

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В АКУСТИКЕ

Степаненко Д.А., Минченя В.Т.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

В настоящее время широкое распространение в инженерной практике и научных исследованиях получил метод конечных элементов (МКЭ или FEM – Finite Element Method), основанный на пространственной дискретизации дифференциальных уравнений (ДУ), описывающих различные физические процессы. В результате дискретизации ДУ сводится к системе алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти значения физических характеристик процесса в узлах дискретизации. Однако при решении ряда задач, например, проблем излучения и рассеяния акустических волн, МКЭ оказывается малоэффективным в связи с характером граничных условий, налагаемых на решение задачи. В частности, в проблемах излучения акустических волн налагаются ограничения на поведение решения на бесконечности (условия излучения Зоммерфельда), что требует дискретизации большой (по сравнению с размерами источника) области пространства вокруг излучателя с целью имитации бесконечно-протяженного реального пространства. Это приводит к значительному увеличению числа конечных элементов и длительности решения. Альтернативой МКЭ при решении задач акустики является метод граничных элементов (МГЭ или BEM – Boundary Element Method), в котором в отличие от МКЭ дискретизации подвергается лишь граница (поверхность) источника. Определив значения физической величины, например, амплитуды акустического давления p , в точках $\mathbf{r} = \mathbf{r}_s$, принадлежащих поверхности источника S , можно найти ее значение в любой точке $\mathbf{r}$ пространства, что выражается интегральным уравнением (ИУ) Кирхгофа-Гельмгольца

$$b(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \int_S (p(\mathbf{r}_s) \nabla G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) + j\rho\omega v(\mathbf{r}_s) G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)) \cdot \mathbf{n} dS, \quad (1)$$

где $b(\mathbf{r})=1$ при $\mathbf{r} \notin S$, $b(\mathbf{r})=1/2$ при $\mathbf{r} \in S$, $\mathbf{n}$ – единичная внешняя нормаль к поверхности S , ∇ – оператор Гамильтона, $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)$ – функция Грина, j – мнимая единица, ω – циклическая частота, ρ – плотность среды, v – колебательная скорость.

ИУ Кирхгофа-Гельмгольца эквивалентно ДУ Гельмгольца

$$\nabla^2 p + \omega^2 p/c^2 = 0,$$

где c – скорость звука, однако требует задания граничных условий только на поверхности источника, так как условия Зоммерфельда учтены при выводе уравнения (1).

ИУ Кирхгофа-Гельмгольца может рассматриваться как математическая формулировка принципа Гюйгенса-Френеля, согласно которому каждая из точек поверхности излучателя может считаться точечным источником элементарных сферических волн, суперпозиция которых (интегрирование) дает форму результирующего волнового фронта. Ядро интегрального оператора (ИО) Кирхгофа-Гельмгольца (функция Грина) описывает элементарную сферическую волну, излучаемую точечным источником. Дискретизация ИО Кирхгофа-Гельмгольца с помощью квадратурных сумм приводит к системе алгебраических уравнений. Специфической особенностью процесса дискретизации является необходимость учета сингулярного характера ядра ИО.

Для эффективного использования МГЭ в акустике необходимо специализированное программное обеспечение (ПО), сравнительный анализ которого приводится в данной статье. Следует отметить, что ПО для моделирования с помощью МГЭ еще не достигло столь высокого уровня развития и широкого распространения, как ПО для МКЭ-моделирования. В качестве объектов для сравнительного анализа были выбраны 3 пакета программ для решения задач акустики с помощью МГЭ: FastBEM Acoustics [1], LS-DYNA [2] и OpenBEM [3]. FastBEM Acoustics имеет графический интерфейс пользователя (GUI), а также может работать в режиме командной строки, для чего необходимо иметь предварительно подготовленные текстовые файлы с входными данными. Файл должен содержать координаты всех узлов и список элементов с перечислением принадлежащих им узлов. В связи с этим приходится генерировать граничные элементы с помощью внешнего ПО для МКЭ-моделирования. Для этого вместе с программой поставляются трансляторы, обеспечивающие ее связь с ANSYS и Nastran. Отсутствие внутренних средств для генерации граничных элементов создает неудобства в использовании программы. LS-DYNA изначально разрабатывалась для решения нелинейных задач механики с помощью МКЭ, однако современные версии этой программы имеют возможность решения задач акустики с помощью МГЭ. LS-DYNA имеет GUI (Isprepost) и управляется с помощью текстового файла, содержащего последовательность ключевых слов. Граничные элементы также необходимо генерировать с помощью внешнего ПО, в качестве которого наиболее удобно использовать ANSYS, последние версии которого интегрированы с LS-DYNA. Достоинством по сравнению с FastBEM Acoustics является возможность МКЭ-моделирования колебаний

