обобщение статистических фактов.

Государственная статистика является составной частью информационной системы Республики Беларусь, которая призвана обеспечить государственные органы, средства массовой информации, научно-исследовательские организации, общественные объединения и население статистической информацией об экономическом и социальном положении государства на основе научных принципов организации сбора, анализа, обобщения и распространения этой информации.

Основные этапы развития статистики Республики Беларусь представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Этапы развития статистики Республики Беларусь

Год	Характеристика
1835 г.	Учреждение статистических комитетов в Вилейской, Витебской, Гродненской, Минской и Могилевской губерниях
1897 г.	Проведение первой переписи населения
1920 г.	Создание Центрального статического бюро Советской Социалистической Республики Беларусь
1953 г.	Образована кафедра статистики в Белорусском государственном институте народного хозяйства
1967 г.	Создание вычислительного центра
1997 г.	Принятие первого Закона Республики Беларусь «О государственной статистике»
2008 г.	Преобразование Министерства статистики и анализа Республики Беларусь в Национальный статистический комитет Республики Беларусь
2013 г.	Создание Единой информационной системы государственной статистики
2019 г.	Проведение первой на пространстве СНГ электронной переписи населения
2020 г.	100-летний юбилей органов белорусской статистики

Основными задачами статистики Республики Беларусь являются:

а) сбор, обработка, обобщение и анализ статистической информации о процессах, происходящих в экономической и социальной жизни Республики Беларусь и ее административно-территориальных образований, на основе научно обоснованной статистической методологии;

б) представление статистической информации государственным органам, а также ее распространение среди широкого круга пользователей в порядке, установленном республиканским органом государственного управления статистикой Республики Беларусь.

Основными принципами государственной статистики являются:

а) объективность и достоверность статистической информации;

б) стабильность и сопоставимость статистических данных;

в) доступность и открытость статистической информации в пределах, установленных законодательством Республики Беларусь.

Органами государственной статистики в Республике Беларусь являются:

- Национальный статистический комитет Республики Беларусь (Белстат) – республиканский орган государственного управления в области статистики;
- территориальные органы государственной статистики;
- государственные организации, уполномоченные на ведение государственной статистики;
- межведомственный совет по государственной статистике.

Правовой основой национальной статистической системы в Республике Беларусь являются следующие нормативные документы:

- Закон Республики Беларусь от 28.11.2004 г. № 345-З «О государственной статистике»;
- Закон Республики Беларусь от 13.07.2006 г. № 144-З «О переписи населения»;
- Закон Республики Беларусь от 26.08.2008 г. «О некоторых вопросах органов государственной статистики»;
- правовые акты, регламентирующие процессы статистического производства.

Контрольные вопросы

1. Понятие статистики.
2. История развития статистики.
3. Предмет статистики и его определение.
4. Теоретические основы статистики как науки.
5. Особенности статистической методологии.
6. Основные задачи и принципы организации государственной статистики в Республике Беларусь.

2. РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Статистическое наблюдение – массовое, планомерное, научно организованное наблюдение за явлениями социальной жизни, которое заключается в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности.

Цель наблюдения – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов.

Объект наблюдения – статистическая совокупность, в которой протекают исследуемые социально-экономические явления и процессы (физические лица (студенты, пенсионеры, население), физические единицы (дома, машины), юридические лица).

Процесс проведения статистического наблюдения включает этапы, представленные в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Этапы статистического наблюдения

Наименование этапа	Характеристика
1. Подготовка наблюдения	
1.1 методологическая подготовка	определение цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации; выбор отчетной единицы, методов и средств получения данных
1.2 организационная подготовка	подбор и подготовка кадров, составление календарного плана наблюдения; тиражирование документов
2. Сбор данных	проведение наблюдения, заполнение статистических формуляров
3. Подготовка данных к автоматизированной обработке	проверка собранных данных, арифметический и логический контроль
4. Разработка предложений по совершенствованию наблюдения	анализ результатов и разработка предложения по совершенствованию наблюдения

Единица наблюдения – составной элемент объекта, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации.

Признак – свойство, характерная особенность единицы объекта, которые можно наблюдать или измерить. Признаки делятся на качественные и количественные.

Отчетная единица – субъект, от которого поступают данные о единице наблюдения. Отчетная единица и единица наблюдения могут совпадать.

Программа наблюдения – перечень признаков, подлежащих регистрации в процессе наблюдения. Программа выражается в перечне вопросов переписного (опросного) листа, должна содержать существенные признаки, характеризующие явление.

Организационные формы статистического наблюдения:

– *статистическая отчетность* – форма статистического наблюдения, предоставляемая статистическим органам, содержащая необходимые данные о предприятии в виде установленных в законном порядке отчетных документов, скрепляемых подписями лиц, ответственных за предоставление сведений;

– *специально организованное наблюдения* (перепись) проводится с целью получения сведений, отсутствующих в отчетности, или для проверки ее данных;

– *регистровое наблюдение* – это форма непрерывного статистического наблюдения за долговременными процессами, имеющее фиксированное начало, стадию развития и фиксированный конец. Основано на ведении статистического регистра, в котором каждая единица характеризуется совокупностью показателей. Один из них регистрируется один раз и остается неизменным на протяжении всего времени (регистр населения, регистр предприятия).

Способы статистического наблюдения:

– *непосредственное наблюдение* – регистраторы путем замера, подсчета, взвешивания устанавливают факт, подлежащий регистрации;

– *документальный способ наблюдения* основан на использовании данных статистической отчетности для получения необходимых сведений;

– *опрос* – способ наблюдения, при котором необходимые сведения получают со слов респондента (устный, саморегистрация, корреспондентский способ (получение сведений от добровольных корреспондентов), анкетный способ (сбор информации в виде анкеты),

явочный способ (сбор сведений явочным порядком респондентов (рождение).

Сплошное наблюдение направлено на получение информации о всех единицах совокупности. Такой вид наблюдения трудоемок и дорогостоящ.

Несплошное наблюдение изначально предполагает, что обследованию подлежит лишь часть единиц изучаемой совокупности. При его проведении следует заранее определить, какая часть единиц изучаемой совокупности подлежит обследованию.

Виды несплошного наблюдения:

- *выборочное наблюдение* основано на принципе случайного отбора тех единиц изучаемой совокупности, которые должны быть подвергнуты наблюдению;

- *метод основного массива* состоит в обследовании самых существенных, обычно наиболее крупных единиц совокупности, которые по основному признаку имеют наибольший удельный вес в совокупности;

- *монографическое обследование* – это тщательное обследование отдельных единиц изучаемой совокупности, обычно представителей каких-либо типов явлений, с высокой степенью детализации. Проводится с целью выявления тенденций в развитии данного явления, а также с целью составления программы массового обследования общественного явления.

Ошибки наблюдения и контроль статистических данных.

Ошибки наблюдения – расхождения между данными наблюдения и фактическими значениями признаков исследуемого явления.

Виды ошибок:

- *методические ошибки* возникают в результате использования несовершенных методик, неправильных теоретических концепций, лежащих в основе исследования;

- *ошибки регистрации* возникают при получении данных об отдельных единицах совокупности вследствие неправильного установления фактов в процессе наблюдения или неправильной их записи.

Подразделяются на объективные (непреднамеренные) ошибки, причина появления – неправильное восприятие наблюдаемых фактов, неисправность измерительных приборов и неправильная регистрация; субъективные (преднамеренные) ошибки, возникающие по

причине сознательного искажения фактов (преднамеренные ошибки и приписки);

– *ошибки репрезентативности (представительности)* возникают в результате того, что несплошное наблюдение не полностью отражает состав и свойства всей изучаемой совокупности.

Процедура контроля за статистическими данными включает:

– проверку материалов наблюдения на полноту и правильность оформления. Проверяется полнота охвата статистических единиц наблюдения, правильность заполнения каждого формуляра;

– арифметический (счетный) контроль, основан на использовании количественных связей между показателями, которые могут быть проверены арифметическими действиями. Используется для проверки итоговых данных;

– логический контроль основан на использовании логической взаимосвязи показателей, установлении логического соответствия между ними.

Практическое задание

Выполнить статистическое наблюдение. Провести статистическое исследование (например, изучить мнение студентов об организации учебного процесса в вузе). Способ наблюдения – опрос. Для этого необходимо:

– определить цели, объект и единицу наблюдения, признаки, подлежащие регистрации;

– с помощью Google-форм составить анкету, в которой разработать не менее 10 вопросов разных видов (открытые – без вариантов ответа и закрытые: альтернативные – с двумя вариантами ответа – «да», «нет», многовариантные – с несколькими вариантами ответа, многовариантные с одним вариантом ответа);

– провести опрос (количество опрашиваемых – не менее 100 человек);

– произвести наблюдение и результаты его представить в виде статистических таблиц и графиков.

