

**Белорусский национальный технический университет**  
**Приборостроительный факультет**  
**Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»**

**Электронный учебно-методический  
комплекс по учебной дисциплине**

**«АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ НЕСООТВЕТСТВИЯМИ  
ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ»**

**для обучающихся II ступени получения высшего образования по  
специальности 1-54 80 01 «Обеспечение качества»**

Составитель: Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

**Минск БНТУ 2021**

## **Перечень материалов**

Электронный учебно-методический комплекс (далее ЭУМК) по дисциплине «Алгоритмы управления несоответствиями производственных процессов» содержит:

- материалы для теоретического (конспект лекций) изучения учебной дисциплины;
- методические рекомендации к практическим занятиям;
- методические рекомендации по выполнению курсовой работы;
- перечень вопросов для итогового контроля (экзамен);
- учебную программу учебной дисциплины;
- список литературы.

## **Пояснительная записка**

Учебно-методический комплекс (УМК) по учебной дисциплине «Алгоритмы управления несоответствиями производственных процессов» разработан для специальности II ступени высшего образования 1-54 80 01 «Обеспечение качества» и представляет собой систему дидактических средств обучения, целью которой является комплексное освоение требований образовательного стандарта, формирующих академические, социально-личностные и профессиональные компетенции специалиста.

В УМК включены вопросы, связанные с теорией и практикой использования методов и инструментов сбора, обработки и анализа данных о качестве продукции, построенных на методиках статистического анализа точности и стабильности технологических процессов, алгоритмах управления технологическими процессами и приемочного контроля качества продукции.

Структура УМК включает следующие разделы: теоретический, практический, контроля знаний и вспомогательный.

Теоретический раздел включает курс лекций по дисциплине «Алгоритмы управления несоответствиями производственных процессов». Изучение теоретических материалов, включенных в УМК, позволит магистрантам учреждения высшего образования изучить:

- причины изменчивости производственных процессов, виды дефектов продукции и факторы, подлежащие контролю и управлению;
- нормативно-методическое обеспечение системы менеджмента несоответствиями производственных процессов;
- принципы нормирования показателей качества, алгоритмы расчета точечных и интервальных оценок параметров;

– методики ранжирования источников несоответствий и их нормирование;

– инструменты статистического управления несоответствиями;

– методологические подходы к организации статистического приемочного контроля;

Практический раздел включает методические материалы по выполнению практических занятий, лабораторных работ, курсовой работы. Материалы практического раздела позволят студентам учреждения высшего образования приобрести следующие навыки:

– представлять данные о качестве продукции в виде массива случайных величин и их распределений, рассчитывать статистические характеристики распределений;

– определять статистические показатели точности и стабильности производственных процессов;

– строить контрольные карты регулирования по количественному и альтернативному признакам и проводить процедуру управления процессом с помощью контрольных карт;

– осуществлять процедуру статистического приемочного контроля качества продукции, используя все виды планов контроля;

– строить оперативную характеристику плана выборочного контроля и определять вероятность приемки продукции;

– осуществлять выбор средств измерения при проведении процедур, связанных с применением статистических методов контроля качества продукции;

– пользоваться стандартами, регламентирующими основные процедуры, обеспечивающие управление несоответствиями.

Раздел контроля знаний УМК содержит вопросы, включаемые в итоговую аттестацию, проведение которой позволяет определить соответствие результатов учебной деятельности магистрантов требованиям образовательного стандарта и учебно-программной документации.

Вспомогательный раздел УМК представлен учебной программой по дисциплине, перечнем литературы, рекомендуемой к использованию в образовательном процессе, перечнем основных терминов и определений по дисциплине, перечнем справочной литературы.

# СОДЕРЖАНИЕ

|  |            |
|--|------------|
| <b>ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ</b> .....  | <b>6</b>   |
| Тема 1. Источники изменчивости процессов.....  | 7          |
| Тема 2. Нормативно-методическое обеспечение системы менеджмента несоответствиями<br>производственных процессов.....            | 14         |
| Тема 3. Нормирование показателей качества продукции и процессов.....   | 19         |
| Тема 4. Распределение случайных величин.....   | 26         |
| Тема 5. Инструменты статистического управления несоответствиям.....  | 39         |
| Тема 6. Средства и методы описательной статистики.....   | 43         |
| Тема 7. Проверка статистических гипотез. Основные понятия о статистических гипотезах.....                                      | 48         |
| Тема 8. Статистические методы приемочного контроля качества продукции. Термины и<br>определения .....                          | 56         |
| Тема 9. Виды контрольных карт.....   | 60         |
| Тема 10. Простые контрольные карты (карты Шухарта).....  | 67         |
| Тема 11. Контрольные карты для альтернативных данных .....   | 73         |
| Тема 12. Карты, обладающие «повышенной чувствительностью» к разладке процесса.....   | 78         |
| Тема 13. Разработка алгоритмов менеджмента несоответствий и возможность их применения в<br>профессиональной деятельности.....  | 89         |
| Тема 14. Статистические методы приемочного контроля качества продукции. Термины и<br>определения .....                         | 95         |
| Тема 15. Оперативная характеристика и планы выборочного контроля.....  | 100        |
| Тема 16. Последовательный план контроля.....   | 109        |
| Тема 17. Методы статистического моделирования.....   | 112        |
| <b>ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ</b> .....  | <b>125</b> |
| Практическое занятие 1. Алгебра случайных событий .....  | 126        |
| Практическое занятие 2. Оценка параметров распределения генеральной совокупности по<br>результатам контроля выборки .....      | 133        |
| Практическое занятие 3. Анализ возможностей процессов.....   | 135        |
| Практическое занятие 4. Выявление и анализ источников изменчивости производственных<br>процессов на основе стратификации ..... | 141        |
| .....  | 144        |
| Практическое занятие 6. Выявление источников изменчивости производственных процессов<br>методом факторного анализа .....       | 148        |
| Практическое занятие 7. Методы ранжирования источников изменчивости по степени<br>значимости.....                              | 152        |
| Практическое занятие 8. Статистические методы управления процессами по количественным<br>данным.....                           | 159        |
| Практическое занятие 9. Статистические методы управления процессами по по<br>альтернативному данным .....                      | 168        |

|  |            |
|--|------------|
| Практическое занятие 10 .....  | 173        |
| Построение оперативной характеристики и реализация двухступенчатого плана статистического приемочного контроля .....                           | 173        |
| Практическое занятие 11. Построение приемочной карты последовательного статистического приемочного контроля по количественному признаку .....  | 178        |
| <b>КУРСОВАЯ РАБОТА.....</b>  | <b>181</b> |
| <b>ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ.....</b>   | <b>202</b> |
| <b>УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ<br/>ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 1-54 80 01<br/>«ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕСТВА».....</b> | <b>204</b> |
| <b>СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>  | <b>216</b> |

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Материалы для теоретического изучения учебной дисциплины «Современные тенденции развития методов обеспечения качества» представлены в виде конспекта лекций.

### ВВЕДЕНИЕ

Стремление к постоянному совершенствованию качества продукции и процессов требует последовательной работы персонала предприятия, направленной на анализ производства, разработку системы сбора и обработки данных, создание методик выявления источников дефектов и проектирование процедур по их устранению с наименьшими затратами, т.е. реализации алгоритма управления несоответствиями производственных процессов.

Одним из инструментов, позволяющим решать этот круг задач является статистика. К статистическим данным относятся сведения об объектах, входящих в какую-либо совокупность, которая обладает теми или иными общими признаками. В основе статистических методов контроля лежит учет либо самих наблюдаемых объектов, либо их отдельных признаков, характеристик, свойств.

Инженерное применение математической статистики базируется на теории вероятностей – разделе математики, позволяющем, в частности, определять вероятность появления случайных событий либо по вероятности одних случайных событий находить вероятности других случайных событий, если они имеют функциональную зависимость между собой.

Использование теоретико-вероятностных моделей позволяет обеспечить планирование процедур, сбор данных и их систематизацию, представление, анализ и формирование основанных на этих данных выводов относительно наблюдаемого процесса.

Методы и инструменты управления несоответствиями в настоящее время широко используются для выявления источников несоответствий на различных этапах производства, их анализа, способствуя созданию условий для принятия рациональных управленческих решений с использованием накопленной информации с целью повышения результативности производственных процессов.

# I. ИЗМЕНЧИВОСТЬ ПРОЦЕССОВ И КАЧЕСТВО ПРОДУКЦИИ

## *Тема 1. Источники изменчивости процессов*

Вариации значений показателей качества являются результатом несоответствия процессов. В качестве источников изменчивости могут выступать оборудование, технология, исполнители, а также условия производства (переменные температура, влажность, давление и т.д.).

В ходе анализа процессов среди недостатков различают несоответствия и дефекты. Если *несоответствие* понимается как невыполнение установленного требования, то *дефект* – это невыполнение предполагаемого потребительского требования. Термин «дефект» применим, когда признак качества продукции, процесса или услуги оценивают с точки зрения использования в отличие от соответствия техническим условиям.

Несоответствия, как правило, классифицируют по степени важности. Число классов и отнесение к классам должны соответствовать требованиям к качеству для конкретных ситуаций. По ряду причин достаточно разделить несоответствия на две группы, в частности, значительные несоответствия класса А, как наиболее важные, и класса В – менее значительные. В некоторых случаях следует ввести дополнительные классы или классы подразделить на более мелкие группы.

Дефекты, в свою очередь, подразделяются на:

- малозначительные;
- значительные;
- критические.

*Малозначительный дефект* – дефект, в результате которого изделие теряет некоторую рыночную привлекательность, но сохраняет все исходные технические характеристики.

*Значительный дефект* – дефект, при котором изделие может использоваться по назначению, однако, оно меняет свои технические характеристики.

*Критический дефект* – дефект, при котором эксплуатация изделия невозможна и недопустима

Совершенствование качества процесса возможно при принятии технически и экономически верных решений относительно действий, связанных с процессом. Это требует баланса между последствиями принятия не вполне оправданных решений (излишнего управления) и непринятия абсолютно необходимых решений (недостаточное управление). Эти риски обусловлены наличием двух типов причин изменчивости процессов: «особых» и «обычных».

*Изменчивостью* называют неизбежные различия среди индивидуальных значений процесса. Некоторые причины изменчивости процесса порождают кратковременные различия между единицами продукции. Другие причины имеют тенденцию создавать изменения в продукте в течение длительных интервалов времени.

Случайные отклонения являются итогом действия ряда относительно несущественных дестабилизирующих причин, присутствующих при «нормальном» («обычном») ходе технологического процесса. Такие причины изменчивости относят к *обычным*.

К *особым* причинам изменчивости относят факторы, являющиеся итогом действия значительных дестабилизирующих причин, которые не являются обязательными при реализации процесса, а их появление носит случайных характер. К таким причинам изменчивости, например, можно отнести повышение температуры в зоне резания или износ режущего инструмента. Дальнейшее воздействие на процесс этих источников изменчивости может иметь постоянный или изменяющийся по определенному закону во времени характер. Такие причины изначально могут быть неизвестны, но они должны быть обнаружены и изучены в ходе анализа технологического процесса. Если все особые причины изменчивости процесса не идентифицированы и не устранены, то они будут влиять на ход процесса непредсказуемым образом, что приводит к его дестабилизации во времени.

### Формирование априорной информации о качестве процесса

Оценка способности процесса удовлетворять требованиям, установленным в нормативных документах, - типовая задача, имеющая широкий спектр практических применений, в том числе в процессе изготовления, ремонта, обслуживания изделий и т.д.

Современные технологические процессы должны обеспечивать высокую однородность качества продукции и характеризоваться низкой долей несоответствующих единиц продукции.

Оценку ожидаемого качества следует проводить на всех этапах проектирования продукции и технологических процессов. Во многих случаях это позволяет избежать конфликта между требованиями конструкторских и технологических документов и возможностями реальных процессов

Анализ изменчивости сводится к признанию того, что процесс находится в одном из типовых состояний, приведенных в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики состояния процесса

| Условное обозначение состояния процесса | Графическое представление процесса | Характеристика Процесса  | Выводы   |
|---|------------------------------------|--|--|
| А                                       |                                    | Процесс стабилен как по разбросу, так и по положению центра группирования наблюдаемого параметра | Отсутствие заметных обычных и особых причин изменчивости |
| Б                                       |                                    | Процесс стабилен по разбросу, но нестабилен по   | Отсутствие заметных обычных причин изменчивости и        |

|   |  |  |   |
|---|--|--|---|
|   |  | положению центра группирования   | очевидное наличие особых причин изменчивости                                |
| В | $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3 \neq \sigma_4$ | Процесс не стабилен по разбросу, но стабилен по положению центра группирования | Наличие обычных причин изменчивости и отсутствие особых причин изменчивости |
| Г | $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3 \neq \sigma_4$ | Процесс не стабилен как по разбросу, так и по положению центра группирования   | Наличие признаков обычных и особых причин изменчивости                      |

Разладка процесса происходит в случайные моменты времени и, по своей природе, является случайным событием. Это предопределяет возможность применения статистического управления процессами с целью предупреждения брака в процессе производства и таким образом создает механизм непосредственного влияния на качество конечного продукта.

Задача статистического управления процессом состоит в том, чтобы на основании результатов периодического контроля единиц продукции из выборки относительно малого объема  $x_1, x_2, \dots, x_n$  с помощью определенных статистических критериев (оценки меры положения и меры рассеивания), сформулировать и принять одну из двух конкурирующих (альтернативных) гипотез: «процесс налажен» или «процесс разлажен».

Альтернативные гипотезы при статистическом регулировании случайной величины  $X$  формулируются следующим образом:

$H_0: \mu = \mu_0$  (процесс налажен),

$H_1: \mu = \mu_1$  (процесс разлажен), -

если разладка связана с изменением математического ожидания  $\mu$ , и

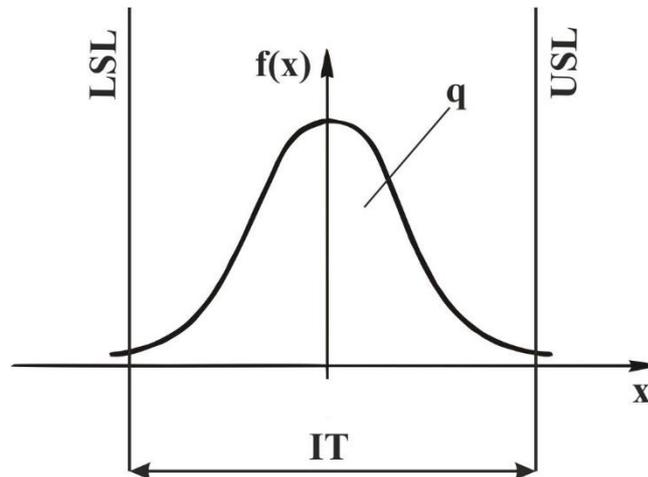
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  (процесс налажен),

$H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$  (процесс разлажен), -

если разладка связана с увеличением дисперсии  $\sigma^2$ .

Оценка вероятностной доли дефектной продукции в результате реализации конкретного технологического процесса осуществляется следующим образом. На первом этапе (стадия предварительного анализа) рассчитываются количественные оценки процесса (как правило,  $\bar{X}$  и  $R$ ) путем контроля определенного количества единиц продукции (выборки) и последующей обработки полученной измерительной информации. Следует иметь в виду, что чем больше число единиц продукции будет проконтролировано, тем более точной будет оценка этих параметров. Продукцию на контроль следует отбирать при «нормальном» ходе производства, предполагающем надлежащее качество сырья, применение необходимого оборудования и инструмента, наличие инженерно-технических кадров соответствующей квалификации.

Графическое представление вероятностной доли дефектной продукции в результате реализации конкретного технологического процесса может выглядеть следующим образом. Результаты измерений можно представить в виде дифференциальной функции распределения (рис.1.1), ограниченной двумя предельными размерами, соответствующими наименьшему предельному LSL и наибольшему предельному USL.



USL – наибольший предельный размер, LSL – наименьший предельный размер,  
IT – допуск.

Рис. 1.1. Схема для расчета доли годной продукции  $q$

Известно, что вся площадь под кривой дифференциальной функции нормального распределения равна единице. Площадь под кривой между двумя предельными значениями LSL и USL представляют собой ту долю всей совокупности продукции, для которой значения  $X$  лежат в пределах поля допуска, т.е. долю годной продукции  $q$ .

Эта доля определяется как вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение в пределах USL ... LSL:

$$q = P(\text{LSL} < X < \text{USL}) = F\left(\frac{\text{USL} - \bar{X}}{\sigma}\right) - F\left(\frac{\text{LSL} - \bar{X}}{\sigma}\right),$$

где  $F(x)$  — функция нормального распределения.

Тогда доля дефектной продукции  $p = 1 - q$ .

Доля годной продукции  $q$  зависит от величины допуска, а также среднего значения исследуемого параметра  $\bar{X}$  и среднего квадратичного отклонения  $\sigma$ . Допуск задается в технической документации и, в нашем случае, является величиной неизменной, а значит, не может рассматриваться как инструмент управления процессом. В случае отклонения  $\bar{X}$  от значения  $\mu_0$  (при неизменной  $\sigma$ ) будет изменяться доля годной продукции. С изменением значения  $\sigma$  доля годной продукции также будет изменяться (с уменьшением в сторону уменьшения, с увеличением – наоборот).

Таким образом, при заданном допуске для уменьшения доли дефектной продукции  $p$  необходимо добиваться, чтобы, во-первых, значение  $\bar{X}$  максимально приближалось к значению  $\mu_0$ , соответствующему середине поля допуска (что характерно для процессов, обладающих высокой стабильностью), во-вторых, чтобы значение  $\sigma$  было минимальным и не увеличивалось по мере осуществления процесса производства. На практике поддержание  $\bar{X}$  на установленном уровне добиваются путем своевременной подналадки оборудования.

**Пример.** Положим, при изготовлении вала  $\varnothing 36h7$ , по результатам контроля выборки  $n = 20$ ,  $\bar{x} = 35,988$  мм,  $s = 0,007$  мм. Поле допуска ограничено предельными значениями размера: наибольшим предельным  $USL = 36,000$  мм и наименьшим предельным  $LSL = 35,975$  мм.

Требуется при этих условиях определить вероятную долю дефектной продукции  $p$ .

Сначала определим долю годной продукции:

$$q = P(T_H < X < T_B) = F\left(\frac{USL - \bar{X}}{s}\right) - F\left(\frac{LSL - \bar{X}}{s}\right) =$$

$$F\left(\frac{36.000 - 35.988}{0.007}\right) - F\left(\frac{35.975 - 35.988}{0.007}\right) = F(1.71) - F(-1.86) =$$

$$0.4564 = 0.4686 = 0.9250.$$

Таким образом, доля годной продукции  $q = 0,9250$ , что в процентах составляет 92,5%. Отсюда доля дефектной продукции  $p = 1 - q = 0,075$ , что в процентах составляет 7,5%.

Предположим, после проведения наладки оборудования удалось уменьшить  $\sigma$  до 0,005 мм. Это позволило довести долю дефектной продукции до 1,3%, т.е. уменьшить ее в 5,8 раз.

Приведенный пример демонстрирует очевидную связь статистических характеристик с точностью процесса, т.е. его способностью обеспечивать близость действительных значений контролируемого параметра  $X$  к нормируемому значению. Не менее важной характеристикой процесса является его стабильность, заключающаяся в способности сохранять значения  $X$  и  $\sigma^2$  неизменными.

Собственная изменчивость процесса ( $\sigma_{\pi}$  или  $\sigma_s$ ) – это часть изменчивости процесса, вызываемая только обычными причинами вариаций (изменчивости) процесса. Эта изменчивость оценивается с помощью отношений:

$$\sigma_{\pi} = \bar{R}/d_2, \sigma_s = \bar{s}/C_4,$$

где  $\bar{R}$  – среднее значение размахов;

$\bar{s}$  – среднее значение отклонений отдельных выборок;  
 $d_2, C_4$  – стандартные коэффициенты, зависящие от объема выборки  $n$   
(табл. 2.).

Таблица 2

Зависимость коэффициентов  $d_2$  и  $C_4$  от объема выборки  $n$ .

| $N$ | $d_2$ | $C_4$  | $N$ | $d_2$ | $C_4$  |
|-----|-------|--------|-----|-------|--------|
| 2   | 1,128 | 0,7979 | 9   | 2,970 | 0,9693 |
| 3   | 1,693 | 0,8862 | 10  | 3,078 | 0,9727 |
| 4   | 2,059 | 0,9213 | 11  | 3,173 | 0,9754 |
| 5   | 2,326 | 0,9400 | 12  | 3,258 | 0,9776 |
| 6   | 2,534 | 0,9515 | 13  | 3,336 | 0,9794 |
| 7   | 2,704 | 0,9594 | 14  | 3,407 | 0,9810 |
| 8   | 2,847 | 0,9650 | 15  | 3,472 | 0,9823 |

*Пример.* Определить средний размах и среднее значение отклонений отдельных выборок, образующих общую выборку объемом 20 ед. Общая выборка включает 5 мгновенных выборок объемом по 4 ед.

Экспериментальные данные и результаты их обработки сведены в таблицу.

| №<br>выборки    | Результат измерения, мм. |        |        |        | $\bar{x}$ , мм. | $R$ , мм.    | $S$ , мм.     |
|-----------------|--------------------------|--------|--------|--------|-----------------|--------------|---------------|
|                 | $x_1$                    | $x_2$  | $x_3$  | $x_4$  |                 |              |               |
| 1               | 13,998                   | 13,993 | 14,009 | 14,004 | 14,001          | 0,016        | 0,0070        |
| 2               | 13,994                   | 13,996 | 14,006 | 14,000 | 13,999          | 0,012        | 0,0053        |
| 3               | 14,001                   | 13,993 | 14,006 | 14,005 | 14,001          | 0,013        | 0,0059        |
| 4               | 14,005                   | 13,995 | 14,000 | 13,999 | 14,000          | 0,010        | 0,0041        |
| 5               | 14,005                   | 13,999 | 14,000 | 13,996 | 14,000          | 0,009        | 0,0037        |
| $\bar{\bar{x}}$ |                          |        |        |        | <b>14,001</b>   | <b>0,012</b> | <b>0,0052</b> |
| $\bar{R}$       |                          |        |        |        |                 |              |               |
| $\bar{S}$       |                          |        |        |        |                 |              |               |

Полная изменчивость процесса ( $\sigma_x$ ) – это изменчивость, вызываемая как обычными, так и особыми причинами. Эта изменчивость оценивается с помощью выборочного стандартного отклонения, использующего все индивидуальные значения:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}},$$

где  $x_i$  – результат измерений показателя качества отдельных единиц продукции;

$\bar{X}$  – среднее арифметическое результатов измерений.

*Показатели качества* - это количественно или качественно выраженные требования к свойствам объекта, дающие возможность их реализовать и проверить.

В качестве объектов могут выступать *процессы* и *продукция*. Структура показателей качества приведена в таблице 3. Традиционно для промышленных предприятий машиностроительного профиля выделяют шесть основных групп показателей качества (табл. 4.)

В соответствии с требованиями международных стандартов ISO серии 9000, все показатели качества должны задаваться в виде «...номинального значения с допуском». Это означает, что каждый параметр качества должен быть представлен в виде диапазона допустимых значений, который нормируется стандартами и обозначается должным образом.

Качество выпускаемых изделий характеризуется множеством параметров. В зависимости от числа контролируемых параметров контроль подразделяется на однопараметрический, при котором контролируется один параметр изделия, и многопараметрический, при котором контролируется несколько параметров каждого изделия (контролируемые параметры могут иметь различную или единую физическую природу).

Таблица 3.

Структура источников и носителей показателей качества

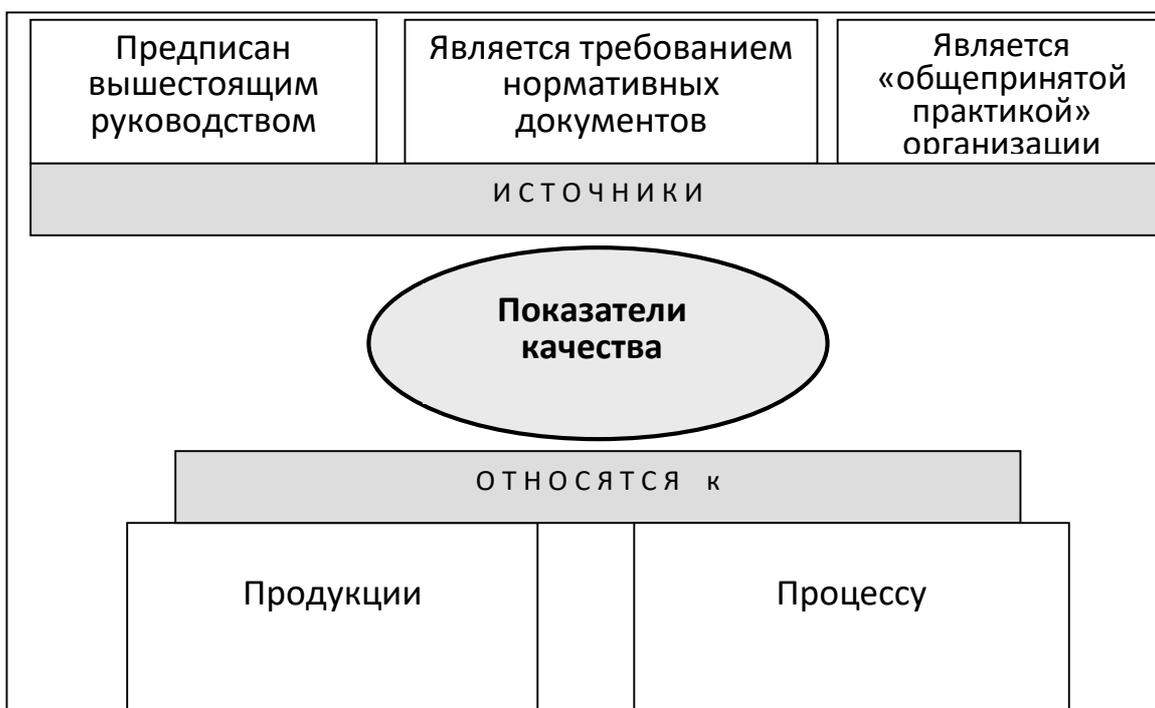


Таблица 4.

Основные типы показателей качества.

| №  | Признак классификации | Типы показателей |
|----|-----------------------|------------------|
| 1. | Тип объекта           |                  |

|    |                                |   |
|----|--------------------------------|---|
|    | Объект – продукция             | 1. Назначения<br>2. Надежности<br>3. Технологичности<br>4. Эргономические<br>5. Эстетические<br>6. Стандартизации<br>7. Патентно-правовые<br>8. Экономические |
| 2. | Количество отражаемых свойств  | 1. Единичные<br>2. Комплексные  |
| 3. | Метод определения              | 1. Экспериментальные<br>2. Аналитические<br>3. Статистические<br>4. Комбинированные   |
| 4. | Стадия определения             | 1. Проектные<br>2. Производственные<br>3. Эксплуатационные<br>4. Прогнозные   |
| 5. | Размерность отражаемых величин | 1. Абсолютные<br>2. Приведенные<br>3. Безразмерные  |
| 6. | Значимость при оценке качества | 1. Основные<br>2. Дополнительные  |

## ***Тема 2. Нормативно-методическое обеспечение системы менеджмента несоответствиями производственных процессов***

В основе нормативно-методического обеспечения системы менеджмента несоответствиями производственных процессов лежат межгосударственные и национальные стандарты.

1. ГОСТ 24660-81 Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку на основе экономических показателей.

Область применения: Стандарт устанавливает планы и порядок проведения статистического приемочного контроля качества по альтернативному признаку на основе экономических показателей для штучной и нештучной продукции ( в упаковочных единицах) продукции.

2. ГОСТ Р 50779.0-95 Статистические методы. Основные положения.

Область применения. Стандарт устанавливает структуру нормативно-технического обеспечения применения статистических методов при

производстве и контроле качества продукции. Стандарт применяется при разработке национальных стандартов, устанавливающих требования к использованию статистических методов на всех стадиях жизненного цикла продукции.

3. ГОСТ Р 50779.21-2004. Статистические методы. Правила определения и методы расчета статистических характеристик по выборочным данным. Часть 1. Нормальное распределение.

Область применения: Стандарт устанавливает методы, применяемые для:

- оценки математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности;
- проверки гипотез относительно значений этих параметров;
- оценки вероятности попадания (доли распределения) случайной величины в заданный интервал.

4. ГОСТ Р 50779.30-95. Статистические методы. Приемочный контроль качества. Общие требования.

Область применения: Стандарт устанавливает общие требования к организации и нормативно-методическому обеспечению статистического приемочного контроля качества совокупностей любой продукции, контролируемой и поставляемой в виде партий, потоков, масс и объемов.

5. ГОСТ Р 50779.41-96. Статистические методы. Контрольные карты для арифметического среднего с предупреждающими границами.

Область применения: Стандарт устанавливает процедуры статистического управления процессом с помощью контрольных карт, основанных на вычислении среднего арифметического в выборке и использующих предупреждающие границы и границы регулирования.

6. ГОСТ Р 50779.46-2012. Статистические методы. Управление процессами. Часть 4. Оценка показателей воспроизводимости и пригодности.

Область применения: В стандарте установлены наиболее применимые показатели воспроизводимости и пригодности процесса, а также методы оценки индексов воспроизводимости и пригодности в случае нормального распределения наблюдаемой характеристики.

7. ГОСТ Р 50779.50-95. Статистические методы. Приемочный контроль качества по количественному признаку. Общие требования.

Область применения: Стандарт определяет правила выбора планов и схем статистического приемочного контроля по количественному признаку и принятия решения о соответствии или несоответствии продукции установленным требованиям.

8. ГОСТ Р 50779.51-95. Статистические методы. Непрерывный приемочный контроль качества по альтернативному признаку.

Область применения: Стандарт определяет правила выбора планов непрерывного статистического приемочного контроля по альтернативному признаку отдельных, последовательно поступающих на контроль изделий, формирование которых в партии технически невозможно или экономически нецелесообразно.

9. ГОСТ Р 50779.52-95. Статистические методы. Приемочный контроль качества по альтернативному признаку.

Область применения: Стандарт распространяется на статистический приемочный контроль качества по альтернативному признаку, проводимый поставщиком (приемочный контроль, окончательный прием готовой продукции, приемка, сертификация продукции в форме заявления изготовителя); потребителем (входной контроль, инспекционный контроль, эксплуатационный контроль, приемка продукции представителем потребителя); третьей стороной (сертификация продукции, инспекция и надзор за соблюдением требований стандартов, контроль при арбитражном и судебном рассмотрении дел, касающихся качества продукции, а также контроль по заказу поставщика или потребителя). Стандарт также распространяется на контроль продукции при организации взаимодействия между производственными подразделениями одного предприятия.

10. ГОСТ Р 50779.53-98. Статистические методы. Приемочный контроль качества по количественному признаку для нормального закона распределения. Часть 1. Стандартное отклонение известно.

Область применения: Стандарт устанавливает процессы статистического приемочного контроля по количественному признаку уровня несоответствий партий продукции для нормального закона распределения значений показателей уровня качества продукции при известном стандартном отклонении. Условием применения стандарта является устойчивость производственного процесса изготовления продукции, а также согласованность сторонами (поставщиком и потребителем) нормального закона распределения значений контролируемого показателя качества продукции и стандартного отклонения.

11. ГОСТ Р 50779.70-2018. Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Введение в стандарты серии ГОСТ Р ИСО 2859

Область применения: Стандарт является введением в статистический приемочный контроль по альтернативному признаку и включает в себя краткий обзор планов и схем выборочного контроля по альтернативному признаку, используемых в ГОСТ Р ИСО 2859-1, ГОСТ Р 50779.72, ГОСТ Р ИСО 2859-3, ГОСТ Р ИСО 2859-4, ГОСТ Р ИСО 2859-5. Стандарт обеспечивает руководство по выбору соответствующей системы выборочного контроля для использования в конкретной ситуации.

12. ГОСТ Р 50779.72-99. Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 2.

Планы выборочного контроля отдельных партий на основе предельного качества LQ.

13.ГОСТ Р 50779.75-2018. Статистические методы. Последовательные планы выборочного контроля по альтернативному признаку.

Область применения: В стандарте установлены последовательные планы выборочного контроля и процедуры контроля по альтернативному признаку отдельных единиц продукции. Планы установлены в соответствии с точкой риска изготовителя и точкой риска потребителя, поэтому они могут быть использованы не только для статистического приемочного контроля, но и для более общих целей проверки простых статистических гипотез. Целью стандарта является установление таких процедур последовательного контроля, которые стимулируют поставщика к поставке партии продукции с уровнем несоответствий, обеспечивающим высокую вероятность приемки партии продукции. Интересы потребителя защищены установленной верхней границей вероятности приемки партии низкого качества. В стандарте установлены планы выборочного контроля, применимые при контроле таких видов продукции как: готовая продукция; сырье и материалы; процессы и технологические операции; материалы на хранении; операции технического обслуживания; данные или записи; административные процедуры. В стандарте установлены планы выборочного контроля по альтернативному признаку отдельных единиц продукции. Планы выборочного контроля предназначены для применения в ситуациях, когда степень несоответствия продукции в виде или проценте несоответствующих единиц продукции или процента несоответствий на 100 единиц продукции.

14.ГОСТ Р 50779.76-2018. Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по количественному признаку. Планы последовательного контроля для процента несоответствующих единиц продукции (стандартное отклонение неизвестно).

Область применения: В стандарте установлены последовательные планы выборочного контроля и процедуры контроля по количественному признаку отдельных единиц продукции. Планы установлены в соответствии с точкой риска изготовителя и точкой риска потребителя, поэтому они могут быть использованы не только для статистического приемочного контроля, но и для более общих целей проверки простых статистических гипотез. Целью стандарта является установление т процедур последовательной оценки результатов контроля, которые могут быть использованы для мотивации поставщика к поставке партии продукции с качеством, имеющем высокую вероятность приемки. Интересы потребителя защищены установлением верхней границы вероятности приемки партии низкого качества.

14.ГОСТ Р 50779.77-99. Статистические методы. Планы и процедуры статистического приемочного контроля нештучной продукции.

Область применения: 1.1.1. Настоящий стандарт устанавливает планы и процедуры статистического приемочного контроля по количественному признаку для нештучной продукции, соответствующие определенным оперативным характеристикам, выполняемые при разумных затратах.

Стандарт применим, когда среднее арифметическое значение одной характеристики качества партии продукции (далее – среднее партии) – главный фактор в определении приемлемости партии. В стандарте также содержатся специальные процедуры для случая с несколькими характеристиками качества. В этом случае стандарт применим, когда установленная характеристика качества может быть измерена и известно точное или приближенное значение стандартного отклонения каждой характеристики качества. Настоящий стандарт предназначен прежде всего для ситуации, когда значение стандартного отклонения каждой характеристики качества известно и постоянно и когда применимы процедуры, приведенные в разделе 3 настоящего стандарта. Приведены процедуры для временного применения, когда точные значения стандартного отклонения не известны и (или) любое из стандартных отклонений недостаточно стабильно.

