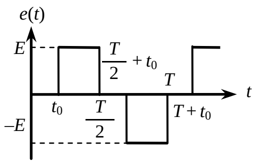
УДК 621.3

Разложение периодического сигнала в бесконечный тригонометрический ряд без использования аппарата рядов Фурье

Горошко В. И.
Белорусский национальный технический университет

Для разложения периодического сигнала в ряд Фурье существует альтернативная методика [1], не использующая расчет коэффициентов ряда Фурье. Разумеется, в силу теоремы единственности, этот ряд будет рядом Фурье. Методика использует одно из интегральных преобразований, например, преобразование Лапласа. В качестве примера возьмем периодическую последовательность с периодом T широтно-модулированных двухполярных импульсов (рисунок). Найдем изображение опорного сигнала $e_0(t)$, $t_0 \in [0, T]$:



$$E_0(p) = \int_{t_0}^{T/2} Ee^{-pt}dt - \int_{T/2+t_0}^{T} Ee^{-pt}dt =$$

$$= \frac{E}{p}\left(1 - e^{-pT/2}\right)\left(e^{-pt_0} - e^{-pT/2}\right).$$

Поскольку необходимый сигнал $e(t)$ формируется бесконечным повторением $e_0(t)$ с запаздыванием на время T, то получить изображение $E(p)$ полного сигнала можно вводя оператор транспортного запаздывания e^{-pT}. Тогда изображение $E(p)$ примет вид: $E(p) = E_0(p) / (1 - e^{-pT})$.

Находящийся в знаменателе функции $E(p)$ оператор $(1 - e^{-pT})$, имеет бесконечное число нулей, которым в функции $e(t)$ соответствует бесконечный ряд гармоник, т. е. ряд Фурье. Приводим изображение $E(p)$ к виду, удобному для анализа: $E(p) = E\left(e^{-pt_0} - e^{-pT/2}\right) \Big/ p\left(1 + e^{-pT/2}\right)$.

Функция $E(p)$ имеет полюсы $p = 0$, $p_к = \pm j\omega(2к + 1)$, к = 0, 1, …; $\omega = 2\pi/T$.

Обращая изображение $E(p)$, получим оригинал:

$$e(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{к=0}^{\infty} \frac{1}{2к+1} \cos\left[(2к+1)\frac{t_0}{T}\right] \sin\left[\omega(t - t/2)(2к+1)\right].$$

Расчет по вышеприведенной формуле показывает, что при $t_0 / T = 0{,}134$ амплитуды третьей и пятой гармоник (12,9 % по отношению к E) существенно ниже амплитуды первой гармоники (115 %).