Контрольные вопросы

1. Понятие о статистическом наблюдении.
2. Этапы проведения статистического наблюдения.
3. Организационные формы и способы статистического наблюдения.
4. Сплошное и несплошное статистическое наблюдение.
5. Ошибки наблюдения и контроль статистических данных.

3. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Выборочное наблюдение – несплошное наблюдение, при котором обследованию подвергаются единицы совокупности, выбранные случайным образом.

Выборочное наблюдение позволяет по выбранной совокупности дать характеристику показателям генеральной совокупности в более короткие промежутки времени и с наименьшими затратами средств и труда.

Генеральная совокупность – вся совокупность единиц, из которой осуществляется отбор.

Выборочная совокупность (выборка) – единицы, отобранные для непосредственного наблюдения.

Доля единиц, обладающих исследуемым признаком:

– в генеральной совокупности – генеральная доля:

$$p = \frac{M}{N}, \quad (1)$$

где N – число единиц генеральной совокупности;

M – число единиц генеральной совокупности, обладающих исследуемым признаком;

– в выборочной совокупности – выборочная доля:

$$w = \frac{m}{n}, \quad (2)$$

где n – число единиц выборочной совокупности;

m – число единиц выборочной совокупности, обладающих исследуемым признаком.

Дисперсия количественного признака:

– генеральной совокупности – дисперсия признака в генеральной совокупности:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}, \quad (3)$$

где $\bar{x}$ – генеральная средняя – средняя величина изучаемого варьирующего признака;

– выборочной совокупности – дисперсия признака в выборочной совокупности:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n}, \quad (4)$$

где $\tilde{x}$ – выборочная средняя – это средняя величина в выборке.

Дисперсия доли (качественного признака):

– генеральной совокупности:

$$\sigma_p^2 = p \cdot q, \quad (5)$$

где q – доля единиц, не обладающих изучаемым признаком;

– выборочной совокупности:

$$\sigma_w^2 = w \cdot (1 - w). \quad (6)$$

Выборочное наблюдение может быть:

– бесповторное, отобранная единица регистрируется и в генеральную совокупность не возвращается;

– повторное, отобранная единица возвращается в генеральную совокупность и у нее появляется шанс быть отобранной еще.

Способы выборочного наблюдения

Случайная выборка – отбор производится из всей массы единиц генеральной совокупности.

Механическая выборка проводится в выборе единиц совокупности механически – каждая двадцатая (при 5 %-м отборе), десятая (при 10 %-м отборе), пятая (при 20 %-м отборе), четвертая (при 25 %-м отборе) и т. д.

Типическая выборка – генеральная совокупность делится на группы по типическому признаку, а затем из каждой группы отбирают единицы. Различают отбор пропорциональный – из каждой группы

отбирают одинаковый процент признаков; непропорциональный – из каждой группы отбирают одинаковое количество признаков.

Серийная выборка – выбирают не отдельные единицы, а целые партии, серии, гнезда (группы студентов, бригады рабочих, партии продукции).

Комбинированная выборка предполагает использование нескольких видов отбора (серийная – механическая, гнездовая – повторная).

Метод моментных наблюдений – в определенные моменты времени фиксируется наличие определенных элементов процесса. Определяется при изучении рабочего времени.

Ошибки случайной выборки. Так как наблюдается не вся совокупность, а только ее часть, то возникают ошибки репрезентативности (представительности).

Средняя ошибка определяется для повторного и бесповторного отбора.

Таблица 3.1

Средняя ошибка

Средняя ошибка	Способ отбора	
	повторный	бесповторный
1	2	3
Случайный и механический отбор		
средней	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n}}$	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n} - (1 - \frac{n}{N})}$
доли	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} - (1 - \frac{n}{N})}$
Типический пропорциональный отбор		
средней	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} - (1 - \frac{n}{N})}$
доли	$\mu_w = \sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n} - (1 - \frac{n}{N})}$

1	2	3
Серийный отбор		
средней	$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\delta_{\tilde{x}}^2}{r}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_{\tilde{x}}^2}{r} \left(\frac{R-r}{R-1} \right)}$
доли	$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \left(\frac{R-r}{R-1} \right)}$

Межгрупповая дисперсия средних при серийной выборке:

$$\delta_{\tilde{x}}^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \tilde{x})}{R}. \quad (7)$$

Межгрупповая дисперсия доли при серийной выборке:

$$\delta_w^2 = \frac{\sum (w - \bar{w})}{R}, \quad (8)$$

где R – общее число серий;

r – число отобранных серий;

$\tilde{x}_i$ – средняя i -й серии;

$\tilde{x}$ – средняя по всей выборочной совокупности;

w – доля признака i -й серии;

$\bar{w}$ – общая доля признака во всей выборочной совокупности.

Предельная ошибка дает возможность определить разность между величиной средней в генеральной совокупности и ее величиной, вычисленной по результатам выборочного наблюдения.

Величина предельной ошибки выборки не должна превышать соотношения:

– для средней величины:

$$\Delta \leq t\mu_{\tilde{x}}, \quad (9)$$

где t – коэффициент доверия, указывает на значение вероятности того, на какую величину генеральная средняя будет отличаться от выборочной средней;

– для доли:

$$\Delta \leq t\mu_w. \quad (10)$$

Определение необходимого объема выборки. При проведении выборочного наблюдения часто возникает необходимость в определении численности наблюдения при устраивающих исследователя требованиях. Число наблюдений выражается из формулы предельной ошибки.

Таблица 3.2

Необходимый объем выборки

Необходимый объем выборки	Способ отбора	
	повторный	бесповторный
Случайный и механический отбор		
средней	$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}$
доли	$n = \frac{t^2 w(w-1)}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2 w(w-1)N}{\Delta^2 N + t^2 w(w-1)}$
Типический пропорциональный отбор		
средней	$n = \frac{t^2 \overline{\sigma^2}}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2 \overline{\sigma^2} N}{\Delta^2 N + t^2 \overline{\sigma^2}}$
доли	$n = \frac{t^2 \overline{w \cdot (w-1)}}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 \overline{w(w-1)}N}{\Delta^2 N + t^2 \overline{w(w-1)}}$
Серийный отбор		
средней	$r = \frac{t^2 \delta^2}{\Delta^2}$	$r = \frac{t^2 \delta^2 R}{\Delta^2 R + t^2 \delta^2}$
доли	$r = \frac{t^2 w_i(w_i-1)}{\Delta^2}$	$r = \frac{t^2 w_i(w_i-1)R}{\Delta^2 R + t^2 w_i(w_i-1)}$

Распределение результатов выборочного наблюдения на генеральную совокупность. Зная предельную ошибку и выборочные параметры можно предположить пределы, в которых изменяется величина показателя генеральной совокупности:

$$\bar{x}_{\text{выб}} - \Delta \leq \bar{x} \leq \bar{x}_{\text{выб}} + \Delta. \quad (11)$$

Аналогично определяется генеральное среднее квадратическое отклонение.

Практическое задание

1. При обследовании 600 деталей, отобранных из общего количества 13 600 деталей при бесповторном случайном отборе, 40 выявлено нестандартных. С вероятностью 0,997 определите границы, в которых находится часть нестандартных деталей.

2. На предприятии с количеством работающих 1 550 человек проведено выборочное обследование методом случайного бесповторного отбора (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Результаты выборочного исследования

Возраст работающих, лет	до 30	30–40	40–50	50–60	более 60
Количество работающих в выборке, чел.	14	36	22	7	6

Определить средний возраст работающих, среднее квадратическое отклонение и дисперсию возраста работающих, с вероятностью 0,954 предельную ошибку и интервал, в котором находится средний возраст работающих.

3. Для определения срока службы оборудования проведено 20 %-е выборочное обследование по методу случайного бесповторного отбора (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Результаты выборки

Срок службы, лет	до 3	3–5	5–7	7–9	9–11	более 11
Число станков, шт.	96	104	116	100	97	90

Определить средний срок службы оборудования в выборочной совокупности; с вероятностью 0,997 ($t = 3$) предельную ошибку выборки и возможные пределы среднего срока службы станков по генеральной совокупности; с вероятностью 0,954 ($t = 2$) ошибку выборочной доли и границы удельного срока службы станков в генеральной совокупности.