самого излучающего объекта. OpenBEM представляет собой совокупность функций для МГЭ-моделирования с помощью Matlab. Моделирование производится с помощью m-файла, содержащего совокупность команд Matlab и обращений к необходимым функциям OpenBEM, которые также реализованы в виде m-файлов. OpenBEM имеет возможность работы с двухмерными (2D), трехмерными (3D) и осесимметричными задачами с неосесимметричным распределением скоростей и давления. Для 2D- и осесимметричных задач генерация граничных элементов может производиться с помощью предусмотренных для этого внутренних функций. В случае 3D-задач возможен импорт граничных элементов, сгенерированных с помощью внешнего ПО. Неосесимметричные распределения скоростей и давления задаются с помощью рядов Фурье по угловой координате.

В качестве тестовой задачи была рассмотрена задача об акустическом излучении кольца, совершающего изгибные колебания. Задача была решена

с помощью МГЭ с использованием OpenBEM и с помощью МКЭ с использованием COMSOL Multiphysics. При этом для расчетов с помощью COMSOL потребовалось использование 3D-модели, в то время как для расчетов с помощью OpenBEM было достаточно использования осесимметричной модели. Полученные результаты качественно и количественно согласуются друг с другом. Таким образом, тестовый пример показывает более высокую эффективность применения МГЭ по сравнению с МКЭ.

1. Home – fastbem.com: The next generation BEM software! Online: <http://www.fastbem.com/>
2. A new acoustic solver based on boundary element method in LS-DYNA. Online: http://www.flotrend.com.tw/news/newspaper/2008/08/st/BEM_Acoustic_note.pdf
3. OpenBEM – Open source Matlab codes for the Boundary Element Method. Online: <http://www.openbem.dk/>

УДК 621.382.2:53.072

ФОРМИРОВАНИЕ ТОПОЛОГИИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Сычик В. А., Уласюк Н.Н., Шумило В.С.

Белорусский национальный технический университет

При разработке конструкции полупроводниковых измерительных преобразователей (ПИП) наиболее важной стадией этого процесса является трансформация их электрической схемы в топологическую. Главное требование при разработке топологии ПИП – максимальная плотность упаковки элементов при минимальном количестве пересечений межэлементных соединений.

Разработка топологии полупроводниковых ИП включает ряд этапов [1,2]:

- получение исходных данных;
- расчет геометрических размеров активных и пассивных элементов; разработка эскиза топологии;
- разработка предварительных вариантов топологии и выбор окончательного варианта.

Конструктивно ПИП реализуется на полупроводниковых и диэлектрических основаниях монолитной или гибридно-пленочной структурами. Поэтому топология пленочных ПИП отличается от топологии монолитных преобразователей.

Разработка топологической структуры гибридно-пленочных ПИП выполняется в четыре этапа: определение минимальных размеров платы, выбор компонентов и типа размера корпуса; разработка коммутационной схемы соединений элементов на подложке; расчет геометрических размеров и выбор формы пленочных элементов; разработка окончательного варианта топологии.

На первом этапе проводится анализ электрической схемы для выделения пленочных и дискретных (навесных) элементов.

Затем выбирается оптимальное значение ρ_s резистивной пленки с учетом того, что все резисторы будут изготовлены из одного материала.

В качестве критерия оптимальности принимается минимально необходимая площадь под пленочные элементы ИП, которую займут все резисторы схем, и которой соответствует значение оптимума.

$$\rho_{\text{опт}} = (1 - \gamma_{\text{кф}}) \left(\sum R_i / \sum R_i^{-1} \right)^{1/2} = \sigma_h / \sigma_i \left((\sum R_i / \sigma_{\text{г доп}}^2) / (\sum (R_i \sigma_{\text{г доп}}^{-1}))^{1/2} \right), (1)$$

где R_i – номинальное значение сопротивления i -го резистора;

n – число резисторов в схеме.

Выбранное значение $\rho_{\text{опт}}$ должно удовлетворять условию $\gamma_{\text{рс}} < \gamma_{\text{г}}$.

При этом составляющие полной погрешности должны находиться в пределах:

$\gamma_{\text{кф}} = (0,1 \div 0,5) \gamma_{\text{г}}$, $\gamma_{\text{рс}} = (0,5 \div 0,9) \gamma_{\text{г}}$. Если отношение $R_{\text{max}} / R_{\text{min}}$ в схеме ИП превышает 50, то целесообразно изготавливать резисторы из двух материалов, $\rho_{\text{опт}}$ каждого из которых определяем по формуле (1).

Выбирается удельная емкость диэлектрической пленки для конденсаторов по наименьшему значению.