1.1.2. Настоящий стандарт применим к различным видам нештучной продукции. Наиболее подходящими видами являются промышленные химические продукты в виде порошков и гранул или сельскохозяйственные продукты, такие как обработанное зерно, а также другие материалы: газы, жидкости, эмульсии, суспензии и твердые вещества.

1.1.3. Цель настоящего стандарта – определить приемлемость партии. Результаты контроля могут быть использованы для того, чтобы побудить поставщика с помощью экономических факторов и влияния на его репутацию на рынке поставлять партии качеством, обеспечивающем высокую вероятность приемки. При этом потребитель защищен низкой вероятностью приемки партий неудовлетворительного качества.

1.1.4. Настоящий стандарт имеет ограниченное применение в отношении к минеральному сырью (железная руда, уголь, нефть), когда точная оценка среднего партии более важна, чем определение приемлемости партии.

1.1.5. Стандарт не применим для особых случаев таких как приемка жидкостей, когда стандартное отклонение измеренных значений показателя качества достаточно велико.

15.ГОСТ Р 50779.81-2018. Статистические методы.

Двухступенчатые планы контроля по альтернативному признаку с минимальным объемом выборки на основе значений PRQ и CRQ.

Область применения: В стандарте установлены двухступенчатые планы выборочного контроля по альтернативному признаку для приемочного контроля партий дискретных единиц продукции, Планы индексированы по значениям уровня несоответствий, соответствующих риску поставщика (CRQ), и уровня несоответствий, соответствующего риску потребителя (PRQ), для значений рисков поставщика и потребителя соответственно (5%

и 5%), (5% и 10%), (10% и 10%). Планы могут быть применимы для контроля доли несоответствий на 100 единиц продукции. Целью стандарта является обеспечение процедур, позволяющих быстро и эффективно принимать или отклонять партии при высоком или низком качестве продукции

### ***Тема 3. Нормирование показателей качества продукции и процессов***

При реализации методик, присущих методам управления несоответствиями имеет место переход к абстрактной математико-статистической модели, построение которой требует использования специальных терминов и их трактовки. Рассмотрим ряд наиболее применяемых терминов и дадим их определения.

*Признак* – это некоторая общая для всех изучаемых объектов, характеристика или свойство, конкретные проявления которого могут меняться от объекта к объекту.

*Испытанием* называется определенная последовательность процедур, в результате проведения которых осуществляются наблюдение, функциональная проверка или обследование одного или нескольких признаков единицы продукции (процесса), при этом объект испытаний (единица продукции) может испытывать совокупность физических и химических воздействий, а также воздействий связанных с изменением характеристик окружающей среды и условий работы.

Под *классом испытаний* подразумевается совокупность неизменных условий проведения испытаний, осуществление которых приводят к тому или иному исходу. Отсюда, результатом испытаний является **исход**.

*Элементарный исход* – результат испытания, который не может быть разделен на некоторое количество других исходов.

*Пространство элементарных исходов* все элементарные исходы, которые могут произойти в результате испытания.

В пространстве элементарных исходов можно выделить подмножества, состоящие из одного или нескольких исходов. В этом случае говорят о случайном событии.

*Событие* – некоторое подмножество пространства элементарных исходов испытания (рис. 1.3).

*Пример.* Событие *A* может объединять все элементарные исходы, позволяющие признать изделие «соответствующим» после его изготовления. К событию *B* – все элементарные исходы, позволяющие отнести изделие к «несоответствующим» («бракованным»).

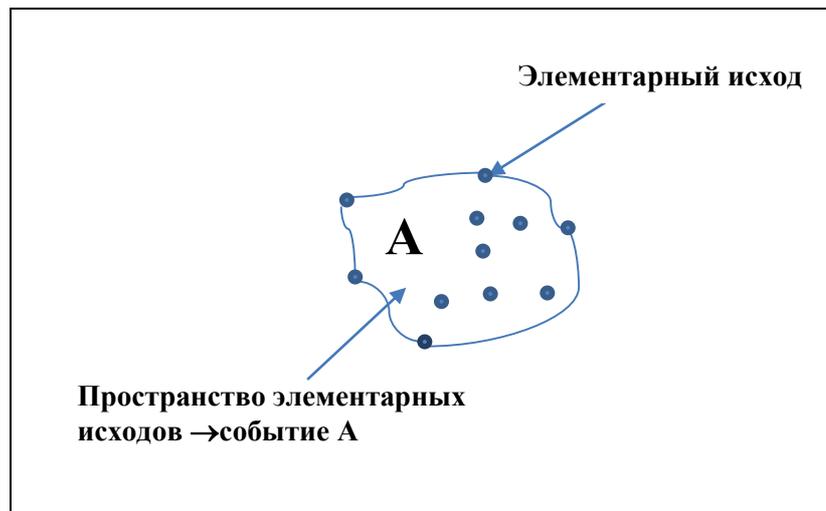


Рис. 1.3. Графическая интерпретация определения термина «событие»

В этом случае размер каждого изделия, полученный в ходе его изготовления, является элементарным исходом.

События, происходящие при многократном повторении испытаний, называются *массовыми*. Если при каждом испытании неизбежно происходит событие  $A$ , то такое событие называется *достоверным*. Таким образом, достоверным является событие, наступающее при любом ходе испытания.

Если в условиях данного испытания некоторое событие  $B$  заведомо не может произойти, то оно называется *невозможным*. Можно сказать, что невозможным является событие, не наступающее ни при одном исходе испытания.

Если же при испытаниях может произойти либо событие  $A$ , либо  $B$  (либо  $C$  и т.д.), то такие события называются *возможными* или *случайными*.

Следовательно, случайным называется такое событие, которое при испытании может наступить, либо не наступить.

**Пример.** Предположим, что в ящике находится 200 деталей и среди них 3 не соответствуют установленным техническим нормам. Извлечение из ящика «несоответствующей» (как, собственно, и «соответствующей») детали будет случайным событием, так как оно может наступить или не наступить.

Если в ходе испытаний мы ожидаем появление события  $A$ , то все элементарные исходы, образующие событие  $A$ , нами будут признаны как благоприятные. Это не значит, что событие  $A$  чем-то лучше других, просто оно – ожидаемо.

*Равновозможными* являются случайные события, для которых есть основания считать, что в ходе проведения наблюдений или испытаний ни одно из них не является более возможным, чем другое.

События  $A$  и  $B$  называются *несовместными*, если они не могут произойти одновременно. В противном случае, эти события *совместны*.

События  $A, B, \dots, Z$  образуют полную группу событий, если они попарно несовместимы, а их сумма является достоверным событием, т.е. в ходе

испытаний хотя бы одно из перечисленного ряда случайных событий обязательно произойдет.

Термины «пространство элементарных исходов», «полная группа событий» и «достоверное событие» могут быть отнесены к одному и тому же объекту, т.е. являются синонимами, однако каждый из них применяется в своем контексте.

Графическая интерпретация полной группы событий представлена на рис. 1.4.

Теория вероятности имеет дело не только со случайными событиями, но также и со случайными величинами.

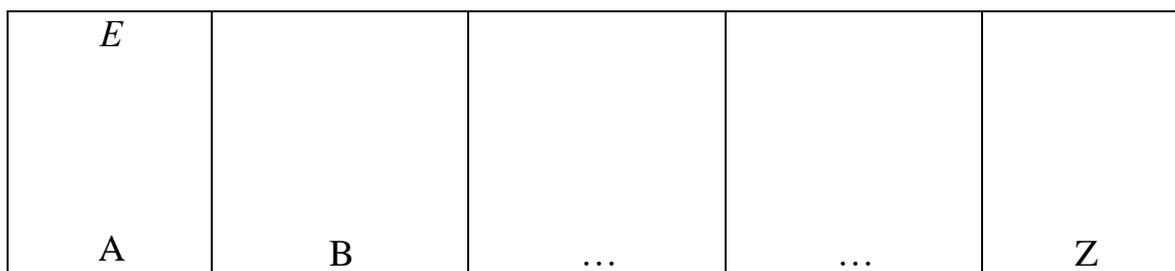


Рис. 1.4. Графическая интерпретация полной группы событий

*Случайной величиной* называется величина, которая в результате испытаний может принять то или иное значение в границах определенного интервала. Примером случайной величины может служить действительный размер детали, полученный в результате изготовления, так как он может принять любое численное значение в определенных пределах.

При изготовлении продукции в процессе ее производства на конечный размер оказывают влияние множество различных нерегулярно действующих факторов, в результате чего наблюдается разброс значений показателей качества в пределах определенных границ. Таким образом, значения показателя являются случайными величинами.

Обозначаются случайные величины заглавными буквами латинского алфавита –  $X, Y, \dots$ , а их возможные значения – соответствующими малыми буквами  $x, y, \dots$ . Выделяют два типа случайных величин: дискретные и непрерывные.

Случайная величина, принимающая конечное число значений или последовательность различных значений называется *дискретной*.

**Пример.** *Количество несоответствующих деталей в партии может быть только целым положительным числом 1, 2, 3 и т.д., но не может быть 1,3; 1,7 и т.п..*

*Непрерывной случайной величиной* называется такая величина, которая в результате испытаний может принимать любые числовые значения из непрерывного ряда их возможных значений в границах определенного интервала.

*Пример.* Действительные размеры деталей, обработанных на станке, являются случайными величинами непрерывного типа, так как они могут принять любое численное значение в определенных границах.

Значения признаков качества изделий, полученные в ходе испытаний, представляют собой совокупность первичного статистического материала (данных), подлежащего обработке и последующему анализу.

Данные представляют собой результаты испытаний, накапливаемые с целью последующего анализа.

Однородная совокупность данных называется «простой статистической совокупностью» или «простым статистическим рядом».

Данные, представляющие собой результаты наблюдений, применяемые для оценки свойств объектов, бывают различных типов, в зависимости от типа рассматриваемых переменных (данных).

Различают качественные и количественные данные. Качественные данные – это данные, не имеющие количественной оценки, и, соответственно, их определение не требует инструментальной поддержки.

Количественные данные – это, определяемые с помощью средств измерений, данные, имеющие количественную оценку, выраженную определенным числом.

Наличие качественных (или количественных) данных у объектов позволяет осуществлять их сравнение или оценивание.

Под оценкой свойств объекта подразумевается определение местоположения данного свойства на соответствующей оценочной шкале.

Принято различать следующие виды шкал:

- шкала наименований (номинационная или номинальная шкала);
- шкала порядка (ординальная или ранговая шкала);
- шкала интервалов (интервальная шкала);
- шкала отношений.

Иногда к этим шкалам добавляют еще «абсолютную» шкалу.

Базовой для построения всех видов шкал является «шкала наименований», поскольку без идентификации свойств в дальнейшем невозможно построить шкалу их интенсивности.

Любая шкала наименований может рассматриваться как инструмент классификации однотипных объектов по некоторому основанию (классификационному признаку) и состоять из названий, имен, категорий, символов и т.д. Примером номинальной шкалы служит, часто используемая в машиностроении, шкала, включающая три уровня общности: «изделие годное», «исправимый брак», «неисправимый брак». Шкала наименований допускает, что классифицируемым объектом могут, с целью идентификации, присваиваться числовые значения, однако в данном случае, они играют роль символов.

Например, рассмотренным ранее уровням общности могут быть присвоены числовые символы: «изделие годное – 1», «исправимый брак – 2», «неисправимый брак – 3». Следует иметь в виду, что любые действия с этими

числами или их интерпретация являются бессмысленными. С результатами упорядочения с помощью шкал наименований не могут производиться арифметические операции.

Частным случаем шкалы наименований является дихотомическая шкала, которая, предполагает два уровня общности по типу: «да», «нет» («соответствует», «не соответствует»). Особенностью такой модификации шкалы наименований является возможность применения при работе с данными, ранжированными по этой шкале, некоторых арифметических операций. Например, если из 10 изготовленных деталей 9 отнесено к годным, а 1 – к бракованным, то можно говорить о том, что 90% изготовленных деталей являются «годными», а 10% «не годными».

В отличие от шкалы наименований, шкала порядка устанавливает фиксированный порядок расположения объектов в соответствии с уровнем интенсивности рассматриваемого свойства. Шкалы порядка используют при измерениях уровня значимости объектов. Они позволяют не только сравнивать объекты, но и делать выводы об их упорядоченном расположении, однако не могут указывать на величину разницы между ними.

Можно отметить две существенные особенности присущие шкалам порядка:

- не закономерные (сложившиеся случайным образом) интервалы между соседними ступенями шкалы;
- инвариантность объектов к используемым оценочным единицам и к добавлению константы.

Можно привести такие примеры использования шкал порядка в метрологии: ранжированные в порядке убывания классы точности приборов (0, 1 и 2) разряды эталонных средств измерений (1, 2, 3, и т.д.) и др. Использование шкал порядка позволяет говорить о том, что приборы класса точности 0 точнее, чем приборы класса точности 1 и тем более – 2. Однако в данном случае не известно на сколько именно точнее, так как сравниваются порядки, а не сами значения погрешности прибора.

Шкалу интервалов иногда называют шкалой равных или равномерных интервалов, однако правильнее говорить о шкале закономерных интервалов (они могут быть построены не только равномерно, но и прогрессивно, экспоненциально, логарифмически). Принципиальное отличие от предыдущей шкалы в том, что положение выбранной точки на любой ступени шкалы интервалов жестко определено относительно других точек и соотношения координат точек шкалы поддаются расчету в соответствии с закономерностью построения шкалы.

Недостатком такой шкалы является неопределенность ее начала, которое устанавливают условно.

Шкала отношений строится аналогично шкале интервалов, но имеет фиксированный ноль, что позволяет ей сохранить все свойства интервальной шкалы. Такая шкала обеспечивает осуществление всех математических операций, включая умножение и деление. Шкалы большинства физических величин являются шкалами отношений.

Любое измерение свойства, осуществляемое аппаратными или экспертными методами, опирается на использование той или иной шкалы.

Интервальные и относительные шкалы называют **числовыми**. Для работы с непрерывными данными используются числовые шкалы, в то время как с дискретными данными – номинальные и порядковые (рис. 1.5.).



Рис. 1.5. Соответствие типов шкал типам данных

### **Вероятность, частота и частность случайных событий.**

Чтобы охарактеризовать случайную величину, необходимо знать не только ее возможные значения, но и насколько часто наблюдаются различные значения этой величины. Частоту появления случайной величины лучше всего характеризовать вероятностью ее отдельных значений.

Классическое определение вероятности основывается на модели, в которой все элементарные исходы равновозможны. Только в этом случае вероятность случайного события можно определить как долю благоприятных исходов (образующих событие) к общему числу всех возможных элементарных исходов для данного класса испытаний.

*Вероятностью события* является отношение числа благоприятных исходов к общему числу всех возможных элементарных исходов для данного класса испытаний.

Таким образом вероятность какого либо события выражается действительным числом в интервале от 0 до 1, обозначается символом  $P$  и представляет собой отношение числа случаев  $m$ , благоприятствующих этому исходу, к числу всех возможных элементарных исходов  $n$  для данного класса испытаний, т.е.

$$P(X) = \frac{m}{n}.$$

**Пример.** В ящике имеется 200 деталей, все детали промаркированы с №1 по №200. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет иметь №27?

Очевидно, что число исходов благоприятствующих данному событию равно 1, а число всех возможных исходов данного класса испытаний равно 200. при этом все возможные исходы равнозначны, несовместимы и независимы друг от друга. Тогда,

$$P(X) = \frac{1}{200}.$$

*Вероятность события показывает меру его возможности: чем больше вероятность события, тем событие более возможно (более вероятно, т.е. чаще наблюдается).*

Пользуясь классическим определением понятия вероятность, можно вычислить вероятность какого-либо случайного события теоретически, не прибегая к опыту. Оно обладает рядом несомненных преимуществ: простотой и доступностью. Однако существенным недостатком, обуславливающим его ограниченное применение, является ситуация, при которой обеспечение в ходе испытаний равновозможных, независимых и несовместимых элементарных исходов не представляется возможным.

При изучении массовых явлений какое-либо случайное событие или случайная величина могут появляться несколько раз в процессе испытаний. Пусть при  $n$  испытаниях событие  $A$  фактически появилось  $f$  раз. Число  $f$  носит название *частоты появления события  $A$*  либо *статистического веса*. *Частота появления события  $A$*  – это число событий данного типа или число исходов, попавших в данный класс.

Статистический способ определения вероятности состоит в том, что мы изучаем частоту появления интересующего нас события  $A$  в серии испытаний и на этой основе получаем его вероятность.

Отношение частоты события  $A$  к общему числу испытаний  $n$  носит название *частоты события* или *относительной частоты*:

$$m_x = \frac{f}{n}.$$

**Пример.** *На станке обработано 100 деталей ( $n=100$ ). При измерении деталей оказалось, что 93 из них имеют размеры, лежащие в пределах поля допуска, а размеры остальных выходят за пределы поля допуска. Необходимо определить частоту и частость события  $A$ , заключающегося в появлении «годных» деталей в 100 испытаниях, и частоту и частость события  $B$ , заключающегося в появлении брака.*

*Частота события  $A$  соответствует количеству годных деталей и равна  $f_A=93$ .*

*Тогда частость события  $A$  равна:*

$$m_A = \frac{93}{100}.$$

*Частота события  $B$  соответствует количеству бракованных деталей и в нашем примере равна  $f_B=7$ .*

*А частость события  $B$  соответственно равна:*

$$m_B = \frac{7}{100}.$$

При увеличении числа опытов частота все более теряет свой случайный характер, приобретая свойство устойчивости, и приближается, с незначительными колебаниями, к некоторой постоянной величине. Это означает, что для некоторых событий последовательность частот имеет предел, который называется *статистической вероятностью* и формулируется следующим образом.

*Вероятность события A* – предельная относительная частота появления события *A* в ходе проведения серии испытаний при условии неограниченного увеличения их числа

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_A}{n}.$$

где  $f_A$  - частота события *A* в *n* испытаниях;  
*n* – общее число испытаний.

#### ***Тема 4. Распределение случайных величин.***

Совокупность значений случайных величин, расположенных, как правило, в возрастающем порядке с указанием их вероятностей для каждого из значений, называется *распределением случайных величин*. По-существу распределение – это функция, определяющая вероятность того, что случайная величина примет какое-либо заданное значение или будет принадлежать заданному множеству значений.

Кривая распределения характеризует плотность, с которой распределяются значения случайной величины в пределах заданного интервала. Ее часто называют «плотностью вероятности» или «плотностью распределения».

Различают теоретические и эмпирические распределения случайных величин. В теоретических распределениях оценка возможных значений случайной величины производится при помощи вероятностей, а в эмпирических – при помощи частот или частостей, полученных в результате испытаний.

Следовательно, *эмпирическим распределением случайной величины* называется совокупность ее экспериментальных значений, расположенных в порядке возрастания, с указанием частот или частостей для каждого из значений.

Распределения может быть представлено в табличном, графическом или аналитическом виде.

Простейшей формой представления распределения дискретной случайной величины *X* является таблица, в которой перечислены возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности (табл. 5.).

Распределение дискретной случайной величины

| $X$   | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |                     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------------|
| $m_x$ | 1/40  | 5/40  | 25/40 | 6/40  | 3/40  | $\Sigma m_{xi} = 1$ |

Графическое представление распределения случайной величины выполняется в виде диаграммы, на которой все возможные значения случайной величины откладывают по оси абсцисс, а по оси ординат – соответствующие им вероятности (рис. 1.6.).

Распределения могут иметь самую различную форму, однако все они обладают одним общим свойством. Сумма ординат, представляющая собой сумму вероятностей всех возможных значений случайной дискретной (непрерывной) величины, всегда равна единице. Это основное свойство вытекает из условия, что все возможные значения случайной величины  $X$  образуют полную группу несовместимых событий.

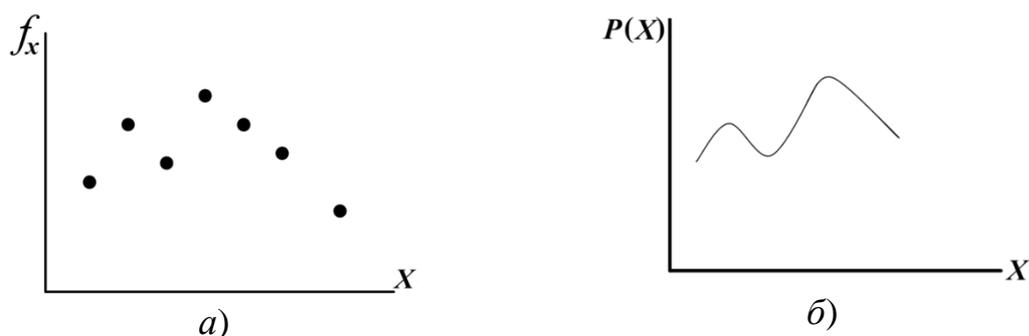


Рис. 1.6. Графическая форма представления результатов распределения случайной величины:  
 а) – дискретной, б) - непрерывной

Если речь идет о непрерывной случайной величине, то все ее значения перечислить невозможно, что усложняет представление распределения случайной величины. Поэтому, как правило, ее характеризуют не вероятностями отдельных значений, а вероятностями того, что случайная величина принимает одного из значений из определенного интервала, т.е. вероятностями неравенств вида

$$x_{i-1} \leq X < x_i.$$

Часто за величину интервала принимают его середину, т.е. центральное значение. Если значение случайной величины находится точно на границе двух интервалов, можно считать данное значение принадлежащим, в равной мере, к обоим интервалам. По договоренности его, как правило, принято относить (прибавлять) к значению частоты ( $f_x$ ) предыдущего интервала.

Число интервалов ( $m$ ), на которые следует делить весь диапазон колебаний значения случайной величины, не должно быть слишком большим

(тогда распределение становится «невывразительным»); а с другой стороны, оно не должно быть слишком малым (при малом числе интервалов распределение имеет «слишком грубое» представление). При этом количество интервалов разбиения выбирают таким образом, чтобы размах колебаний наблюдаемой величины по возможности нацело делился на  $m$ . Количество интервалов разбиения также может быть определено по эмпирической формуле Стерджесса:

$$m = 1 + 3,322 \lg n,$$

где  $m$  – количество равных интервалов разбиения;  
 $n$  – объем исследуемой выборки.

Практика показывает, что при достаточно большом числе наблюдений рационально выбирать число интервалов от 7 до 15.

Величина интервала определяется отношением диапазона колебаний случайной величины к количеству принятых интервалов.

$$l = \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{m},$$

где  $l$  – величина интервала разбиения;

$x_{i \max}$  – наибольшее значение наблюдаемой случайной величины;

$x_{i \min}$  – наименьшее значение наблюдаемой случайной величины.

Для каждого из интервалов разбиения определяют границы интервала, среднее арифметическое  $\bar{X}$ , частоту и частость. Среднее арифметическое интервала находят как полусумму наибольшего и наименьшего значений в интервале.

$$\bar{X} = \frac{x_{i \max} + x_{i \min}}{2}$$

Табличное распределение непрерывной случайной величины аналогично представлению дискретной случайной величины, однако вместо дискретных значений величины  $X$  в таблице указываются интервалы ее значений, расположенные в возрастающем порядке с учетом соответствующих им частот (табл. 6).

Таблица 6

Интервальное распределение непрерывной случайной величины

| Порядковый номер интервала | Интервал $l$ значений $X$ | Среднее арифметическое значение $x_i$ | Частота $f_{x_i}$ | Частость $m_{x_i}$ |
|----------------------------|---------------------------|---------------------------------------|-------------------|--------------------|
| 1                          | 160,031 – 160,033         | 160,032                               | 3                 | 0,03               |
| 2                          | 160,033 – 160,035         | 160,034                               | 3                 | 0,03               |
| 3                          | ...                       | ...                                   | ...               | ...                |

|   |                   |         |                    |                  |
|---|-------------------|---------|--------------------|------------------|
| 8 | 160,043 – 160,045 | 160,044 | 8                  | 0,08             |
| 9 | 160,045 – 160,047 | 160,046 | 5                  | 0,05             |
|   |                   |         | $\Sigma f_i = 100$ | $\Sigma m_i = 1$ |

Эмпирическое распределение непрерывной случайной величины графически может быть представлено в виде гистограммы распределения, полигона частот или полигона кумулятивных частот.

*Гистограмма распределения* представляет собой совокупность соприкасающихся прямоугольников, основания которых соответствуют интервалам разбиения, а площади пропорциональны частотам значений случайной величины, попадающих в данный интервал (рис. 1.7).

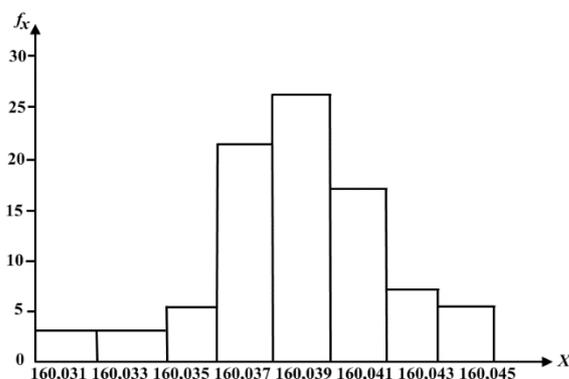


Рис. 1.7. Гистограмма распределения непрерывной случайной величины

Разбивая интервалы на несколько частей и исходя из того, что вся площадь гистограммы остается неизменной, можно получить многоступенчатую гистограмму, которая в пределе (за счет уменьшения величины интервала) перейдет в плавную кривую – кривую распределения.

*Полигон частот* – это ломаная линия, получаемая при соединении точек, абсциссы которых как правило равны средним значениям случайной величины в границах интервалов разбиения, а ординаты – соответствующим частотам (рис. 1.8).

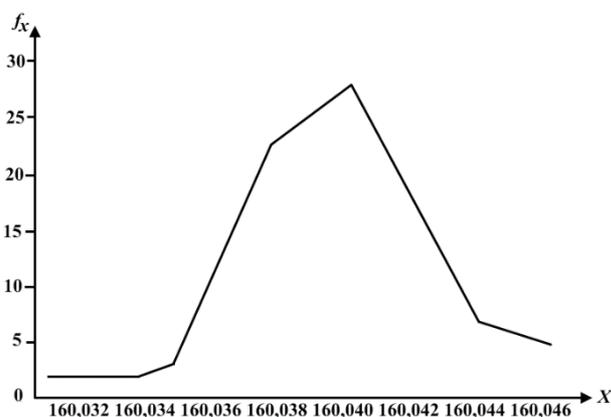


Рис. 1.8. Полигон частот случайной непрерывной величины

Полигон кумулятивных частот – ломаная линия, получаемая при соединении точек, абсциссы которых как правило равны средним значениям случайной величины в границах интервалов разбиения, а ординаты – либо кумулятивным частотам, либо кумулятивным частотам (рис. 1.9).

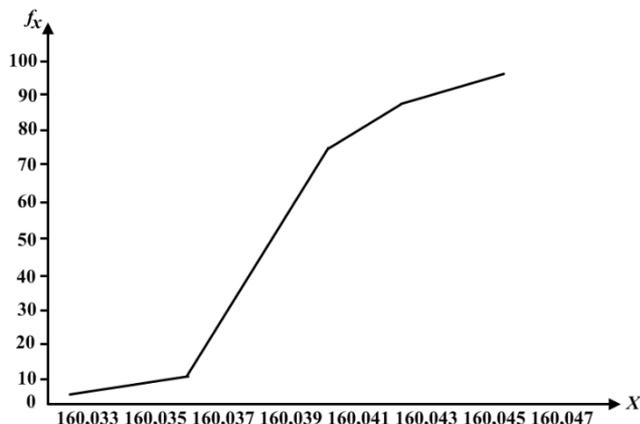


Рис. 1.9. Полигон кумулятивных частот случайной непрерывной величины

При теоретических описаниях случайных величин непрерывного типа используется функция распределения.

Пусть  $X$  – случайная величина, а  $x$  – какое-либо действительное число (при этом  $X < x$ ). Событию  $X < x$  отвечает вероятность  $P(X < x)$ , которая является функцией  $F(x)$ , т.е.

$$P(X < x) = F(x),$$

где  $F(x)$  – функция распределения вероятностей случайной величины или интегральная функция распределения.

**Пример.** Определить интегральную функцию распределения дискретной случайной величины при  $X < x_4$  для заданных условий:

|       |       |       |       |       |       |                     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------------|
| $X$   | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |                     |
| $m_x$ | 2/40  | 5/40  | 26/40 | 4/40  | 3/40  | $\Sigma m_{xi} = 1$ |

$$F(X) = P(X < x_4) = P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) = \frac{2}{40} + \frac{5}{40} + \frac{26}{40} = \frac{33}{40}$$

Представим в табличной форме значения интегральной функции распределения  $F(X)$  для каждого текущего значения  $x_i$ .

|        |       |       |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $X$    | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
| $F(X)$ | 2/40  | 7/40  | 33/40 | 37/40 | 40/40 |

График интегральной функции распределения дискретной случайной величины будет иметь вид ступенчатой кривой (рис. 1.10). Ординаты кривой для любого значения  $X$  будут представлять сумму вероятностей предшествующих значений.

Вероятность того, что случайная величина при испытаниях окажется в границах двух заданных значений  $x_1$  и  $x_3$  ( $x_3 > x_1$ ) равна приращению интегральной функции на этом участке, т.е. для приведенного выше примера распределения дискретной случайной величины.

$$P(x_1 \leq X \leq x_3) = P(X < x_2) - P(X < x_1) = F(x_3) - F(x_1) = 33/40 - 2/40 = 31/40.$$

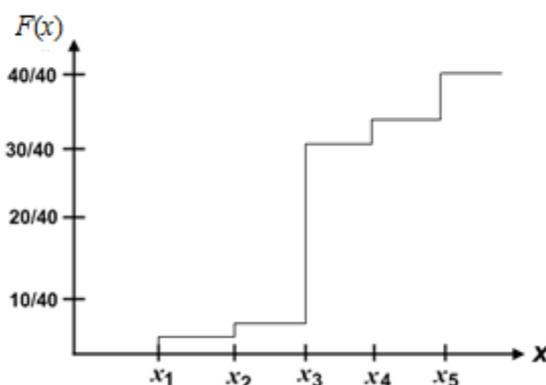


Рис. 1.10. Интегральная функция распределения дискретной случайной величины

Для непрерывной случайной величины график интегральной функции распределения будет иметь вид монотонно возрастающей кривой (рис. 1.11). На практике с помощью интегральной функции распределения определяют теоретические частоты распределения.

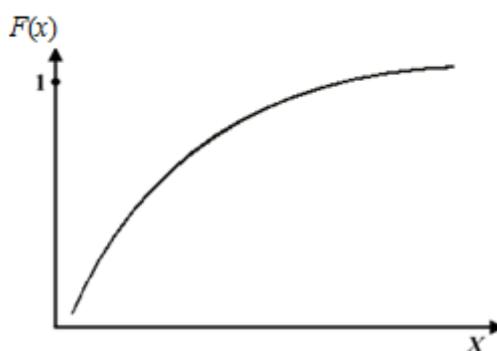


Рис. 1.11 – Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины

*Плотностью распределения* (дифференциальной функцией распределения) случайной величины называют первую производную от интегральной функции распределения:

$$f(x) = F'(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

Для аналитического описания непрерывной случайной величины в ряде случаев используют *функцию интенсивности*, равную отношению дифференциальной функции распределения к обратной интегральной функции распределения:

$$H(x) = \frac{f(x)}{1 - \int_{-\infty}^x f(x)dx}.$$

Зная закон распределения случайной величины, можно определить, где располагаются ее возможные значения и какова вероятность появления ее в том или ином интервале. Однако при решении многих практических задач нет необходимости характеризовать генеральную совокупность в целом. В теории вероятностей для оценки случайной величины используются числовые характеристики ее распределения. Основное их значение – характеризовать наиболее существенные особенности того или иного вида распределения.

Чтобы статистические оценки давали «хорошие» приближения оцениваемых параметров, они должны обладать определенными характеристиками.

*Несмещенной* называют систематическую оценку  $X$ , математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру  $x$  при любом объеме выборки, т.е.  $\mu(X) = x$ .

*Смещенной* называют оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Было бы ошибочным считать, что несмещенная оценка всегда дает хорошее приближение оцениваемого параметра. Действительно, возможные значения  $X$  могут быть сильно рассеяны вокруг своего среднего значения, т.е. дисперсия  $\sigma^2(X)$  может быть значительной. В этом случае найденная по данным одной выборки оценка, например  $x_1$ , может оказаться весьма удаленной от среднего значения  $\bar{x}$ , а значит, и от самого оцениваемого параметра  $X$ . Использование  $x_1$  в качестве приближенного значения  $X$ , может привести к существенным ошибкам. Малое значение  $\sigma^2(X)$  предопределяет отсутствие существенных ошибок. По этой причине к статистической оценке предъявляется требование эффективности.

*Эффективной* называют статистическую оценку, которая (при заданном объеме выборки  $n$ ) имеет наименьшую возможную дисперсию.

При рассмотрении выборок большого объема к статистическим оценкам предъявляется требование состоятельности.

*Состоятельной* называют статистическую оценку, которая при  $n \rightarrow \infty$  стремится по вероятности к оцениваемому параметру. Например, если дисперсия несмещенной оценки при  $n \rightarrow \infty$  стремится к нулю, то такая оценка оказывается и состоятельной.

## **Числовые характеристики распределения случайных величин.**

О каждой случайной величине необходимо, прежде всего, знать ее некоторое среднее значение, около которого группируются возможные значения случайной величины (центр группирования), а также число, характеризующее степень разбросанности этих значений относительно среднего. Числовые характеристики распределения случайных величин называются также статистическими мерами.

*Мерой положения* называется числовая характеристика положения центра группирования случайной величины. В качестве *мер положения* используют математическое ожидание, среднее арифметическое значение, среднее арифметическое взвешенное, среднее гармоническое, среднее геометрическое, середину размаха, медиану и моду. *Математическим ожиданием* случайной величины  $X$  называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений.

Рассмотрим дискретную случайную величину  $X$ , имеющую возможные значения  $x_1, x_2 \dots x_n$  с вероятностями  $P_1, P_2 \dots P_n$ . Математическое ожидание дискретной случайной величины  $X$ , которое мы обозначим как  $\mu(X)$ , определяется равенством:

$$\mu(X) = x_1P_1 + x_2P_2 + \dots + x_nP_n = \sum_{i=1}^n x_iP_i,$$

где  $i$  – число возможных значений случайной величины  $X$ .