4. В целях контроля качества комплектующих из партии изделий, упакованных в 50 ящиков по 20 изделий в каждом, была произведена 10 %-я серийная выборка. По попавшим в выборку ящикам среднее отклонение параметров изделия от нормы соответственно составило 9, 11, 12, 8 и 14 мм.

Определить с вероятностью 0,954 среднее отклонение параметров по всей партии в целом.

5. Для определения скорости расчетов с кредиторами предприятий концерна была проведена случайная выборка 100 платежных документов, по которым средний срок перечисления и получения денег оказался равным 20 дням со средним квадратическим отклонением 7 дней.

Определить с вероятностью $P = 0,954$ предельную ошибку выборочной средней и доверительные пределы, в которых будет находиться средняя продолжительность расчетов предприятий данной корпорации с кредиторами.

Контрольные вопросы

1. Понятие о выборочном наблюдении, причины и условия его применения.

2. Генеральная и выборочная совокупности и их обобщающие характеристики.

3. Способы отбора единиц из генеральной совокупности.

4. Ошибки выборочного наблюдения. Определение необходимой численности выборки.

5. Способы распространения выборочных данных на генеральную совокупность.

4. СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Сводка – набор действий по упорядочению и обработке первичного материала с целью выявления типичных черт и закономерностей изучаемых явлений и процессов.

Сводка охватывает операции:

- по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения;
- включающие группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представление результатов группировки и сводки в виде статистических таблиц.

Группировка – распределение результатов сводки на однородные группы по существенным признакам и определенным правилам. Группировка позволяет выявить характерные свойства групп явлений и процессов, обнаружить закономерности их развития.

Ряды распределения – упорядоченное расположение единиц изучаемой совокупности на группы по группировочному признаку.

Ряды распределения могут быть образованы по:

- качественному (атрибутивному) признаку, не имеющему числового выражения;
- количественному признаку, имеющему числовое выражение.

Ряды распределения по количественному признаку подразделяются на:

1) ранжированные, в которых единицы совокупности выбранного признака располагаются в порядке возрастания или убывания;

2) вариационные, которые состоят из двух элементов:

- варианта – это отдельное значение варьируемого признака, которое он принимает в ряду распределения;
- частота – число повторений признака в группе.

Вариационные ряды по способу построения бывают:

1) *дискретные* – упорядоченные по возрастанию (убыванию) множество вариантов. Дискретный вариационный ряд основан на прерывной вариации признака (например, число касс в магазине, число комнат в квартире);

2) *интервальные*, основанные на непрерывно изменяющемся значении количественного признака (себестоимость, товарооборот и т. д.).

Количество групп интервалов определяют по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N, \quad (12)$$

где n – число групп;

N – численность совокупности.

Интервальные вариационные ряды с равными интервалами применяются, если распределение значений варьируемого признака носит равномерный характер.

Величина интервала определяется по формуле

$$h = \frac{x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}}}{K}, \quad (13)$$

где h – величина интервала;

$x_{\text{макс}}$ – максимальное значение признака;

$x_{\text{мин}}$ – минимальное значение признака;

K – количество групп, которое можно определить по формуле.

При формировании интервалов определяют границы интервала:

– нижняя – наименьшее значение признака в интервале;

– верхняя определяется прибавлением к нижней границе величины интервала:

$$x_{\text{верхн.}} = x_{\text{нижн.}} + h, \quad (14)$$

где x – нижняя граница интервала.

Интервальные вариационные ряды с интервалами разной величины применяются, когда значения признака варьируют не равномерно, так как максимальное значение в несколько десятков, сотен, или тысяч раз больше минимального значения.

Неравные интервалы могут быть:

– прогрессивно возрастающими;

– прогрессивно убывающими;

– произвольной величины.

Величина интервала прогрессивно возрастающая (убывающая) определяется по формуле:

– в арифметической прогрессии:

$$h_{i+1} = h_i + a, \quad (15)$$

где a – постоянное число, положительное при возрастающих интервалах (отрицательное при убывающих интервалах);

– в геометрической прогрессии:

$$h_{i+1} = h_i \cdot b, \quad (16)$$

где b – постоянное положительное число, которое будет при возрастающих интервалах больше единицы (при убывающих интервалах – меньше единицы).

В группировках интервалы могут быть открытыми и закрытыми:

– закрытые – интервалы, у которых указаны обе границы;

– открытые интервалы, у которых указана только одна граница, верхняя или нижняя.

Группировка может быть построена по двум признакам. Для этого по каждому признаку определяется величина интервала. Один признак размещается в таблице горизонтально, второй – вертикально. Частоты проставляются на пересечении значений признаков «х» и «у».

Существуют два метода построения вторичной группировки:

– изменяется величина интервала с целью сравнения данных по нескольким предприятиям;

– закрепляется удельный вес признаков за группой. Группы подразделяются на мелкие, средние, крупные. За каждой группой закрепляется разный удельный вес признаков.

Для интервальных рядов распределения определяются:

– частоты:

$$w_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad (17)$$

где f_i – частота;

– абсолютная плотность распределения:

$$h_a = \frac{f_i}{h_i}, \quad (18)$$

– относительная плотность распределения:

$$h_o = \frac{w_i}{h_i}. \quad (19)$$

где w_i – частость.

Практическое задание

1. Имеются следующие данные о количестве филиалов каждого из двадцати банков в городе. Количество филиалов в городе у разных банков: 2, 4, 3, 5, 4, 4, 6, 5, 4, 3, 4, 3, 4, 5, 3, 4, 6, 3, 5, 4. Построить ряд распределения.

Определить частоту, накопленную частоту, частость, накопленную частость, абсолютную и относительную плотность распределения. Дать графическое изображение ряда.

2. Имеются следующие данные о количестве заявок на автомобиль технической помощи по дням: 11; 2; 5; 14; 7; 2; 8; 10; 2; 6; 10; 8; 3; 13; 11; 8; 8; 2; 9; 8; 5; 14; 5; 10; 12; 6; 8; 2; 8; 7; 9; 2; 8; 4; 6; 13; 5; 3; 12; 2; 2; 7; 9; 8; 5; 8; 6; 10; 11; 5. Построить ряд распределения.

Определить величину интервала группировки, частоту, накопленную частоту, частость, накопленную частость, абсолютную и относительную плотность распределения. Дать графическое изображение ряда.

3. В таблице 4.1 имеются данные о распределении предприятий двух регионов по численности работников. Построить группировку по двум признакам.

Таблица 4.1

Исходные данные

Регион 1			Регион 2		
Группы предприятий по численности работников, чел.	Число предприятий, %	Численность работников, %	Группы предприятий по численности работников, чел.	Число предприятий, %	Численность работников, %
1	2	3	4	5	6
До 50	30	1	До 100	32	1
51–100	25	2	101–250	28	6

Окончание табл. 4.1

1	2	3	4	5	6
101–500	25	3	251–500	12	8
501–1000	9	9	501–1000	10	10
1001–2000	5	10	1001–2500	9	12
2001–5000	3	15	2501–7500	5	15
5001–8000	2	22	7501–10000	3	23
8001 и более	1	38	10001 и более	1	25
Итого	100	100	Итого	100	100

Построить вторичную группировку данных о распределении предприятий, пересчитав данные региона 2 в соответствии с группировкой региона 1.

4. На основании данных таблицы 4.2 построить группировки с равновеликими интервалами по каждому из признаков. На основании построенных группировок построить группировку по двум признакам вместе.

Таблица 4.2

Исходные данные

Показатель	Предприятие																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Численность работников, чел.	22	10	31	97	12	14	51	62	87	84	97	72	69	42	63	91	43
Рентабельность имущества, %	13	4	6	11	14	5	6	18	9	8	2	12	15	7	6	10	9

Контрольные вопросы

1. Понятие о статистическом наблюдении.
2. Этапы проведения статистического наблюдения.
3. Организационные формы и способы статистического наблюдения.
4. Сплошное и несплошное статистическое наблюдение.

5. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Абсолютные показатели являются первичной формой статистических показателей, подразделяются на:

- индивидуальные абсолютные показатели, которые получают в результате статистического наблюдения путем подсчета, измерения;
- общие (сводные) объемные показатели, которые получают в результате сводки и группировки статистических данных и представляют собой общую величину всего объекта или его части.

