$$\Gamma(p)=\int_0^{\infty} z^{p-1}e^{-z}\,dz\,, \qquad (13)$$

где p – параметр.

Введём в выражении (9) новую переменную $\omega t = z$. Тогда интеграл (9) примет вид

$$I_k=\frac{1}{\omega^{k+1}}\int_0^{\infty} z^k e^{-z}\,dz\,. \qquad (14)$$

Учитывая определение и свойства гамма-функции при $p = k$ из выражения (14) получаем

$$I_k=\frac{\Gamma(k+1)}{\omega^{k+1}}=\frac{k!}{\omega^{k+1}}. \qquad (15)$$

Аналогично, для интеграла (12) получаем представления (тождество)

$$I_{r-k}=\frac{\Gamma(r-k+1)}{\omega^{r-k+1}}=\frac{(r-k)!}{\omega^{r-k+1}}. \qquad (16)$$

С учётом полученных значений интегралов I_k и I_{r-k} запишем преобразования Лапласа для факториального многочлена с коэффициентами Стирлинга и Бернулли в виде

$$L_s(\omega)=\sum_{k=0}^{r-1} S_{r,k}\frac{(r-k)!}{\omega^{r-k+1}}, \qquad (17)$$

$$L_B(\omega)=\sum_{k=0}^{r}\binom{r-1}{k-1}B_{r,r-k}\frac{k!}{\omega^{k+1}}. \qquad (18)$$

Представление преобразования Лапласа факториального многочлена в виде комбинаторных сумм (17), (18) служит цели снижения сложности вычислительных алгоритмов при проведении научных исследований, инженерных и экономических расчетов.

1. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление / М., Наука, 1974. – 542 с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / М., Наука, 1977. – 832 с.
3. Риекстыньш Э.Я. Асимптотические разложения интегралов / Рига, Зинатне, 1974, т. 1, 391 с.

УДК 57.087; 612.792; 612.014.442

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦЕПИ ЭЛЕКТРОД—БИОТКАНЬ—ПОТ—ЭЛЕКТРОД

Воробей А.М., Стебунов С.С.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь

Повышенное или избыточное потоотделение врачи называют гипергидрозом [1]. Для диагностирования гипергидроза воспользуемся таким параметром кожи как проводимость. Сопротивление кожных покровов зависит от многих факторов, в том числе и влажности кожи. Чем больше пота выделяется на ладонях, тем выше проводимость кожи.

В экспериментах для измерения комплексного сопротивления участка ладони использовался измеритель иммитанса Е7-14. На исследуемый участок накладывались два электрода, жестко закрепленные между собой, один из которых служит для подведения тока, а второй является измерительным (рисунок 1).

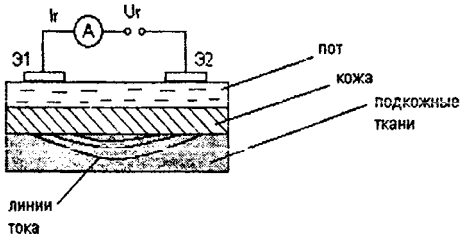


Рисунок 1 — Схема двухэлектродного подключения

Измерения проводились на заранее выбранном участке на внутренней стороне ладони, в трех точках, находящихся в непосредственной близости друг от друга (рисунок 2).

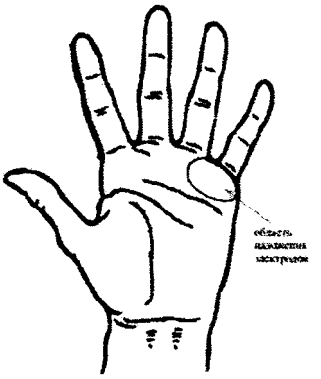


Рисунок 2 — Внутренняя сторона ладони

Измерения комплексного сопротивления сухой ладони проводились на частотах 0,1; 1 и 10 кГц. В исследованиях приняло участие 8 человек. В ходе проведенного эксперимента получено усредненное значение импеданса участка ладони человека: при частоте 0,1 кГц оно составило 1574,17 кОм, при частоте 1 кГц — 538,08 кОм, при частоте 10 кГц — 84,88 кОм.