**Пример.** Случайная дискретная величина имеет следующее распределение.

|        |           |           |           |           |                       |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------------------|
| $X$    | $x_1 = 0$ | $x_2 = 1$ | $x_3 = 2$ | $x_4 = 3$ |                       |
| $P(X)$ | 0,1       | 0,2       | 0,5       | 0,2       | $\sum_0^4 P(X_i = 1)$ |

Математическое ожидание  $\mu(X)$  случайной дискретной величины равно:

$$\mu(X) = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,2 = 1,8.$$

Математическое ожидание  $\mu(X)$  непрерывной случайной величины  $X$ , имеющей плотность вероятности  $f(x)$ , рассчитывается как

$$\mu(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx.$$

Для простой статистической совокупности, когда каждое значение параметра  $x_i$  встречается только 1 раз, а  $f(x) = 1/n$ , математическое ожидание равно *среднему арифметическому* случайной величины  $\bar{X}$ .

$$\mu(X) = \bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

В случае статистического ряда, когда значению параметра соответствует какая-то частота, среднюю называют «средней взвешенной», а ее расчет производится по формуле:

$$\bar{X} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

*Пример.* В таблице приведен случайный статистический ряд. Необходимо определить среднюю взвешенную представленной совокупности.

|        |           |           |           |           |            |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| X      | $x_1 = 2$ | $x_2 = 6$ | $x_3 = 4$ | $x_4 = 8$ | $x_5 = 10$ |
| $f(X)$ | 4         | 6         | 2         | 5         | 3          |

$$\bar{X} = \frac{2 \cdot 4 + 6 \cdot 6 + 4 \cdot 2 + 8 \cdot 5 + 10 \cdot 3}{20} = 6,1.$$

Следует иметь в виду, что средняя только в том случае является обобщающей характеристикой, когда она применяется к однородной совокупности наблюдаемых значений параметра.

Для непрерывных случайных величин в качестве  $x_i$  принимают середину интервалов, на которые разбивается ряд значений X.

Довольно часто под средним арифметическим подразумевают среднее арифметическое взвешенное значение.

*Среднее гармоническое* рассчитывают как:

$$\bar{X}_{\text{гарм}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

*Средним геометрическим* называют корень  $n$ -ой степени из произведения значений случайной величины:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

Среднее геометрическое используется для анализа динамики явлений и позволяет определить средний коэффициент роста, а индивидуальные значения случайной величины представляют собой относительные показатели динамики процесса.

*Срединой размаха* называют полусумму (среднее арифметическое) наибольшего и наименьшего значений случайной величины.

$$R_0 = \frac{x_{i \max} + x_{i \min}}{2}.$$

В практике контроля качества продукции применяются и другие характеристики положения, в частности мода и медиана случайной величины.

*Модой*  $M_0$  дискретной случайной величины называется ее наиболее вероятное значение, т.е. значение параметра, которое наиболее часто встречается в данном статистическом ряду.

Для непрерывной случайной величины мода есть такое ее значение, при котором кривая распределения имеет максимум, т.е.  $f_x = (M_0) = \max$  (рис. 1.12).

Мода в дискретном ряду определяется по частотам значений параметра и соответствует значению параметра с наибольшей частотой.

*Пример.* В дискретном ряду случайных величин 10,025; 10,015; 10,018; 10,015; 10,018; 10,022; 10,019; 10,015; 10,017; модой будет значение 10,015, так как оно встречается наиболее часто – 3 раза.

В случае распределения непрерывной случайной величины представленного гистограммой распределения модальный интервал (т.е. содержащий моду) определяется по наибольшей частоте.

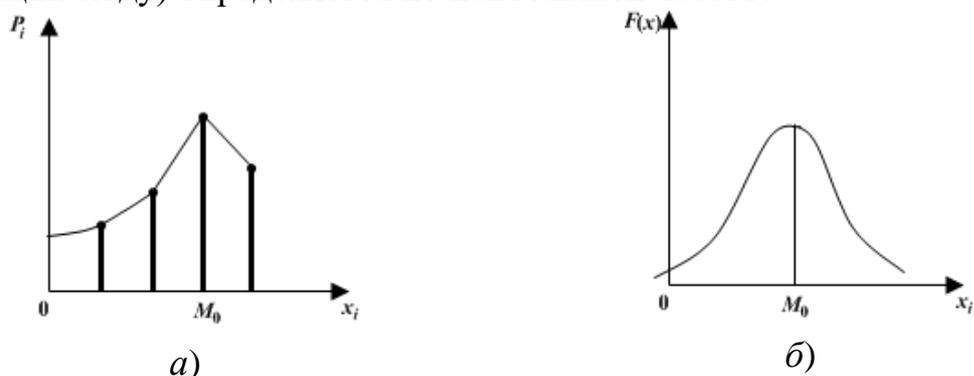


Рис. 1.12. Моды на кривых распределения случайных величин:  
а) – дискретной; б) – непрерывной

Если кривая распределения имеет два или несколько максимумов (рис. 1.13), то распределение, в первом случае, называется *двухмодальным* (бимодальным), во втором *многомодальным*

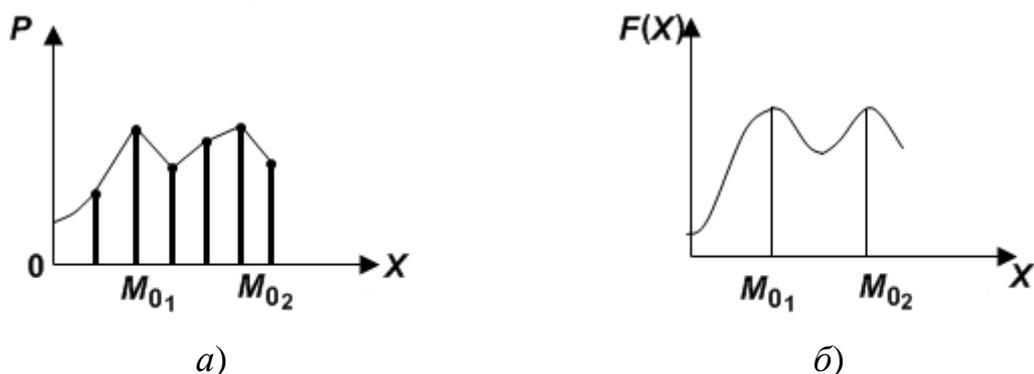


Рис. 1.13. Бимодальное распределение случайных величин:  
а) – дискретной; б) – непрерывной

*Медианой*  $\tilde{x}$  случайной величины  $X$  называется такое ее значение, относительно которого равновероятно получение большего или меньшего значения случайной величины, т.е. медиана это такое значение случайной величины, которое приходится на середину упорядоченного ряда.

$$P(X < \tilde{x}) = P(X > \tilde{x}).$$

Иными словами, если  $n$  значений случайной величины расположить в порядке их возрастания, то значение, находящееся в центре числового ряда называют *медианой*  $\tilde{x}$ .

Если упорядоченный ряд имеет нечетное количество значений случайной величины, то медианным будет значение, принадлежащее среднему члену ряда.

$$\tilde{x} = x_{\frac{i+1}{2}},$$

где  $i$  – количество значений случайной величины, включенных в числовой ряд.

Если в ряду четное число членов ряда, то медианным значением будет полусумма двух значений «средних» членов ряда.

$$\tilde{x} = (x_{\frac{i}{2}} + x_{\frac{i}{2}+1})/2.$$

**Пример.** По ходу реализации технологического процесса обработки отобрано 5 деталей имеющих размеры: 32,10; 32,05; 31,98; 32,08; 32,03. Расположим полученные результаты в порядке возрастания: 31,98; 32,03; 32,05; 32,08; 32,10. Так как  $n = 5$ , то в качестве медианы принимаем размер детали, занимающее  $\frac{1}{2}(5 + 1)$  место в упорядоченном ряду, т.е  $\tilde{x} = 32,05$ .

Если в процессе обработки отобрано 4 детали с размерами: 32,10; 32,05; 31,98; 32,08 то, медианой будет  $\tilde{x} = 32,065$ .

$$\tilde{x} = (x_2 + x_3)/2 = (32,05 + 32,08)/2 = 32,065.$$

*Геометрическая медиана* – это абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам (рис. 1.14). Так как вся площадь, ограниченная кривой распределения, равна единице, функция распределения в точке  $\tilde{x}$ , будет

$$F(\tilde{x}) = P(X < \tilde{x}) = 0,5.$$

Если распределение одномодальное и симметричное, то все три характеристики положения случайной величины – математическое ожидание, мода и медиана – совпадают, т.е.  $\mu = M_0 = \tilde{x}$ .

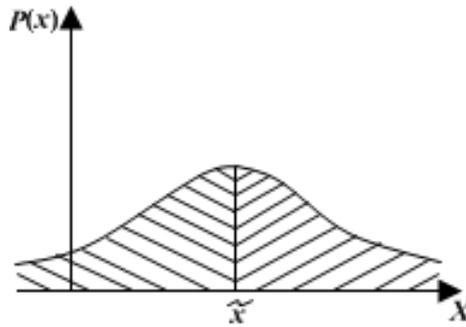


Рис. 1.14 – Положение медианы  $\tilde{x}$  на кривой распределения

В случае графического представления распределения непрерывной случайной величины – значение медианы сравнительно легко определяется визуально.

*Мерой рассеивания* называется числовая характеристика разбросанности случайных значений относительно меры положения.

В качестве мер рассеивания используются *размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации и квантиль*.

Самой простой характеристикой рассеивания является размах ( $R$ ). Размах представляет собой величину неустойчивую, зависящую от множества случайных причин и поэтому ее рекомендуется применять в качестве приблизительной оценки рассеивания. Формула для вычисления размаха имеет следующий вид:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Размахом пользуются как мерой рассеивания в эмпирических распределениях при малом числе наблюдений (когда  $n \leq 10$ ).

*Дисперсией дискретной случайной величины* называется сумма произведений квадратов отклонений случайной величины  $X$  от ее математического ожидания на соответствующие вероятности.

$$V(X) = \sum_{i=1}^m (x_i - \mu(X))^2 P(x_i).$$

*Дисперсия непрерывной случайной величины*, имеющей плотность вероятности  $p(X)$ , рассчитывается как:

$$V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu(X))^2 p(x_i) dX.$$

Эта величина применяется в качестве меры рассеивания теоретического распределения. Для эмпирического распределения используется аналогичная

величина  $\sigma^2$ , которая определяется как сумма произведений квадратов отклонений значений случайной величины  $x_i$  от ее среднего арифметического значения  $\bar{x}$  на соответствующее частоты.

Тогда дисперсия  $\sigma^2$  определяется по следующим зависимостям:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 f_i \quad \text{при } n > 25,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 f_i \quad \text{при } n < 25.$$

Размерность  $\sigma^2$  совпадает с размерностью самой случайной величины  $X$ .

Если извлечь квадратный корень из дисперсии, то мы получим выборочное значение среднего квадратического отклонения ( $s$ ), которое называется также стандартным отклонением.

Среднее квадратическое отклонение невзвешенное и взвешенное имеет соответственно следующий вид (при  $n > 25$ ):

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}}, \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}},$$

где  $f_i$  – количество значений случайной величины, попавших в  $i$  интервал разбиения.

Учитывая, что среднее математическое ожидание случайной величины и среднее квадратичное отклонение представляют собой величины, выраженные в тех же единицах измерения, что и значение параметра, для характеристики стабильности параметра используют коэффициент вариации ( $V$ ).

*Коэффициент вариации* по среднему квадратическому отклонению представляет собой отношение среднеквадратического отклонения к значению математического ожидания случайной величины, выраженное в процентах (или в долях единицы):

$$V_s = \frac{s}{\mu(x)} \cdot 100\%.$$

*Квантиль*  $z$  случайной величины  $X$  – такое значение случайной величины, которому соответствует значение интегральной функции распределения, равное  $z$ .

Эмпирическое распределение случайной величины с той или иной долей допущения может быть отнесено к одному из теоретических законов распределения случайной величины, который принимается в качестве математико-статистической модели. Это позволяет перейти к расчету статистических оценок, с помощью которых можно описать распределение

случайной величины, а в дальнейшем использовать их для различных текущих расчетов и расчетов прогнозных показателей.

Дискретные случайные величины, наблюдаемые в инженерной практике, наиболее часто распределяются в соответствии с биномиальным законом (законом Бернулли), законом редких событий (законом Пуассона), законом геометрического распределения, и законом гипергеометрического распределения.

Непрерывные случайные величины, в свою очередь, подпадают под действие закона нормального распределения (закона Гаусса), закона равной вероятности, закона эксцентриситета (закона Релея), закона распределения модуля разности, закона существенно положительных чисел (закона Максвелла).

## **Раздел 2. Теоретические основы оценки несоответствий, методы сбора, анализа и управления несоответствиями.**

### ***Тема 5. Инструменты статистического управления несоответствиям***

Современные технологические процессы должны обеспечивать высокую однородность качества продукции и низкую доли несоответствующих единиц продукции (часто не более нескольких десятков единиц на миллион изделий).

Аттестация процесса предполагает установление потенциальных и фактических характеристик процесса, определяющих свойства:

- воспроизводимости (путем оценки «возможности» процесса),
- стабильности (путем оценки «пригодности» процесса).

Результатом валидации процесса является принятие экономически целесообразных решений степени контроля и управления процессом. Цель - снижение рисков, связанных с «излишним управлением» или «недостаточным управлением».

В основе этих рисков лежит явления изменчивости показателей качества процесса. *Изменчивостью* называют неизбежные различия среди индивидуальных значений процесса.

Под *воспроизводимостью процесса* – понимают интервал варьирования параметра качества в ходе реализации статистически стабильного процесса, определяемый как  $k \cdot \sigma$ , где  $\sigma$  – это собственная изменчивость процесса (обусловленная только обычными причинами изменчивости), оцениваемая как  $\sigma_{\pi}$  или  $\sigma_s$ ,  $k$  – коэффициент, обусловленный установленной доверительной вероятностью.

*Индекс воспроизводимости  $C_p$*  устанавливается для оценки качества процесса и определяется как отношение допуска на контролируемый параметр к оценке собственной изменчивости процесса без учета его центровки:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{k \cdot \sigma_R},$$

где USL – верхняя граница поля допуска;

LSL – нижняя граница поля допуска.

Расчет статистических показателей возможностей процесса применяется при нормальном распределении показателей качества процесса. Полагая достаточной оценку с вероятностью  $P = 0,997$  коэффициент  $k$  принимают равным 6 (при  $P = 0,950$ ,  $k = 4$ ; при  $P = 0,900$ ,  $k = 3$ ).

*Пригодность процесса* – интервал варьирования параметра качества в ходе реализации статистически стабильного процесса, определяемый как  $k \cdot \sigma$ , где  $\sigma$  – полная изменчивость процесса (обусловленная как обычными, так и особыми причинами), оцениваемая выборочным стандартным отклонением  $\sigma$ .

*Индекс пригодности  $P_p$*  устанавливается для оценки качества процесса и определяется как отношение допуска на контролируемый параметр к оценке полной изменчивости процесса без учета его центровки:

$$P_p = \frac{USL - LSL}{k \cdot \sigma_x}.$$

*Индекс воспроизводимости процесса с учетом центровки  $C_{pk}$*  устанавливается для оценки качества процесса с учетом фактического изменения контролируемого параметра качества в ходе реализации статистически стабильного процесса. Индекс определяется путем расчета CPU и CPL, связывая разность между средним процесса и границами поля допуска с половиной оценки собственной изменчивости процесса.

*Верхний индекс воспроизводимости CPU* равен:

$$CPU = \frac{USL - \bar{X}}{k/2 \cdot \sigma_R}.$$

*Нижний индекс воспроизводимости CPL* рассчитывается по формуле:

$$CPL = \frac{\bar{X} - LSL}{k/2 \cdot \sigma_R}.$$

В качестве количественной оценки индекса воспроизводимости процесса с учетом центровки  $C_{pk}$  принимается меньшее из двух рассчитанных значений CPU и CPL.

По известным значениям  $C_p$  и  $C_{pk}$  можно определить интервал, в котором находится ожидаемый уровень несоответствий. По значению  $C_{pk}$  определяют максимально возможное значение ожидаемого уровня несоответствий, по значению  $C_p$  – минимально возможное (табл. 7). Значения  $C_p$  и  $C_{pk}$  определяются на основе выборочных оценок при ограниченном объеме наблюдений, что может приводить к заметным отличиям рассчитанных значений уровней несоответствий действующих процессов от фактически

наблюдаемых. Поэтому рассчитанные значения используют преимущественно для предварительных оценок качества процессов и мониторинга эффективности принимаемых управленческих решений.

Таблица 7

Соответствие индексов воспроизводимости  $C_p$  и  $C_{pk}$  стабильных процессов ожидаемому уровню дефектности продукции

| Значение $C_p$ или $C_{pk}$ | Уровень несоответствий<br>Продукции           |  | Значение $C_p$ или $C_{pk}$ | Уровень несоответствий<br>Продукции           |  |
|-----------------------------|---|--|-----------------------------|---|--|
|                             | процент несоответствующих единиц продукции, % | число несоответствующих единиц на миллион единиц продукции, <i>ppm</i> |                             | процент несоответствующих единиц продукции, % | число несоответствующих единиц на миллион единиц продукции, <i>ppm</i> |
| 0,33                        | 32,2  | 322 000  | 1,00                        | 0,27  | 2700   |
| <b>0,37</b>                 | <b>26,7</b>                                   | <b>267 000</b>   | <b>1,06</b>                 | <b>0,15</b>                                   | <b>1 500</b>   |
| 0,55                        | 9,9   | 99000  | 1,10                        | 0,097   | 970  |
| 0,62                        | 6,3   | 63000  | 1,14                        | 0,063   | 630  |
| 0,69                        | 3,8   | 38000  | 1,18                        | 0,040   | 400  |
| 0,75                        | 2,4   | 24000  | 1,22                        | 0,025   | 250  |
| 0,81                        | 1,5   | 15000  | 1,26                        | 0,016   | 160  |
| 0,86                        | 0,99  | 9900   | 1,30                        | 0,0096  | 96   |
| 0,96                        | 0,40  | 4000   | 1,33                        | 0,0066  | 66   |

Индекс пригодности процесса с учетом центровки  $P_{pk}$  устанавливается для оценки качества процесса с учетом фактического изменения контролируемого параметра качества в ходе реализации процесса, статистическая стабильность которого по разбросу не подтверждена.

Индекс определяется путем расчета из CPU и CPL, связывая разность между средним процесса и границами поля допуска с половиной оценки полной изменчивости процесса:

$$CPU = \frac{USL - \bar{X}}{k/2 \cdot \sigma_s}, \quad CPL = \frac{\bar{X} - LSL}{k/2 \cdot \sigma_s}.$$

В качестве количественной оценки индекса пригодности процесса с учетом центровки  $P_{pk}$  принимается меньшее из двух рассчитанных значений CPU и CPL.

Рекомендуется данный индекс ( $P_{pk}$ ), как и индекс пригодности  $P_p$ , использовать в комплексе с индексами  $C_p$  и  $C_{pk}$ .

Для характеристики процесса также используют коэффициент воспроизводимости процесса, стабильность которого подтверждена CR и коэффициент пригодности процесса, стабильность которого не подтверждена PR:

$$CR = \frac{1}{C_p} = \frac{k \cdot \sigma_R}{USL - LSL}, \quad PR = \frac{1}{P_p} = \frac{k \cdot \sigma_x}{USL - LSL}.$$

Если контролируемый параметр имеет однопредельное ограничение (одну границу поля допуска), т.е. нормировано либо наибольшее предельное значение USL, либо наименьшее предельное значение LSL показателя качества, то для оценки возможности процесса применяются только индексы  $C_{pk}$  и  $P_{pk}$ .

Управляемым считается статистически стабильный процесс, индекс пригодности которого превышает единицу. В этом случае поле рассеивания показателя качества, отражающее изменчивость процесса, меньше допуска. На рис. 2.1 приведены примеры, графически отражающие ситуацию, когда полная изменчивость процесса больше поля допуска (т.е. индекс пригодности  $P_p < 1$ ) и меньше поля допуска (т.е. индекс пригодности  $P_p > 1$ ).

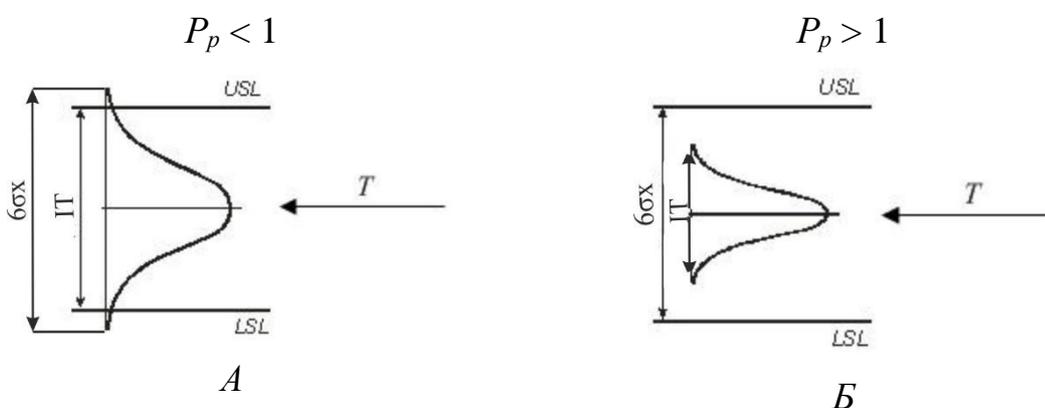


Рис. 2.1. Изменчивость ( $6\sigma_x$ ) неуправляемого (а) и управляемого (б) процессов при настройке процесса на целевое значение ( $T$ ).

Основная цель предварительного анализа процесса состоит в том, чтобы на основании сформированных экспериментальных результатов определить состояние процесса (А, Б, В, Г), а в случае необходимости привести процесс в статистически управляемое состояние.

В ходе предварительного анализа состояния процесса последовательно решаются следующие задачи:

- строится эмпирическое распределение и определяется положение эмпирической функции распределения относительно поля допуска на контролируемый показатель качества;
- проверяется согласие эмпирического распределения с теоретическим;
- определяется вероятная доля брака на исследуемой операции;
- устанавливаются и минимизируются «особые» источники изменчивости, определяющие разладку процесса;
- вычисляются показатели точности и стабильности процесса.

## Тема 6. Средства и методы описательной статистики.

Для удобства использования, информация о наблюдениях должна быть упорядочена в соответствии с принятыми в статистике принципами. Методы статистического описания – это «визуализация» данных, полученных в результате испытаний. В качестве основных средств описания информации, как правило, используются таблицы и диаграммы.

Табличная форма регистрации данных удобна для проведения группировки результатов испытаний.

В зависимости от структуры, все таблицы условно подразделяются на простые и сложные. К **простым** относятся таблицы, применяемые при альтернативной группировке, когда одна группа данных противопоставляется другой. Например, количество брака при изготовлении одинакового количества деталей, допущенного разными рабочими, работающими в течение определенного времени на одном и том же типе оборудования (табл. 8.).

Простые таблицы рекомендуется использовать, когда регистрируются численные показатели, относящиеся к одному классу объектов.

Таблица 8

Пример оформления простой таблицы

| Исполнитель | Наименование изделия | Время работы                   |       |       |       |       |
|-------------|----------------------|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|
|             |                      | 10.04                          | 11.04 | 12.04 | 13.04 | 14.04 |
|             |                      | Количество бракованных изделий |       |       |       |       |
| Иванов А.   | Вал Ø 24 h9          | 1                              | -     | -     | 4     | 2     |
| Петров С.   | Вал Ø 24 h9          | 2                              | 4     | -     | -     | 1     |

Особую форму группировки данных представляют *статистические ряды*, или численные значения показателя, расположенного в определенном порядке.

Например, вариационным рядом распределения называют ряд чисел, показывающий, каким образом числовые значения признака ( $X$ ) связаны с их частотой ( $f$ ) в данной выборке (табл. 9):

Таблица 9

Табличное представление вариационного ряда

| Признак $X$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Частота $f$ | 5     | 7     | 6     | 4     | 9     | 2     |

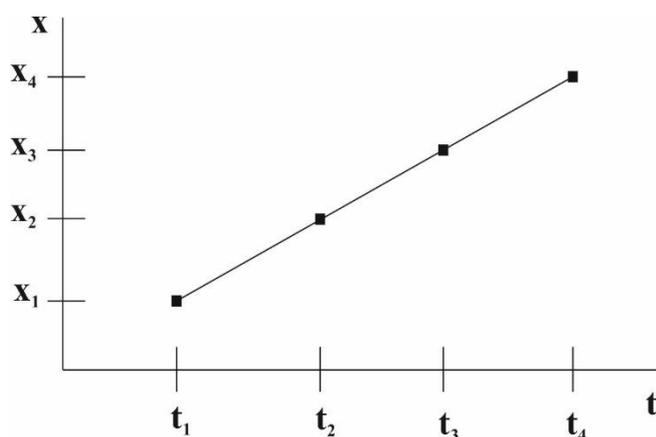
Усложнение таблиц происходит за счет возрастания объема и степени детализации представленной информации. К *сложным таблицам* относятся многопольные таблицы, в которых данные наблюдений в дальнейшем используются для выяснения причинно-следственных отношений между варьируемыми признаками.

Одной из форм регистрации данных является контрольный листок (КЛ), представляющий собой, как правило, бумажный бланк с заранее внесенными





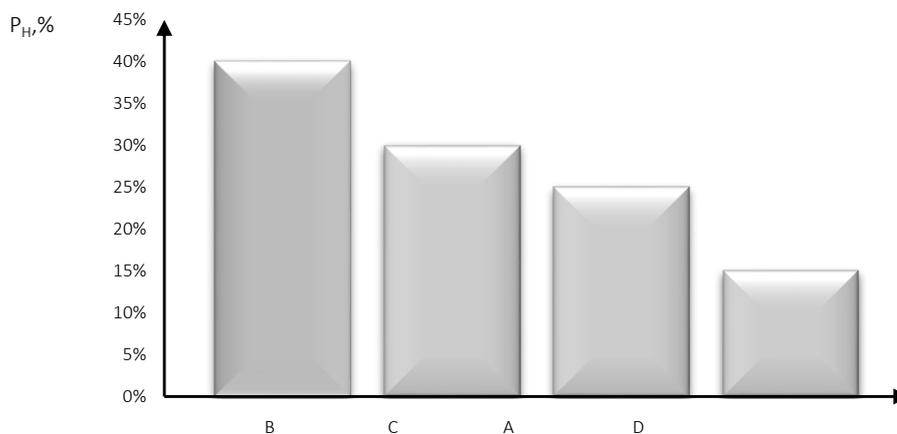
Применение диаграмм на практике позволяет легко оценить состояние процесса на данный момент, а в ряде случаев и спрогнозировать более отдаленный результат по тенденции процесса, которую можно в нем обнаружить. В первую очередь это относится к графикам, которые называются **временными рядами**. Пример временного ряда приведен на рис. 2.3, на котором отражен характер показателя качества во времени. Такой вид регистрации данных широко применяется на производстве для проведения анализа стабильности технологических процессов.



$x_i$  – значение показателя,  $t$  – время.

Рис. 2.3. Пример представления временного ряда

Очень удобны для анализа столбчатые диаграмма, которые наглядно характеризуют приоритеты тех или иных факторов при оценке какого-либо события. Так, например, используя данные приведенные на рис. 2.4. по высоте столбиков легко определить главные источники несоответствий (в условиях конкретных испытаний) при оценке точности геометрических параметров деталей.



$A$  – погрешность размера;  $B$  – погрешность формы;  
 $C$  – погрешность расположения;  $D$  – несоответствие шероховатости.

Рис. 2.4. Источники несоответствий

Диаграммы накопленных частот представляют собой кривые, для построения которых, по оси абсцисс ( $X$ ) откладывают либо общее количество, либо процент всех наблюдений, в которых значение некоторой величины не превышает данного значения из интервала возможных результатов. По оси ординат ( $Y$ ) откладывают накопленные частоты (рис. 2.5.). Поскольку частоты не могут принимать отрицательных значений, кривые накопленных частот являются монотонно неубывающими.

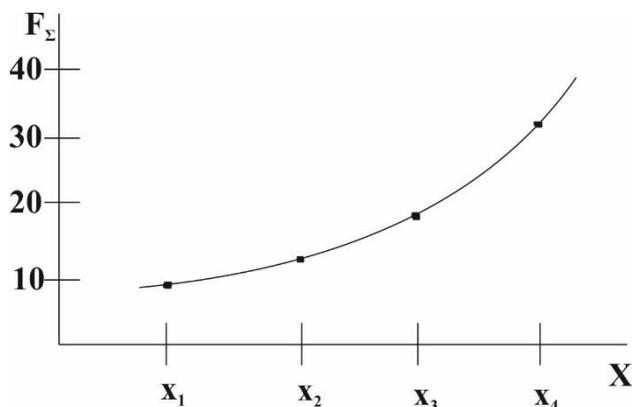
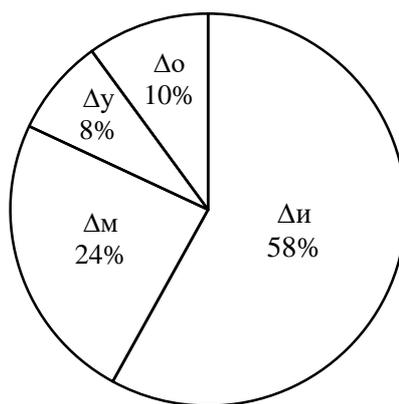


Рис. 2.5. Пример выполнения диаграммы накопленных частот

Достаточно часто для отражения результатов наблюдений используются *круговые диаграммы*. Ими выражают соотношение отдельных составляющих какого-либо параметра и всего параметра в целом. Например, на рисунке 2.6. отражена «доля» отдельных составляющих суммарной погрешности измерений по отношению к собственно суммарной погрешности измерений. Такие диаграммы удобно использовать при решении проблемы повышения качества за счет выработки эффективного алгоритма проведения работ и выбора соответствующих методов достижения полученных результатов.



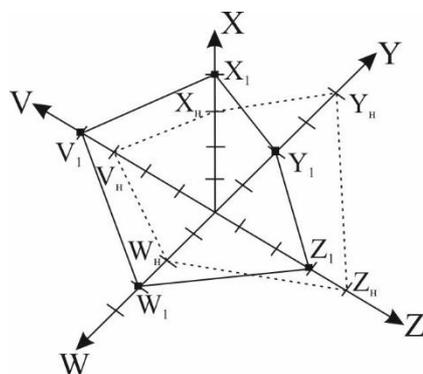
$\Delta_{и}$  – инструментальная составляющая суммарной погрешности измерений ( $\Delta_{\Sigma}$ );  
 $\Delta_{м}$  – методическая составляющая  $\Delta_{\Sigma}$ ;  $\Delta_{у}$  – погрешность условий;  
 $\Delta_{о}$  – погрешность оператора.

Рис. 2.6. Составляющие суммарной погрешности измерений (пример круговой диаграммы)

«Радиационная» диаграмма предназначена для отражения баланса между несколькими факторами.

Для построения диаграммы (рис. 2.7) необходимо: из центра круга провести радиусы по числу исследуемых факторов (радиусы напоминают лучи «расходящиеся» при радиационном распаде – отсюда и название диаграммы). На эти радиусы наносятся деления градуировочных шкал и значения результатов наблюдений. Точки, которыми обозначены отложенные значения, соединяются отрезками прямой. На диаграмму наносят также нормированные значения, что позволяет осуществлять наглядное сравнение и оценку полученных данных.

Описательная статистика имеет важное значение в процессах статистического управления качеством не только как база данных наблюдаемым событиям, но и как предварительный этап анализа причин, вызывающих несоответствия и отклонения параметров от их нормированных значений. В конечном счете, именно эти причины приводят к повышению затрат на ее производство.



X, Y, Z, W, V – исследуемые факторы;  
 $x_1, y_1, z_1, w_1, v_1$  – текущие результаты наблюдений исследуемых факторов;  
 $x_n, y_n, z_n, w_n, v_n$  – нормированные значения исследуемых факторов.

Рис. 2.7. Пример построения радиационной диаграммы

### **Тема 7. Проверка статистических гипотез. Основные понятия о статистических гипотезах.**

Полученные в экспериментах выборочные данные всегда ограничены и носят случайный характер. Одной из основных задач прикладной статистики является разработка методов изучения массовых явлений или процессов на основе сравнительно небольшого количества наблюдений или опытов.

К массовым явлениям может быть, например, отнесена группа объектов, объединенных каким-либо общим признаком или свойством качественного или количественного характера. Такая группа объектов образует *статистическую совокупность*. К ней, например, можно отнести партию деталей. Признак, по которому детали объединяются в совокупность, может быть количественным (размер) или качественным («соответствующие», «несоответствующие»). Следовательно, одни и те же объекты могут

образовывать несколько совокупностей в зависимости от того, по какому признаку они объединяются в совокупность.

Объекты, образующие совокупность, называются ее *членами*. Общее число членов совокупности составляет ее **объем**. Если совокупность содержит конечное число членов, полученных в результате испытаний, то она называется *эмпирической*.

В прикладной статистике для исследования большой эмпирической совокупности прибегают к выборкам из нее.

*Выборкой* называется часть членов совокупности, отобранных из нее для получения сведений о всей совокупности. В этом случае совокупность, из которой извлекается выборка, называется *генеральной совокупностью*. Для того, чтобы по данным выборки можно было достаточно уверенно судить об интересующем нас признаке генеральной совокупности, необходимо, чтобы члены выборки правильно его представляли, иначе говоря, выборка должна быть репрезентативной (представительной).

*Репрезентативной (представительной) выборкой* называется выборка, которая правильно отражает пропорции генеральной совокупности.

По способу образования выборки делятся на повторные и бесповторные. *Повторная выборка* образуется путем последовательного извлечения из генеральной совокупности нескольких членов с возвратом каждого из них после соответствующего обследования в генеральную совокупность. При извлечении следующего объекта из совокупности не исключена возможность повторного отбора этого же объекта.

*Пример:* Из партии в 100 деталей последовательно извлекается 10 деталей в следующем порядке: извлекается и измеряется первая деталь, затем она возвращается в партию, которая тщательно перемешивается. Затем извлекается следующая деталь и т.д. Извлеченные таким способом 10 деталей составляют повторную выборку объемом в 10 штук.

*Бесповторная выборка* образуется путем извлечения некоторого числа членов генеральной совокупности для необходимого обследования без возврата этих членов в совокупность.

*Пример:* Если из партии в 1000 штук деталей сразу или последовательно будет извлечено 10 деталей без возвращения их обратно в совокупность, то будет образована бесповторная выборка объемом 10 штук.

Выборки делятся также на преднамеренные и случайные, мгновенные и общие, малые и большие.

Выборка считается *преднамеренной*, если отбор объектов для нее из генеральной совокупности производится с определенной тенденцией, приводящей к повышению или понижению вероятности выявления изучаемого признака качества.

Выборка считается *случайной*, если все объекты генеральной совокупности имеют равную возможность попасть в выборку.