Единицы измерения абсолютных показателей:

- натуральные единицы измерения выражают признак в физических мерах (килограммы, тонны, метры);
- условно-натуральные единицы применяют, если необходимо свести в единый итог разнородную продукцию, имеющую одинаковые потребительные свойства. Для перевода в условно-натуральные единицы используется коэффициент пересчета:

$$K_{\text{пер}} = \frac{N_i}{N_0}, \quad (20)$$

где N_i – технический параметр каждого изделия;

N_0 – технический параметр изделия принятого за базу сравнения;

- стоимостные абсолютные показатели дают денежную оценку явлению (в расчетных билетах – РБНЦБ РБ, РБЦБ РФ, в валюте – евро, доллар);
- трудовые единицы измерения позволяют учитывать трудоемкость производства продукции, работ, услуг;
- комбинированные абсолютные показатели содержат в единицах измерения несколько наименований абсолютных величин (кВт-час, человеко-час).

Относительные величины определяются соотношением двух абсолютных величин. Измеряются относительные величины в локальных единицах (безразмерных), в процентах, промилле, пропромилле и так далее.

Статистика выделяет следующие виды относительных величин:

- *относительная величина планового задания*, которая определяется отношением плановой величины признака в отчетном периоде к его фактической величине в базисном периоде;

- *относительная величина выполнения плана*, которая определяется отношением фактической величины признака к его плановой величине в анализируемом периоде;
- *относительная величина динамики*, которая определяется отношением фактического (планового) уровня данного периода к фактическому (плановому) уровню базисного периода;
- *относительная величина структуры*, которая определяется отношением частей целого к общему итогу;
- *относительная величина координации*, которая определяется соотношением между частями единого целого;
- *относительная величина сравнения*, которая определяется соотношением двух одинаковых признаков, принадлежащих к разным объектам в одном периоде времени;
- *относительная величина интенсивности развития*, которая определяется соотношением различных признаков, принадлежащих одному объекту в одном периоде времени. Показывает степень распространения одного признака в другом. Единицы измерения данного показателя состоят из единиц измерения тех абсолютных величин, которые используются в определении относительной величины.

Практическое задание

1. Информация о пяти предприятиях за отчетный и базисный периоды по плану и по факту представлена в таблице 5.1.

Таблица 5.1

Исходные данные

Пред- приятие	Производ- ственная площадь, м ²	Выпуск продукции в базисном периоде, тыс. руб.		Отчетный период					
				выпуск продукции, млн руб.					числен- ность работ- ников
				план	факт	в том числе по видам продукции			
		А	Б			В			
1	279	10 038	10 395	14 380	13 740	9 952	358	3 430	56
2	129	19 400	19 200	25 123	26 238	8 960	6 992	10 286	78
3	89	8 563	9 120	10 230	10 450	3 450	3 920	3 080	30
4	142	14 230	13 980	16 420	17 420	5 120	6 230	6 070	84
5	210	6 450	6 120	6 450	7 190	2 400	2 640	2 150	32

Определить все возможные относительные величины.

2. Предприятие планировало увеличить выпуск продукции в текущем году по сравнению с предыдущим на 24 %. Фактический выпуск продукции в текущем году составил 118 %.

Определить относительный показатель выполнения плана.

3. Производство электроэнергии в области составило 17,2 млрд кВт·ч при среднегодовой численности населения 8,4 млн чел.

Определить относительную величину интенсивности, характеризующую производство электроэнергии на душу населения.

Контрольные вопросы

1. Понятие, формы выражения и виды статистических показателей.
2. Абсолютные показатели: единицы измерения, виды.
3. Перевод в условно-натуральные единицы.
4. Относительные показатели: виды, единицы измерения, область применения.

6. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Средним называется обобщающий показатель статистической совокупности, характеризующий наиболее типичный уровень явления. Он показывает величину признака, отнесенную к единице совокупности.

Средние показатели:

- отражают общее, характерное всем единицам совокупности;
- взаимопоглащают отклонения значений признака, которые возникают под воздействием случайных факторов.

Используются две категории средних величин: степенные средние, структурные средние.

Структурные средние. К ним относятся мода и медиана.

Мода – это варианта с наибольшей частотой:

- для дискретных рядов мода определяется визуально;
- в интервальных рядах распределения устанавливается модальный интервал (с наибольшей частотой), затем определяется мода по формуле

$$Mo = x_{mo} + \frac{f_{mo} - f_{(mo-1)}}{(f_{mo} - f_{(mo-1)}) + (f_{mo} - f_{(mo+1)})} \cdot h_{mo}, \quad (21)$$

где f_{mo} – частота модального интервала, т. е. интервала, содержащего наибольшее число вариант (наибольшую частоту);

f_{mo-1} – частота интервала, предшествующего модальному;

f_{mo+1} – частота интервала, следующего за модальным;

f_{mo} – длина модального интервала;

x_{mo} – нижняя граница модального интервала.

Медиана – соответствует варианту, стоящей в середине упорядоченного ряда:

- для ранжированного ряда с нечетным числом членов медианой является вариант, расположенная в центре ряда; с четным числом членов медиана определяется из двух смежных центральных вариантов как среднеарифметическая величина. Положение медианы определяется ее номером:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2}, \quad (22)$$

где n – количество значений в совокупности данных;

– в дискретном вариационном ряду медиану определяют по накопленным частотам:

1) находят порядковый номер медианы:

$$N_{Me} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{2}, \quad (23)$$

2) строят ряд накопленных частот;

3) находят накопленную частоту, которая равна порядковому номеру медианы или его превышает;

4) медианой является варианта, соответствующая накопленной частоте, установленной в пункте 3;

– в интервальном ряду:

1) медианный интервал – интервал, у которого сумма накопленных частот составляет половину или больше половины всей суммы частот ряда;

2) мода определяется по формуле

$$Me = x_{Me} + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - S_{(Me-1)}}{f_{Me}} \cdot h_{Me}, \quad (24)$$

где S_{Me-1} – кумулятивная (накопленная) частота интервала, предшествующего медианному;

x_{Me} – нижняя граница медианного интервала;

f_{Me} – частота медианного интервала;

h_{Me} – длина медианного интервала.

Степенные средние.

Средняя арифметическая – среднее значение признака, при получении которого сохраняется неизменным общий объем признака в совокупности:

– арифметическая простая (невзвешенная) применяется для негруппированных данных:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \quad (25)$$

где x_i – i -й вариант усредняемого признака ($i = \overline{1, n}$);

n – число вариант;

– арифметическая взвешенная используется, когда данные представлены в виде рядов распределения или группировок:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}, \quad (26)$$

где f_i – частота повторяемости i -го варианта.

Средняя гармоническая – обратная средней арифметической:

– гармоническая простая (невзвешенная) используется в случае, когда веса значений признака равны:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum 1/x_i}, \quad (27)$$

– гармоническая взвешенная используется, когда известны индивидуальные значения признака и веса:

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}, \quad (28)$$

$$w_i = x_i f_i. \quad (29)$$

Средняя геометрическая применяется, когда индивидуальные значения признака представлены в виде относительных величин:

– геометрическая простая (невзвешенная):

$$\bar{x} = \sqrt[k]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_k} = \sqrt[k]{\prod x_i}; \quad (30)$$

– геометрическая взвешенная:

$$\bar{x} = \sqrt[m]{x_1^{m_1} \cdot x_2^{m_2} \cdot \dots \cdot x_k^{m_k}} = \sqrt[m]{\prod x_i^{m_i}}. \quad (31)$$

Средняя квадратическая величина применяется при расчете показателей вариации:

– квадратическая простая (невзвешенная):

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}, \quad (32)$$

– квадратическая взвешенная:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}. \quad (33)$$

Практическое задание

1. По данным таблицы 6.1 определить среднее значение, моду и медиану признака – количество филиалов организаций в городе.

Таблица 6.1

Исходные данные

Количество филиалов организации в городе	2	3	4	5	6
Число организаций	1	5	8	4	2

2. По имеющимся данным о ценах товара в различных фирмах города определить среднюю цену, моду и медиану: 4,4; 4,3; 4,4; 4,5; 4,3; 4,3; 4,6; 4,2; 4,6 ден. ед.;

3. По данным таблицы 6.2 определить среднее значение, моду и медиану размера прибыли.

Таблица 6.2

Исходные данные

Номер группы	Размер прибыли, тыс. руб.	Число банков
1	3,7–4,6	3
2	4,6–5,5	3
3	5,5–6,4	7
4	6,4–7,3	4
5	7,3–8,2	3

4. Имеются данные о дневной выработке продукции рабочими первого и второго цехов, представленные в таблице 6.3. Вычислить среднюю дневную выработку продукции рабочих по первому и второму цехам отдельно. Указать, какой вид средней величины надо применять для вычисления этих показателей.

