

ФРАКТАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ПРОРАСТАНИЯ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРЕЩИН В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Шукевич Т.В., Чигарева Ю.А., Ручан М.В.

Белорусский национальный технический университет,
Минск, Республика Беларусь

Образование магистральной трещины из множества распределенных по объему микротрещин часто моделируется как процесс активного роста одной из микротрещин, оказавшейся в условиях наиболее благоприятствующих ее продвижению и поглощению других трещин. При этом другие микротрещины выступают в роли пассивных жертв, поглощение которых лишь способствует росту одной изначально более активной трещины. Такой сценарий можно рассматривать как реализацию алгоритма типа эволюционного, присущего живым системам. Однако, как известно, в живых системах действуют и другие механизмы, регулирующие взаимодействие особей и образование определенных видов.

Для механики разрушения представляет интерес сценарий образования магистральной трещины как результата активного роста всех элементов множества микротрещин вплоть до образования ими кластера, пронизывающего тело и ведущего к его разрушению.

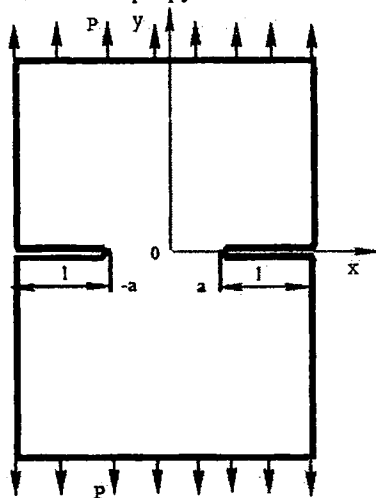


Рисунок 1 – Пластина с выточками под действием растягивающих усилий

В теории конструктивных и динамических фракталов разработано много различных моделей и соответствующих алгоритмов, которые могут быть применены в механике разрушения, на что указывал еще Мандельброт [1]. Представляет интерес рассмотреть процесс развития трещины из состояния деформируемого твердого тела, содержащего зародыши дефектов (повреждений), но никак не проявляющихся на микроскопическом уровне. Это состояние макроскопически описывается значением функции повре-

жденности $\omega = 0$ [2,3]. На языке фрактальной механики поврежденность материала представляет собой фрактальную «пыль» так, что ее размерность равна нулю [4]. Как известно, наиболее простым фракталом такого типа является фрактал Кантора, который мы рассмотрим первым

1. Пусть в пластине, растягиваемой вдоль оси y , имеются боковые выточки или разрезы, которые разделены между собой перемычкой.

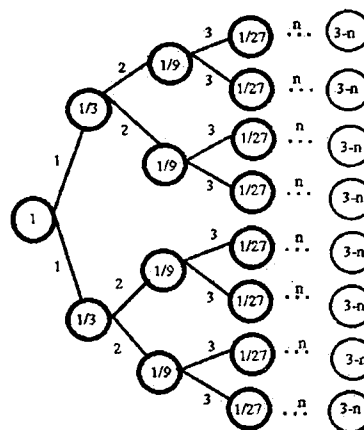


Рисунок 2 – Граф, отображающий прямой ход алгоритма Кантора

Таким образом, суммарная длина микротрещин стремится к нулю, т.е. мера Лебега и топологическая размерность множества микроповреждений равны нулю, т.е. в пределе имеем идеальный бездефектный материал. Хаусдорфова размерность множества Кантора равна 0,3609 [4], что более реально отображает состояние поврежденного материала. Если с шагами деления связать дискретное время или циклы, то прямой алгоритм Кантора дает модель заживления начальной трещины длины 1 с помощью локальных соединений краев разреза так, что в пределе останется разрез $-1 < x < 1/6$ и сплошная среда в классическом смысле в интервалах $1/6 < x < 1/2$, $-1/2 < x < -1/6$.

Процесс прорастания трещины моделируем обратным алгоритмам Кантора. Для этого задаемся большим значением n , выбираемого из соображений среднего размера дефекта, существующих в реальных телах. Например, линейный дефект длины 10^{-9} нм дает $n = 9 \frac{\ln 10}{\ln 3}$.