*Мгновенной* (или текущей) выборкой называется выборка малого объема, взятая из числа единиц потока продукции, изготовленных к моменту отбора в

короткий промежуток времени, в течение которого проявление особых причин изменчивости пренебрежимо мало.

*Общей* называется выборка, состоящая из серии мгновенных выборок, статистические характеристики которой отражают влияние как обычных, так и особых причин изменчивости.

*Малой выборкой* считается выборка, объем которой меньше 25 членов. Если объем выборки больше 25 членов, то она считается **большой**. В производственных исследованиях, обычно большая выборка состоит из 50-100 и более членов, а малая выборка из 5-10 членов.

Однако, в связи с действием случайных причин, оценка параметров генеральной совокупности, сделанная на основании ограниченного количества экспериментальных данных, неизбежно будет иметь некоторую погрешность.

Поэтому подобного рода оценка должна рассматриваться как предположительное, а не как окончательное утверждение. Предположения о свойствах и параметрах случайных величин формулируются в виде статистических гипотез.

Сущность проверки статистической гипотезы заключается в том, чтобы установить, согласуются ли экспериментальные данные и выдвинутая гипотеза, допустимо ли отнести расхождение между гипотезой и результатом статистического анализа экспериментальных данных за счет случайных причин?

*Пример:* задача статистического управления процессом состоит в том, чтобы на основании результатов периодического контроля выборок малого объема принимать решение: "процесс налажен" (состояние 1) или "процесс разлажен" (состояние 2). По результатам контроля определяемые статистики неизбежно отличаются одна от другой. Необходимо на основании анализа результатов сделать вывод о «случайной» или «неслучайной» природе этих отличий. Выдвигаются две гипотезы.

Под так называемой *нулевой гипотезой* подразумевают выдвигаемое допущение об отсутствии различия между выборками или их статистическими характеристиками. Ее обозначают  $H_0$  (гипотеза о сходстве) и записывают следующим образом:

$$H_0: \theta = \theta_0$$

(процесс налажен, если параметр  $\theta$  распределения контролируемого показателя качества  $X$  равен  $\theta_0$ ).

Затем на основании результатов контроля единиц продукции из выборки  $x_1, x_2, \dots, x_n$  нулевая гипотеза проверяется и в результате проверки либо принимается, либо отбрасывается. В последнем случае считается, что подтверждается *альтернативная гипотеза*.

$$H_1: \theta = \theta_1$$

(процесс разлажен, если параметр  $\theta$  равен  $\theta_1$ ).

Для проверки гипотез в математической статистике пользуются рядом критериев, которые называют **критериями согласия**. Для того, чтобы принять или забраковать гипотезу при помощи этих критериев, установлены уровни их значимости. **Уровень значимости** ( $\alpha$ ) представляет собой достаточно малое значение вероятности (определяет пороговое значение) случайного возникновения этой величины или еще более крайних величин, наступление которых можно считать практически невозможным и малозначимым с точки зрения решаемой задачи. Обычно принимают пяти-, двух- или однопроцентный уровень значимости. В технике чаще всего принимают 5% уровень значимости.

Выбирая тот или иной уровень значимости критерия, мы тем самым устанавливаем и область допустимых его значений, которая выражается вероятностью  $P = 1 - \alpha$ .

*Пример.* При однопроцентном уровне значимости  $P = 0,05$ , область допустимых значений выражается вероятностью  $P = 1 - 0,05 = 0,95$ .

Статистические приемы проверки гипотез не обладают полной определенностью. Если используемый критерий попадает в область допустимых значений, то нельзя сделать вывода о правильности гипотезы, а можно лишь заключить, что полученное значение критерия не противоречит этой гипотезе. Допустимость гипотезы можно признать до тех пор, пока более обстоятельные исследования при увеличенном числе наблюдений с помощью других, более точных, критериев не подтвердят это или не приведут к противоположному заключению.

Таким образом, сохраняется небольшая вероятность (учитывая, что  $\alpha$  мало, но не равно нулю), что гипотеза  $H_0$  отвергается, хотя она верна. Такая ошибка называется ошибкой первого рода. Ее вероятность равна  $\alpha$ .

Возможна и ошибка второго рода  $\beta$ , которая состоит в том, что гипотеза  $H_0$  принимается, хотя она неверна, а верна альтернативная гипотеза  $H_1$ .

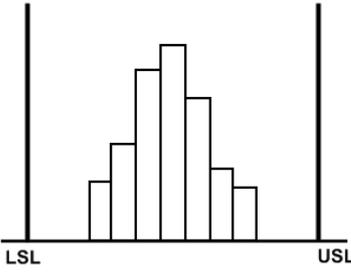
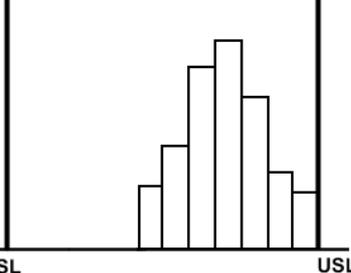
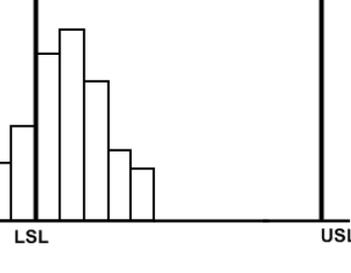
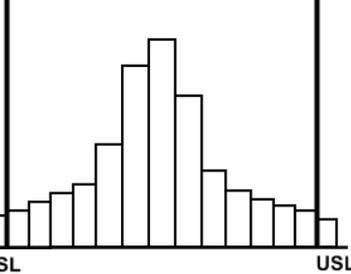
### **Анализ возможностей процесса**

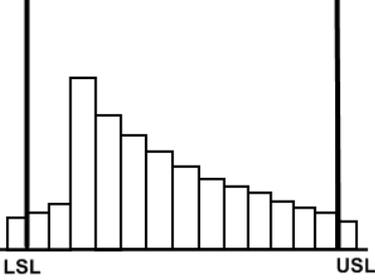
*Анализ возможностей процесса* может осуществляться как последовательное использование ряда статистических инструментов.

Анализ формы гистограммы и ее положения относительно границ допуска на контролируемый параметр позволяет оценить состояние процесса и предложить меры по его улучшению (табл. 12).

Таблица 12

Типовые формы гистограмм

| № варианта | Графическое представление<br>Варианты положения гистограммы относительно границ допуска  | Описание состояния<br>Процесса   | Выводы и рекомендуемые меры по улучшению процесса  |
|------------|--|--|--|
| 1.         |  <p>The histogram shows a symmetric distribution centered between the Lower Specification Limit (LSL) and the Upper Specification Limit (USL). The bars are evenly spaced and centered, indicating a process that is well-controlled and within specifications.</p> | <p>Гистограмма «симметрична» относительно центра поля допуска и полностью расположена между предельными размерами контролируемого параметра <math>X</math><br/> <math>(USL - LSL) &gt; (X_{max} - X_{min})</math></p>                        | <p>Процесс находится в управляемом состоянии и может быть продолжен.</p>   |
| 2.         |  <p>The histogram is shifted towards the USL, with its center closer to the upper limit than to the lower limit. This indicates a process with a positive bias.</p>   | <p>Гистограмма смещена в сторону наибольшего предельного размера. Центр распределения не совпадает с серединой поля допуска.<br/> Гистограмма расположена в пределах поля допуска<br/> <math>(USL - LSL) &gt; (X_{max} - X_{min})</math></p> | <p>Возможно присутствие особых причин изменчивости. Процесс может быть продолжен при условии подналадки с целью совмещения центра гистограммы с серединой поля допуска.</p>  |
| 3.         |  <p>The histogram is shifted towards the LSL, with its center closer to the lower limit than to the upper limit. This indicates a process with a negative bias.</p>   | <p>Гистограмма смещена в сторону наименьшего размера и выходит за ее границу. Центр распределения не совпадает с серединой поля допуска.<br/> Выполняется условие<br/> <math>(USL - LSL) &gt; (X_{max} - X_{min})</math></p>                 | <p>Выход гистограммы за границу поля допуска свидетельствует о наличии особых причин изменчивости, приводящих к появлению дефектных изделий. Процесс может быть продолжен после подналадки, при которой центр гистограммы будет совмещен с серединой поля допуска.</p>   |
| 4.         |  <p>The histogram is centered between LSL and USL, but its right tail extends beyond the USL. This indicates a process with high variability.</p>   | <p>Центр распределения совпадает с серединой поля допуска, но гистограмма выходит за границы поля допуска<br/> <math>(USL - LSL) &lt; (X_{max} - X_{min})</math></p>   | <p>Выход гистограммы за границы поля допуска с двух сторон свидетельствует о наличии дефектных единиц продукции. Середина поля допуска совпадает с центром гистограммы. Необходимо повысить точность процесса снизив влияние обычных источников изменчивости. После уменьшения <math>s</math> и достижения <math>(USL - LSL) &gt; (X_{max} - X_{min})</math> процесс может быть продолжен.</p> |

| № варианта | Графическое представление<br>Варианты положения<br>гистограммы относительно<br>границ допуска | Описание состояния<br>Процесса  | Выводы и рекомендуемые<br>меры по улучшению процесса  |
|------------|---|---|---|
| 5.         |              | <p>Центр распределения не совпадает с серединой поля допуска, а гистограмма выходит за границы поля допуска (<math>USL - LSL &lt; (X_{max} - X_{min})</math>)</p> | <p>Выход гистограммы за границы поля допуска с двух сторон свидетельствует о наличии дефектных единиц продукции. Середина поля допуска не совпадает с центром гистограммы, что предположительно связано с наличием особых причин изменчивости. Необходимо повысить точность и стабильность процесса, снизив влияние как обычных, так и особых источников изменчивости. После уменьшения <math>s</math> с целью выполнения неравенства <math>(USL - LSL) &gt; (X_{max} - X_{min})</math> и достижения примерного равенства <math>\bar{x} \approx \mu</math>, процесс может быть продолжен.</p> |

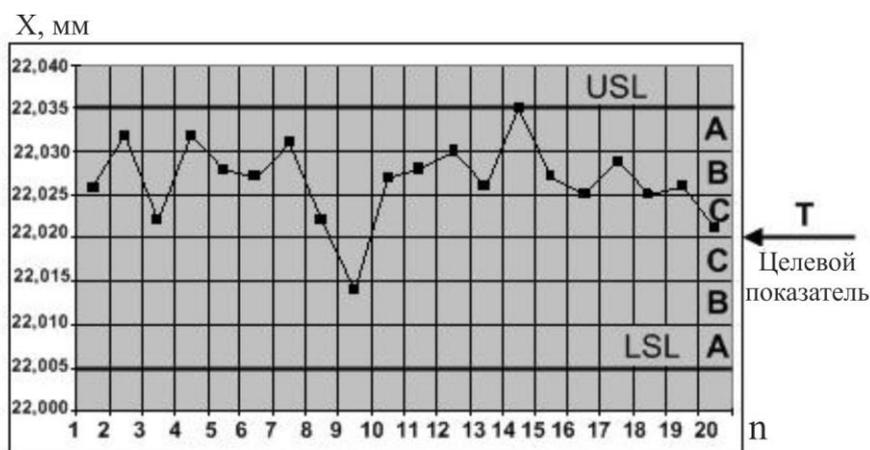
Анализ стабильности процесса с целью выявления наличия особых причин изменчивости также может осуществляться путем построения точечных диаграмм процесса с последующей интерпретацией полученных результатов.

**Пример.** Для проведения исследований формируется исходная информация путем отбора 15 мгновенных выборок (результаты представлены в таблице).

Результаты измерений серии мгновенных выборок

| № выборки | Среднее значение размера в выборке $\bar{X}$ , мм | № выборки | Среднее значение размера в выборке $\bar{X}$ , мм | № выборки | Среднее значение размера в выборке $\bar{X}$ , мм |
|-----------|---|-----------|---|-----------|---|
| 1         | 22,026  | 6         | 22,027  | 11        | 22,028  |
| 2         | 22,032  | 7         | 22,031  | 12        | 22,030  |
| 3         | 22,022  | 8         | 22,022  | 13        | 22,026  |
| 4         | 22,032  | 9         | 22,014  | 14        | 22,035  |
| 5         | 22,028  | 10        | 22,027  | 15        | 22,027  |

Для каждой выборки рассчитываем значение  $\bar{X}$  и строим точную диаграмму в координатах: N (номер выборки) и  $\bar{X}$ .



Пример выполнения точечной диаграммы

Для интерпретации полученных результатов проанализируем точечную диаграмму, построенную на основе экспериментальных результатов с использованием 8 графических критериев (табл. 13), позволяющих определить возможное наличие особых причин изменчивости. С этой целью на точечную диаграмму в принятом масштабе наносим границы поля допуска (USL и LSL). Поле, заключенное между границами, разбиваем на 6 равных зон, обозначая их символами А, В, С и т.д..

Сравнивая поэлементно точечную диаграмму, построенную на основании экспериментальных результатов, с графическими критериями, проводим анализ процесса на наличие особых причин изменчивости.

Таблица 13

Графические критерии наличия особых причин изменчивости

| № критерия | Графическое представление | Описание критерия   |
|------------|---------------------------|---|
| 1.         |                           | Одна точка находится вне зоны А   |
| 2.         |                           | Девять точек подряд находятся в зоне С или по одну сторону от центральной линии |
| 3.         |                           | Шесть подряд возрастающих или убывающих точек                                   |

| № критерия | Графическое представление  | Описание критерия   |
|------------|--|---|
| 4.         | <p>График с 14 точками, чередующимися по высоте относительно центральной линии. Оси помечены UCL, A, B, C, X̄, C, B, A, LCL.</p> | Четырнадцать попеременно возрастающих и убывающих точек   |
| 5.         | <p>График с 3 точками в зоне А и 2 точками вне ее. Оси помечены UCL, A, B, C, X̄, C, B, A, LCL.</p>                              | Две из трех последовательных точек находятся в зоне А или вне ее                                |
| 6.         | <p>График с 4 точками в зоне В и 1 точкой вне ее. Оси помечены UCL, A, B, C, X̄, C, B, A, LCL.</p>                               | Четыре из пяти последовательных точек находятся в зоне В или вне ее                             |
| 7.         | <p>График с 15 точками, чередующимися по высоте относительно центральной линии. Оси помечены UCL, A, B, C, X̄, C, B, A, LCL.</p> | Пятнадцать последовательных точек находятся в зоне С ниже и выше центральной линии              |
| 8.         | <p>График с 8 точками, чередующимися по высоте относительно центральной линии. Оси помечены UCL, A, B, C, X̄, C, B, A, LCL.</p>  | Восемь последовательных точек находятся по обеим сторонам центральной линии и не одной в зоне С |

Проявление любого из случаев, включенных в таблицу 13, является указанием на возможное присутствие особых причин изменчивости, которые должны быть проанализированы и скорректированы. В ходе анализа недостаточно ограничиться только сравнением с графическими критериями, необходимо обращать внимание на любую необычную структуру точек, которая может являться проявлением особых причин изменчивости. Систематическое устранение особых причин изменчивости приводит процесс в состояние статистической стабильности.

На основании результатов оценки стабильности технологического процесса выявляют связи между параметрами технологических операций и качеством продукции, видами и причинами брака и разрабатывают, при необходимости, соответствующие управляющие решения, направленные на его совершенствование.

Одним из универсальных методов оценки ожидаемого качества продукции, применяемым при широком спектре уровней несоответствий, является оценка показателей возможностей процессов.

Применение этих показателей возможно в условиях статистически стабильного состояния процесса в случае, когда индивидуальные значения показателей процесса имеют распределение, близкое к нормальному, и направлены на характеристику фактических и потенциальных возможностей процесса удовлетворять установленным техническим нормам. При этом нормируемые значения показателя качества оцениваются по количественному признаку.

Показатели возможностей используются главным образом при:

- анализе потенциальных возможностей поставщика удовлетворять требования потребителя;
- установлении в контрактах (договорах на поставку) требований к процессам;
- планировании качества разрабатываемой продукции;
- приемке процессов на основе опытных партий;
- аттестации процессов.

Достоверность используемых показателей возможностей процесса зависит от изменчивости результатов измерений, обусловленных применяемой методикой выполнения измерений. При этом суммарная погрешность измерений  $\Sigma\Delta$  не должна превышать  $\left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{5}\right) T$  (допуска) контролируемого параметра.

## ***Тема 8. Статистические методы приемочного контроля качества продукции. Термины и определения***

В отличие от статистических методов управления процессами, где по результатам контроля выборки принимается решение о состоянии процесса (процесс налажен или процесс разлажен) задачей статистического приемочного контроля является обеспечение достоверной оценки качества продукции, предъявляемой на контроль, и однозначность признания результатов оценки качества продукции поставщиком и потребителем.

Качество продукции определяется ее изготовителем. В некоторых случаях основное внимание уделяется разбраковке продукции на «соответствующие» и «несоответствующие» после ее изготовления. Такой подход требует сплошного контроля продукции и, как правило, приводит к дополнительным экономическим затратам.

Выборочный контроль может и должен приводить к снижению объема работы по контролю и снижению затрат.

Так как при статистическом приемочном контроле решение принять или отклонить партию продукции реализуется по результатам контроля выборки, которая формируется случайным образом, то всегда имеется некоторая вероятность принять ошибочное решение (как в «интересах» поставщика, так и потребителя), т.е. имеет место «риск поставщика» и «риск потребителя».

Под *риском поставщика* понимается вероятность, для данного плана выборочного контроля, отклонения партии продукции, обладающей приемлемым уровнем качества.

В большинстве планов выборочного контроля предполагается, что риск поставщика  $\alpha$  составляет не более 5 %. Таким образом, при проектировании планов выборочного контроля, принимают  $\alpha = 0,05$ .

*Риск потребителя*  $\beta$  – это вероятность, для данного плана выборочного контроля, приемки партии продукции, обладающей предельным уровнем качества.

При проектировании планов выборочного контроля, риск потребителя обычно принимают равным 0,10.

При установленных величинах рисков вероятные издержки поставщика и потребителя примерно равны.

Приемочный контроль основан на результатах контроля **единицы продукции**, под которой понимается изделие, определенное количество материала, услуга, действие или процесс, организация или человек либо некоторая их комбинация.

Под *штучной продукцией* понимается продукция, количество которой измеряется в штуках (экземплярах), под **нестучной** – продукция, количество которой измеряется в единицах массы, объема, длины и т.д.

*Например, если за единицу продукции принять 50 г какого-либо химического вещества, то партия в 100 кг может рассматриваться, как партия в 2000 единиц и для контроля может быть представлена выборка в 5-10 единиц, то есть 250-500 г.*

Если качество продукции определяют количеством несоответствий на единицу площади, то за единицу продукции принимают единицу площади (например, м<sup>2</sup>).

С учетом специфики производства к единице продукции можно отнести, например, плавку доменной печи.

С учетом обеспечения эксплуатации за единицу продукции можно принять, например, блок электронных элементов, для правильного функционирования которого необходима согласованность электрических характеристик входящих в него элементов.

С учетом возможностей транспортировки за единицу продукции можно взять транспортную тару, например, контейнер, цистерну и т.п.

Если единицы продукции предъявляют для приемки не поштучно, а группами, то каждую такую группу единиц продукции называют *партией*.

Под *производственной партией* понимается определенное количество некоторой товарной продукции или услуг, произведенное в одно время и при условиях, которые можно считать однородными. Следует иметь в виду, что замена используемого материала, инструмента или перерыв в процессе производства может привести к нарушению «однородности» условий.

Под *контролируемой партией* понимается определенное число единиц продукции, материала или услуг, собранных вместе и представленных для испытаний. Контролируемая партия может состоять из нескольких

производственных партий или частей производственных партий. Однако каждая партия должна включать единицы продукции, произведенные в аналогичных условиях в установленный период времени (без, необоснованных технологически, перерывов производства).

Если контролируют партии, сформированные из изделий, изготовленных на двух или более технологических позициях, то наличие большого числа несоответствий при производстве изделий на одной из них может привести к отклонению всей партии продукции. С другой стороны, продукция граничного качества, может быть нивелирована за счет производства, на других технологических позициях, продукции отличного качества.

Каждая партия характеризуется *объемом* – числом единиц продукции в партии. При установлении объема партии (как и других параметров плана контроля) необходимо учитывать специфику производственного процесса. В ряде случаев допустимо указывать верхние и нижние границы объема партии.

С точки зрения выборочного контроля предпочтительны крупные партии, позволяющие взять большую выборку, при этом достигается более четкое разграничение качества продукции. Доля проверяемых единиц продукции для больших партий меньше, чем для малых партий с аналогичным планом приемочного контроля. Однако не следует переоценивать тактику партий большого объема, так как они формируются, как правило, за счет объединения малых партий. Такой подход требует обеспечения высокой однородности свойств продукции в малых партиях.

Кроме партий продукции различают понятия поставки и заказа. *Поставка* – это количество некоторой товарной продукции или услуг, представленное в одно время и сопровождаемое одним комплектом документов. Поставка может состоять из нескольких контролируемых партий или их частей. *Заказ* – это некоторое количество продукции, материала или услуги, заказанное в одно время у одного изготовителя. Заказ может состоять из одной или нескольких поставок.

Поскольку поставляемые и приобретаемые партии продукции состоят из признанных годными на предприятии изготовителе контролируемых партий, то потребитель может принимать их одним из следующих способов:

- без контроля;
- путем выборочного контроля по плану, согласованному с поставщиком;
- путем сплошного контроля по правилам и процедурам, согласованным с заказчиком или регламентированным стандартами на соответствующую продукцию.

Результаты выборочного контроля отдельных партий, осуществляемого по одному и тому же плану выборочного контроля, у поставщика и потребителя могут расходиться. Эти расхождения могут быть вызваны, например, погрешностью измерительных средств, влиянием внешних факторов и др. Однако в среднем за определенный период времени (например, за месяц, квартал) результаты выборочного контроля должны быть практически одинаковы. Такой конечный результат возможен при условии однородности показателей качества у контролируемой партии продукции.

Под однородностью продукции понимается свойство продукции, характеризующее ограничение ее изменчивости определенными и допустимыми границами каждого ее параметра. Показателем изменчивости, например, является дисперсия контролируемого параметра.

При формировании контролируемой партии следует иметь в виду:

- продукция, составляющая данную партию, должна быть однородной; из нее, по возможности, необходимо исключать продукцию, изготовленную из различных партий сырья, материалов или в различных производственных условиях;

- не следует устанавливать объем партии, при изготовлении которой будут иметь место плановые наладки технологического процесса (оборудования) или запуск в производство новой партии сырья и материалов;

- следует учитывать характер продукции и условия ее производства (например, время выработки, условия изготовления – прерывный или непрерывный процесс, условиях хранения и т.д.), а также метод контроля, применяемый при приемке.

Контролируемые партии продукции могут предъявляться на контроль в виде одиночных партий или последовательности партий.

При предъявлении одиночных партий решение о приемке или отклонении партии контролер должен принимать по результатам контроля только одной партии. При предъявлении последовательности партий продукции решение о приемке или браковке партии необходимо принимать по результатам контроля с учетом результатов контроля предшествующих партий. В данном случае последовательность выборок рассматривается как выборка большого объема из одной и той же генеральной совокупности. Контроль одиночных партий следует назначать в тех случаях, когда нет оснований утверждать, что несколько партий образуют одну совокупность единиц однородной продукции.

При контроле у поставщика контроль последовательности партий назначается в случае, когда контролируемые партии продукции формируются из потока продукции.

При контроле у потребителя контроль последовательности партий назначается, когда продукция от одного и того же исполнителя поставляется по определенному, заранее установленному временному графику через небольшие интервалы времени.

При формировании выборки случайность и равновозможность «попадания» в нее любой единицы продукции в значительной мере условна, и практика применения генераторов случайных чисел там, где это возможно, оправдана.

Методы отбора единиц продукции в выборку во многом зависят от способа представления продукции на контроль. Продукция может предъявляться на контроль одним из следующих способов: «ряд», «россыпь», «в упаковке» и «поток».

При предъявлении способом «ряд» изделия должны быть упорядочены, пронумерованы и расположены таким образом, чтобы каждую единицу

продукции, отмеченную произвольным номером, можно было легко отыскать и достать. Кроме того, единицы продукции должны поступать на контроль в виде однородных партий.

При представлении продукции россыпью единицы продукции неупорядоченны, их трудно нумеровать, практически невозможно отыскать и достать определенную единицу продукции. Для такого способа представления продукции обычным является формирование больших партий.

При предъявлении способом «в упаковке» выборку осуществляют по ступеням, начиная со случайного отбора первичных упаковок и последовательно переходя к случайным отборам более мелких упаковочных единиц. Условный номер единицы продукции состоит из нескольких разрядов, последовательно включая порядковые номера каждой упаковочной единицы от более крупной к более мелкой. Как правило, отыскать и достать единицу продукции, при таком способе ее представления, возможно лишь при нарушении упаковки.

При предъявлении продукции способом «поток» единицы продукции отбираются из непрерывного потока одновременно с выпуском продукции, не смотря на, как правило, большой объем производства, поступающие на контроль единицы продукции, упорядочены, их легко отыскать и достать через определенное количество единиц продукции.

## ***Тема 9. Виды контрольных карт***

Разброс параметров качества характерен для всех процессов из-за наличия источников изменчивости. Вследствие этого количественные параметры продукции, полученные даже в ходе «стандартного» течения процесса, непостоянны, что влияет на оценки рассчитываемых статистических показателей процесса (например: выборочное среднее, медиану и т.п.).

Таким образом, управление процессом может заключаться в контроле и применении механизмов, обеспечивающих ограничение разброса параметров, характеризующих качество процесса.

К применяемым инструментам можно отнести контрольную карту (КК) – техническое средство статистического управления, позволяющее за счет введения расчетных границ разброса параметров наглядно отразить ход производственного процесса на диаграмме и таким образом выявить изменения, способные повлиять на качество продукции.

КК являются основным инструментом статистического управления и применяются для анализа получаемой по выборкам информации о текущем состоянии процесса и оценки того, находятся или не находятся производственный процесс в статистически управляемом состоянии. При выходе процесса за установленные границы принимается решение об остановке процесса с целью предотвращения изготовления бракованной продукции. В настоящее время КК широко используют в сфере управления непосредственно при осуществлении технологического процесса, как правило, путем проведения операционного контроля на рабочих местах.

Если процесс находится в статистически управляемом состоянии, то можно, с определенной вероятностью, предсказывать его ход до тех пор, пока действующие источники изменчивости (как правило, особые) не выведут его из статистически управляемого состояния. Такой процесс нуждается в определенной корректировке с целью приведения его в статистически управляемое состояние.

Метод контрольных карт представляет собой простой графический метод оценки качества процесса путем сравнения значений отдельных статистических данных, полученных в результате контроля выборок, с контрольными границами. Существует множество типов КК в зависимости природы данных, методики их статистической обработки и алгоритма принятия решений.

Статистическое управление с использованием КК характеризуется простотой их построения и применения, однако предполагает применение КК в статистически управляемых процессах. Можно сказать, что КК служит современным индикатором статистически управляемого процесса и может рассматриваться как часть системы анализа процесса, позволяющая определить момент, когда та или иная причина изменчивости (как правило, без ее идентификации и установления природы) окажет критическое влияние на ход процесса.

*Контрольные карты регулирования по количественному и альтернативному признакам.* КК могут быть применимы для управления как «количественными», так и «качественными» («альтернативными») параметрами процесса.

*Количественные параметры (данные)* – это результаты наблюдений контролируемого показателя качества единиц продукции в выборке, полученные с помощью средств измерений.

*Альтернативные параметры (данные)* – это результаты наблюдений наличия (или отсутствия) определенного признака или атрибута для каждой рассматриваемой единицы продукции в выборке и подсчета числа единиц, имеющих (или не имеющих) данный признак. Альтернативные данные могут формироваться из числа таких признаков, имеющих в выборке, состоящей из нескольких единиц продукции. В отдельных случаях, в качестве выборки может фигурировать определенная площадь изделия (например, площадь ткани, площадь покрытия и др.), объем и т.д.

В случае использования количественных данных могут быть применены КК двух видов. Первый вид рассматривает меру положения количественных данных, например, выборочное среднее  $\bar{X}$  или медиану  $\tilde{X}$  в качестве объекта управления (КК положения). Второй вид в качестве объекта управления рассматривает меру разброса (рассеяния) отдельных выборочных данных в выборке (подгруппе), например, размах  $R$  или выборочное стандартное отклонение  $S$ . КК обоих видов необходимы для эффективного управления процессами при наличии количественных данных.

КК положения применяют в случаях, когда необходимо оценить, произошел ли сдвиг в уровне процесса, в то время как КК разброса

используют, чтобы определить наличие изменения значения стандартного отклонения, по существу изменения точности процесса. Вследствие того, что контрольные границы КК положения являются функцией разброса контролируемого параметра, важно удостовериться, что собственный разброс процесса статистически устойчив.

Обычно на КК положения наносят средние, вычисляемые по данным измерений каждой мгновенной выборки объема  $n$ . Как правило, распределение средних арифметических значений стремится к нормальному. В результате усреднения реагирования на отдельные, случайные отклонения уменьшаются, т.е. происходит своеобразная «фильтрация» данных, что приводит к «искусственному» увеличению чувствительности КК к обнаружению сигнала об отклонении.

Накопленный опыт применения статистических КК показывает, что наиболее удобным объемом выборки при их применении является объем  $n$  от 4 до 5. Однако, исходя например, из экономических соображений, могут быть учтены иные рекомендации, более подходящие для конкретной ситуации.

*Контрольные границы.* Контрольные границы используют в качестве критерия оценки состояния процесса и, в случае выхода статистики за установленные границы (выхода процесса из статистически управляемого состояния), - принятия соответствующего управляющего решения. В некоторых случаях применяют дополнительные границы, называемые «предупреждающими», тогда первые называют «границами регулирования».

Основой для расчета контрольных границ служит величина, кратная стандартному отклонению статистической характеристики процесса, которую получают по результатам обработки данных включенных в общую выборку. Кратность, т.е. множитель при  $\sigma$ , определяется исходя из принятой вероятности оценки. Если в качестве единицы разброса используют размах выборки ( $R$ ), то основой для определения контрольных границ служит величина, кратная  $\bar{R}$ .

*Виды контрольных карт.* КК является наглядным графическим средством, отражающим состояние процесса и документом, который может быть использован для принятия обоснованных решений, направленных на улучшение качества продукции.

На контрольной карте отмечают контрольные границы, ограничивающие область варьирования допустимых значений статистики. Выход точки за границу регулирования (и появление ее на самой границе) служит сигналом о разладке процесса.

На основании анализа результатов КК может быть принято, например, решение о корректировке режимов обработки, пересмотре времени от наладки до подналадки оборудования. Результаты анализа КК могут послужить достаточным основанием для замены или модернизации оборудования.

По мере роста чувствительности к разладке процесса КК можно разделить на три группы:

1) простые контрольные карты (в специальной литературе их называют картами Шухарта по имени американского ученого, впервые применившего их для управления процессом);

2) контрольные карты с предупреждающими границами, являющиеся модификацией простых контрольных карт;

3) контрольные карты кумулятивных сумм.

Простые контрольные карты наименее чувствительны к разладке. Это объясняется тем, что статистики, определяющие состояние процесса, рассматриваются независимо друг от друга, т.е. каждый последующий результат выборочного контроля никак не учитывает предыдущую измерительную информацию.

Контрольные карты кумулятивных сумм наиболее чувствительны к разладке процесса. Так как для оценки состояния процесса используются накопленные суммы выборочных статистик, например, кумулятивные суммы выборочных средних или кумулятивные суммы выборочных дисперсий. Таким образом, при построении карты учитывается не только результат контроля текущей выборки, но также используются результаты контроля предыдущих выборок. Решение, принимаемое на основании информации по многим выборкам, является более достоверным, чем решение, основанное на результате обработки лишь одной выборки.

Чувствительность контрольной карты к разладке определяется средней длиной серии (СДС) выборок, которая определяется как среднее число выборок, предшествующих наладке процесса при неизменном распределении вероятностей контролируемого параметра.

Показателем налаженного процесса является максимально возможное значение СДС выборок налаженного процесса ( $L_0$ ). Чем больше возможное значение  $L_0$ , тем более экономически эффективным является план управления. При разлаженном процессе, наоборот, предпочтительным является минимально возможное значение СДС выборок разлаженного процесса ( $L_1$ ). Чем меньше значение  $L_1$  при разлаженном процессе, тем выше вероятность обнаружения разладки процесса.

Для простых контрольных карт  $L_0$  и  $L_1$  связаны с  $\alpha$  и  $\beta$  следующими зависимостями:

$$L_0 = \frac{1}{\alpha}, \quad L_1 = \frac{1}{1 - \beta},$$

где  $\alpha$  - ошибка первого рода (риск излишней наладки);

$\beta$  - ошибка второго рода (риск незамеченной разладки).

К ошибкам первого рода относят ложное выявление сдвига уровня процесса при его фактическом отсутствии. В результате, налаженный процесс будет принят за разлаженный и необоснованно остановлен для корректировки, когда в этом нет необходимости (графический пример). Результаты этих ошибок — затраты, связанные либо с излишним регулированием, либо с напрасными исследованиями несуществующих проблем;

К ошибкам второго рода относят не обнаружение фактически существующего сдвига уровня процесса. Т.е. ошибка второго рода состоит в том, что разлаженный процесс будет принят за налаженный. В результате возникают потери вследствие затрат, вызванных неудовлетворительным состоянием процесса, который не был своевременно остановлен (в результате чего произведено некоторое количество несоответствующих единиц продукции или услуг). При этом отсутствуют возможности установить причины отклонений процесса.

Чем меньше вероятность ошибок первого и второго рода, тем управление процессом чувствительнее к разладке. Однако при заданном объеме выборки уменьшить одновременно  $\alpha$  и  $\beta$  невозможно. Если, например, уменьшить  $\alpha$ , то  $\beta$  будет возрастать. Единственный способ одновременного уменьшения вероятностей ошибок первого и второго рода состоит в увеличении объема выборок. Если же объем выборок задан, то значения  $\alpha$  и  $\beta$  следует выбирать, учитывая тяжесть последствий ошибок для каждой конкретной задачи. Например, если риск незамеченной разладки  $\beta$  повлечет большие потери из-за увеличения доли дефектной продукции, а риск излишней наладки  $\alpha$  повлечет существенно меньшие потери от необоснованной остановки процесса, то значение  $\beta$  следует выбирать возможно меньшим, невзирая на увеличение значения  $\alpha$ .

Таким образом, для внедрения статистических методов управления процессами, необходимо решить следующие задачи:

- при каком значении выбранной характеристики процесс считается налаженным и при каком значении этой характеристики процесс считается разлаженным;
- как расположить границы регулирования на контрольной карте;
- каков объем выборки.