Таблица 6.3

Исходные данные

Бригада	Цех 1		Цех 2	
	Дневная выработка, шт.	Число рабочих, чел.	Дневная выработка, шт.	Объем выпуска, шт.
1	44	8	38	418
2	54	11	36	432
3	39	16	20	140

5. В таблице 6.4 имеются данные по трем обменным пунктам о курсе доллара и выручке от продажи валюты. Рассчитать средний курс доллара по этим обменным пунктам.

Таблица 6.4

Исходные данные

Номер обменного пункта	Валютный курс	Выручка от продажи валюты, тыс. руб.
1	3,110	23 242,47
2	3,193	29 870,27
3	3,204	14 951,40

6. В таблице 6.5 имеются данные о темпах роста выпуска продукции. Определить среднегодовой темп роста за 5 лет.

Таблица 6.5

Исходные данные

Год	1	2	3	4	5
Темп роста выпуска продукции, %	113	106	98	116	110

7. Вычислить средний процент выполнения плана выпуска продукции по данным для первой и второй группы организаций. Указать, какой вид средней надо применять для вычисления этих показателей. Сравнить средние проценты выполнения плана двух групп заводов.

Таблица 6.6

Данные по двум группам организаций объединения

Номер органи- зации	Первая группа		Номер органи- зации	Вторая группа	
	фактический выпуск продукции, млн руб.	выполнение плана вы- пуска про- дукции, %		выпуск продукции по плану, млн руб.	выполнение плана вы- пуска про- дукции, %
1	283	105,0	1	373	110,2
2	367	98,0	2	288	100,0
3	373	100,0	3	358	95,0

Контрольные вопросы

1. Сущность и значение средних показателей.
2. Структурные средние: виды, способы определения.
3. Степенные средние: виды, условия применения, особенности определения.

7. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВАРИАЦИИ

Вариация признака – различие индивидуальных значений признака внутри изучаемой совокупности, т. е. колеблемость, многообразие, изменяемость величины признака у отдельных единиц совокупности.

Вариация возникает в результате того, что индивидуальные значения складываются под влиянием разнообразных факторов.

Абсолютные показатели вариации

1. *Размах вариации признака* определяется по формуле

$$R = x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}}, \quad (34)$$

где $x_{\text{макс}}$ – максимальное значение признака;

$x_{\text{мин}}$ – минимальное значение признака.

Показывает, насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими самое маленькое и самое большое значение признака. Показатель основан на крайних значениях варьирующего признака и не отражает отклонений всех вариантов в ряду.

2. *Среднее линейное отклонение* – средняя величина из абсолютных отклонений вариантов признака от средней, рассчитывается по формуле:

– для несгруппированных данных:

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (35)$$

– для сгруппированных данных:

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}, \quad (36)$$

где x_i – значение признака в дискретном ряду или середина интервала в интервальном распределении;

f_i – частота признака.

Среднее линейное отклонение выражено в тех же единицах измерения, что и варианты или их средняя. Показывает, на какую величину отклоняется признак в изучаемой совокупности от средней величины признака.

3. *Дисперсия* – средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средних величин, вычисляется по формулам:

– для несгруппированных данных:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad (37)$$

– для сгруппированных данных:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}. \quad (38)$$

4. *Среднее квадратическое отклонение* исчисляется путем извлечения квадратного корня из дисперсии:

– для несгруппированных данных:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \quad (39)$$

– для сгруппированных данных:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}. \quad (40)$$

Среднее квадратическое отклонение показывает, насколько в среднем отклоняются конкретные варианты признака от его среднего значения.

Относительные показатели

Используются для сравнения показателей вариации разных признаков, имеющих существенное различие в уровнях признаков и для оценки интенсивности вариации.

1. Относительный размах вариации (коэффициент осцилляции):

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100 \%, \quad (41)$$

2. Относительное линейное отклонение (линейный коэффициент вариации):

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100 \%, \quad (42)$$

3. Коэффициент вариации:

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \%. \quad (43)$$

Допустимые пределы колебания коэффициента вариации в ряду приблизительно 30–35 %, тогда совокупность признается однородной.

Межгрупповая и внутригрупповая дисперсия. Если необходимо определить дисперсию для нескольких рядов, то можно воспользоваться формулой сложения дисперсий:

$$\sigma_{(x)}^2 = \sigma_{(м.г)}^2 + (\bar{\sigma})_{(в.г)}^2, \quad (44)$$

где $\sigma_{(м.г)}^2$ – межгрупповая дисперсия;

$(\bar{\sigma})_{(в.г)}^2$ – средняя из внутригрупповых дисперсий.

Межгрупповая дисперсия характеризует систематическую вариацию, т. е. часть вариации, происходящую под влиянием неучтенных факторов и независимую от признака фактора, положенного в основу группировки:

$$\sigma_{(м.г)}^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2 n_i}{\sum n_i}, \quad (45)$$

где $\bar{x}_i$ – средняя арифметическая в каждой группе;

n – количество признаков в группе;

$\bar{x}_0$ – общая средняя.

Общая средняя определяется по формуле

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum \bar{x}_i n_i}{\sum n_i}. \quad (46)$$

Внутригрупповая дисперсия отражает случайную вариацию, т. е. часть вариации, происходящую под влиянием неучтенных факторов и независящую от признака – фактора, положенного в основу группировки:

$$\sigma_{(x)i}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i}. \quad (47)$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий определяется по формуле

$$\bar{\sigma}_{(B.T)}^2 = \frac{\sum \sigma_{(x)i}^2 \cdot n_{(i)}}{\sum n_{(i)}}. \quad (48)$$

Практическое задание

1. Имеются следующие данные о ценах товара в различных фирмах города: 4,4; 4,3; 4,4; 4,5; 4,3; 4,3; 4,6; 4,2; 4,6; 4,1 ден. ед.

Определить абсолютные и относительные показатели вариации.

2. Исходные данные о количестве филиалов в организации представлены в таблице 7.1

Таблица 7.1

Исходные данные

Количество филиалов в организации	2	3	4	5	6
Число организаций	1	5	8	4	2

Определить абсолютные и относительные показатели вариации.

3. Заработная плата работников организации за определенный период представлена в таблице 7.2.

Таблица 7.2

Исходные данные

Заработная плата, руб.	до 1 000	1 000–2 000	2 000–3 000	3 000–4 000	4 000–5 000	более 5 000
Численность работников, чел.	24	28	40	32	26	19

Определить абсолютные и относительные показатели вариации, степень однородности исследуемой совокупности.

4. Количество изготовленных деталей работниками первой и второй бригады представлено в таблице 7.3.

Таблица 7.3

Исходные данные

Первая бригада		Вторая бригада	
Номер работника	Изготовлено деталей за 1 ч, шт.	Номер работника	Изготовлено деталей за 1 ч, шт.
1	13	8	18
2	2	9	4
3	14	10	19
4	15	11	22
5	17	12	20
6	16	13	24
7	15	14	23

Определить групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию.

Контрольные вопросы

1. Понятие вариации статистической величины и ее значение.
2. Вариация альтернативного признака.
3. Виды дисперсий и правило их сложения.
4. Теоретические распределения в анализе вариационных рядов.

8. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПРИЗНАКАМИ

Параметрические показатели

Связи между явлениями и их признаками классифицируются:

- по степени и направлению тесноты связи. Силу (тесноту) статистической связи оценивает корреляционный анализ;
- по аналитическому выражению. Форму статистической связи исследует регрессионный анализ.

Корреляция – это статистическая зависимость между случайными величинами, не имеющая строго функционального характера, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению другой.

Корреляционная связь обуславливает изменение среднего значения результативного признака изменением факторных признаков.

При наличии линейной зависимости коэффициент парной корреляции характеризует тесноту и направление связи между двумя коррелируемыми признаками:

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{\left[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 \right] \cdot \left[n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2 \right]}}. \quad (49)$$

Таблица 8.1

Характер связи между двумя коррелируемыми признаками

Значение линейного коэффициента связи	Характер связи	Интерпретация связи
$r = 0$	отсутствует	–
$0 < r < 1$	прямая	с увеличением x увеличивается y
$-1 < r < 0$	обратная	с увеличением x уменьшается y
$r = 1$	функциональная	каждому значению признака соответствует одно значение результативного признака

Множественный коэффициент корреляции характеризует тесноту связи между результативным и несколькими факторными признаками, а также между каждой парой факторных признаков:

$$R_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx1}^2 + r_{yx2}^2 - 2r_{yx1} \cdot r_{yx2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}}, \quad (50)$$

где r_{yx_i} – парный i -й коэффициент корреляции между признаками. Множественный коэффициент корреляции изменяется в пределах от 0 до 1.