На рисунке 3 показана полученная зависимость импеданса от частоты тока, из которой видно, что

импеданс уменьшается с увеличением частоты переменного тока.

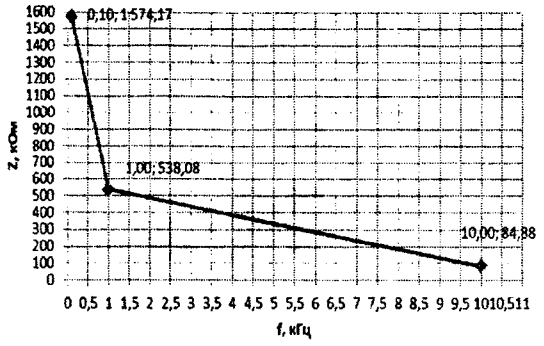


Рисунок 3 — Экспериментально полученная зависимость усредненного импеданса участка ладони от частоты тока

Анализируя ситуацию с позиций электротехники, представляется единственно верным заключение о наличии в исследуемой электрической цепи конденсатора, емкостного сопротивления который, являясь частотно зависимым показателем, обусловливает в целом зависимость от частоты тока исследования полный импеданс изучаемой биологической ткани. В качестве такового в ткани выступают биологические мембраны клеток, за счет способности их к поляризации — накопления электрического потенциала на различных поверхностях клеточной стенки.

При этом наиболее обоснованным физико-математически является следующее схемотехническое представление биологической ткани, изображенное на рисунке 4.

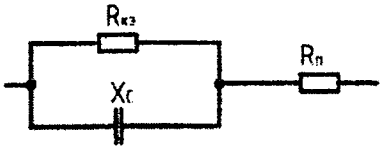


Рисунок 4 — Эквивалентная электрическая схема биологической ткани

Конденсатор X_C соответствует емкостному сопротивлению клеточных мембран, резистор $R_{КЭ}$ отражают резистивные сопротивления кожи. Резистор $R_П$ соответствует сопротивлению слоя пота.

Общее сопротивление данной цепи описывается следующим уравнением:

$$Z_{общ} = \frac{R_{КЭ} \cdot X_C + R_П}{R_{КЭ} + X_C + R_П} \qquad (1)$$

где $Z_{общ}$ — общее сопротивление цепи (биологической ткани), Ом;

$R_{КЭ}$ — омическое сопротивление эпидермиса, Ом;

$R_П$ — омическое сопротивление пота, Ом;

X_C — емкостное сопротивление биологических мембран, Ом.

Как видно из уравнения 1 , все входящие в него величины находятся в полном взаимодействии и изменение любого из компонент отразиться на общем сопротивлении изучаемой биологической ткани.

В ходе исследований (в эксперименте приняло участие 20 человек) установлены средние значения общего сопротивления биологической ткани, измеренные на частоте 1 кГц: $Z_{общ1}$=512,91 кОм — импеданс сухой ладони; $Z_{общ2}$=253,51 кОм — импеданс потной ладони.

Угол сдвига фаз φ для кожи человека на частоте 1 кГц составляет -55°. Решая систему уравнений,

$$(2) \quad \begin{cases} tg\varphi = \dfrac{X_C}{R} = -1{,}43 \\ Z = \sqrt{X_C{}^2 + R^2} = 512{,}91 \cdot кОм \end{cases}$$

находим значение реактивной составляющей импеданса $X_C = 420{,}32 \cdot 10^3$ Ом. Емкость конденсатора С составила:

$$C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = 0{,}38 \cdot 10^{-9} Ф \qquad (3)$$

В программе Electronics Workbench составлена электрическая цепь, эквивалентная участку биологической ткани, заключенному между электродами используемого нами измерительного прибора (рисунок 5) с включением в нее широкодиапазонного синусоидального генератора и мультиметра.

Значение конденсатора соответствует рассчитанному по формуле 3. В ходе исследований измерено полное сопротивление пробы пота, оно составило в среднем 145 Ом. Выходное значение тока для потной ладони:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z_{общ2}} = \frac{2 \cdot B}{253{,}51 \cdot кОм} = 7{,}89 \cdot мкА \qquad (4)$$

В результате подбора получено значение резистора, включенного параллельно емкости. Оно составляет 320 кОм.