Значение характеристики, при котором процесс признается налаженным, должно быть оптимальным с точки зрения получения наилучшего показателя качества продукции. Обычно в качестве такого используется значение показателя качества, соответствующее середине поля допуска. Этому значению на контрольной карте соответствует исходная линия (иногда ее называют целевым значением процесса ( $T$ ) или «голосом процесса»). Значение статистической характеристики, при котором процесс признается разлаженным, определяется исходя из влияния этого значения на долю дефектной продукции. Эта доля дефектной продукции не должна превышать значение допускаемого уровня дефектности, которое устанавливается из экономических соображений. Под допускаемым уровнем дефектности понимается максимальный уровень дефектности, установленный в технических нормативно-правовых актах. Границы регулирования определяют область принятия нулевой гипотезы и вычисляют по соответствующим формулам. При этом можно использовать таблицы планов контроля, входом в которые являются установленные значения СДС выборок для налаженного и разлаженного состояния исследуемого процесса.

Как отмечалось ранее, статистическое управление процессами удобно осуществлять с помощью КК, на которые наносят значения определенной статистической оценки (статистики), полученной по результатам выборочного контроля. Такими статистическими оценками являются: количественные – индивидуальное значение  $X$ , минимальное/максимальное значения  $X_{\min}/X_{\max}$ , среднее арифметическое  $\bar{X}$ , медиана  $\tilde{X}$ , стандартное отклонение  $\sigma$ , размах  $R$ , скользящий размах  $MR$ , и альтернативные – доля несоответствующих единиц продукции  $p$ , количество несоответствующих единиц  $np$ , количество несоответствий  $c$  и количество несоответствий на единицу продукции  $u$ .

Контрольная карта строится в двумерной системе координат (рис. 2.8). По горизонтальной оси (ось  $X$ ) откладываются временные интервалы, между которыми берутся выборки или откладываются номера выборок. По вертикальной оси (ось  $Y$ ) откладываются соответствующие значения статистических оценок показателей качества, например, длины, массы, твердости и пр.

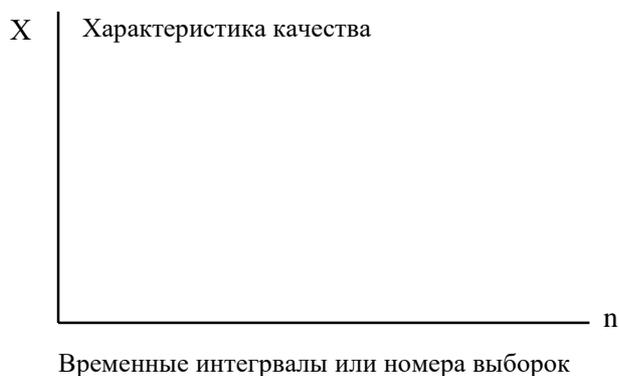


Рис. 2.8. Поле контрольной карты

Точки на оси абсцисс могут наноситься в разном масштабе (например, мкм, мм и др.). Так как отбор выборок производится, как правило, равномерно, по оси абсцисс вместо временных интервалов достаточно часто указывают порядковый номер выборки. Зная временной интервал между отборами выборок, можно по номеру выборки определить продолжительность процесса.

Перед принятием решения о целесообразности применения карт регулирования необходимо провести анализ процесса: оценить его стабильность, точность производственного и контрольного оборудования, идентифицировать причины несоответствий.

КК строятся на базе информации, полученной в результате контроля так называемых «рациональных» подгрупп (выборок), объем которых определяется техническими соображениями, а также выполнением следующего условия: внутри мгновенной выборки вариации могут быть следствием только обычных (случайных) причин изменчивости. В связи с этим мгновенная выборка – это выборка относительно небольшого объема, отобранная из потока

продукции за максимально короткое время (на практике – это некоторое количество единиц продукции, отобранных подряд в порядке их изготовления).

Вариации между мгновенными выборками свидетельствуют, как правило, о наличии особых (неслучайных) причин изменчивости, что требует их обязательной идентификации и, по возможности, исключения. Технические соображения включают в себя однородность выборки (неизменность материала, инструмента, параметров окружающей среды и т.д.), возможность формирования выборок с учетом масштабов и технологии производства, а также экономическую целесообразность. Использование мгновенных выборок при сборе данных — одна из важнейших особенностей контрольной карты. Вариации внутри однородных выборок используют для определения краткосрочной стабильности. Изменчивость, наблюдаемая в этих обстоятельствах, должна определяться только обычными причинами. Долгосрочную стабильность обычно оценивают по вариациям между выборками. Несмотря на то, что относительно короткий промежуток времени является критерием формирования мгновенных выборок, основывающимся на ограниченности периода возможного отсутствия существенного влияния особых причин изменчивости, при определении объема мгновенных выборок могут быть учтены и другие соображения, например такие, как относительная однородность условий изготовления изделий (в том числе изготовление одним оператором). Мгновенная выборка должна быть сформирована в условиях воздействия всех обычных источников случайных вариаций.

На больших отрезках времени могут действовать особые причины изменчивости, в том числе замена источника сырья, переналадка установки или приспособлений, изменение служебной обстановки или смена оператора. Подобные изменения могут и не привести к сдвигу уровня процесса, но они могут вызвать повышенный разброс значений измеряемых характеристик. Основной единицей измерения случайного разброса (измеренного по ряду выборок или известного из прошлой практики) служит стандартное отклонение внутри мгновенной выборки.

Одни и те же правила формирования мгновенной выборки должны быть использованы как при расчете границ регулирования, так и при сборе данных, с целью построения контрольных карт.

При отнесении каждой подгруппы к определенному интервалу времени можно идентифицировать источники особых причин изменчивости, нарушающие ход процесса и, при необходимости, более точно проводить их корректировку. Записи данных контроля и испытаний, представленные в том порядке, в котором проводились наблюдения, дают основание для выбора интервала отбора выборок. Это позволяет в условиях производства постоянно поддерживать систему причинно-следственных связей.

Стандартное отклонение внутри каждой мгновенной выборки принимают за основную единицу измерения разброса для контрольной карты. В случае, если разброс неизвестен заранее, то он должен быть оценен с помощью информации, собранной со значительного ряда мгновенных выборок, т.е. сформирована априорная в виде общей выборки за период времени,

соответствующий статистически управляемому состоянию процесса. В противном случае нужно осуществить действия корректирующие процесс и только затем получить необходимые данные.

Необходимо, насколько это возможно, объем подгрупп  $n$  поддерживать постоянным, чтобы избежать ошибок в интерпретации полученных данных.

Общих правил для определения частоты отбора выборок и их объемов не существует. Частота может зависеть от стоимости процедур отбора и анализа выборки, а объем подгрупп — от ряда практических соображений. Например, большие подгруппы, берущиеся с меньшей частотой, могут обнаружить малый сдвиг среднего процесса более точно, но малые подгруппы, берущиеся чаще, обнаруживают большие сдвиги быстрее. Часто объем подгруппы — берется из 3...5 единиц, а частота отбора, как правило, постоянна при достижении состояния статистической управляемости.

Период отбора выборок может устанавливаться опытным путем на основании наблюдений за разладкой процесса в предшествующем периоде. При этом следует принимать во внимание организационно-технические условия протекания процесса. Период отбора выборок можно также определить на основе экономических показателей.

Период отбора выборок может быть определен расчетным путем как частное от деления времени между наладкой и переналадкой (подналадкой) оборудования и значения СДС налаженного процесса ( $L_0$ ).

### ***Тема 10. Простые контрольные карты (карты Шухарта)***

Контрольные карты Шухарта бывают двух основных типов: для количественных и альтернативных данных. При проектировании процедуры управления с помощью КК возможны случаи, когда стандартные значения заданы (т.е. значения установлены в соответствии с некоторыми конкретными требованиями или целями), либо стандартные значения не заданы.

Целью КК с не заданными стандартными значениями является обнаружение отклонений значений параметров (например,  $\bar{X}$ ,  $\bar{R}$  или какой-либо другой статистики), которые обусловлены наличием иных причин изменчивости, кроме предполагаемых обычных. Эти контрольные карты целиком основаны на данных априорной информации, полученной в ходе предварительного исследования процесса, которая принимается в качестве базовой и используется для обнаружения вариаций, обусловленных неслучайными причинами изменчивости.

Целью КК для которых заданы стандартные значения является определение того, отличаются ли наблюдаемые значения  $\bar{X}$ ,  $R$  и т.п. для нескольких выборок (каждая объемом  $n$  наблюдений) от соответствующих стандартных значений на величину большую, чем предполагаемая в условиях действия только обычных причин изменчивости. Особенностью карт с заданными стандартными значениями является дополнительное требование, предполагающее определение, на начальном этапе «положения» центра группирования и величины вариации процесса. Установленные значения могут базироваться на

имеющейся конструкторской и технологической документации, а также на установленных экономических показателях.

Применяются следующие типы контрольных карт для количественных и качественных признаков (табл. 14).

Таблица 14

Типы контрольных карт

| Контрольные карты для количественных данных   | Контрольные карты для альтернативных данных                           |
|---|---|
| карты среднего ( $\bar{X}$ ) и или выборочных | карта долей несоответствующих единиц продукции ( $p$ )                |
| карта индивидуальных значений ( $\bar{X}$ )   | карта числа несоответствующих единиц ( $np$ )                         |
| карта медиан ( $Me$ ) и размахов ( $R$ )      | карта числа несоответствий ( $c$ ) или                                |
| карты размахов ( $R$ )                        | карта числа несоответствий, приходящихся на единицу продукции ( $u$ ) |
| карты стандартных отклонений ( $s$ )          |   |
| карты скользящих размахов ( $R$ )             |   |

*Построение контрольных карт для количественных данных.* Контрольные карты для количественных данных имеют более широкое распространение по следующим причинам:

а) большинство процессов и их продукция на выходе имеют характеристики, которые могут быть оценены инструментально, так что возможность применения таких карт потенциально широка;

б) количественная оценка более информативна, чем простое утверждение «да – нет»;

в) получаемые в ходе измерений характеристики процесса не зависят от норм регламентирующих допустимые значения наблюдаемых характеристик; это позволяет получать независимую картину состояния процесса; после этого характеристики процесса можно сравнивать с установленными требованиями;

г) объемы выборок для количественных данных почти всегда меньше и при этом намного эффективнее; это позволяет в некоторых случаях снизить общую стоимость контроля и уменьшить временной разрыв между обнаружением разладки процесса и корректирующими воздействиями.

Количественные характеристики, как правило, являются непрерывными случайными величинами и распределяются в соответствии с законом нормального распределения. Предполагается, что нормальное распределение распространяется и на вариации значений случайной величины внутри выборок. Отклонения от этого предположения влияют на риски, связанные с выработкой управляющих решений на основании данных КК. Табулированные коэффициенты для вычисления контрольных границ рассчитаны в предположении нормального распределения исследуемых параметров процесса. Поскольку контрольные границы используются только

как эмпирические критерии при принятии решений, допустимо пренебрегать малыми отклонениями от нормальности.

Назначением любых КК является контроль изменения параметров плотности распределения ( $\bar{X}$  – центра группирования и  $\sigma$  – стандартного отклонения). Поэтому в случае применения КК для количественных данных, используя одни и те же мгновенные выборки, принято одновременное ведение пары контрольных карт: для управления: статистикой, определяющей меру положения наблюдаемого параметра и статистикой определяющей меру ее рассеивания.

Карты средних ( $\bar{X}$ ) и размахов ( $R$ ) или выборочных стандартных отклонений ( $s$ ). Главным вопросом при построении контрольных карт регулирования является расчет границ регулирования, который осуществляется в соответствии с зависимостями, приведенными в табл. 14.

Таблица 14

Зависимости для расчета контрольных границ

| Статистика | Стандартные значения не заданы |  | Стандартные значения не заданы |  |
|------------|--------------------------------|--|--------------------------------|--|
|            | Центральная Линия              | верхняя граница регулирования ( $UCL_X$ ) и нижняя граница регулирования ( $LCL_X$ ) | Центральная линия              | верхняя граница регулирования ( $UCL_X$ ) и нижняя граница регулирования ( $LCL_X$ ) |
| $\bar{X}$  | $\bar{\bar{X}}$                | $\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$ или $\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$                  | $X_0$ или $\mu$                | $X_0 \pm A\sigma_0$  |
| $R$        | $\bar{R}$                      | $D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}$   | $R_0$ или $d_2 \sigma_0$       | $D_1 \sigma_0, D_2 \sigma_0$   |
| $S$        | $\bar{s}$                      | $B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}$   | $s_0$ или $C_4 \sigma_0$       | $B_5 \sigma_0, B_6 \sigma_0$   |

Примечание –  $A, A_2, A_3, d_2, D_1 \dots D_4, B_3 \dots B_6, C_4$  – коэффициенты, зависящие от объема выборки и закона распределения показателя качества процесса;  
 $\bar{\bar{X}}$  – среднее арифметическое значение общей выборки, рассчитанное как  $1/m$  суммы средних арифметических  $m$  мгновенных выборок, полученных на стадии предварительного анализа процесса;  
 $\bar{R}$  – среднее арифметическое размахов, рассчитанное как  $1/m$  суммы размахов  $m$  мгновенных выборок, полученных на стадии предварительного анализа процесса;  
 $X_0$  – заданное стандартное значение среднего арифметического значение;  
 $\mu_0$  – заданное стандартное значение математического ожидания;  
 $s_0$  или  $\sigma_0$  – заданные стандартные значения стандартного отклонения.

В табл. 15 приведены значения коэффициентов для вычисления контрольных границ в зависимости от числа изделий в выборке ( $n \leq 10$ ).

Таблица 15

Коэффициенты для вычисления линий контрольных карт

| Число наблюдений в подгруппе $n$ | Коэффициенты для вычисления контрольных границ |       |       |       |       |       |       |       |       |       | Коэффициенты для вычисления центральной линии |        |         |       |         |
|----------------------------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|--------|---------|-------|---------|
|                                  | $A_1$  | $A_2$ | $A_3$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | $B_6$ | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$   | $C_4$  | $1/C_4$ | $d_2$ | $1/d_2$ |
| 2                                | 2,121  | 1,880 | 2,659 | 0,000 | 3,267 | 0,000 | 2,606 | 0,000 | 3,686 | 0,000 | 3,267   | 0,7979 | 1,2533  | 1,128 | 0,8865  |
| 3                                | 1,732  | 1,023 | 1,954 | 0,000 | 2,568 | 0,000 | 2,276 | 0,000 | 4,358 | 0,000 | 2,574   | 0,8886 | 1,1284  | 1,693 | 0,5907  |
| 4                                | 1,500  | 0,729 | 1,628 | 0,000 | 2,266 | 0,000 | 2,088 | 0,000 | 4,696 | 0,000 | 2,282   | 0,9213 | 1,0854  | 2,059 | 0,4857  |
| 5                                | 1,342  | 0,577 | 1,427 | 0,000 | 2,089 | 0,000 | 1,964 | 0,000 | 4,918 | 0,000 | 2,114   | 0,9400 | 1,0638  | 2,326 | 0,4299  |
| 6                                | 1,225  | 0,483 | 1,287 | 0,030 | 1,970 | 0,029 | 1,874 | 0,000 | 5,078 | 0,000 | 2,004   | 0,9515 | 1,0510  | 2,534 | 0,3946  |
| 7                                | 1,134  | 0,419 | 1,182 | 0,118 | 1,882 | 0,113 | 1,806 | 0,204 | 5,204 | 0,076 | 1,924   | 0,9594 | 1,0423  | 2,704 | 0,3698  |
| 8                                | 1,061  | 0,373 | 1,099 | 0,185 | 1,815 | 0,179 | 1,751 | 0,388 | 5,306 | 0,136 | 1,864   | 0,9650 | 1,0363  | 2,847 | 0,3512  |
| 9                                | 1,000  | 0,337 | 1,032 | 0,239 | 1,761 | 0,232 | 1,707 | 0,547 | 5,393 | 0,184 | 1,816   | 0,9693 | 1,0317  | 2,970 | 0,3367  |
| 10                               | 0,949  | 0,308 | 0,975 | 0,284 | 1,716 | 0,276 | 1,669 | 0,687 | 5,469 | 0,223 | 1,777   | 0,9727 | 1,0281  | 3,078 | 0,3249  |

*Пример. Определить границы регулирования и построить совмещенную контрольную карту средних и размахов для проведения статистического управления процессом обработки вала Ø38f10 с использованием КК.*

*На начальном этапе получим необходимую априорную информацию путем обработки результатов контроля искомого параметра в сформированной общей выборке из числа изготовленных, в ходе реализации технологического процесса, деталей.*

*С целью формирования общей выборки в ходе реализации технологического процесса отбирается ряд (в нашем случае 20 по 5 единиц продукции в каждой) мгновенных выборок.*

*Результаты контроля мгновенных выборок и статистические параметры общей выборки представлены в табличной форме.*

| № выборки | $X_1, \text{мм}$ | $X_2, \text{мм}$ | $X_3, \text{мм}$ | $X_4, \text{мм}$ | $X_5, \text{мм}$ | $\bar{X}, \text{мм}$ | $R, \text{мм}$ |
|-----------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|----------------------|----------------|
| 1         | 37,979           | 37,994           | 37,969           | 38,002           | 37,980           | 37,985               | 0,033          |
| 2         | 37,983           | 37,974           | 37,965           | 37,992           | 37,940           | 37,970               | 0,052          |
| 3         | 37,963           | 37,985           | 37,971           | 37,967           | 37,959           | 37,969               | 0,026          |
| 4         | 37,978           | 37,976           | 37,987           | 37,994           | 37,972           | 37,981               | 0,022          |
| 5         | 37,981           | 37,999           | 37,999           | 38,013           | 37,952           | 37,989               | 0,061          |
| 6         | 37,967           | 37,955           | 37,988           | 37,934           | 37,972           | 37,963               | 0,054          |
| 7         | 37,979           | 37,973           | 37,988           | 37,968           | 37,981           | 37,978               | 0,020          |
| 8         | 37,977           | 37,974           | 37,975           | 37,985           | 37,975           | 37,977               | 0,011          |
| 9         | 37,959           | 37,970           | 37,956           | 37,968           | 37,965           | 37,964               | 0,014          |
| 10        | 37,979           | 38,017           | 37,971           | 37,987           | 37,951           | 37,981               | 0,066          |
| 11        | 37,947           | 38,004           | 37,946           | 37,981           | 37,961           | 37,968               | 0,058          |
| 12        | 37,993           | 37,963           | 37,966           | 37,991           | 37,961           | 37,975               | 0,032          |
| 13        | 37,960           | 37,950           | 37,993           | 37,966           | 37,989           | 37,972               | 0,043          |
| 14        | 37,968           | 37,972           | 37,984           | 37,992           | 37,995           | 37,982               | 0,027          |
| 15        | 37,989           | 37,936           | 37,956           | 37,977           | 37,968           | 37,965               | 0,053          |

| № выборки | $X_1, \text{мм}$ | $X_2, \text{мм}$ | $X_3, \text{мм}$ | $X_4, \text{мм}$ | $X_5, \text{мм}$ | $\bar{X}, \text{мм}$ | $R, \text{мм}$ |
|-----------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|----------------------|----------------|
| 16        | 37,982           | 37,979           | 37,988           | 37,993           | 37,991           | 37,987               | 0,014          |
| 17        | 37,986           | 37,966           | 37,995           | 37,981           | 37,979           | 37,981               | 0,029          |
| 18        | 37,977           | 38,009           | 37,956           | 37,982           | 37,971           | 37,979               | 0,053          |
| 19        | 37,966           | 37,973           | 37,966           | 37,992           | 37,949           | 37,969               | 0,043          |
| 20        | 38,001           | 38,006           | 37,959           | 38,010           | 37,951           | 37,985               | 0,059          |

Для каждой выборки определим среднее арифметическое и размах. Полученные результаты внесем в таблицу. После чего определим статистики общей выборки – средний размах  $\bar{R}$  и среднее общей выборки  $\bar{X}$ .

$$\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i = 37,974 \text{ мм}, \quad \bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i = 0,046 \text{ мм}.$$

Определим границы регулирования

Для нахождения верхней и нижней границ регулирования карты средних  $\bar{X}$  используем следующие зависимости, приведенные в табл. 15.

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \cdot \bar{R}, \quad LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \cdot \bar{R}.$$

Для нашего случая

$$UCL_{\bar{X}} = 37,974 + 0,577 \cdot 0,046 = 38,000 \text{ мм}, \\ LCL_{\bar{X}} = 37,974 - 0,577 \cdot 0,046 = 37,947 \text{ мм}.$$

где  $UCL_{\bar{X}}$  – верхняя граница регулирования, мм;

$LCL_{\bar{X}}$  – нижняя граница регулирования, мм;

$A_2$  – коэффициент, зависящий от объема выборки, в нашем случае ( $n = 5$ )  $A_2 = 0,577$ .

Для нахождения верхней (UCL) и нижней (LCL) границ регулирования карты размахов  $R$ , используются следующие зависимости:

$$UCL_{\bar{R}} = D_4 \cdot \bar{R} = 0,114 \cdot 0,046 = 0,097 \text{ мм}, \quad LCL_{\bar{R}} = D_3 \cdot \bar{R}.$$

где  $D_4$  – коэффициент, зависящий от объема выборки, в нашем случае  $D_4 = 2,114$ .

Так как  $D_3$  для выборки  $n = 5$  равна 0, нижняя граница регулирования совпадает с нулевой линией (осью абсцисс).

Контрольные карты индивидуальных значений ( $X$ ) и скользящих размахов ( $R$ ). В некоторых случаях для управления процессами невозможно по техническим причинам либо нерационально с экономической точки зрения формировать выборки из нескольких изделий. Время или стоимость столь

велики, что проведение повторных испытаний не целесообразно. Это наблюдается, когда измерения связаны с производством относительно небольшого количества дорогостоящих изделий или имеет место разрушающий контроль изделий при испытаниях. В этих условиях приходится прибегать к управлению процессом на основе индивидуальных значений.

*Скольльзящий размах* – это абсолютное значение разности результатов измерений в последовательных парах, т. е. разности результатов первого и второго измерений, затем второго и третьего и т. д. На основе скольльзящих размахов вычисляют средний скольльзящий размах  $\bar{R}$ , который используют для построения границ регулирования контрольных карт. Также по результатам контроля изделий на предварительном этапе, которые объединяются в общую выборку, вычисляют общее среднее  $\bar{X}$ .

В табл. 16 приведены формулы расчета контрольных границ карт индивидуальных значений и скольльзящих размахов.

Очевидно, карты индивидуальных значений не оценивают повторяемость процесса от изделия к изделию, и в этом смысле они уступают простым  $\bar{X}$ - и  $R$ -картам с малыми объемами выборочных подгрупп (от 2 до 4).

Таблица 16

Формулы для расчета контрольных границ карт индивидуальных значений

| Статистика                  | Стандартные значения не заданы |  | Стандартные значения заданы |  |
|-----------------------------|--------------------------------|--|-----------------------------|--|
|                             | Центральная линия              | верхняя граница регулирования ( $UCL_{\bar{X}}$ ) и нижняя граница регулирования ( $LCL_{\bar{X}}$ ) | Центральная линия           | верхняя граница регулирования ( $UCL_{\bar{X}}$ ) и нижняя граница регулирования ( $LCL_{\bar{X}}$ ) |
| Индивидуальное значение $X$ | $\bar{X}$                      | $\bar{X} \pm E_2 \bar{R}$  | $X_0$ или $\mu$             | $X_0 \pm 3\sigma_0$  |
| Скольльзящий размах $R$     | $\bar{R}$                      | $D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}$   | $R_0$ или $d_2 \sigma_0$    | $D_1 \sigma_0, D_2 \sigma_0$   |

Примечание – Заданы стандартные значения  $X_0$  и  $R_0$  или  $\mu$  и  $\sigma_0$ ;  
 $\bar{R}$  обозначает среднее скольльзящего размаха из двух наблюдений ( $n = 2$ )  
Значения коэффициентов  $d_2, D_1 \dots D_4$  и косвенно  $E_2 = 3/d_2$  при  $n = 2$

*Контрольные карты медиан (Me)*. Карты медиан – альтернатива  $\bar{X}$ -картам. Использование карты медиан позволяет принимать необходимые управленческие решения в соответствии с теми же правилами, которые используются при трактовке других контрольных карт (например  $\bar{X}$ -карт). Некоторым преимуществом Me КК является простота в применении. Это может облегчить их внедрение в производство.

Расчет границ регулирования осуществляется следующим образом:

$$\bar{Me} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Me_i,$$

где  $Me_i$  – медиана каждой  $i$  мгновенной выборки.

Тогда

$$UCL_{\bar{Me}} = \bar{Me} + A_4 \cdot \bar{R}, \quad LCL_{\bar{Me}} = \bar{Me} - A_4 \cdot \bar{R}.$$

Карту медиан строят таким же образом, как и  $\bar{X}$ - и  $R$ -карты. Коэффициент  $A_4$  приведен в табл. 17.

Таблица 17

Значения коэффициента  $A_4$

| $n$   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $A_4$ | 1,88 | 1,19 | 0,80 | 0,69 | 0,55 | 0,51 | 0,43 | 0,41 | 0,36 |

Следует отметить, что карта медиан более медленно реагирует на выход процесса из состояния статистической управляемости, чем  $\bar{X}$ -карта.

Анализируя рассмотренные выше КК необходимо отметить, что все они эквивалентны по цели применения, но имеют разные характеристики.

Наиболее эффективным для управления мерой положения является использование КК средних ( $\bar{X}$ ), но для ее применения необходимо вычислять среднее арифметическое значение для каждой извлекаемой мгновенной выборки, что при определенной организации производства может привести к увеличению трудоемкости изготовления продукции.

Карта медиан (Me-карта) уступает по эффективности карте средних арифметических при том же объеме выборок, так как медиана имеет больший разброс, чем среднее арифметическое. Но медиана не требует вычислений, а разброс здесь иногда может быть компенсирован увеличением объема выборок.

КК индивидуальных значений уступает по эффективности КК медиан, так как индивидуальные значения имеют больший разброс, чем среднее арифметическое и медиана. Эта КК при своей простоте может быть рекомендована к применению в технически и экономически обоснованных случаях, связанных со спецификой методики контроля и стоимостью единицы продукции.

### **Тема 11. Контрольные карты для альтернативных данных**

Для отдельных характеристик изделия в ходе управления производственным процессом для оценки, регистрации и анализа данных достаточно определить, лежат ли они в пределах установленных границ (т.е.

являются «годными») или же выходят в ту или иную сторону за эти пределы (т.е. являются «дефектными»), без определения их количественной оценки. Таким образом, управление сводится к альтернативной, имеющей только два значения, оценке наблюдаемого параметра (годный/негодный, соответствует/не соответствует, присутствует/отсутствует). В соответствии с этой оценкой принимается то или иное решение.

Альтернативные данные по сравнению с количественными могут быть получены относительно быстро, со значительно меньшими затратами. Для их сбора, как правило, не требуется специалисты высокой квалификации.

При построении контрольных карт, использующих альтернативный признак для оценки, используется понятие «дефекта» продукции.

При построении карт регулирования по альтернативному признаку устанавливается нормированное значение характеристики качества объекта контроля, которое позволяет разделить объекты на «соответствующие» и «несоответствующие».

Статистическими оценками, используемыми при построении альтернативных контрольных карт, являются: количество несоответствующих единиц продукции ( $np$ ), доля несоответствующих единиц продукции ( $p$ ), число несоответствий ( $c$ ) и число несоответствий на единицу продукции ( $u$ ).

Исходя из этого, КК управления по альтернативному признаку делятся на четыре вида:

1)  $p$ -карты для долей несоответствующих единиц (из выборок не обязательно равного объема);

2)  $np$ -карты для количества несоответствующих единиц (как правило, для выборок одинакового объема);

3)  $c$ -карты для количества несоответствий (как правило, для выборок равного объема);

4)  $u$ -карты для количества несоответствий на единицу (для выборок не обязательно равного объема).

Альтернативные характеристики ведут себя как дискретные случайные величины. Следует отметить, что  $p$ - и  $np$ -карты строятся в предположении, что распределение случайной величины подчиняется биномиальному закону распределения, а  $c$ - и  $u$ -карты – закону распределения Пуассона. Для целей статистического управления процессами достаточно использования одной контрольной карты, построенной на основе альтернативных данных.

Порядок построения КК регулирования по альтернативным данным аналогичен методике разработки ранее рассмотренных карт. В основе их построения лежит расчет границ регулирования.

Рекомендуемое число выборок может колебаться в пределах 20-25, однако их количество диктуется конкретными технологическими условиями. Короткие интервалы времени отбора могут позволить ускорить реакцию на возможные изменения процесса, однако, с другой стороны, такой подход может нарушить требования формирования больших объемов выборок.

Если объемы выборок одинаковы, то контрольные границы представляют собой горизонтальные прямые. Если объемы различены, то границы

рассчитывают отдельно для каждого объема выборок. При этом, чем меньше объем выборки, тем уже эти границы и наоборот. Если объем выборок меняется несущественно, то расчет контрольных границ можно проводить используя средний объем выборки ( $\bar{n}$ ). Колебания в объемах выборок могут считаться несущественными, если они не превышают 10-15 % от принятого среднего объема выборки.

Для случаев, когда объемы выборок меняется существенно (более 25 %) вместо значений  $p$  наносят нормированные значения  $z$ , которые в зависимости от того, установлены или не установлены стандартные значения  $p_0$ , рассчитываются по следующим зависимостям:

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} \text{ или } z = \frac{p - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}}$$

При этом центральная линия и контрольные границы остаются постоянными независимо от объема выборок.

*P-карты для доли несоответствующих единиц продукции.* Объем выборок для построения карт, основанных на альтернативном признаке, примерно в 1,5 раза больше по сравнению с, решающими аналогичные задачи, картами, построенными по количественному признаку. В связи с тем, что доля несоответствующих единиц продукции является относительным показателем, характеризующим качество продукции, объемы выборки могут колебаться при осуществлении процесса регулирования с помощью КК.

Для каждой выборки должна быть определена доля несоответствующих единиц продукции  $p$ .

$$p = \frac{z}{n},$$

где  $z$  – число найденных несоответствующих единиц продукции в выборке;  
 $n$  – число единиц продукции в выборке.

Затем определяется средняя доля несоответствующих единиц продукции в выборке

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_m}{m},$$

где  $p_1 \dots p_m$  – доля несоответствующих единиц продукции в выборках от 1 до  $m$ ;  
 $m$  – количество выборок.

Для нахождения границ регулирования используются следующие формулы:

$$UCL_p = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{\bar{n}}}, \quad LCL_p = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{\bar{n}}},$$

где  $UCL_p$  – верхняя граница регулирования;

$LCL_p$  – нижняя граница регулирования;

$\bar{n}$  – усредненный объем выборки ( $\bar{n} = \sum_{i=1}^k n/m$ ).

КК позволяют провести анализ управляемости процесса, целью которого является выявление, при их наличии, признаков, свидетельствующих об изменении параметров процесса (т.е. выходе его из статистически управляемого состояния) и принятия соответствующих управляющих решений для восстановления исходного состояния.

К признакам, указывающим на наличие особых причин изменчивости, следует отнести:

- выход статистики за одну из контрольных границ;
- очевидное неслучайное поведение точек, в том числе тренды, циклы, необычный разброс даже в случае, когда все точки находятся внутри контрольных границ;
- расположение 7 точек подряд по одну сторону от среднего значения;
- расположение 7 точек подряд в устойчиво возрастающем (когда значения равны, или последующее больше предыдущего) или устойчиво убывающем порядке;
- нахождение менее 2/3 контрольных точек в пределах средней трети (внутренней зоне) полосы между контрольными границами и, соответственно, более 1/3 точек во внешних зонах между контрольными границами.

Следует иметь в виду, что, когда число несоответствующих единиц продукции в выборке достаточно велико (9 или больше), распределение значений  $p$  близко к нормальному. В этом случае может использоваться анализ трендов, применяемых для оценки наличия особых причин изменчивости характеристик, распределенных по нормальному закону.

*Контрольная карта количества несоответствующих единиц продукции (np-карта)* применяется для контроля и регулирования процессов на основании выборок по результатам оценки действительного числа несоответствующих единиц продукции.

Карты «р» и «np» пригодны для применения в одних и тех же ситуациях, однако np-карте отдается предпочтение в случаях, если:

- для последующего анализа и принятия управляющего решения в первую очередь необходимо знать действительное число несоответствий;
- размер выборки заведомо остается большим и постоянным в течение всего периода регулирования.

Для нахождения границ регулирования используются следующие зависимости:

$$UCL_{np} = \bar{np} + 3\sqrt{\bar{np}(1 - \bar{p})}, \quad LCL_{np} = \bar{np} - 3\sqrt{\bar{np}(1 - \bar{p})},$$

где  $UCL_{np}$  – верхняя контрольная граница;

$LCL_{np}$  – нижняя контрольная граница;

$\bar{np}$  – среднее количество несоответствующих единиц для периода изучения  $m$  выборок на стадии предварительного анализа процесса, рассчитываемое как:

$$\bar{np} = \frac{\sum_{i=1}^m z_i}{m},$$

где  $z_i$  – количество дефектов в  $i$  выборке.

Изменение объема выборок до 15 % считается допустимым. Увеличение колебаний в объемах выборок свыше указанной нормы требует пересчета контрольных границ.

*Контрольная карта числа несоответствий (с-карта)* применяется для оценки числа несоответствий (числа дефектов) в контролируемой выборке. Карта требует постоянного объема выборки (выборка может состоять из некоторого количества единиц продукции, либо, например, соответствовать определенной длине, площади или объему материала). КК применима, главным образом в случаях, когда несоответствия, возникающие из-за присутствующих нескольких потенциальных источников, могут быть обнаружены в одной контролируемой единице продукции (Например, в одной литой заготовке могут одновременно наблюдаться сколы, трещины и др.).

Для нахождения контрольных границ при построении с-карты используются следующие зависимости:

$$UCL_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}, \quad LCL_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}},$$

где  $UCL_c$  – верхняя граница регулирования;

$LCL_c$  – нижняя граница регулирования;

$\bar{c}$  – среднее количество несоответствий для периода изучения  $m$  выборок в ходе предварительного анализа процесса, рассчитываемое как:

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^m c_i}{m}.$$

*Контрольная карта количества несоответствий на единицу продукции (и-карта)* применяется для контроля и регулирования процессов на основании выборок по результатам оценки доли дефектов путем деления числа обнаруженных несоответствий на число проверенных изделий.

«и»-карта применяется как для выборок постоянного объема, так и выборок переменного объема, поскольку в качестве статистики, на основании которой осуществляется управление, используется относительный показатель.

Для каждой выборки должна быть определена доля обнаруженных несоответствий на число единиц продукции в выборке  $u_i$ .

$$u_i = \frac{c_i}{n_i},$$

где  $c_i$  – число найденных несоответствий в  $i$  выборке.