При нелинейной зависимости коэффициент корреляции характеризует тесноту связи:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{ост}}^2}}, \quad (51)$$

где σ_y^2 – общая дисперсия результативного признака;

$\sigma_{\text{ост}}^2$ – остаточная дисперсия.

Оценка значимости коэффициента корреляции выполняется с использованием t -критерия Стьюдента:

$$t_r = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}. \quad (52)$$

Сравнивается с критическим t_k , которое берется из таблицы значений t Стьюдента с учетом заданного уровня значимости α и числа степеней свободы k . Если величина $t_r > t_k$, то величина коэффициента корреляции признается значимой.

Регрессионный анализ определяет аналитическое выражение связи, в котором изменение одной величины (называемой зависимой или результативным признаком) обусловлено влиянием одной или нескольких независимых величин (факторов).

Парная регрессия – зависимость двух случайных величин. Аналитически описывается уравнениями различного типа:

прямая – $\hat{y} = a_0 + a_1 x$;

гипербола – $\hat{y} = a_0 + \frac{a_1}{x}$;

парабола – $\hat{y} = a_0 + a_1 x_1^2 + \dots + a_k x_k^2$;

степенная функция – $\hat{y} = a_0 + x^{a_1}$;

полулогарифмическая функция – $\hat{y} = a_0 + a_1 \lg x$ и др.

Оценка параметров уравнений регрессии осуществляется методом наименьших квадратов. При нахождении параметров регрессии, сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака от теоретических, полученных по уравнению регрессии, минимальна:

$$S = \sum [y_i - \hat{y}(x_i)]^2 \rightarrow \min. \quad (53)$$

Множественная регрессия – зависимость нескольких переменных. Существующие зависимости между явлениями можно описать, используя следующие типы моделей:

линейная – $\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k$;

степенная – $\hat{y} = a_0 x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_k^{a_k}$;

параболическая – $\hat{y} = a_0 + a_1 x_1^2 + \dots + a_k x_k^2$;

гиперболическая – $\hat{y} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \dots + \frac{a_k}{x_k}$ и др.

Проверка значимости уравнения регрессии осуществляется путем сравнения расчетного значения F -критерия Фишера (F_R) с табличным $F_{\text{таб}}$:

$$F_R = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{k_2}{k_1}. \quad (54)$$

Табличное значение критерия определяется заданным уровнем значимости α и степенями свободы $k_1 = m$ и $k_2 = n - m - 1$ (где m – количество параметров модели). При $F_R > F_{\text{таб}}$, величина индекса корреляции признается значимой.

Коэффициент детерминации показывает на сколько процентов вариация результативного признака объясняется вариацией i -го признака:

$$d_{xi} = r_{yxi} \cdot \beta_{xi}. \quad (55)$$

Коэффициент эластичности показывает на сколько процентов в среднем изменится значение результативного признака при изменении факторного признака на 1 %:

$$\Theta_x = a_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}, \quad (56)$$

где $\bar{x}_i$ – среднее значение соответствующего факторного признака;

$\bar{y}$ – среднее значение результативного признака;

a_i – коэффициент регрессии при соответствующем факторном признаке.

Непараметрические показатели

Коэффициент Спирмена применяется для оценки степени зависимости двух случайных признаков. Каждому показателю присваивается ранг для каждого объекта исследуемой области и определяется разность между ними. Коэффициент Спирмена рассчитывается по формуле

$$\rho_{xy} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (57)$$

где d_i^2 – квадраты разности рангов;

n – число наблюдений (число пар рангов).

Пределы изменения коэффициента Спирмена от -1 до 1 .

Коэффициент Кендалла применяется для двух ранжированных количественных или качественных признаков. Значения первого показателя выстраивают в порядке возрастания, присваивают им ранги.

Ранжируют значения второго показателя. Коэффициент Кендалла определяется по формуле

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \quad (58)$$

$$S = P - Q, \quad (59)$$

где n – число наблюдений;

P – суммарное число наблюдений, следующих за текущими наблюдениями с большим значением рангов Y ;

Q – суммарное число наблюдений, следующих за текущими наблюдениями с меньшим значением рангов Y .

Если исследуемые данные имеют одинаковые ранги, то применяется формула

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{[n(n-1)/2 - U_x][n(n-1)/2 - U_y]}}, \quad (60)$$

$$U_x = \frac{\sum t_x(t_x - 1)}{2}, \quad (61)$$

$$U_y = \frac{\sum t_y(t_y - 1)}{2}, \quad (62)$$

где $t_{x(y)}$ – число связанных рангов в ряду X и Y соответственно.

Пределы изменения коэффициента Кендалла от -1 до 1 .

Коэффициент Фехнера строится на подсчете совпадений или несовпадений знаков отклонений индивидуальных величин от средней величины по обоим признакам. Коэффициент Фехнера определяется по формуле

$$K_{\Phi} = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}, \quad (63)$$

где n_a – количества совпадений знаков отклонений значений показателей от их средних значений;

n_b – количества несовпадений знаков отклонений значений показателей от их средних значений.

Пределы изменения коэффициента Фехнера от -1 до 1 .

Множественный коэффициент ранговой корреляции (конкордации) определяет тесноту связи между произвольным числом ранжированных признаков по формуле

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}, \quad (64)$$

где m – количество факторов;

n – число наблюдений;

S – отклонение суммы квадратов рангов от средней квадратов рангов.

Пределы изменения коэффициента конкордации от 0 до 1 .

Показатели оценки взаимосвязи между качественными признаками

Если два качественных признака альтернативны, то наличие связи между ними определяется по коэффициентам.

Коэффициент контингенции:

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}, \quad (65)$$

где a, b, c, d – количество соотношений между двумя признаками при альтернативах A и B , A и $\bar{B}$, $\bar{A}$ и B , $\bar{A}$ и $\bar{B}$ соответственно.

Коэффициент ассоциации:

$$K_a = \frac{ad - bc}{ad + bc}. \quad (66)$$

Пределы изменения коэффициентов контингенции и ассоциации от -1 до $+1$. Связь считается подтвержденной, если $K_a = 0,5$, $K_k = 0,3$.

Коэффициент взаимной сопряженности Пирсона применяется, если качественных признаков более двух:

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}, \quad (67)$$

где φ^2 – показатель средней квадратической сопряженности;
 f_{ij} – частоты взаимного сочетания двух атрибутивных признаков i -й строки j -го столбца;
 N_i (N_j) – итоговые частоты по строкам (столбцам).
Показатель средней квадратической сопряженности:

$$\varphi^2 = \sum \frac{f_{ij}^2}{N_i N_j} - 1. \quad (68)$$

Коэффициент взаимной сопряженности Пирсона стремится к 1, и даже при полной связи признаков не достигает единицы.

Коэффициент взаимной сопряженности Чупрова учитывает количество групп по каждому признаку, определяется по формуле

$$K_{\text{ч}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(M_1 - 1)(M_2 - 1)}}}, \quad (69)$$

где M_1 – число групп по столбцам таблицы;

M_2 – число групп по строкам таблицы.

Пределы изменения коэффициента взаимной сопряженности Чупрова от 0 до 1.

Практическое задание

1. Было произведено выборочное обследование с целью выяснения взаимосвязи между денежными доходами населения и объемом промышленного производства в стране (табл. 8.2).

Таблица 8.2

Исходные данные

Год	Денежные доходы населения всего, млн руб.	Объем промышленного производства, млн руб.
2005	3 862	6 450
2006	4 868	7 867
2007	5 867	9 733
2008	7 530	13 273
2009	8 740	12 937
2010	10 846	16 738
2011	16 571	34 831
2012	32 157	61 719
2013	44 228	60 741
2014	52 627	67 434
2015	56 289	73 959
2016	58 705	81 795
2017	64 107	94 306
2018	72 787	110 364
2019	81 659	115 700
2020	90 189	118 408
2021	101 383	155 870
2022	113 741	170 378

Провести корреляционно-регрессионный анализ: построить эмпирические линии регрессии, определить величину коэффициента линейной корреляции (по определению и методом моментов), установить вид уравнения регрессии y на x , с помощью величины средней ошибки аппроксимации и индекса детерминации отобрать наиболее точную модель.

2. Результаты сбора данных о времени на обработку одной детали при разных видах используемых технологий представлены в таблице 8.3.

Таблица 8.3

Исходные данные

Технология	Время на обработку одной детали, мин							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Прогрессивная	4,3	5,2	6,1	4,7	7,0	–	–	–
Обычная	6,0	6,8	7,9	8,4	5,1	4,9	9,0	–
Устаревшая	8,4	7,9	10,2	11,1	10,2	6,2	13,6	15,0

Провести анализ распределения и выявить наличие связи между признаками.