Процесс моделирования начинается с задания n и начального состояния перемычки, соответствующего выбранному n , когда в интервалах $1/6 < x < 1/2$ и $-1/2 < x < -1/6$ дефекты рассеяны на

оси x , а их длины равны между собой 3^{-n} . Движение по графу идет от крайних ветвей в направлении корня. Процесс заканчивается в вершине, описывающей состояние, когда вершина каждого из начальных разрезов пришла в точки $-1/6$, $1/6$ соответственно. При этом хаусдорфова размерность D изменилась от 0,6309 до 1, если считать разрез за прямой отрезок или от 0,6309 до 0, если считать разрез пустым множеством.

В интервале $-a < x < a$ материал не содержит трещин конечной длины, но может содержать микротрещины типа канторовой «пыли» так, что ее размерность равна нулю или точнее меньше любого наперед заданного значения их общей длины.

Пусть приложенная нагрузка такова, что обеспечивает стабильность длины начальных разрезов, но в то же время допускает рост микротрещин в интервале $-a < x < a$, их слияние, результатом чего явится удлинение начальных разрезов. Для данной задачи фрактал Кантора подходит наилучшим образом, т.к. известно, что повреждения накапливаются вблизи конца трещины. Поло-

жим, что $|a| = \frac{1}{2}$, тогда длина перемычки вдоль оси x равна 1. Прямой ход алгоритма конструирования фрактала Кантора состоит, как известно, из деления отрезков на 3 и исключения из рассмотрения среднего отрезка. Визуализируем процесс с помощью графа типа бинарного дерева, причем вершинам графа (состояниям) будем приписывать длину соответствующих мик-

ротрещин (рисунок 2). Число микротрещин равно 2^n , длина каждой $(1/3)^n$, общая длина микротрещин $(2/3)^n$.

В реальном теле микротрещины распределены не только по оси x , но и в окрестности оси. Обобщением данной модели будет модель рассеянных микроповреждений в областях, примыкающих к концам разреза. Эти повреждения можно получить, перемещая отрезок $[-0.5, 0.5]$ с рассеянными повреждениями параллельно оси x вверх и вниз детерминированным или случайным образом, а также с поворотами ее на углы вокруг середины отрезка т. 0. Таким образом может быть построено облако повреждений типа «пыли» Кантора. Ясно, что прорастание макротрещин в этом случае будет происходить не по оси x , а по более сложной траектории, например броуновской фрактальной кривой.

1. Mandelbrot, B.B. The fractal geometry of nature / B.B. Mandelbrot // New York: Freeman. – 1982. (Перевод на русский: Б. Мандельброт Фрактальная геометрия природы // РХД. – Ижевск, 2002.)
2. Работнов, Ю.Н. Введение в механику разрушения / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1987. – 80 с.
3. Качанов, Л.М. Теория пластичности / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
4. Морозов, А.Д. Введение в теорию фракталов / А.Д. Морозов // РХД, Москва-Ижевск. – 2002. – 159 с.

УДК 621.923.74:553.8

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ШЛИФОВАНИЯ ШАРА АЛМАЗНЫМ КОЛЬЦЕВЫМ КРУГОМ С НЕЗАВИСИМЫМ ПРИВОДОМ

Щетникович К.Г., Деревянко А.М., Евстратчик В.В., Шукайло Е.А.

Белорусский национальный технический университет,
Минск, Республика Беларусь

Шлифование шаров из хрупких неметаллических материалов после формообразующей операции осуществляется между двумя приводными кольцевыми инструментами, вращающимися в противоположные стороны [1, 2]. Оси вращения колец расположены под углом друг к другу и пересекаются в центре обрабатываемого шара. В процессе обработки шар также вращается, причем направление и величина его угловой скорости являются случайными величинами, так как их значение зависит от быстро изменяющихся условий контакта инструмента со сферой. Постоянное изменение положения мгновенной оси вращения шара обеспечивает получение сферической поверхности.

Рассмотренный метод применим в случае небольших отклонений от сферической формы

исходной заготовки, что связано с преодолением определенных технологических трудностей на формообразующей операции. В начальный период шлифования неточной заготовки возможно ее торможение и даже кратковременные остановки, приводящие к появлению кольцевых выемок на сферической поверхности.

При шлифовании шар находится в контакте только с кольцевым инструментом, поэтому последний является одновременно инструментом, приводящим заготовку во вращение. Силы резания и трения рабочих поверхностей кольцевого инструмента о сферу, могут разогнать шар до высокой угловой скорости и вызвать резкое увеличение динамических нагрузок в технологической системе. Необходимость снижения угловой скорости инструмента