Среднее число несоответствий на единицу продукции

$$\bar{u} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_m}{m}.$$

Для нахождения границ регулирования используются следующие зависимости:

$$UCL_u = \bar{u} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}, \quad LCL_u = \bar{u} - 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}},$$

где  $UCL_u$  – верхняя контрольная граница;

$LCL_u$  – нижняя контрольная граница;

$\bar{n}$  – усредненный объем выборки ( $\bar{n} = \sum_{i=1}^k n_i/m$ );

$\bar{u}$  – среднее количество несоответствий на единицу продукции для периода изучения  $m$  выборок предварительного анализа.

## **Тема 12. Карты, обладающие «повышенной чувствительностью» к разладке процесса.**

Одной из задач статистического управления процессами, является осуществление, в ходе его реализации подналадки с целью корректировки и «приведения к оптимальному значению». Такие действия обусловлены возникновением дополнительного источника изменчивости процесса. В большинстве случаев сдвиги уровня процесса ожидаемы и их можно оценить. Источниками такой изменчивости являются, как правило, известные причины, предотвращение которых либо невозможно по техническим причинам, либо нецелесообразно исходя из экономических соображений. Как правило, сдвиги в процессе появляются через нерегулярные, продолжительные интервалы времени, а источники их проявления нельзя отнести к обычным (случайным) составляющим изменчивости.

Существует два основных подхода к стратегии управления в случае наличия факторов, вызывающих изменчивость в положении уровня процесса.

Одним из возможных является подход, реализация которого направлена на то, что вся изменчивость, выражающаяся в отклонениях от целевого значения, должна быть минимизирована. Такой подход предполагает создание, как правило, технологических приемов, позволяющих повысить способность поддержания процесса в более узких границах варьирования

(изменчивости), тем самым создавая дополнительные предпосылки для совершенствования качества процесса или продукции.

Другой подход базируется на утверждении, что при обеспечении варьирования параметра управления в рамках установленных границ, неэкономично вводить излишнее управление процессом. Он, как правило, является результатом предположения, что контроль за счет выбраковки дефектной продукции при правильной организации статистического управления в «состоянии» обеспечить заданное качество продукции или процесса.

В основу *приемочной контрольной карты* положена контрольная карта Шухарта. Процедура ее применения предусматривает возможность смещения статистических показателей процесса в направлении контрольных границ, положение которых зависит от соотношения величины допуска на параметр управления к величине присущей процессу изменчивости.

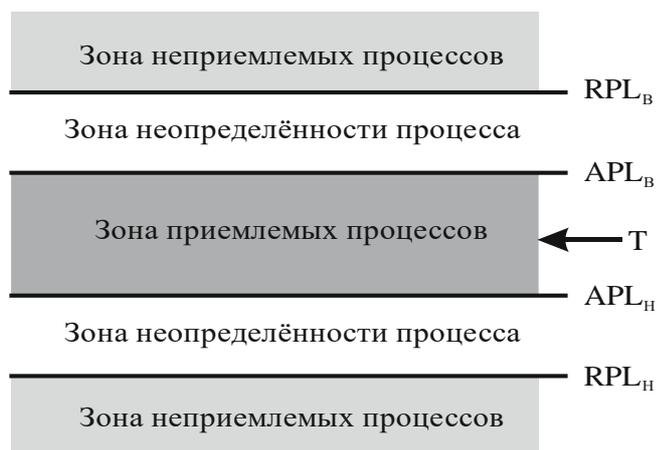
Задача состоит в определении такого предельного состояния процесса, обусловленного определяемого смещением статистических показателей от целевого значения, при котором он заведомо давал бы «недопустимый» процент дефектных изделий, т.е. имел бы «избыточный» сдвиг уровня процесса.

В ходе реализации процедуры статистического управления осуществляется отбор мгновенных выборок и расчет статистик, в качестве которых выступает среднее значение результата в выборке. При последовательном, по мере изготовления продукции, нанесении средних значений на приемочную карту, имеет место постоянное изменение их положения на поле карты, которое условно можно разделить на пять зон (рис. 2.9).

Попадание статистики, полученной по результатам обработки выборки в центральную зону (зону приемлемых процессов, находящуюся в границах  $APL_B - APL_H$ ) свидетельствует о приемлемости продукции.

Любой процесс, статистические показатели которого находятся в приемлемой зоне, имеет такой уровень качества, при котором его принимают с вероятностью  $(1 - \alpha)$ . Поскольку  $\alpha$  - риск отклонения удовлетворительного процесса незначителен, он, как правило, признается соответствующим (т.е. «принимается»). Чем ближе статистика в процессе управления к целевому значению  $T$  и, соответственно дальше от  $APL$ , тем меньше риск отклонения такого процесса.

В тоже время попадание статистики в одну из внешних зон (зону неприемлемых процессов:  $\leq RPL_B$  и  $\geq RPL_H$ ) свидетельствует о том, что процесс находится в неприемлемом состоянии, при котором возможен выпуск дефектной продукции в «недопустимых» объемах.



$T$  — целевое значение;  $APL$  — приемлемый уровень процесса;  
 $RPL$  — неприемлемый уровень процесса.

Рис. 2.9. Зоны поля карты приемочного контроля

Задача сводится к определению такого уровня процесса ( $RPL$ ), достижение которого будет свидетельствовать о его неприемлемости. Такой процесс будет «почти всегда» отклонен. Вероятность его отклонения  $(1 - \beta)$ , где  $\beta$  – риск приемки неудовлетворительного процесса. Любой процесс, находящийся дальше от целевого значения  $T$  (а точнее за внешними границами:  $\leq RPL_B$  и  $\geq RPL_H$ ) будут иметь вероятность приемки меньше, чем  $\beta$ .

Зоны, находящиеся между границами  $APL$  и  $RPL$  называются зонами неопределенности. Увеличение объемов выборки позволяет сузить эти зоны и наоборот.

Для построения приемочной контрольной карты необходимо иметь следующие исходные данные:

- а) приемлемый уровень процесса ( $APL$ ), связанный с  $\alpha$  - риском;
- б) неприемлемый уровень процесса ( $RPL$ ), связанный с  $\beta$  - риском;
- в) критерий принятия решения или приемочные контрольные границы  $ACL$ , которые располагаются обычно между  $RPL$  и  $APL$ .
- г) объем выборки  $n$ .

*Установление параметров процесса.* Параметрами процесса может быть любая пара из 4-х определяющих элементов:

- приемлемого уровня процесса  $APL$  с риском  $\alpha$ ;
- неприемлемого уровня процесса  $RPL$  с риском  $\beta$ ;
- приемочной контрольной границы  $ACL$ ;
- объема выборки  $n$ .

Кроме того, должны быть известны истинное или оцененное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_W$  внутри выборки, стандартные отклонения

доли несоответствующих единиц продукции в выборке  $\sigma_p$ , число несоответствий в выборке  $\sigma_c$ :

$$\hat{\sigma}_W = \frac{\bar{R}}{d_2} \text{ или } \sigma_W = \frac{\bar{s}}{c_4}, \quad \hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{p(p-1)}{n}} \text{ или } \sigma_c = \sqrt{c},$$

где  $\sigma_W$  – оцененное среднее квадратическое отклонение параметра качества в выборке;

$\bar{R}$  – среднее значение размахов подгрупп;

$d_2$  и  $c_4$  – коэффициенты, зависящие от объема выборки;

$\bar{s}$  – среднее квадратическое отклонение параметра качества во всех выборках;

$\hat{\sigma}_p$  – среднее квадратическое отклонение для доли несоответствующих единиц продукции в выборке;

$\sigma_c$  – среднее квадратическое отклонение для числа несоответствий в выборке;

$n$  – объем выборки.

Применяются следующие варианты определения параметров процесса (табл. 18).

Таблица 18

### Варианты нормирования и условия применения

| № варианта | Нормируемые параметры   | Расчетные Параметры   | Условия применения   |
|------------|---|---|--|
| 1          | – приемлемый уровень процесса APL с риском $\alpha$ ;<br>– неприемлемый уровень процесса RPL с риском $\beta$ ;<br>(как правило $\alpha = 0,05$ ) | – объем выборки $n$ ;<br>– приемочная контрольная<br>– граница ACL. | а) определение приемлемых процессов на основе:<br>– экономических или практических соображений, которые допускают малые дискретные сдвиги уровня процесса;<br>– допустимого уровня качества, определяемого процентом изделий, выходящих за пределы поля допуска;<br>б) определение неприемлемых процессов, исходя из практических соображений, дающих необоснованно большие сдвиги уровня процесса или большой процент изделий, выходящих за пределы поля допуска. |

| № варианта | Нормируемые параметры   | Расчетные Параметры  | Условия применения  |
|------------|---|--|---|
| 2          | – приемлемый уровень процесса APL с риском $\alpha$ ;<br>– объем выборки $n$ .  | – неприемлемый уровень процесса RPL с риском $\beta$ ;<br>(как правило $\alpha = 0,05$ );<br>– приемочная контрольная граница ACL. | определение приемлемых процессов при ограничении допускаемого объема выборки $n$ .  |
| 3          | – неприемлемый уровень процесса RPL с риском $\beta$ ;<br>– объем выборки $n$ . | – приемлемый уровень процесса APL с риском $\alpha$ ;<br>– приемочная контрольная граница ACL.                                     | определение неприемлемых процессов, по аналогии с вариантом 1, при ограничении объема выборки $n$ .                       |
| 4          | – приемочная контрольная граница ACL.<br>– объем выборки $n$ .                  | – приемлемый уровень процесса APL с риском $\alpha$ ;<br>– неприемлемый уровень процесса RPL с риском $\beta$ .                    | при интерпретации значений контрольной карты, выявлении наиболее эффективных уровней приемлемых и неприемлемых процессов. |

Остальные сочетания пар определяющих элементов, как правило, не применяются.

### Контрольные карты с предупреждающими границами

При статистическом управлении процессами по количественному признаку (в случае, когда управление осуществляется с использованием контрольных карт для средних значений) возможно применение карт с предупреждающими границами, которые являются модификацией простых контрольных карт Шухарта.

Контрольные карты (КК) для средних значений с предупреждающими границами отличаются более высокой чувствительностью к сдвигам уровня процесса.

Для рассматриваемых КК уровень процесса является объектом управления. Поэтому сигналом к корректирующим действиям является не появление несоответствующих единиц продукции в выборке, а недопустимое изменение уровня процесса, например выход  $\bar{X}$  за специально установленные границы ( $\mu_1$  или  $\mu_{-1}$ ) для ограничения недопустимого изменения уровня процесса.

Применение КК возможно при наличии следующих исходных данных:

- требований к качеству продукции (т.е. нормированию поля допуска контролируемого параметра и недопустимого значения возможной доли несоответствующих единиц продукции);

- требований к качеству процесса  $\mu_0, \mu_1$  и (или)  $\mu_{-1}$ ;

Требования к качеству продукции устанавливаются в технических условиях и (или) в контракте, требования к качеству процесса – в технологической документации.

Применение КК требует выполнения следующих условий.

1. При двустороннем критерии целевой уровень процесса  $\mu_0$  соответствует значению центра поля допуска на контролируемый параметр, установленного в нормативной документации.

2. Стандартное отклонение  $\sigma$  контролируемого параметра должно быть постоянным и приемлемым.

3. Значения  $\mu_1$  и  $\mu_{-1}$  выбирают таким образом, чтобы нормировать предельные сдвиги уровня процесса ( $\Delta = \mu_1 - \mu_0$  или  $\Delta = \mu_0 - \mu_{-1}$ ), которые должны быть быстро идентифицированы как недопустимые. Эти значения определяют через нормированное значение доли несоответствующих единиц продукции.

Для статистического управления процессом изначально должны быть заданы допуск на контролируемый параметр и недопустимое значение возможной доли несоответствующих единиц продукции. Эти требования к качеству продукции переводят в требования к качеству процесса через установление недопустимых сдвигов уровня процесса.

4. В случае двустороннего критерия ( $\mu_1 > \mu_0$  и  $\mu_{-1} < \mu_0$ ) интерес представляют оба направления возможных отклонений уровня процесса от  $\mu_0$ . Если процесс вышел из статистически управляемого состояния в любом направлении, то он должен быть скорректирован.

Значение  $\delta$ , которое характеризует приведенное значение математического ожидания (уровня процесса) для процесса, вышедшего из статистически управляемого состояния, рассчитывается с использованием  $\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $\mu_1$  и (или)  $\mu_{-1}$  следующим образом:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma} = \frac{\mu_0 - \mu_{-1}}{\sigma}.$$

Когда величина  $\sigma$  постоянна, процесс может выйти из статистически управляемого состояния под влиянием неслучайных причин.

Статистическое управление процессом осуществляют с использованием контрольных карт, которые в отличие от простых КК имеют две дополнительные предупреждающие (внутренние) границы.

Контрольная карта для среднего с предупреждающими границами имеет целевую (центральную) линию процесса  $\mu_0$ , соответствующую центру поля допуска контролируемого параметра. Предупреждающие границы (внутренние верхняя и нижняя границы регулирования), при двухстороннем регулировании, определяются значениями  $\mu_0 \pm B_2\sigma/\sqrt{n}$ , а границы регулирования (внешние верхняя и нижняя границы) – значениями  $\mu_0 \pm B_1\sigma/\sqrt{n}$ , (где  $n$  – объем выборки, а  $B_1$  и  $B_2$ , – коэффициенты, определяющие положение границ регулирования и предупреждающих границ на КК.).

В случае, когда контролируемый параметр имеет двухстороннее нормирование на КК, выделяется пять зон качества (рис. 2.10).

|       |  |                                |                                 |
|-------|--|--------------------------------|---------------------------------|
| $A_+$ |  | $\mu_0 + B_1\sigma / \sqrt{n}$ | Верхняя граница регулирования   |
| $W_+$ |  | $\mu_0 + B_2\sigma / \sqrt{n}$ | Верхняя предупреждающая граница |
| $T$   |  | $\mu_0$                        | Центральная линия               |
|       |  | $\mu_0 - B_2\sigma / \sqrt{n}$ | Нижняя предупреждающая граница  |
| $W_-$ |  |                                |                                 |
| $A_-$ |  | $\mu_0 - B_1\sigma / \sqrt{n}$ | Нижняя граница регулирования    |

Рис. 2.10. Зоны качества для статистического управления процессом с двусторонним нормированием

а) зону  $T$  (целевую): выборочное среднее арифметическое находится между верхней и нижней предупреждающими границами;

б) зоны  $W_+$  и  $W_-$  (предупреждающие): выборочное среднее арифметическое находится соответственно между верхней предупреждающей границей и верхней границей регулирования или между нижней предупреждающей границей и нижней границей регулирования;

в) зоны  $A_+$  и  $A_-$  (критические): выборочное среднее арифметическое находится соответственно выше верхней или ниже нижней границ регулирования.

В случае, когда контрольный параметр имеет одностороннее нормирование (например, нормируется наибольший предельный размер), на КК выделяют три зоны качества (рис. 2.11).

Выборочное среднее арифметическое наносят на контрольную карту с предупреждающими границами, у которой по оси абсцисс откладывается время выборки или ее порядковый номер, а по оси ординат выборочное среднее арифметическое значение  $\bar{x}_i$ .

|       |  |                                |                                 |
|-------|--|--------------------------------|---------------------------------|
| $A_+$ |  | $\mu_0 + B_1\sigma / \sqrt{n}$ | Верхняя граница регулирования   |
| $W_+$ |  | $\mu_0 + B_2\sigma / \sqrt{n}$ | Верхняя предупреждающая граница |
| $T$   |  | $\mu_0$                        |                                 |
|       |  |                                |                                 |

Рис. 2.11. Зоны качества для КК при статистическом управлении параметра с односторонним нормированием

При выборе плана статистического управления процессом с использованием КК с предупреждающими границами необходимо установить:

- объем выборки  $n$ ;
- период отбора выборок  $t$ ;
- коэффициент  $K$ , определяющий предельное количество последовательных точек, соответствующих значениям выборочных средних арифметических, находящихся в зонах  $W_+$  или  $W_-$ , достижение которого свидетельствует о необходимости остановки процесса для последующего принятия управляющего решения (корректировки процесса);
- коэффициенты  $B_1$  и  $B_2$ , определяющие границы регулирования;
- среднюю длину серии выборок (ARL) налаженного процесса  $L_0$  и среднюю длину серии выборок (ARL) разлаженного процесса  $L_1$ .

Исходными величинами для выбора плана статистического управления процессом являются значения  $\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $\mu_1$  и (или)  $\mu_{-1}$ ,  $L_0$  и  $L_1$ .

Эффективность процедуры статистического управления процессом может быть оценена через средние длины серий выборок. Средняя длина серии выборок (ARL) налаженного процесса  $L_0$  – это среднее число выборок, которые будут извлечены до получения сигнала о неуправляемом состоянии процесса, при неизменном уровне процесса. По существу это количество выборок, отобранных в ходе статистического управления процессом от времени его наладки до времени переналадки (или подналадки). Значения ARL табулированы. При этом ARL имеет максимальное значение, когда уровень процесса совпадает с целевым уровнем  $\mu_0$ , когда уровень процесса отклоняется от целевого, значение ARL резко уменьшается.

При совпадении уровня процесса с целевым уровнем  $\mu_0$  обеспечивается низкая вероятность возникновения ложных сигналов о выходе процесса из статистически управляемого состояния. При уровне процесса со значениями  $\mu_1$  или  $\mu_{-1}$  средняя длина серий выборок обозначается  $L_1$  и должна принимать малое значение. Это позволяет быстро обнаружить неудовлетворительное состояние процесса. Поэтому параметры контрольной карты должны быть рассчитаны для условия  $L_0 / L_1 \rightarrow \max$ .

Если хотя бы одна точка соответствующая выборочному среднему арифметическому значению  $\bar{x}$  попала в верхнюю критическую зону  $A_+$  или в нижнюю критическую зону  $A_-$ , то это является свидетельством о выходе процесса из статистически управляемого состояния. При получении такого сигнала должно быть принято решение об остановке процесса для определения причин потери управляемости процесса и выработке рекомендаций по его наладке.

Если установленное количество последовательных точек  $K$  попадает в одну из предупреждающих зон – верхнюю  $W_+$  или нижнюю  $W_-$ , то это служит сигналом о выходе процесса из-под контроля и необходимости его корректировки.

Таким образом, КК с предупреждающими границами позволяют фиксировать даже самые небольшие сдвиги уровня процесса на основе дополнительной информации, получаемой от точек, попавших в предупреждающую зону. При этом сохраняется возможность выявления значительных сдвигов в уровне процесса, когда выборочные средние арифметические выходят за пределы границ регулирования. По сравнению с контрольными картами Шухарта предлагаемые КК более чувствительны к незначительным и медленно формирующимся источникам изменчивости процессов.

### Контрольные карты кумулятивных сумм

Существуют несколько методик построения КК кумулятивных сумм (кусум-карт). Эти карты отличаются от простых контрольных карт тем, что вместо выборочных статистик (например,  $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}_m$ ) с целью статистического управления используются кумулятивные суммы этих величин  $Z_m$ .

Таким образом, отличительной особенностью метода кумулятивных сумм является тот факт, что решение относительно налаженности процесса принимается с учетом информации, полученной в результате обработки данных текущей и предыдущих выборок. Такая схема использования выборочных результатов контроля обеспечивает значительное уменьшение средней длины серии выборок разлаженного процесса  $L1$ . А это значит, что разладка процесса будет обнаружена значительно быстрее, чем при обычной схеме использования выборочных статистик, которые представляют собой независимые результаты контроля.

Для рассматриваемых КК, так же как и для КК с предупреждающими границами объектом управления является уровень процесса. Поэтому сигналом к корректирующим действиям является недопустимое изменение уровня процесса, например выход статистики за специально установленные для уровня процесса границы  $\mu_1$  или  $\mu_{-1}$ . Значения  $\mu_1$  и  $\mu_{-1}$  выбирают таким образом, чтобы нормировать предельные сдвиги уровня процесса ( $\Delta = \mu_1 - \mu_0$  или  $\Delta = \mu_0 - \mu_{-1}$ ).

Кусум-карта (рис. 2.12) имеет целевую (центральную) линию процесса, соответствующую положению центра поля допуска контролируемого параметра  $\mu_0$  и предупреждающие внутренние (верхнюю и нижнюю) границы регулирования (при двухстороннем регулировании).

Положение границ регулирования на контрольной карте кумулятивных сумм определяется величинами регулировочных интервалов  $h_+$ ,  $h_-$ ; кроме того, на такой КК имеются предупреждающие границы, положение которых определяется величинами предупредительных интервалов  $k_+$ ,  $k_-$ .

Для выявления разладки процесса используется регулировочный интервал  $h$ . Пересечение графиком кумулятивных сумм границы регулирования, проведенной на расстоянии  $h$  от исходной линии, служит основанием для принятия решения о разладке процесса. Значение  $h$

устанавливается из условия обеспечения максимального значения средней длины серии налаженного процесса  $L_0$  и минимального значения средней длины серии разлаженного процесса  $L_1$ .

процесса  $L_0$  и минимального значения средней длины серии разлаженного процесса  $L_1$ .

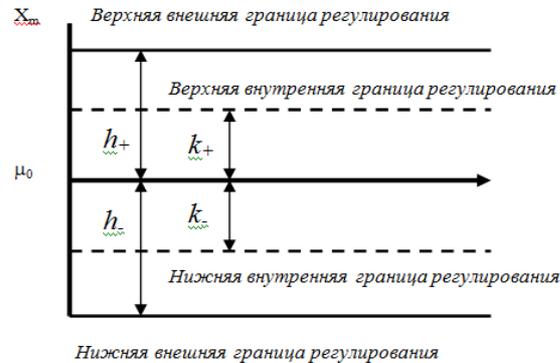


Рис. 2.12. Поле контрольной карты кумулятивных сумм

Определение средней длины серии выборок для метода кумулятивных сумм представляет собой сложную задачу, которая сводится к решению интегральных уравнений и связана с трудоемкими вычислениями. Для упрощения данной задачи используют табличные данные значений  $\delta\sqrt{n}$  и  $h\sqrt{n}/\sigma$ , необходимые для построения контрольных границ кусум-карты.

Значение  $\delta$ , которое характеризует приведенное значение математического ожидания (уровня процесса) для процесса, вышедшего из статистически управляемого состояния, рассчитывается с использованием  $\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $\mu_1$  и (или)  $\mu_{-1}$  следующим образом:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma} = \frac{\mu_0 - \mu_{-1}}{\sigma}.$$

При заданных значениях  $L_0$  и  $L_1$  находят числовое значение  $\delta\sqrt{n}$ . Подставив в найденное выражение полученные значения  $\delta$  определяем требуемый объем выборки.

При известных значениях  $n$  и  $\sigma$  определяем величину регулировочного интервала  $h$  из выражения  $h\sqrt{n}/\sigma$ , (значение которого находят по таблицам в зависимости от  $L_0$  и  $L_1$ ), а затем – положение границ регулирования  $R_+$  и (или)  $R_-$ :

$$R_+ = \mu_0 + h, \quad R_- = \mu_0 - h.$$

Предупреждающие границы  $K_+$  и (или)  $K_-$  определяются по формулам:

$$K_+ = \mu_0 + \frac{\delta\sigma}{2} = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2}, \quad K_- = \mu_0 - \frac{\delta\sigma}{2} = \frac{\mu_0 + \mu_{-1}}{2}.$$

По известным значениям  $R$  и  $K$  строится контрольная карта на которой на оси абсцисс отмечаются порядковые номера выборок, а по оси ординат значения кумулятивных сумм  $Z_m$ .

Статистическое управление процессами с применением контрольной карты кумулятивных сумм выборочного среднего заключается в следующем:

– через определенные интервалы времени отбирают выборки заданного объема в  $n$  единиц и вычисляют средние значения  $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}_i$ ;

– вычисление кумулятивных сумм начинается с первого значения  $\bar{x}_1$ , которое больше, чем  $K_+$  или меньше, чем  $K_-$ . Этой выборке приписывается номер  $m = 1$ , затем вычисляют кумулятивные суммы:

$$Z_m = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) - mk \text{ или } Z_m = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) + mk,$$

где  $m$  – порядковый номер выборки входящий в кумулятивную сумму;

$x_i$  – статистическая оценка;

$(x_i - \bar{x})$  – разность между статистической оценкой и средней процесса;

$\sum(x_i - \bar{x})$  – кумулятивная разность между статистическими оценками и средней процесса в пределах составления кумулятивной суммы;

$mk$  – произведение номера выборки в пределах составления кумулятивной суммы на величину регулировочного интервала. Если статистическая оценка больше среднего процесса, то  $mk$  берут со знаком плюс (+), если статистическая оценка меньше среднего процесса, то  $mk$  берут со знаком минус (-). Знак у произведения  $mk$  одинаков в пределах составления кумулятивной суммы;

$Z_m$  – кумулятивная сумма.

Вычисление кумулятивных сумм прекращается, как только возникает одно из следующих условий:

–  $Z_m$  меняет знак (процесс считается налаженным). При этом образование кумулятивных сумм возобновляется как только  $x_i$  окажется больше чем  $K_+$  или меньше чем  $K_-$ ;

– при  $Z_m > h$  или  $Z_m < h$  процесс считается разлаженным. После его наладки образование кумулятивных сумм осуществляется по изложенным правилам.

После завершения составления кумулятивной суммы при начале составления следующей кумулятивной суммы номер выборки  $m$  принимается равным единице.

### **3. КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД К МЕНЕДЖМЕНТУ НЕСООТВЕТСТВИЙ.**

### **Тема 13. Разработка алгоритмов менеджмента несоответствий и возможность их применения в профессиональной деятельности.**

*Валидация* (validation) — придание законной силы, утверждение, легализация, ратификация (общегражданское право).

*Валидация* - подтверждение на основе представления объективных свидетельств того, что требования, предназначенные для конкретного использования или применения, выполнены (ISO 9000).

Для технической сферы можно сказать, что валидация – комплекс действий, дающий высокую степень уверенности в том, что конкретная продукция, конкретный процесс, метод или система будут последовательно приводить к результатам, отвечающим заранее установленным критериям приемлемости.

Анализ требований стандарта ISO 9001 показывает, что в рамках СМК промышленного предприятия *валидация* должна применяться в двух ситуациях:

1. *Валидация проекта и разработки.* Цель - удостовериться, что производимая продукция будет соответствовать требованиям к установленному или предполагаемому использованию.

2. *Валидация процессов производства и обслуживания,* результаты которых нельзя проверить посредством последовательного мониторинга или измерения. Цель - продемонстрировать способность этих процессов достигать запланированных результатов.

*Примечание.* Такие процессы относят к категории «специальных». Недостатки специальных процессов становятся очевидными только после начала использования продукции.

Валидация промышленной продукции осуществляется методами статистического контроля и испытаний. Техники статистического контроля конечной продукции, а также продукции на промежуточных этапах производства мы рассмотрим позже в разделе «статистический приемочный контроль».

Валидация технологических процессов проводится с целью доказательства и предоставления документального свидетельства того, что процесс обладает свойством повторяемости (с течением времени качество продукции не ухудшается) в отношении установленных параметров и приводит к ожидаемым результатам при производстве продукции требуемого качества.

Действия, которые обеспечивают валидацию производственных процессов:

1) аттестация производственного процесса (технология, методика, рабочие инструкции...)

2) аттестация производственного оборудования (калибровка сварочных машин или роботов, краскопульты и систем подачи краски...)

3) аттестация материалов (электроды, газ, флюсы, краска, растворители, грунты...)

4) аттестация персонала (квалификационные требования к сварщикам или операторам сварочных роботов, наладчикам, сервисным компаниям...).

Наиболее представительным способом валидации производственного процесса является его аттестация. Современные технологические процессы должны обеспечивать высокую однородность качества продукции и низкую доли несоответствующих единиц продукции (часто не более нескольких десятков единиц на миллион изделий).

Аттестация процесса предполагает установление потенциальных и фактических характеристик процесса, определяющих свойства:

- воспроизводимости (путем оценки «возможности» процесса),
- стабильности (путем оценки «пригодности» процесса).

Результатом валидации процесса является принятие экономически целесообразных решений степени контроля и управления процессом. Цель - снижение рисков, связанных с «излишним управлением» или «недостаточным управлением».

В основе этих рисков лежит явления изменчивости показателей качества процесса. *Изменчивостью* называют неизбежные различия среди индивидуальных значений процесса.

### **Выявление факторов, потенциально влияющих на качество продукции**

Производство изделий различного назначения по объему идентичных экземпляров делится на: единичное, мелкосерийное, серийное, массовое. Как правило, мы имеем дело с партией изготавливаемых изделий.

В каждой партии изделий имеет место неизбежная вариация значений показателей качества. Причины вариации: исполнитель, используемое оборудование, технология, условия производства (температура, влажность, давление и т.д.). Вариация, в конечном счете, и определяет качество выпускаемой продукции, как степень соответствия требованиям.

Малая вариация значений показателей качества в партии изделий – высокая степень соответствия требованиям и наоборот. Можно сделать вывод, что основным объектом управления качеством является вариация значений показателей качества в партии изделий.

Задача: определить причины возникновения бракованных изделий, возникающих в процессе производства и, соответственно, факторы, подлежащие контролю и управлению.

Данная задача относится к категории «Управление на качественном уровне».

Одним из базовых инструментов управления качеством на этом этапе является *принцип стратификации (расслоения данных)*.

Принцип предполагает, что начинать управление качеством следует с разделения проблемы (дефектов продукции) на условные группы. Наличие групп обусловлено определенными условиями, которые могли вызвать дефект в силу своей естественной вариации. В качестве возможных причин могут быть следующие:

- продукция производилась на различном оборудовании,
- продукция производилась в различные смены,

- в производстве продукции использовались материалы и комплектующие от разных поставщиков,

- на оборудовании работали различные операторы и тому подобное.

Первый шаг проведения стратификации – сбор данных. Для ее реализации должна быть разработана специальная форма для сбора данных о продукции, которая имеет дефекты. Данная форма должна регистрировать как минимум:

- время появления проблемы;
- место появления проблемы;
- описание проблемы;
- причину проблемы;
- сотрудников, ответственных за проблему;
- действия по исправлению проблемы (коррекция и предупреждение);
- лиц, ответственных за проведение коррекции и предупреждения.

Формы сбора данных должны соответствовать потребностям организации.

Данные должны быть необходимыми и достаточными, чтобы гарантированно определить конкретные причины брака и разработать эффективные корректирующие действия.

Неполная информация – риск некорректного анализа и некорректных выводов. С другой стороны, избыточная информация – риск чрезмерных затрат на контроль (ресурсов и времени). Кроме того, избыточная информация усложняет процесс анализа, формирует «ложные» пути поиска причин дефекта.

Для решения данной задачи мировой опыт управления качеством предлагает большой набор специальных технологий: методы экспертной оценки, «мозговой штурм», 4М, 5М, PISMOEA, SWIPE, IDEFO и т.д.

В основе приведенных технологий лежит причинно-следственная диаграмма (диаграмма К.Исикавы, диаграмма типа «рыбья кость»).

Причинно-следственная диаграмма (Cause-and-Effect-Diagram) - это графический метод анализа и формирования причинно-следственных связей.

Диаграмма дает графическое представление всех выявленных факторов в удобной и наглядной форме. Эта техника первоначально применялась в рамках менеджмента качества для анализа проблем качества и их причин. Сегодня она нашла широкое распространение и применяется в других проблемных областях.

В управлении качеством причинно – следственные диаграммы тесно связаны с техникой «4М» (Material–Man–Machine–Method).

Техника «4М» – формализованная методика построения описания процесса производства изделия в виде причинно-следственной диаграммы, в которой возможные причины дефекта делятся на четыре класса: перерабатываемые материалы – персонал – оборудование – методики. В последнее время техника «4М» преобразовалась в технику «5М» (Material–Man–Machine–Method–Medium). Каждая из этих пяти основных причин может быть в свою очередь разделена на более подробные причины (причины второго уровня иерархии). Те, в свою очередь, соответственно могут разбиваться на еще более мелкие и так далее.

В метрологии для выявления источников погрешности измерения конкретным методом используют похожие техники PISMOEA, SWIPE.

Для анализа качества выпускаемой продукции может быть рекомендована следующая последовательность построения причинно-следственной диаграммы:

1. Уточняют следствие или проблему. Формируют диаграмму и вносят основные причины влияния. Рисуют основную горизонтальную линию со стрелкой, направленной слева направо, в острие которой вписывают ясно сформулированную проблему. К линии под наклоном пририсовывают боковые стрелки основных причин влияния на проблему, используя технику «5М».

2. Каждую основную причину анализируют с точки зрения наличия возможных более подробных причин влияния. Например, основная причина «Machine» по результатам анализа идентифицирована в виде двух дочерних причин: «Станок» и «Прибор». В этом случае к основной боковой стрелке «Machine» под наклоном пририсовывают две стрелки - причины второго порядка с названиями «Станок» и «Прибор».

Далее каждую причину второго порядка анализируют с точки зрения наличия возможных более подробных причин влияния. И так делают до тех пор, пока все выявленные источники не будут включены в диаграмму

3. Проверяют полноту построения. Посредством визуализации могут легко обнаружиться еще и другие, неучтенные причины.

Пример представления причинно-следственной диаграммы приведен на рисунке 3.1.

Для исследования причин дефекта изделия, как правило, формируется команда специалистов. В состав команды должны входить специалисты, не только задействованные в процессе производства изделия, но и работники, не имеющие непосредственного отношения к процессу. Эта категория специалистов особенно важна, так как у них отсутствует «психологическая инерция», и они могут «увидеть» причины дефекта, которого не замечают лица, привычные к процессу производства изделия.



Рисунок 3.1. – Пример выполнения причинно-следственной диаграммы

Наиболее эффективным считается групповой метод анализа причин, называемый *"мозговым штурмом"*.

При использовании метода *"мозгового штурма"* модератор (эксперт службы качества) основное внимание обращает на следующие моменты:

1) Должна быть сформирована атмосфера общения, в которой каждый член группы свободно высказывает все, что он думает в отношении причин возникновения проблемы.

2) Не одобряются разговоры, не имеющие отношения к теме. В выступлениях членов группы ценятся идеи и оперирование только факторами.

3) Члены группы, относящиеся к руководящему составу, никогда не высказываются первыми. Руководители структурных подразделений не должны оказывать давления на своих подчиненных.

Преимущества метода:

- помогает группе сосредоточиться на сущности проблемы поиске причин, а не признаков;
- хорошая основа для дискуссии по возможным причинам проблемы, результатом дискуссии является коллективное мнение;
- является легко осваиваемым и применимым.

Недостатками являются:

- субъективность экспертного мнения;
- для анализа комплексных проблем является слишком нечетким и объемным;
- нельзя представить горизонтальные причинно-следственные связи.

Метод процессного подхода базируется на технике функционального моделирования процессов - IDEF0. Язык моделирования IDEF0 является разработкой Национального института стандартов и технологий USA (NIST). Этот стандарт моделирования процесса позволяет идентифицировать комплекс основных источников влияющих факторов типа «входы», «механизмы», «управления», «выходы» (рис.3.2.)