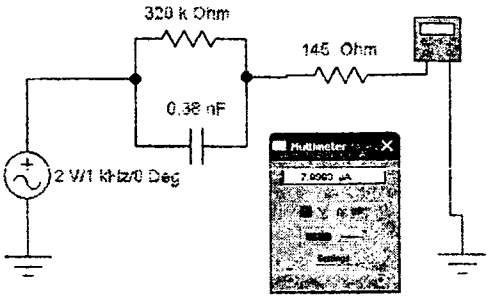


Рисунок 5 — Схема эмуляции процесса измерения импеданса биологической ткани

На рисунке 6 показана полученная теоретическая зависимость импеданса потной кожи от частоты тока.

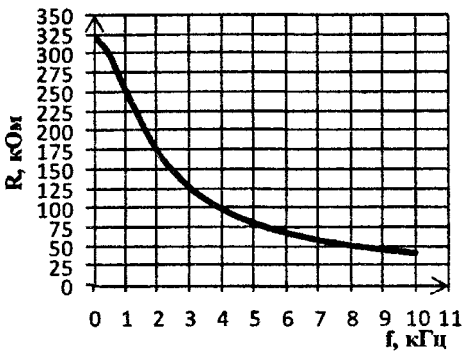


Рисунок 6 — Теоретическая зависимость импеданса потной кожи от частоты

Полученная модель позволяет определять значение полного сопротивления потной ладони человека при изменении частоты тока.

1. Стебунов С.С. Первичный гипергидроз: диагностика и лечение / С.С. Стебунов. — Мн., 2007. — 209 с.

УДК 621.81

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНОЙ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Воробей Р.И.[1], Гусев О.К.[1], Жарин А.Л.[1], Залесский В.Б.[2], Тявловский А.К.[1], Тявловский К.Л.[1], Свистун А.И.[1]

[1]Белорусский национальный технический университет
[2]Институт физики НАН Беларуси
Минск, Республика Беларусь

Объектом исследования являлись полупроводниковые структуры солнечных элементов. Предметом исследования – распределение контактной разности потенциалов (КРП) по поверхности исследуемых объектов. Помимо собственно КРП поверхности исследовалось также пространственное распределение поверхностного изгиба энергетических зон, оцениваемого по разности значений КРП, считываемых в темноте (изгиб зон наличествует) и при интенсивном освещении поверхности (зоны спрямлены).

В первом исследовании образцы представляли собой прямоугольные пластины размерами 25×75 мм. Поверхность первого образца не имела оптически различимых структур. Большая часть поверхности, за исключением краевых областей вдоль коротких сторон образца, имела проводящее покрытие. Распределение КРП поверхности данного образца приведено на рисунке 1(а). Видно, что часть поверхности образца, имеющая проводящее покрытие, имеет КРП, близкую к нулю. Это объясняется тем, что метод Кельвина-Зисмана, используемый в данном исследовании, по своей природе является исключительно поверхностно-чувствительным, т.е. вклад в формирование измерительного сигнала вносят только верхние несколько атомарных слоев проводника или полупроводника (но не диэлектрика). Таким образом, проводящее покрытие, в отличие от непроводящего (например, окисного), полностью «экранирует» сигнал КРП полупроводниковой поверхности. При этом из рисунка 1(а) видно, что КРП покрытия распределена неоднородно. Ближе к левому краю образца происходит ее понижение вплоть до отрицательных величин порядка – 5 мВ, а практически ровно в середине образца наблюдается относительно узкая поперечная область с повышенными значениями КРП до 25 мВ. При этом следует иметь в виду, что КРП в методе Кельвина-Зисмана определяется относительно материала зонда, а потому ее абсолютные значения не имеют прямого физического смысла. Для целей диагностики поверхности может использоваться только разность между КРП различных участков одного и того же образца.

Полученный характер распределения КРП может указывать на неоднородность нанесения покрытия, либо, что вероятнее, на неравномерность температурного поля по поверхности образца в процессе нанесения покрытия, что привело к возникновению механических напряжений в покрытии, возрастающих от краев к середине образца по координате *X*. Следует отметить, что на карте распределения КРП на рисунке 1(а) отчетливо видны свободные от покрытия участки полупроводника, КРП которых достигает 35 мВ.