3. Результаты сбора данных об успеваемости работающих и не работающих по специальности представлены в таблице 8.4.

Таблица 8.4

Исходные данные

Студенты	Получающие только положительные оценки	Получающие неудовлетворительные оценки
Работающие по специальности	138	12
Не работающие по специальности	102	48

Провести анализ распределения и выявить наличие связи между признаками.

Контрольные вопросы

1. Виды и формы взаимосвязи между явлениями.
2. Статистические методы выявления корреляционной связи между количественными признаками.

9. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Ряд динамики – расположенные в хронологической последовательности числовые значения статистического показателя, характеризующие изменение исследуемого явления во времени.

Построение и анализ рядов динамики позволяют выявить и измерить закономерности развития исследуемого явления во времени.

Абсолютные и относительные показатели, характеризующие ряд динамики

Абсолютный прирост характеризует увеличение или уменьшение уровня ряда за определенный промежуток времени:

– абсолютный прирост цепной рассчитывается как разница между последующими и предыдущими значениями:

$$\Delta y_{\text{ц}} = y_i - y_{(i-1)}, \quad (70)$$

где y_i – уровень сравниваемого периода;

$y_{(i-1)}$ – уровень предшествующего периода;

– абсолютный прирост базисный рассчитывается как разница между текущим значением ряда и базисным значением:

$$\Delta y_{\text{б}} = y_i - y_0, \quad (71)$$

где y_0 – уровень базисного периода.

Темп роста позволяет оценить относительное изменение уровня ряда динамики за определенный период времени:

– темп роста цепной рассчитывается как отношение последующего значения к предыдущему:

$$T_{\text{п}}^{\text{ц}} = \frac{y_i}{y_{(i-1)}} \cdot 100; \quad (72)$$

– темп роста базисный рассчитывается как отношение каждого значения ряда к базисному:

$$T_{\text{п}}^{\text{б}} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100. \quad (73)$$

Темп прироста цепной определяется как отношение абсолютно-го прироста цепного к уровню предшествующего периода:

$$T_{\text{пр}}^{\text{ц}} = \frac{\Delta y_i}{y_{(i-1)}} \cdot 100 = T_{\text{р}}^{\text{ц}} - 100; \quad (74)$$

– темп прироста базисный определяется как отношение абсолютного базисного прироста к уровню ряда, принятого за базу сравнения для данного ряда:

$$T_{\text{пр}}^{\text{б}} = \frac{\Delta y_{\text{б}}}{y_0} \cdot 100. \quad (75)$$

Абсолютное значение одного процента прироста рассчитывается как отношение абсолютного прироста цепного к темпу прироста цепному, выраженному в процентах:

$$A = \frac{\Delta y_{\text{ц}}}{T_{\text{пр}}}. \quad (76)$$

Средние показатели, характеризующие ряд динамики

Средний уровень ряда динамики:

– если ряд интервальный с равными периодами времени, то применяется формула

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}, \quad (77)$$

где n – число периодов;

– если ряд интервальный с разными периодами времени, то применяется формула

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}, \quad (78)$$

где t – периоды времени;

– если значения признаков представлены на равностоящие друг от друга даты, то применяется формула

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} + y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2} y_n}{n-1}; \quad (79)$$

– если ряд с уровнями, стоящими друг от друга на неравные интервалы времени:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(y_i + y_{i+1})}{2} t_i}{\sum_{i=1}^{n-1} t_i}. \quad (80)$$

Средний абсолютный прирост:

– средний абсолютный прирост цепной:

$$\overline{\Delta y_{ц}} = \frac{\sum \Delta y_{ц}}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}; \quad (81)$$

– средний абсолютный прирост базисный:

$$\overline{\Delta y_б} = \frac{\sum \Delta y_б}{n-1}. \quad (82)$$

Средний темп роста:

– средний темп роста цепной:

$$T_p^{ц} = \sqrt[n-1]{T_1^{ц} \cdot T_2^{ц} \cdot \dots \cdot T_n^{ц}} = \sqrt[n-1]{\prod T_i^{ц}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}; \quad (83)$$

– средний темп роста базисный:

$$\overline{T_p^б} = \sqrt[n-1]{\prod T_p^б}. \quad (84)$$

Средний темп прироста:

– средний темп прироста цепной:

$$\overline{T}_{\text{пр}}^{\text{ц}} = \overline{T}_{\text{р}}^{\text{ц}} \cdot 100 - 100; \quad (85)$$

– средний темп прироста базисный:

$$\overline{T}_{\text{пр}}^{\text{б}} = \overline{T}_{\text{р}}^{\text{б}} \cdot 100 - 100. \quad (86)$$

Методы анализа рядов динамики

1. *Сравнение рядов динамики* применяется при одновременном анализе двух и более рядов. Он показывает во сколько раз быстрее растут уровни одного ряда по сравнению с другим. Для анализа определяются коэффициенты:

– *опережения*:

$$K_{\text{опереж.}} = \frac{\overline{T}_{\text{пр. (больший)}}}{\overline{T}_{\text{пр. (меньший)}}, \quad (87)$$

где $\overline{T}_{\text{пр.}}$ – средний темп прироста;

– *ускорения*:

$$K_{\text{ускорения}} = \frac{\overline{T}_{\text{пр. (i)}}}{\overline{T}_{\text{пр. (i-1)}}. \quad (88)$$

2. *Приведение рядов динамики к общему основанию* применяется в том случае, если сравниваются только относительные показатели. Для этого определяются базисные показатели к единому году сравнения.

3. *Смыкание рядов динамики* применяется, если уровни за одни годы не сопоставимы с уровнями за другие. Несопоставимость уровней может возникнуть из-за территориальных изменений, реорганизации управления, переходов к другим единицам измерения. Для ликвидации несопоставимости используют коэффициент пересчета:

$$K_{\text{пересчета}} = \frac{y_{(i)}}{y_{(i-1)}}, \quad (89)$$

где y_i – значение признака по новым условиям;

$y_{(i-1)}$ – значение признака по старым условиям.

4. *Приемом укрупнения периодов* пользуются в том случае, если необходимо выявить общую тенденцию динамики, переходя от суточных уровней к декадным; от декадных к месячным; от месячных к квартальным и так далее.

5. *Анализ рядов динамики при помощи скользящей средней* применяется в том случае, если по исходным данным трудно предположить вид зависимости.

Скользящая средняя определяется из нечетного количества первых признаков ряда динамики, затем из такого же количества признаков ряда, начиная со второго, определяется вторая средняя, затем третья, начиная с третьего, и так далее. Полученные значения наносятся на график фактических значений, они проставляются напротив среднего года из выбранных.

6. *Аналитическое выравнивание ряда динамики.*

Прогнозирование параметров рядов динамики выполняется с помощью трендовых моделей.

Сезонные колебания характеризуются периодическими колебаниями, которые повторяются каждый сезон по предсказуемой схеме.

Индекс сезонности – отношение среднего уровня соответствующего месяца к общей средней:

$$\bar{I}_s = \frac{\bar{y}_t}{\bar{y}_{\text{общ}}} \cdot 100. \quad (90)$$

Индексы сезонности могут быть рассчитаны и как отношение фактического уровня соответствующего месяца к уровню, рассчитанному по уравнению тренда.

Прогнозирование на основе временных рядов

Прогнозирование – процесс переноса закономерности развития, найденной внутри ряда динамики, вне этого ряда в дальнейшее развитие.

Экстраполяция – определение признака на перспективу или в прошлом.

Интерполяция – определение значения признака внутри ряда.

Метод прогнозирования по уравнению тренда (выравнивание рядов по какой-либо аналитической формуле) основан на использовании тенденции, описанной для ретроспективного периода. Выделение для временного ряда регулярной составляющей в виде аппроксимирующей функции позволяет экстраполировать ее поведение, то есть прогнозировать тенденцию развития явления графически.

Методы экспоненциального сглаживания. В основе средневзвешенные значения прошлых наблюдений для прогнозирования новых значений. По мере того, как наблюдения стареют (со временем), важность этих значений экспоненциально уменьшается.

Практическое задание

1. По данным таблицы 9.1 определить все возможные показатели динамики, включая средние. Показать взаимосвязь показателей.

Таблица 9.1

Исходные данные

Год	1	2	3	4	5
Численность работающих на 1 января, тыс. чел.	10,4	10,6	11,0	11,3	11,7

2. По данным таблицы 9.2 об объемах производства в стране нефти и газа рассчитать коэффициент опережения.