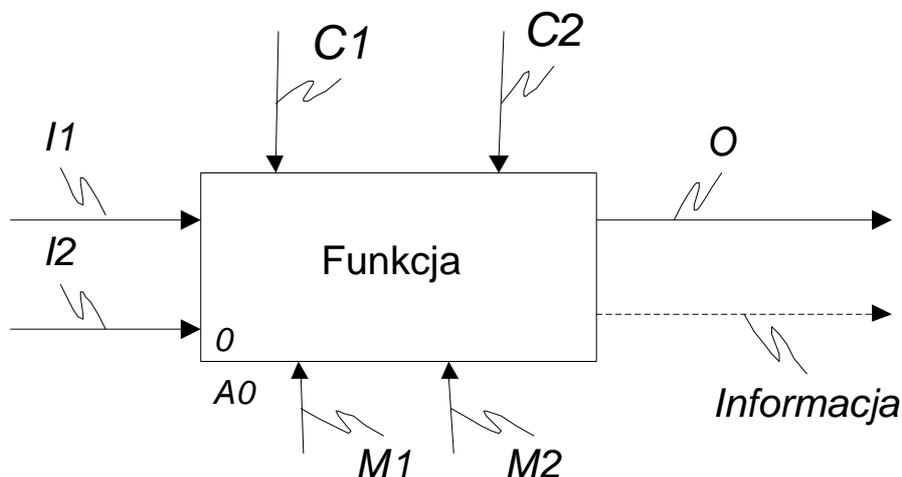


Рисунок 3.2. – Представление процесса в формате IDEF0

Ключевой элемент техники моделирования процессов IDEF0 - механизм декомпозиции, т.е. более детальное представление процессов. Каждый процесс может быть представлен как совокупность «дочерних» процессов более низкого уровня иерархии. А каждый «дочерний» процесс, в свою очередь, может быть детализирован «дочерними» процессами еще более низкого уровня и т. д.

Одним из наиболее распространённых методов выявления факторов, влияющих на качество процесса является *метод построения и анализа диаграммы разброса*.

Диаграмма разброса применяется для исследования связи между двумя видами данных с целью подтверждения или опровержения наличия между ними функциональной связи, например в случаях оценки:

- влияния стойкости режущего инструмента от типа смазочно - охлаждающей жидкости;
- отклонения формы поверхности детали от метода базирования детали на станке;
- шероховатости поверхности детали от типа шлифовального круга и так далее.

Диаграмма разброса, так же как и метод расслоения, используется для выявления причинно-следственных связей между показателями качества и отдельными влияющими факторами.

## **Тема 14. Статистические методы приемочного контроля качества продукции. Термины и определения**

Статистические методы приемочного контроля могут осуществляться по количественному, качественному и альтернативному признакам.

Статистический приемочный контроль по количественному признаку – это контроль качества продукции, в ходе которого определяют значения контролируемого параметра, а последующее решение о «соответствии» контролируемой совокупности или процесса принимают в зависимости от сравнения его с контрольным нормативом.

Статистический приемочный контроль по качественному признаку – это контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную единицу относят к определенной группе, а последующее решение о «соответствии» контролируемой совокупности или процесса принимают в зависимости от соотношения количества ее единиц, оказавшихся в различных группах.

Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку – это контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную единицу продукции относят к категории «соответствующих» или «несоответствующих», а последующее решение о контролируемой совокупности или процессе принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке несоответствующих единиц продукции или числа несоответствий, приходящихся на определенное число единиц продукции, с контрольным нормативом.

Контроль качества по количественному признаку требует меньшего объема выборки по сравнению с контролем качества по альтернативному признаку при тех же рисках принятия ошибочных решений, и при этом дает больше информации о качестве продукции.

Основным преимуществом приемочного контроля по качественному признаку является то, что он позволяет по результатам контроля партии продукции не только разделить единицы продукции на соответствующие или несоответствующие, но и разнести их по категориям, сортам, классам, группам качества и т.д.

Преимущество контроля по альтернативному признаку в большей робастности (независимости от формы распределения) и простоте применения. По этим причинам могут быть оправданы большие объемы выборок и повышенные затраты, связанные с последним методом. Оценивание по альтернативному признаку более оперативно и требует меньшей квалификации, чем при количественной оценке показателя качества продукции.

Статистический контроль качества продукции по альтернативному признаку нашел широкое применение в промышленности, так как прост, не требует высококвалифицированных специалистов, сложных измерительных средств, больших материальных затрат, большого числа записей и вычислений. Кроме того, этот метод контроля сразу позволяет разделить единицы продукции в выборке на соответствующие и несоответствующие.

Под *приемочным числом*  $A_c$ , при реализации плана выборочного контроля по альтернативному признаку, понимается контрольный норматив, равный наибольшему числу несоответствий или несоответствующих единиц в выборке, при котором допускается приемка партии.

Под *браковочным числом*  $R_e$ , при реализации плана выборочного контроля по альтернативному признаку, понимается контрольный норматив, равный наименьшему числу несоответствий или несоответствующих единиц в выборке, при котором партия должна быть отклонена.

### Уровни качества

Партии продукции, поступающие на контроль, могут иметь некоторую долю несоответствующих единиц продукции. Решение о годности партии принимается при условии, что обнаруженное число дефектных изделий в выборке не превышает приемочного числа. Если же число дефектных изделий превышает приемочное число, осуществляют сплошную разбраковку партии, причем дефектные изделия, обнаруженные выборочной проверкой или в процессе сплошной разбраковки, заменяют годными.

Доля несоответствующих единиц продукции определяет уровень качества, под которым понимается любой относительный показатель качества, получаемый сравнением наблюдаемых значений с установленными требованиями. Уровень качества может быть выражен как процентная доля несоответствующих единиц продукции (отношение количества несоответствующих единиц продукции к общему количеству единиц продукции) или как количество несоответствий на 100 единиц продукции (отношение количества несоответствий к общему количеству единиц продукции).

При выборочном контроле невозможно установить фактический уровень качества в контролируемой партии продукции, а можно получить лишь его оценку. Точность этой оценки зависит от того, насколько будет обоснован план контроля. В качестве такой оценки при контроле по количественному признаку используется предельное значение контролируемого параметра в выборке, а при контроле по альтернативному признаку – уровень качества.

Под *приемлемым уровнем качества* **AQL** при анализе последовательности партий понимается средний уровень качества, который для целей приемки продукции является удовлетворительным.

Приемлемому уровню качества для определенного плана контроля соответствует высокая вероятность приемки при условии, что уровень несоответствий в контролируемой партии не превышает заданное значение **AQL**. Предпочтительнее не иметь несоответствующих единиц продукции, чем иметь какой бы то ни было процент несоответствий, и чем он меньше по сравнению с **AQL**, тем лучше. Снижение процента несоответствующих единиц увеличивает вероятность приемки каждой партии.

Значения **AQL** согласовывается между поставщиком и потребителем, и оговаривается в контракте. Во многих случаях **AQL** – это компромиссный

уровень качества между предпочтительным качеством для потребителя и тем, который изготовитель может себе позволить.

Выбор оптимального значения AQL является одной из важнейших задач при использовании статистического приемочного контроля. Вопрос понижения или повышения AQL должен быть экономически обоснован. Выбор необоснованно малого значения AQL приведет к тому, что поставщик будет нести убытки от выбраковки значительной доли соответствующей продукции, а установление необоснованно большого значения AQL вынудит потребителя принимать партии продукции, содержащие большое количество несоответствующих единиц продукции.

Приемлемый уровень качества служит основой для определения контрольных нормативов в случае контроля последовательности партий.

Значение AQL определяет степень «строгости» выборочного контроля.

При установлении значения приемлемого уровня качества на продукцию, которая контролируется по нескольким показателям качества, приемлемый уровень качества определяется двумя способами:

- устанавливается AQL отдельных показателей качества, а затем по продукции в целом;

- устанавливается AQL для продукции в целом, а затем для отдельных показателей качества.

Значения AQL (не более 10) устанавливают как для процента несоответствующих единиц продукции, так и для числа несоответствий на 100 единиц продукции. Значение AQL более 10 устанавливают только для числа несоответствий на 100 единиц продукции.

Рекомендуется использовать предпочтительные значения AQL (26 значений от 0,010 до 1000).

При выборочном контроле на основе AQL контролируемые партии, взятые из процесса с качеством, равным или лучшим, чем AQL, будут в большинстве случаев приняты.

В непрерывной серии партий для выборочного контроля AQL является уровнем качества, соответствующим пределу среднего уровня удовлетворительного процесса.

При назначении AQL необходимо учитывать, что он является показателем качества, характеризующим уровень производства. Это значит, что в случае если процесс разработан и управляется надлежащим образом, то продукция производится с меньшим по сравнению с AQL процентом несоответствующих единиц. При этом снижаются совокупные затраты на ее производство и контроль.

Устанавливая AQL необходимо учитывать область применения производимой продукции, а также последствия от ее возможных отказов. Если при большем количестве изделий отказ можно легко устранить путем замены несоответствующей единицы продукции, то допустим достаточно «мягкий уровень» AQL. Если отказ приведет к повреждению дорогостоящей или «ответственной» части оборудования, что потенциально создаст угрозу для

его эксплуатации, тогда необходимо устанавливать более жесткие требования к AQL.

*Среднее процесса* – это средний уровень качества, поставляемой на контроль, серии партий продукции (при этом партии продукции, повторно представленные на контроль, в расчет среднего процесса не включаются). Среднее процесса является характеристикой производства и не зависит от результатов проводимого контроля.

Оценка среднего процесса не является обязательной характеристикой того или иного плана контроля, однако как поставщики так и потребители заинтересованы не только в «сиюминутной», но и в долгосрочной оценке качества производства. Рекомендуется вести протоколы данных, фиксирующих среднее процесса с целью создания необходимой информационной базы, которая является эффективной основой обоснованного выбора стратегии при корректировке плана выборочного контроля.

В некоторых случаях допустимо исключать из общего расчета аномальные результаты, однако к этой возможности следует прибегать с большой осторожностью. Это можно с уверенностью делать тогда, когда аномальные результаты являются следствием влияния особых причин изменчивости, которые уже выявлены и устранены. В протоколах допускается приводить данные, включающие и не включающие аномальные результаты, чтобы показать наличие и последствия влияния этих несоответствий.

*Предельное качество LQ* – уровень качества, при котором для целей выборочного контроля вероятность приемки отдельной партии продукции мала. Предельное качество фактически соответствует нежелательному качеству. LQ выражается процентом несоответствующих единиц или числом несоответствий на 100 единиц продукции. Для гарантированной приемки партий продукции доля несоответствующих единиц должна быть значительно меньше установленного LQ (как правило, менее четверти LQ).

*Среднее выходное качество AOQ* – ожидаемый средний уровень качества продукции после ее контроля при данном (конкретном) значении входного уровня качества.

В некоторых случаях, отклоненную после первого предъявления на контроль партию продукции, проверяют сплошным контролем с изъятием из нее несоответствующих единиц продукции (в отдельных случаях возможна замена несоответствующих единиц продукции на соответствующие). Затем партию предъявляют на повторный контроль. Это процедура называется контролем с разбраковыванием.

Если после проведения контрольной операции партия принимается с первого предъявления, то выходное качество практически соответствует входному. При отклонении партии с первого предъявления производится сплошной контроль каждой единицы продукции. В этом случае после контроля все изделия соответствуют техническим условиям, а выходное качество может меняться от партии к партии, улучшаясь в зависимости от количества забракованных единиц продукции.

Если не установлено иного, среднее выходное качество вычисляют по всем принятым, после первого предъявления на контроль, партиям продукции, а также всем непринятым, с первого предъявления, партиям, прошедшим последующий сплошной контроль и замену всех несоответствующих единиц продукции соответствующими. Для ориентировочного расчета АОQ используют приближение:

$$AOQ = QBC \times P(A),$$

где АОQ – среднее выходное качество;

QBC - качество процесса перед контролем;

P(A) - вероятность приемки.

*Предел среднего выходного качества АОQL* – максимальное значение среднего выходного качества среди всех возможных значений уровня качества изготовленной продукции (для заданного плана выборочного контроля) при условии устранения несоответствий во всех непринятых, с первого предъявления, партиях продукции.

Средний выходной уровень дефектности АОQ, при его графической интерпретации (рис. 3.3.) представляет собой площадь прямоугольника, который вписан в кривую ОХ. При изменении входного уровня дефектности  $p$  от меньших значений к большим  $p_i$  ( $p < p_i$ ) площадь прямоугольника под кривой изменяется, от минимального значения при  $p_0$  через свое максимальное значение (при  $p_L$ ) до возврата к минимальному при  $p_i$ .

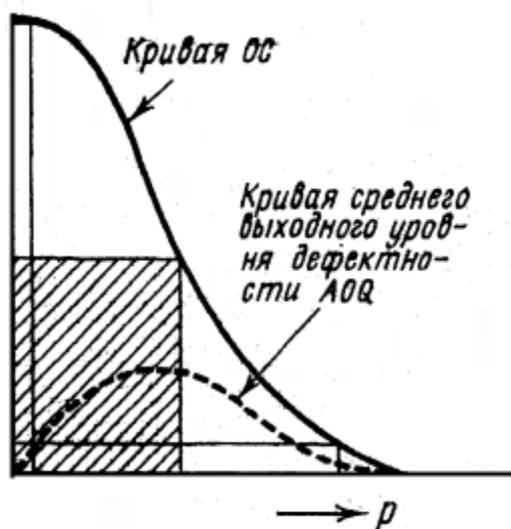


Рис. 3.3. Графическая интерпретация изменения среднего выходного уровня дефектности АОQ

Значение  $p_L$ , соответствующее максимальному значению среднего выходного уровня дефектности (рис. 3.4.), принимается за предел среднего выходного уровня дефектности (АОQL).



Рис. 3.4. Предел среднего выходного уровня качества AOQL при заданном плане контроля

Понятие среднего выходного качества (АОQ) и его предела (AOQL) оправданы только при большом числе последовательных партий, представленных в ходе реализации определенного плана выборочного контроля.

Партия будет принята, если число несоответствующих единиц продукции в выборке меньше или равно приемочному числу. Если число несоответствующих единиц превышает или равно браковочному, партия не будет принята. При среднем уровне процесса, близком к AQL, большая часть партий будет принята.

### **Тема 15. Оперативная характеристика и планы выборочного контроля**

При применении планов выборочного контроля партии продукции принимаются или бракуются с некоторой вероятностью, меньшей единицы. Вероятность принятия контролируемой партии зависит от доли несоответствующих единиц продукции в этой партии. Если в партии нет несоответствующих единиц продукции, то и в выборке их не может быть, и такая партия во всех случаях будет приниматься с вероятностью, равной 1. По мере увеличения доли несоответствующих единиц продукции в партии вероятность приемки партии уменьшается. Если же вся партия будет состоять из несоответствующих единиц продукции, то такая партия во всех случаях будет браковаться с вероятностью, равной 1.

Функция, задающая вероятность приемки контролируемой партии продукции в зависимости от входного уровня качества, называется оперативной характеристикой (рис. 3.5.).

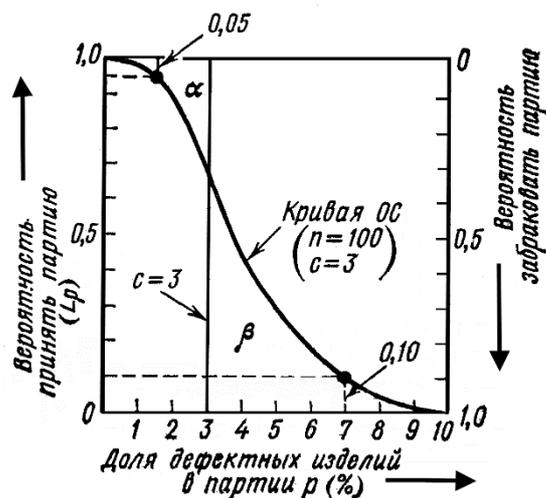


Рис. 3.5. Оперативная характеристика плана выборочного контроля

Кривая оперативной характеристики показывает математические ожидания процента принятых партий продукции. Эти величины являются средними значениями, которые соответствуют фактическим значениям лишь при большом количестве рассматриваемых партий продукции.

Когда из партии, содержащей определенную долю дефектных изделий, извлекают выборки установленного объема, то при подсчете числа дефектных изделий возможно изменение этого числа вместе с каждой выборкой. Такие колебания, характерные для выборочных оценок, могут привести к ошибочному отнесению партии продукции к «годным» или «бракованным».

Риском поставщика называют вероятность ошибки, при которой годную партию изделий могут в результате колебаний выборочной оценки признать несоответствующей установленным контрольным нормативам. Процент появления ошибочных оценок для годных партий называется риском поставщика и обозначается  $\alpha$ , причем при планировании выборочного контроля за норму обычно принимается  $\alpha = 5\%$ .

Риском потребителя называют вероятность ошибки, при которой негодную партию изделий могут в результате колебаний выборочной оценки ошибочно признать годной. Эту вероятность (риск потребителя) обозначают через  $\beta$ . Эту норму при выборе плана приемочного контроля обычно принимают равной  $10\%$ .

Вероятность принятия партии продукции зависит от объема выборки, контрольного норматива и уровня качества в партии.

С увеличением объема выборки (при неизменных двух других исходных данных) вероятность принятия партии продукции с уровнем дефектности большим установленного — уменьшается. Если увеличить объем выборки и приблизить его к объему партии, что имеет место при сплошном контроле, то кривая оперативной характеристики вырождается впрямую (рис. 3.6.).

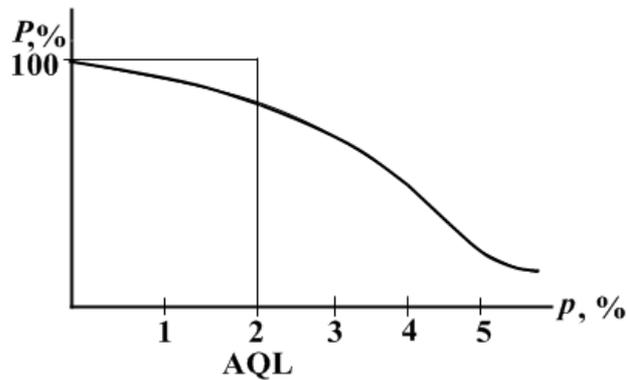


Рис. 3.6. Изменение оперативной характеристики при переходе от выборочного к сплошному контролю

При постоянном объеме выборки по мере увеличения приемочного числа контроль будет ослабевать, а по мере уменьшения приемочного числа контроль будет становиться все более жестким. При этом положение кривой оперативной характеристики будет изменяться (рис. 3.7.).

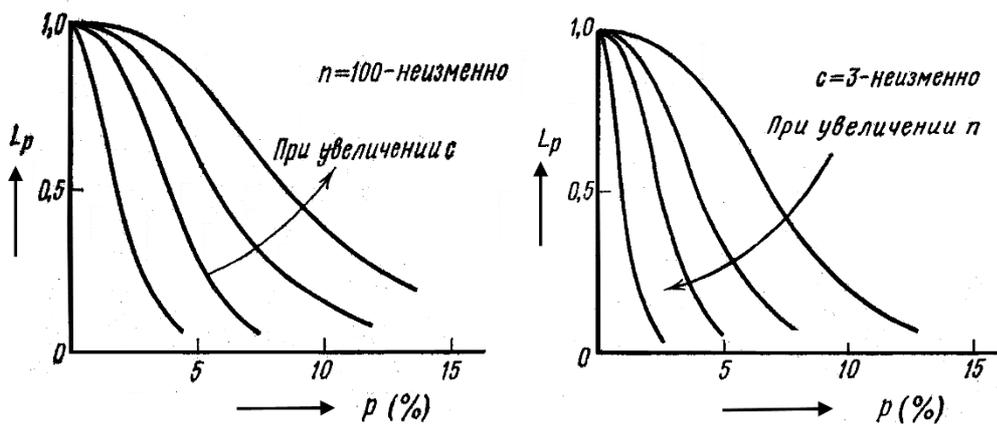


Рис. 3.7. Изменение положения оперативной характеристики с изменением параметров контроля

Для поставщика увеличение объема выборки невыгодно, так как увеличивается его риск забраковать хорошую партию продукции; для потребителя наоборот, выгодно, так как уменьшается его риск принять бракованную продукцию. С ослаблением требований к жесткости контрольного норматива (также при неизменных исходных данных) вероятность принятия партии продукции увеличивается, что выгодно для поставщика и невыгодно для потребителя.

Для одновременного удовлетворения требований поставщика и потребителя необходим компромисс. В качестве такого компромисса должен быть установлен приемлемый уровень качества, согласованный между поставщиком и потребителем.

*Уровень контроля* определяет зависимость между объемом партии и объемом выборки. При большом объеме партии объем выборки, при том же уровне контроля больше объема выборки, чем для небольшой партии. В то же время, пропорциональность между объемом выборки и объемом партии нарушается: из большой партии выборка составляет меньшую долю, чем из меньшей.

Информация о качестве процесса, полученная по результатам проверки выборок, является интегральным показателем и зависит от абсолютного объема выборок: чем больше объем выборки, тем более «правильное» решение будет принято. Следует так же иметь ввиду, что при больших объемах партий принять правильное решение «более важно» с точки зрения возможных экономических потерь. Поэтому в основу рационального нормирования объемов выборок положены следующие соображения:

- а) продукция обладающая «соответствующими» показателями качества, имеет больше шансов быть принятой по мере увеличения объемов партий, в то время как продукция, имеющая «несоответствующие» показатели качества, при этих же условиях приемки получает большую вероятность отклонения;
- б) для большой партии продукции контроль выборки большого объема экономически менее критичен, чем для малой партии;
- в) правильный случайный отбор выборки более затруднителен в случае, когда объем выборки составляет малую долю объема партии.

Выбор уровня контроля определяется экономическими соображениями и может быть сделан на основе сопоставления оперативных характеристик нескольких планов контроля с различными уровнями контроля.

Выделяют семь стандартизованных уровней контроля: три общих (ослабленный – I, нормальный – II, усиленный – III) и четыре специальных (S-1, S-2, S-3 и S-4). При планировании приемочного контроля используют общие I или II уровни контроля. Если в нормативных документах специально не оговорен уровень контроля, то принимается нормальный (II) уровень контроля. Уровень контроля III (усиленный) вводится, как временная мера при ухудшении показателя качества продукции при приемке, на период устранения источников несоответствия.

Уровень контроля определяет объем выборки в зависимости от объема партии. При равных объемах партии уровню I соответствует объем выборки, который несколько меньше половины объема выборки на уровне контроля II. В то же время уровню контроля III соответствует объем выборки, в полтора раза превышающий объем выборки уровня II.

Переход с одного уровня контроля на другой может осуществляться либо путем изменения контрольных нормативов, либо путем изменения объемов выборки при неизменном объеме партии продукции.

Специальные уровни контроля разработаны для ситуаций, когда объемы партии велики и требуют, в соответствии с общим подходом, больших объемов выборок, что в ряде случаев экономически не выгодно, либо технически не возможно. Поэтому, при использовании специальных уровней

контроля, объемы выборок при одних и тех же объемах партий продукции существенно меньше. При этом возникает дополнительный риск в оценке качества продукции, что требует тщательной проверки последствий принятия неправильного решения и применения специальных уровней контроля исключительно в тех случаях, где это действительно необходимо.

В зависимости от результатов приемки контролируемых партий продукции появляется возможность в корректировке планов контроля.

При ухудшении результатов приемки партии рекомендуется провести корректировку плана в сторону ужесточения требований (т.е. перейти на более «жесткий» уровень контроля, например со II на III), что защищает потребителя от приемки им партий продукции, не соответствующих установленным требованиям. При улучшении результатов приемки партий на оборот может быть рекомендована корректировка плана в сторону ослабления требований, что позволяет потребителю снизить затраты на контроль при соответствующем, стабильном качестве продукции, поставляемой поставщиком.

При нормальном контроле партии «переключают» (переводят) на усиленный контроль в том случае, если две из пяти или менее последовательных партий не прошли приемку с первого предъявления.

При усиленном контроле партии «переключают» на нормальный контроль в том случае, если пять последовательных партий были приняты с первого предъявления.

При нормальном контроле переключение на ослабленный контроль производят, если выполнены все следующие условия:

- 10 последних партий (или более) были предъявлены на нормальный контроль и приняты с первого предъявления;

- общее число несоответствующих единиц продукции (или несоответствий) в выборках из 10 последних партий (или из другого, специально оговоренного в нормативных документах числа) не превышает предельный норматив. При использовании двух- и многоступенчатых планов должны быть учтены несоответствия, обнаруженные во всех выборках;

- производство находится в установившемся режиме, а ослабленный контроль уполномоченная сторона рассматривает как предпочтительный.

При ослабленном контроле партии переключают на нормальный контроль при выполнении одного из следующих условий:

- партия не прошла приемку;
- партия признана неприемлемой по процедурам ослабленного контроля;
- изменились условия установившегося режима производства или производство было приостановлено;

- возникли иные условия, оправдывающие возвращение на нормальный контроль.

Под *планом контроля* понимается совокупность требований и правил, которые следует соблюдать при контроле партии продукции с учетом объема

контролируемой партии, уровня и вида контроля, контрольных нормативов и т.д.

Контрольные нормативы могут быть представлены приемочными и браковочными числами при контроле продукции по альтернативному признаку или предельными значениями контролируемого параметра при контроле по количественному признаку.

В зависимости от числа отбираемых на контроль выборок различают одноступенчатые, двухступенчатые, многоступенчатые и последовательные планы контроля.

### Одноступенчатый план контроля

План контроля характеризуется тем, что решение относительно приемки партии продукции принимают по результатам контроля только одной выборки.

Этот план применяется в следующих случаях:

- при относительно невысокой стоимости контроля и его продолжительности, соизмеримой со временем жизненного цикла продукции;
- когда продукция приобретает впервые и нет твердой уверенности в ее качестве.

Одноступенчатый план контроля характеризуется большим объемом выборки.

Процедура реализации одноступенчатого плана контроля по альтернативному признаку заключается в следующем. Из партии продукции объемом  $N$  извлекается выборка объемом  $n$ , в которой определяется количество несоответствующих единиц  $z$ . Если количество несоответствующих единиц  $z$  меньше, либо равно приемочному числу  $A_c$ , партия принимается; если количество несоответствующих единиц  $z$  больше, либо равно браковочному числу  $R_E$ , партия отклоняется.

Схема одноступенчатого плана контроля представлена на рисунке 3.8.

В рамках любого плана контроля, в том числе и одноступенчатого, процедура может быть прекращена в тот момент, когда установлено, что объем полученной информации достаточен для принятия решения о приемке или отклонении партии продукции, т.е. процедура выполняется в «усеченном» формате.

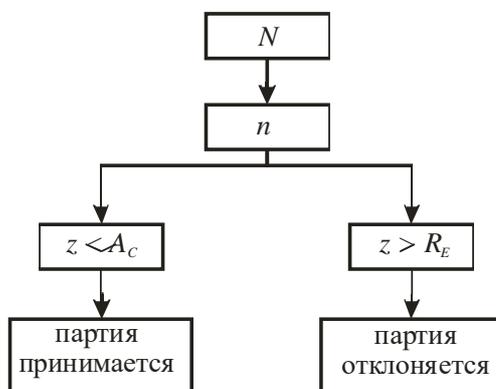


Рис. 3.8. Схема одноступенчатого плана статистического приемочного контроля

Усеченный контроль в сравнении с исходным планом выборочного контроля имеет такую же оперативную характеристику, риск поставщика и потребителя, предел среднего входного уровня дефектности, но средний объем выборки значительно меньший.

Одноступенчатый план выборочного контроля с объемом выборки  $n$ , приемочным числом  $A_c$  и браковочным числом  $R_e = A_c + 1$  может быть усечен на этапе, когда при контроле выборки продукции выявляется  $n - A_c$  годных единиц продукции (тогда партия принимается), либо  $R_e$  дефектных единиц продукции (тогда партия бракуется).

### **Двухступенчатый план контроля**

Применяется в случае, когда потребитель имеет достаточно полное представление о качестве продукции, а время контроля существенно меньше времени жизненного цикла продукции, что позволяет, при необходимости последовательно провести повторный контроль.

При двухступенчатом контроле решение относительно приемки партии продукции принимают по результатам контроля не более двух выборок, причем необходимость отбора второй выборки зависит от результатов контроля первой.

Процедура реализации двухступенчатого плана контроля по альтернативному признаку (рис 3.9.) заключается в следующем. Из партии продукции объемом  $N$  извлекается выборка объемом  $n_1$ , в которой определяется количество несоответствующих единиц  $z_1$ . Если количество несоответствующих единиц продукции  $z_1$  меньше, либо равно приемочному числу на первой ступени контроля  $A_{c1}$ , партия принимается; если количество несоответствующих единиц  $z_1$  больше, либо равно браковочному числу на первой ступени контроля  $R_{e1}$ , партия отклоняется. Если количество несоответствующих единиц  $z_1$  находится в пределах между приемочным числом первой ступени контроля  $A_{c1}$  и браковочным числом первой ступени  $R_{e1}$ , переходят на следующую ступень контроля. С этой целью из партии продукции извлекается новая выборка объемом  $n_2$ , в которой определяется количество несоответствующих единиц  $z_2$ . Если сумма количества несоответствующих единиц на первой и второй ступенях контроля ( $z_1 + z_2$ ) меньше, либо равна приемочному числу второй ступени контроля  $A_{c2}$ , партия принимается; если сумма количества несоответствующих единиц на первой и второй ступенях контроля ( $z_1 + z_2$ ) больше либо равна браковочному числу второй ступени  $R_{e2}$ , партия отклоняется.

При двухступенчатом плане выборочного контроля с объемами выборок  $n_1$ ,  $n_2$ , приемочными числами  $A_{c1}$ ;  $A_{c2}$  и браковочными числами  $R_{e1}$ ;  $R_{e2}$  приемка или отбраковка продукции может быть проведена по результатам усеченного контроля.

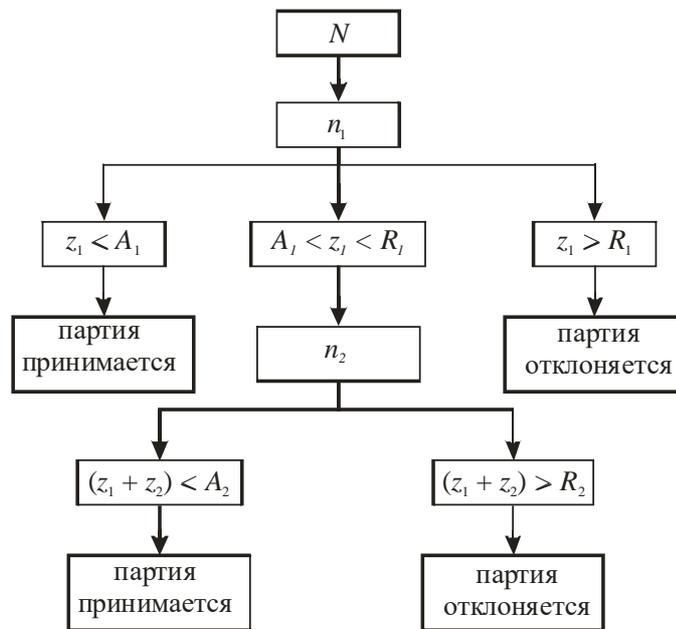


Рис. 3.9. Схема двухступенчатого статистического приемочного контроля

На первой ступени контроля можно сразу принять решение о принятии или отбраковке продукции в случае, если количество годных единиц продукции будет соответствовать значению  $n_1 - A_{c1}$  (партия принимается) либо будет выявлено  $R_{e1}$  дефектных единиц продукции (партия бракуется).

На второй ступени контроля если суммарное число годных единиц продукции в обеих выборках будет равно  $n_1 + n_2 - A_{c2}$ , то процесс может быть усечен, а партия продукции принимается. Если суммарное число дефектных единиц продукции в ходе контроля достигнет значения  $R_{e2}$ , то партия бракуется.

### Многоступенчатый план контроля

Характеризуется тем, что решение относительно приемки партии продукции принимается по результатам контроля нескольких выборок, максимальное число которых установлено заранее, причем необходимость отбора последующей выборки зависит от результатов контроля предыдущих выборок.

Этот план контроля следует применять в случаях:

- когда время, необходимое для отбора и контроля единиц продукции, является небольшим, а стоимость испытаний – большой;
- когда применяются разрушающие методы контроля.

Схема многоступенчатого статистического приемочного контроля напоминает схему двухступенчатого статистического приемочного контроля. На каждой ступени контроля из партии продукции объемом  $N$  извлекается выборка объемом  $n$ , в которой определяется количество несоответствующих единиц  $z$ . Если сумма количества несоответствующих единиц на всех ступенях контроля меньше, либо равна приемочному числу данной ступени контроля, партия принимается; если сумма количества несоответствующих единиц на всех ступенях контроля больше, либо равна браковочному числу данной

ступени, партия отклоняется. Если сумма количества несоответствующих единиц на всех ступенях контроля находится в пределах между приемочным числом данной ступени контроля и браковочным числом данной ступени, переходят на следующую ступень контроля. Рекомендуется использовать, при проектировании плана многоступенчатого контроля по альтернативному признаку, не более семи ступеней контроля.

Многоступенчатый план выборочного контроля с объемом выборок от  $n_1$  до  $n_j$ , приемочными числами  $A_{c1} \dots A_{cj}$ , браковочными числами  $R_{e1} \dots R_{ej}$  можно заменить соответствующим усеченным планом.

$\sum_{i=1}^j n_j - A_{cj}$ , партия принимается, и бракуется, если суммарное число дефектных единиц продукции будет равным  $R_{ej}$ .

### **Рекомендации по выбору планов контроля**

Если приемочное число одноступенчатого плана выборочного контроля превышает 0, то можно подобрать двух-, многоступенчатый и последовательный планы выборочного контроля с оперативными характеристиками, близкими к оперативной характеристике этого плана одноступенчатого контроля. Поэтому, за исключением одноступенчатого плана выборочного контроля с приемочным числом  $A_c = 0$ , не имеет смысла выбор плана контроля осуществлять по оперативной характеристике.

Можно рекомендовать следующие критерии для выбора того или иного плана выборочного контроля:

- простота работы с планом;
- изменчивость объема выборок при реализации плана контроля;
- сложность формирования выборок;
- продолжительность контроля.

Самый простой для описания и организации – одноступенчатый план выборочного контроля. Для двухступенчатого плана необходимо больше усилий в организации и проведении из-за необходимости контроля второй выборки. Еще более сложными принято считать многоступенчатые и последовательные планы контроля.