Таблица 9.2

Исходные данные

Месяц	Нефть, млн т	Газ, млрд м ³
Октябрь	25,1	52,2
Ноябрь	24,3	53,4
Декабрь	25,0	55,8

3. Для анализа производства продукции А определить по данным таблицы 9.3:

- аналитические показатели ряда динамики. Полученные показатели представить в виде таблицы;
- среднегодовое производство продукции А. Произвести сглаживание уровней по трехлетнему скользящему периоду. Построить график динамики производства продукции на основе фактических и сглаженных уровней;
- среднегодовые абсолютный прирост, темпы роста и прироста производства продукции.

Таблица 9.3

Исходные данные о выпуске продукции А

Год	1	2	3	4	5	6	7
Выпуск продукции, тыс. шт.	95,3	95,4	94,9	94,7	95,1	95,4	95,5

4. Для анализа динамики ввода в действие жилой площади определить по данным таблицы 9.4:

- аналитические показатели ряда динамики;
- абсолютные приросты, темпы роста, темпы прироста по годам и к первому условному году, абсолютное содержание одного процента прироста. Полученные показатели представить в виде таблицы;
- среднегодовое число построенных квартир;
- среднегодовые абсолютный прирост, темпы роста и прироста числа построенных квартир.

Таблица 9.4

Ввод в действие жилых домов

Год	1	2	3	4	5	6	7
Число построенных квартир, тыс. шт.	161,5	165,1	172,7	165,7	167,4	159,9	148,7

5. В таблице 9.5 имеются данные о поквартальной продаже электропылесосов в регионе.

Таблица 9.5

Исходные данные об объемах продаж в тысячах штук

Год	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
Первый	102	104	100	95
Второй	145	150	152	151
Третий	169	164	169	177
Четвертый	210	216	220	204
Пятый	294	310	395	287

На основе приведенных данных необходимо:

- рассчитать среднеквартальные уровни продажи электропылесосов, определить общий характер тенденции продажи за пять лет;
- измерить сезонные колебания продажи пылесосов (выбрав соответствующий метод выравнивания ряда динамики);
- сезонную волну изобразить графически;
- рассчитать годовой объем продажи пылесосов за каждый год;
- рассчитать базисные темпы прироста, темпы наращивания, абсолютный среднегодовой прирост пылесосов за пять лет;
- сделать прогноз объема продажи пылесосов на шестой год;
- используя рассчитанные индексы сезонности, сделать прогноз продажи пылесосов по кварталам на шестой год.

6. В таблице 9.6 имеются данные, характеризующие общий объем продукции промышленности в одном из регионов (в фактически действовавших ценах). Сделать приведение рядов динамики к сопоставимому виду для четвертого года.

Таблица 9.6

Исходные данные

Показатель	Год						
	1	2	3	4	5	6	7
В старых границах региона	20,1	20,7	21,0	21,2			
В новых границах региона				23,8	24,6	25,5	27,2

7. На основе данных таблицы 9.7 нужно произвести сглаживание ряда методом трехчленной и четырехчленной скользящей средней.

Таблица 9.7

Производство стиральных машин за 16 месяцев

Месяц	Объем производства, тыс. шт.	Месяц	Объем производства, тыс. шт.
1	155	9	128
2	163	10	140
3	167	11	159
4	131	12	160
5	158	13	147
6	147	14	150
7	130	15	165
8	145	16	172

8. Среднесуточное потребление электроэнергии по месяцам за год представлено в таблице 9.8.

Таблица 9.8

Среднесуточное потребление электроэнергии

Месяц	Среднесуточное потребление электроэнергии, тыс. кВт·час			Месяц	Среднесуточное потребление электроэнергии, тыс. кВт·час		
	2020	2021	2023		2020	2021	2023
Январь	16,0	16,2	15,9	Июль	11,8	10,2	11,0
Февраль	15,7	15,8	15,4	Август	12,0	11,3	11,7
Март	15,4	15,7	15,1	Сентябрь	12,9	13,7	13,1
Апрель	14,8	15,2	14,9	Октябрь	13,7	14,7	14,9
Май	13,1	12,7	13,3	Ноябрь	15,2	15,4	15,5
Июнь	12,3	11,3	12,2	Декабрь	15,7	16,1	16,3

Определить индекс сезонности. Описать сезонную волну графически.

Контрольные вопросы

1. Понятие временного ряда и его виды.
2. Аналитические показатели ряда динамики и их взаимосвязь.
3. Модели временных рядов. Построение модели тренда.
4. Изучение и измерение сезонных колебаний в рядах динамики.
5. Прогнозирование на основе временных рядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутор, Л. В. Статистика : учебно-методическое пособие для направления специальности 1-27 01 01-01 «Экономика и организация производства (машиностроение)» в рамках специальности 1-27 01 01 «Экономика и организация производства (по направлениям)» / Л. В. Бутор, Т. А. Сахнович. – Минск : БНТУ, 2022. – 52 с.
2. Веренич, Г. Д. Экономическая статистика : практикум для студентов специальности 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям), дневной и заочной формы обучения / Г. Д. Веренич, С. В. Марцева. – Минск : БНТУ, 2023. – URL : https://rep.bntu.by/bitstream/handle/data/137691/ENkonomicheskaya_statistika_praktikum.pdf?sequence=1&isAllowed=y (дата обращения: 01.03.2024).
3. Горпинченко, К. Н. Статистика : учебное пособие для вузов / К. Н. Горпинченко, А. М. Ляховецкий, Е. В. Кремянская. – Санкт-Петербург : Лань, 2023. – 156 с.
4. Долгова, В. Н. Статистика : учебник и практикум для вузов / В. Н. Долгова, Т. Ю. Медведева. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 564 с.
5. Кельберт, М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах : в 2 т. / М. Я. Кельберт, Ю. М. Сухов. – М. : МЦНМО, 2024. – Т. 1: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. – 328 с.
6. Лукьяненко, И. С. Статистика / И. Лукьяненко. – М. : Лань, 2023. – 200 с.
7. Статистика предприятия : практикум для студентов специальности 1-27 01 01 «Экономика и организация производства» / сост. Т. Ф. Манцеров. – Минск : БНТУ, 2017. – 55 с.
8. Математическая статистика : учебно-методическое пособие для обучающихся по специальностям 1-37 01 02 «Автомобилестроение (по направлениям)» 1-37 01 01 «Двигатели внутреннего сгорания» / Т. И. Чепелева [и др.]. – Минск : БНТУ, 2022. – 84 с.
9. Морозова, С. В. Статистика предприятий отрасли : методическое пособие по выполнению лабораторных работ с использованием вычислительной техники для студентов экономических специальностей / С. В. Морозова, Г. В. Ходанович, С. В. Шевченко. – Минск : БНТУ, 2010. – 135 с.

10. Морозова, С. В. Бизнес-статистика : методическое пособие по проведению практических занятий для студентов экономических специальностей : в 2 ч. / С. В. Морозова, Г. В. Ходанович. – Минск : БНТУ, 2013. – Ч. 1. – URL : <https://rep.bntu.by/handle/data/5067> (дата обращения: 01.03.2024).

11. Статистика : практикум для студентов специальности 1-26 02 02 «Менеджмент (по направлениям), дневной и заочной формы обучения» / сост. : Г. Д. Веренич, С. В. Марцева. – Минск : БНТУ, 2022. – URL : <https://rep.bntu.by/handle/data/87213> (дата обращения: 01.03.2024).

12. Елисеева, И. И. Статистика : учебник для вузов / И. И. Елисеева [и др.]. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 619 с.

13. Суринов, А. Е. Экономическая статистика в страховании : учебник для вузов / А. Е. Суринов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 276 с.

14. Черткова, Е. А. Статистика. Автоматизация обработки информации : учебное пособие для вузов / Е. А. Черткова. – М. : Издательство Юрайт, 2024. – 195 с.

15. Шимко, П. Д. Теория статистики : учебник и практикум для вузов / П. Д. Шимко. – М. : Издательство Юрайт, 2024. – 254 с.

16. Электронный учебно-методический комплекс по учебной дисциплине «Статистика» для студентов специальности 1-27 01 01 «Экономика и организация производства (по направлениям)» / сост. Е. А. Гречухина. – Минск : БНТУ, 2023.

Учебное издание

СТАТИСТИКА

Пособие

для студентов специальности

6-05-0718-01 «Инженерная экономика»

С о с т а в и т е л ь

ЗЕЛЕНКОВСКАЯ Наталья Владимировна

Редактор *Е. О. Германович*

Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 31.07.2025. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 3,43. Уч.-изд. л. 1,56. Тираж 100. Заказ 801.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.