При одноступенчатом контроле объем выборки имеет фиксированное значение и продолжительность контроля известна заранее. При других типах планов контроля число проверяемых изделий может меняться в зависимости от результатов предыдущих выборок. В целях сравнения удобно вычисление среднего объема выборки, необходимого на всей протяженности контроля продукции с различным средним качеством.

Наибольшее число изделий для проверки перед принятием решения имеет одноступенчатый план контроля. Наибольшее снижение этого объема при двух-, многоступенчатом и последовательном контроле достигается в случае безусловно хорошего или безусловно плохого качества продукции. В этом случае может быть получена определенная экономия финансовых затрат.

Неопределенность, связанная с неизвестным входным качеством продукции, усложняет подготовку необходимых средств для организации

контроля. В некоторых случаях несложно извлечь вторую выборку, и формирование двух выборок не является большой проблемой. В других случаях формирование выборки является существенной частью процедуры приемочного контроля, например при формировании «повторных» выборок. Иногда в таких случаях предпочтителен одноступенчатый контроль.

Если проверка продолжительна, и ее можно проводить в отношении нескольких выборочных единиц одновременно, предпочтение отдается одноступенчатому плану контроля, т.к. в случае неопределенного результата по окончании проверки первой выборки и необходимости проведения контроля второй и последующих выборок намного увеличивается затрачиваемое на контроль время.

### ***Тема 16. Последовательный план контроля***

Последовательный план приемочного контроля применяется преимущественно в случаях, когда контролируется дорогостоящая продукция или контроль носит разрушающий характер. План последовательного контроля может применяться в отношении показателей качества, оцениваемых либо по количественному, либо по альтернативному признакам.

При использовании последовательного плана выборочного контроля по альтернативному признаку единицы в выборку отбирают случайным образом и подвергают контролю последовательно одну за другой. Кумулятивные результаты контроля накапливаются и представляют собой число несоответствующих единиц продукции (или число несоответствий).

После проверки очередной единицы кумулятивные результаты контроля используют для того, чтобы оценить, является ли вся полученная ранее информация достаточной для принятия решения о партии на данной стадии контроля, в противном случае контроль продолжается.

Если на данной стадии контроля кумулятивные результаты контроля таковы, что риск принятия партии неудовлетворительного уровня качества (риск потребителя) достаточно низок, то партию рассматривают как приемлемую и выборочный контроль этой партии заканчивается.

Если кумулятивные результаты контроля таковы, что риск отклонения партии удовлетворительного уровня качества (риск потребителя) достаточно низок, то партию следует рассматривать как неприемлемую, и контроль этой партии должен быть закончен.

Во избежание возможности продолжения контроля в течение неопределенного периода времени без достижения решения, предусмотрено правило усечения контроля, которое предполагает принятие однозначного решения о результате контроля при достижении кумулятивного объема выборки заранее заданного значения.

Применение последовательных планов выборочного контроля, так же как двухступенчатых и многоступенчатых планов, приводит к меньшим средним объемам выборки (средний объем выборки – это среднее арифметическое значений объемов различных выборок, которые могут быть подвергнуты

контролю в соответствии с заданным выборочным планом при данном уровне качества партии или процесса) по сравнению с одноступенчатыми планами, имеющими такие же оперативные характеристики. При этом средняя экономия для последовательных выборочных планов даже превышает среднюю экономию при двухступенчатых или многоступенчатых планах.

Для партий удовлетворительного качества экономия объемов контроля при последовательных планах может достигать или превышать 50 % по отношению к одноступенчатым планам. С другой стороны, реальное количество контролируемых единиц продукции при двухступенчатых, многоступенчатых или последовательных планах контроля может, для отдельных партий, превышать значение объема выборки для соответствующего одноступенчатого плана.

При реализации планов последовательного выборочного контроля, предполагается, что выборки, взятые из партии, являются «возвратными», то есть каждая выбранная единица продукции возвращается в партию перед тем, как будет отобрана следующая. Если выборочный контроль проводят на больших партиях продукции, когда кумулятивный объем выборки не превышает  $1/10$  от объема партии  $N$ , то допускается формировать безвозвратные выборки. Эта рекомендация может быть использована даже в тех случаях, когда кумулятивный объем выборки достигает  $1/7$  от значения  $N$ .

Критерии приемки или отклонения партии, которые проверяют на каждом шаге контроля, определяются параметрами  $h_A$ ,  $h_R$  и  $g$ .

Значения этих параметров, соответствующие значениям риска изготовителя  $\alpha = 0,05$  и риска потребителя  $\beta = 0,10$  табулированы.

Методика применения последовательных планов контроля предполагает два способа его реализации: численный и графический.

Численный метод является наиболее точным и исключает спорные моменты при принятии решений о приемке или отклонении партий.

Графический метод в виде карты, которую нужно заранее разработать, наиболее удобен при проверке серий партий. Однако он является менее точным, что определяется ограничениями в точности нанесения графических символов. С другой стороны, этот метод имеет преимущества, связанные с наглядностью представления возрастающей информации о качестве партий в процессе контроля очередных выборочных единиц.

Численный метод реализуется следующим образом. Для каждого значения кумулятивного объема выборки  $n_{cum}$ , которое не превышает усеченное значение объема выборки, приемочное число  $A$  рассчитывают по формуле:

$$A = g \cdot n_{cum} - h_A.$$

Округление проводят в сторону ближайшего меньшего целого числа. Браковочное число  $R$  определяют по формуле:

$$R = g \cdot n_{cum} + h_R.$$

Его значение округляют в сторону ближайшего большего целого числа.

Приемочное число  $A_t$ , соответствующее усеченному объему выборки, определяют как:

$$A_t = g \cdot n_t.$$

Округление проводят в сторону ближайшего меньшего целого. Соответствующее браковочное число  $R_t$  вычисляют как:

$$R_t = A_t + 1..$$

Если полученное в ходе расчетов значение  $A$  отрицательно, это значит, что данное значение кумулятивного объема выборки не достаточно (мало) для принятия решения о приемке партии и требуется увеличить кумулятивный объем выборки.

Наименьшее значение кумулятивного объема выборки, позволяющее осуществить приемку партии, определяется округлением значения величины  $h_A/g$  в сторону ближайшего большего целого числа.

Наименьшее значение кумулятивного объема выборки, позволяющее принять решение об отклонении партии, определяется округлением значения величины  $h_R/(1 - g)$  в сторону ближайшего большего целого числа.

В процессе проверки каждой единицы результаты контроля записывают следующим образом: 0 - для соответствующих единиц, 1 - для несоответствующих. Кумулятивный результат контроля  $D$  определяют как число несоответствующих единиц, обнаруженных в процессе проверок всех выборочных единиц.

Если кумулятивный результат контроля  $D$  окажется меньше или равен соответствующему приемочному числу  $A$ , то партия должна быть принята.

Если кумулятивный результат контроля  $D$  превышает или равен соответствующему браковочному числу  $R$ , то партия отклоняется.

Если не выполняются предыдущие два правила, то необходимо провести контроль дополнительной выборочной единицы.

Если кумулятивный объем выборки достиг усеченного значения  $n_t$ , то правила приемки должны применяться для усеченных значений приемочного числа  $A_t$  и браковочного числа  $R_t$ .

При использовании графического метода строят график (рис. 3.10.), на котором по горизонтальной оси откладывают кумулятивный объем выборки, а по вертикальной - кумулятивные результаты контроля. Значения  $A$  и  $R$  наносят на график в виде двух прямых линий с одинаковым наклоном равным  $g$ . Нижняя линия, пересекающая точку минус  $h_A$  на вертикальной оси, определяется как приемочная линия; а верхняя, проходящая через точку плюс  $h_R$ , - как браковочная линия.

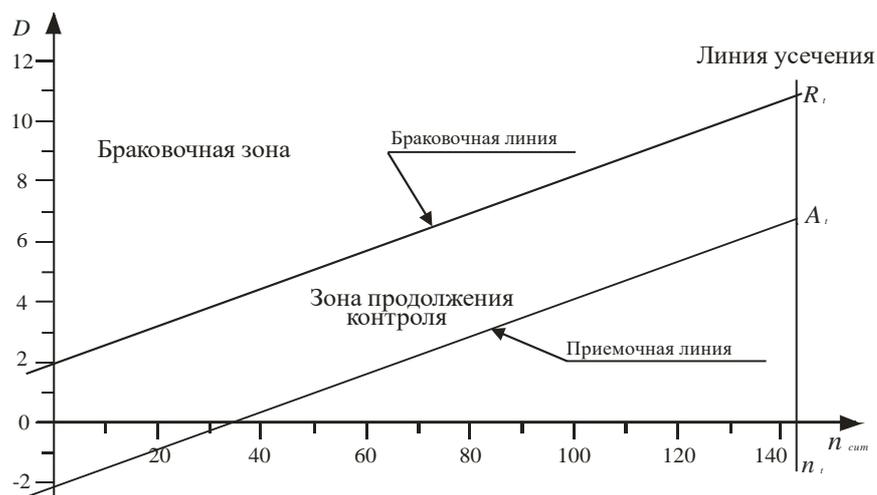


Рис. 3.10. Форма карты последовательного приемочного контроля по количественному признаку

На график наносят вертикальную линию, соответствующую  $n_t$  - линии усечения кумулятивного объема выборки.

Эти линии определяют следующие зоны на карте:

браковочная зона - зона выше (включительно) браковочной линии вместе с той частью линии усечения, которая расположена выше (включительно) точки  $(n_t, R_t)$ . Приемочная зона – зона ниже (включительно) приемочной линии вместе с той частью линии усечения, которая расположена ниже (включительно) точки  $(n_t, A_t)$ .

Зона продолжения контроля – полоса между приемочной и браковочной линиями, слева от линии усечения.

В процессе проверки необходимо последовательно наносить точки (в координатах  $n_{cum}; D$ ) на приемочную карту. Если очередная точка попала в приемочную зону, то партия должна рассматриваться как приемлемая; если точка попала в браковочную зону, то партия должна быть забракована.

## **Тема 17. Методы статистического моделирования**

Факторный анализ – статистический метод, используемый при обработке больших массивов экспериментальных данных. Цель факторного анализа: сократить число переменных (редукция данных) и определить структуру взаимосвязей между ними. Можно также сказать, что в задачи факторного анализа входит структурная классификация переменных.

Важным отличием факторного анализа от других статистических методов является то, что его нельзя применять для обработки первичных экспериментальных данных, т. е. полученных непосредственно при обследовании испытуемого объекта. Материалами для факторного анализа служат корреляционные связи, а точнее, коэффициенты корреляции Пирсона, которые вычисляются между переменными показателями (параметрами), включенными в обследование. Таким образом, факторному анализу подвергаются корреляционные матрицы, или, как их называют иначе,

матрицы интеркорреляций. Наименования столбцов и строк в этих матрицах одинаковы, так как они представляют собой перечень переменных, включенных в анализ. Матрицы интеркорреляций всегда квадратные, т.е. число строк в них равно числу столбцов, и симметричные, т.е., на главной диагонали матрицы стоят одни и те же коэффициенты корреляции.

*Сущность факторного анализа* рассмотрим на следующем примере.

При разработке нового автомобиля необходимо выработать потребительские требования к конструкции его дверей. Допустим, что при коллективной выработке потребительских требований к конструкции двери предполагаемого к выпуску автомобиля покупателями высказаны следующие требования:

- дверь должна легко открываться (Т1),
- дверь не должна пропускать пыли (Т2),
- дверь должна быть четко зафиксирована при ее полном открытии (Т3),
- дверь не должна пропускать дорожного шума (Т4),
- дверь должна легко закрываться, без сильного хлопка (Т5),
- дверь должна быть четко пригнана к кузову (Т6),
- дверь не должна ржаветь (Т7).

Представим таблицу попарных корреляций  $r_{ik}$  (матрицу интеркорреляций) между потребительскими требованиями (табл.20).

Таблица 20

Матрица попарных корреляций

| \              | T <sub>1</sub> | T <sub>2</sub> | T <sub>3</sub> | T <sub>4</sub> | T <sub>5</sub> | T <sub>6</sub> | T <sub>7</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| T <sub>1</sub> | 1,0            | 0,2            | 0,8            | 0,3            | 0,7            | 0,4            | 0              |
| T <sub>2</sub> | 0,2            | 1,0            | 0              | 0,9            | 0,4            | 0,8            | 0,1            |
| T <sub>3</sub> | 0,8            | 0              | 1,0            | 0              | 0,7            | 0,3            | 0              |
| T <sub>4</sub> | 0,3            | 0,9            | 0              | 1,0            | 0,3            | 0,8            | 0              |
| T <sub>5</sub> | 0,7            | 0,4            | 0,7            | 0,3            | 1,0            | 0,4            | 0,1            |
| T <sub>6</sub> | 0,4            | 0,8            | 0,3            | 0,8            | 0,4            | 1,0            | 0,1            |
| T <sub>7</sub> | 0              | 0,1            | 0              | 0,1            | 0,1            | 0,1            | 1,0            |

Коэффициенты корреляции отражают сродство между собой потребительских требований.

При анализе величин коэффициентов корреляции  $r_{ik}$  легко выделить группы требований, хорошо взаимоувязанных, т.е. имеющих общее предназначение. Назовем эти группы:

А - дверь должна быть удобна в эксплуатации (требования Т1, Т3, Т5),

Б - дверь должна быть герметична (требования Т2, Т4, Т6).

Очевидно, что требование Т7 (нержавеющий материал обшивки двери) – очень важное, но оно относится к материалу двери и имеет слабое отношения к конструкции двери. Скорее всего, это требование попадет в общие требования по автомобилю в следующем виде: металлическая обшивка автомобиля должна быть выполнена из нержавеющей материалов.

Таким образом, содержательный анализ всех требований показал, что шесть из них характеризуют два обобщенных требования: удобство в эксплуатации и герметичность. Назовем эти обобщенные требования факторами и применим к ним факторный анализ.

Представим в таблице 2.3 эти два фактора А и Б в виде столбцов, а переменные (потребительские требования) - в виде строк. При этом каждому фактору в строке будет соответствовать среднее значение коэффициента корреляции соответствующих переменных по этому фактору. Коэффициенты корреляции в факторной матрице (табл. 21) называются факторными нагрузками (весами).

Таблица 21

Факторная матрица

| Переменная     | Фактор А | Фактор Б |
|----------------|----------|----------|
| T <sub>1</sub> | 0,83     | 0,30     |
| T <sub>2</sub> | 0,30     | 0,90     |
| T <sub>3</sub> | 0,83     | 0,10     |
| T <sub>4</sub> | 0,40     | 0,90     |
| T <sub>5</sub> | 0,80     | 0,40     |
| T <sub>6</sub> | 0,35     | 0,87     |
| T <sub>7</sub> | 0        | 0,1      |

Как видно из таблицы 21, факторные нагрузки (или веса) А и Б для различных потребительских требований значительно отличаются. Факторная нагрузка А для требования Т1 соответствует тесноте связи, характеризующейся коэффициентом корреляции, равным 0,83. т.е. хорошая (тесная) зависимость. Факторная нагрузка Б для того же требования дает  $rk = 0,3$ , что соответствует слабой тесноте связи. Как и предполагалось, фактор Б очень хорошо коррелируется с потребительскими требованиями Т2, Т4 и Т6.

Учитывая, что факторная нагрузка А, так же как и факторная нагрузка Б, влияют на не относящиеся в их группу потребительские требования с теснотой связи не более 0,4 (то есть слабо), то можно считать, что представленная выше матрица интеркорреляций (табл. 21) определяется двумя независимыми факторами, которые в свою очередь определяют шесть потребительских требований (за исключением Т7).

Переменную Т7 можно было выделить в самостоятельный фактор, так как ни с одним потребительским требованием она не имеет значимой корреляционной нагрузки (более 0,4).

Таким образом, при утверждении технического задания на проектирование конструкции дверей автомобиля именно названия полученных факторов будут вписаны как потребительские требования, по которым необходимо найти конструктивное решение в виде инженерных характеристик.

## Дисперсионный анализ факторов

Укажем на одно принципиально важное свойство коэффициента корреляции между переменными: возведенный в квадрат он показывает, какая часть дисперсии (разброса) признака является общей для двух переменных. Или, говоря проще, насколько сильно эти переменные перекрываются. Так например, если две переменные T1 и T3 с корреляцией 0,8 перекрываются со степенью 0,64 (0,8 в квадрате), то это означает, что 64% дисперсии той и другой переменной являются общими, т.е. совпадают. Можно также сказать, что **общность** этих переменных равна 64%.

Напомним, что факторные нагрузки в факторной матрице являются тоже коэффициентами корреляции, но между факторами и переменными (потребительскими требованиями). Поэтому возведенная в квадрат факторная нагрузка (дисперсия) характеризует степень общности (или перекрытия) данной переменной и данного фактора. Определим степень перекрытия (дисперсию D) обоих факторов с переменной (потребительским требованием) T1. Для этого необходимо вычислить сумму квадратов весов факторов с первой переменной, т.е.  $0,83 \cdot 0,83 + 0,3 \cdot 0,3 = 0,70$ . Таким образом общность переменной T1 с обоими факторами составляет 70%. Это достаточно значимое перекрытие.

В то же время, низкая общность может свидетельствовать о том, что переменная измеряет или отражает нечто, качественно отличающееся от других переменных, включенных в анализ. Это подразумевает, что данная переменная не совмещается с факторами по одной из причин: либо переменная измеряет другое понятие (как, например, переменная T7), либо переменная имеет большую ошибку измерения, либо существуют искажающие дисперсию признаки.

Следует отметить, что значимость каждого фактора также определяется величиной дисперсии между переменными и факторной нагрузкой (весом). Для того чтобы вычислить собственное значение фактора, нужно найти в каждом столбце факторной матрицы (табл. 2.3) сумму квадратов факторной нагрузки для каждой переменной. Таким образом, например, дисперсия фактора А (DA) составит  $2,42 = 0,83 \cdot 0,83 + 0,3 \cdot 0,3 + 0,83 \cdot 0,83 + 0,4 \cdot 0,4 + 0,8 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot 0,35$ . Расчет значимости фактора Б показал, что  $DB = 2,64$ , т. е. значимость фактора Б выше, чем фактора А.

Если собственное значение фактора разделить на число переменных (в нашем примере их 7), то полученная величина покажет, какую долю дисперсии (или объем информации)  $\gamma$  в исходной корреляционной матрице составит этот фактор. Для фактора А  $\gamma = 0,34$  (34%), а для фактора Б –  $\gamma = 0,38$  (38%). Просуммировав результаты, получим 72%. Таким образом, два фактора, будучи объединены, заполняют только 72% дисперсии показателей исходной матрицы. Это означает, что в результате факторизации часть информации в исходной матрице была принесена в жертву построения двухфакторной модели. В результате – упущено 28% информации, которая могла бы восстановиться, если бы была принята шестифакторная модель.

Где же допущена ошибка, учитывая, что все рассмотренные переменные, имеющие отношение к требованиям по конструкции двери, учтены? Наиболее

вероятно, что значения коэффициентов корреляции переменных, относящихся к одному фактору, несколько занижены. С учетом проведенного анализа можно было бы вернуться к формированию иных значений коэффициентов корреляции в матрице интеркорреляций.

На практике часто сталкиваются с ситуацией, что число независимых факторов достаточно велико, чтобы их всех учесть в решении проблемы или с технической или экономической точки зрения. Существует ряд способов по ограничению числа факторов. Наиболее известный из них – анализ Парето.

При этом отбираются те факторы (по мере уменьшения значимости), которые попадают в (80-85)% границу их суммарной значимости.

Факторный анализ можно использовать при реализации метода структурирования функции качества (QFD), широко применяемого за рубежом при формировании технического задания на новое изделие.

*Статистические методы прогнозирования* тех или иных событий в процессах жизненного цикла изделия неразрывно связаны со временем. Учитывая, что невозможно точно предусмотреть условия и факторы, которые будут влиять на реализацию возможного события в будущем, прогнозирование является вероятностным процессом. Проблемы прогнозирования сопровождают весь жизненный цикл изделия. Среди них:

- прогноз характеристик рынка сбыта продукции;
- прогноз надежности узлов и конструкции изделия при его эксплуатации;
- прогноз стабильности системы производства продукции;
- прогноз стабильности качества комплектующих, сырья и материалов;
- прогноз рисков возникновения новых источников изменчивости продукции и т. д.

Выбор методов прогнозирования зависит от многих факторов, в том числе от объема накопленных в прошлом данных, желаемой точности прогноза, времени и стоимости затрат на составление прогноза и др. (рис. 2.2).

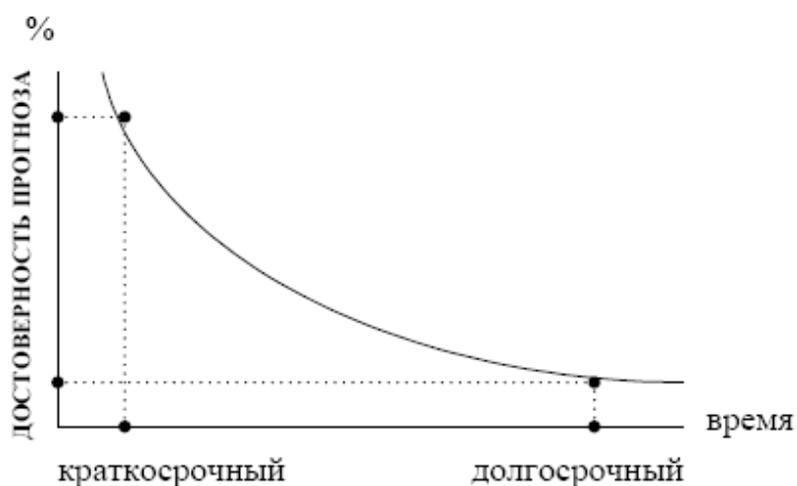


Рис. 3.11. Зависимость достоверности прогноза от сроков прогнозирования

Прогноз во времени различают на краткосрочный (до года), среднесрочный (до трех лет) и долгосрочный (более трех лет). Очевидно, что чем меньше промежуток времени, отделяющий настоящий момент от прогнозируемого, тем больше вероятность точного прогноза

Многие методы прогнозирования требуют наличия значительного количества начальных данных и при их отсутствии просто не работают. Существующие методы составления прогнозов можно условно разделить на две группы: качественные и количественные (рис. 3.12).

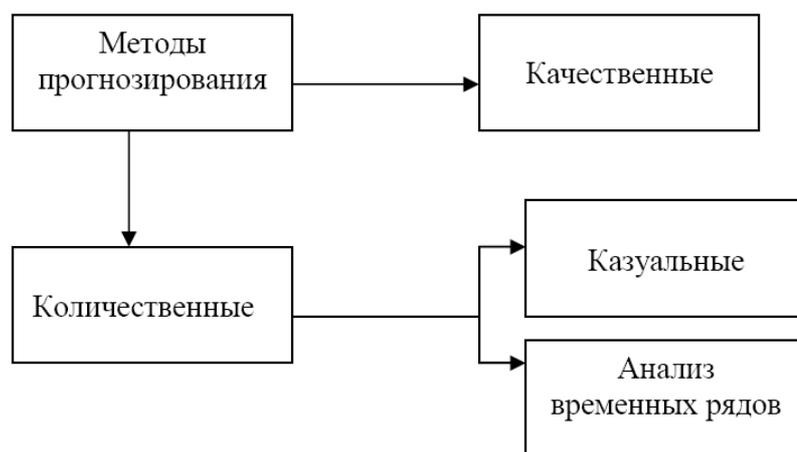


Рис. 3.12. Классификация методов прогнозирования

Качественные (или экспертные) методы прогнозирования строятся на использовании мнения специалистов в соответствующих областях знаний.

Количественные методы основываются на обработке числовых массивов данных и делятся на казуальные (или причинно-следственные) и методы анализа временных рядов. Казуальные методы применяются в тех случаях, когда прогноз связан с большим числом взаимоувязанных факторов. Отыскание математических (уравнений или неравенств) и других зависимостей между ними и составляет суть казуального метода. Анализ временных (динамических или хронологических) рядов связан с оценкой последовательности значений отдельных показателей во времени.

Одним из основных критериев, которым должны руководствоваться разработчики прогнозов при выборе соответствующего метода, является стоимость прогноза, слагаемая из затрат на его составление и цены ошибки прогноза. Вторая часть затрат зачастую бывает более чувствительной для бюджета предприятия.

Очевидно, что если коэффициент корреляции ( $r_k$ ) между какими-то показателями равен нулю, то эти показатели независимы друг от друга, при коэффициентах корреляции от 0,3 до 0,4 – слабая корреляция (зависимость), при  $r_k = 0,5 - 0,75$  – хорошая корреляция, при 0,8-0,95 – очень хорошая корреляция, при  $r_k = 1$  – зависимость детерминированная.

Следует отметить, что исходная таблица данных может состоять из любого числа строк и столбцов, но матрица интеркорреляций должна быть

квадратной, так как и в столбцах, и в строках записываются одни и те же показатели.

Главное понятие факторного анализа - фактор. Это искусственный статистический показатель, возникающий в результате специальных преобразований таблицы коэффициентов корреляций. Процедура извлечения факторов из матрицы интеркорреляций называется факторизацией матрицы. В результате факторизации из корреляционной матрицы может быть извлечено разное количество факторов, но не превышающее числа показателей (строк или столбцов) матрицы. Однако факторы, выявляемые в результате факторизации, как правило, неравноценны по своему значению. Элементы факторной матрицы – коэффициенты корреляции - часто называются «факторными нагрузками», или «факторными весами».

Казуальные (или причинно-следственные) и методы анализа временных рядов. Казуальные методы применяются в тех случаях, когда прогноз связан с большим числом взаимоувязанных факторов. Отыскание математических (уравнений или неравенств) и других зависимостей между ними и составляет суть казуального метода. Анализ временных (динамических или хронологических) рядов связан с оценкой последовательности значений отдельных показателей во времени. Например, прогноз объема продаж или цены продукции.

Одним из основных критериев, которым должны руководствоваться разработчики прогнозов при выборе соответствующего метода, является стоимость прогноза, слагаемая из затрат на его составление и цены ошибки прогноза. Вторая часть затрат зачастую бывает более чувствительной для бюджета предприятия.

### Анализ временных рядов

Различают два вида временных рядов:

– моментные, когда значения рассматриваемого показателя  $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$  отнесены к определенным моментам времени  $T(t_1, t_2, t_n)$ , при  $t_n > t_{n-1}$ ,

– интервальные, когда указаны соответствующие промежутки (интервалы) времени:  $(t_0 - t_1), (t_1 - t_2) \dots (t_{n-1} - t_n)$ .

Временные ряды часто задаются при помощи таблиц (см.табл.22) или графика (рис. 3.13):

Таблица 22

| Временной ряд          |       |       |     |       |
|------------------------|-------|-------|-----|-------|
| Момент<br>Времени      | $t_1$ | $t_2$ | ... | $t_n$ |
| Значение<br>Показателя | $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_n$ |

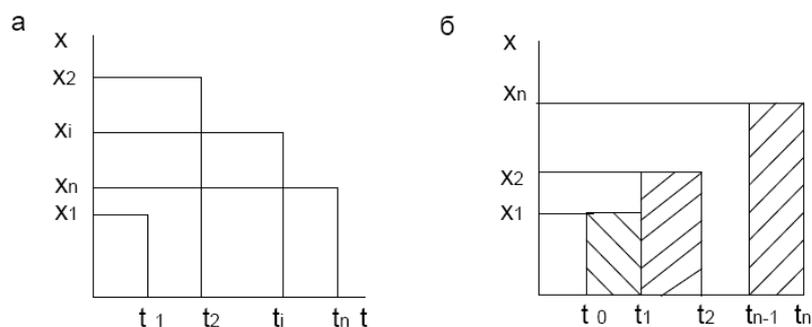


Рис. 3.13. Моментные (а) и интервальные (б) временные ряды

В задачах прогнозирования временные ряды используются при наличии значительного количества реальных значений рассматриваемого показателя при условии, что наметившаяся в прошлом тенденция ясна и относительно стабильна. Анализ временного ряда позволяет предположить, что должно произойти при отсутствии вмешательства дополнительных факторов извне.

Развитие процессов реально наблюдаемых в жизни складываются из некоторой устойчивой тенденции (тренда) и некоторой случайной составляющей, выраженной в колебании значений показателя вокруг линии тренда (рис. 3.14). Кривые тренда сглаживают динамический ряд значений показателя, выделяя общую тенденцию. Именно выбор кривой тренда, сам по себе являющийся довольно трудной задачей, во многом определяет результаты прогнозирования.

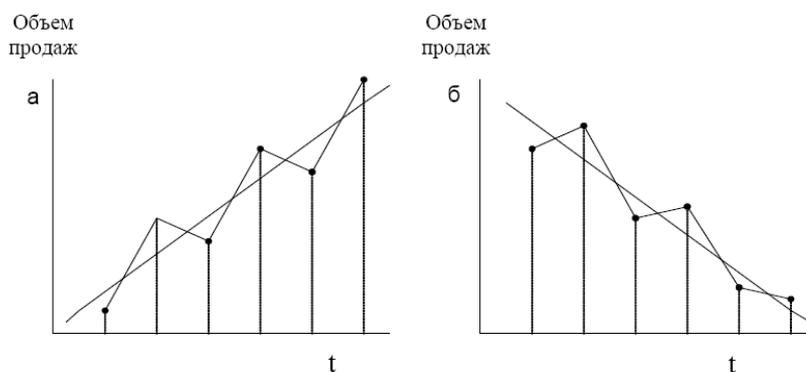


Рис. 3.14. Тендеры (тренды) продаж в начале (а) и в конце (б) жизненного цикла продукции

На тренд могут влиять также сезонные и циклические составляющие. Циклические составляющие отличаются от сезонных большей продолжительностью и непостоянностью амплитуды. Обычно сезонные составляющие измеряются неделями и днями, а циклические – годами. На рисунке 3.15. представлены три метода анализа временных рядов.

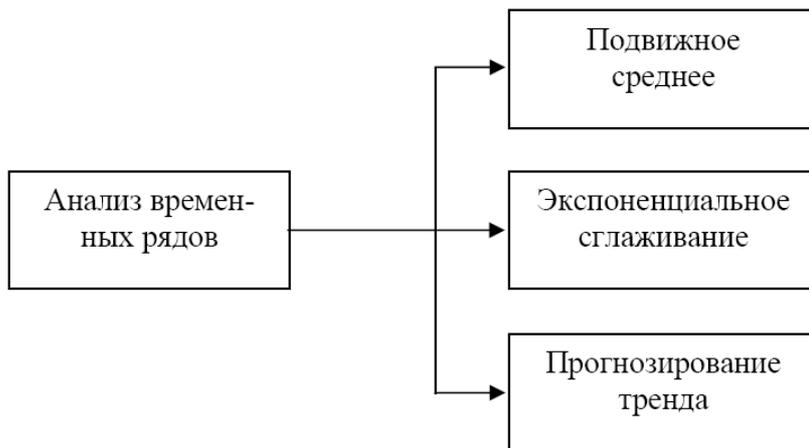


Рис. 3.15. Классификация методов анализа временных рядов

### Казуальные методы прогнозирования

Казуальные методы используются для долгосрочных и среднесрочных прогнозов. Отметим три разновидности казуального метода (рис. 3.16.):

- многомерные регрессионные модели - устанавливают регрессионную зависимость между величинами (факторами), влияющими на прогноз;
- эконометрические методы - дают количественное описание закономерностей и взаимосвязей между объектами (чаще всего экономическими) и процессами (типичная модель состоит из тысяч уравнений);
- компьютерная имитация (имитационные модели) – не являясь математическими моделями численные решения на компьютере позволяют значительно улучшить точность аналитических прогнозов.



Рис. 3.16. Классификация казуальных методов прогнозирования

## Понятие о корреляционных связях

Во многих случаях, при реализации тех или иных технических задач, невозможно корректное решение проблем без применения статистических зависимостей между исследуемыми факторами. Это вызвано тем, что подавляющее число взаимосвязей между величинами имеет не функциональный (детерминированный) характер, а стохастический (случайный).

Так, например, производительность обработки заготовок на станках вероятно зависит от режимов резания, качество шлифованных поверхностей так же с определенной долей вероятности определяется величиной зернистости абразивного инструмента и т.д.

В математике для описания связей между переменными величинами используют понятие функции  $F$ , которая ставит в соответствие каждому определенному значению независимой переменной  $X$  определенное значение зависимой переменной  $Y$ . Поэтому полученная зависимость  $Y = F(X)$  называется функциональной. Эта зависимость однозначна, т.е. для данного значения  $X$  будет существовать единственное значение  $Y$ .

В тоже время для стохастических процессов связь между переменными может быть выявлена чаще всего только после соответствующей обработки данных.

Допустим, например, что производится механическая обработка заготовок типа тел вращения на токарном станке с разной глубиной резания  $s$  при постоянной подаче. Очевидно, что объем снятого материала  $Q$  при увеличении глубины резания будет пропорционально расти. Функциональная зависимость объема от глубины резания выразится уравнением  $Q = k \cdot s$ , где  $k$  – постоянный множитель. В действительности при изменении глубины резания прирост объема снятого материала не будет точно подчиняться приведенному уравнению, так как в процессе резания на резец и деталь действуют случайные факторы в виде динамических возмущений, изменяющие значения показателей процесса, рассчитанных в приведенном уравнении на какие-то постоянные условия обработки. Эти постоянные условия заложены в постоянный множитель  $k$ . К динамическим факторам резания относятся температура резания, износ режущей кромки резца, вибрации элементов технологической системы и др. Возможный график стохастической зависимости объема срезанного материала от глубины резания имеет вид, отраженный на рис. 3.17.

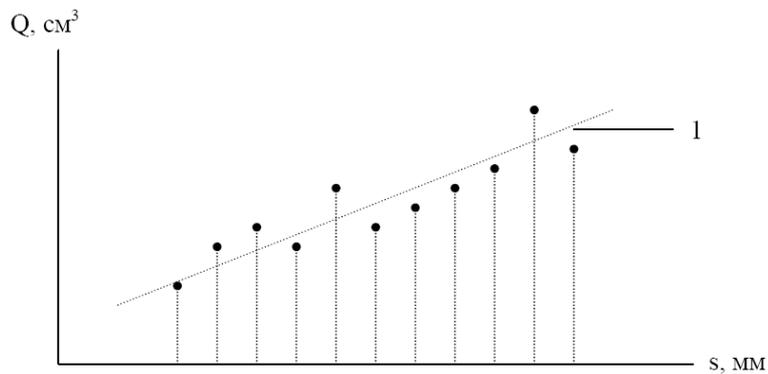


Рис. 3.17. Стохастическая зависимость переменных  $Q$  и  $s$ ;  
1 – линия регрессии

Такого рода статистическая зависимость между переменными величинами называются корреляционной. Корреляционная зависимость возникает тогда, когда один из признаков зависит не только от второго, но и от ряда случайных факторов или условий, от которых зависят оба фактора. Корреляционные связи не могут рассматриваться как свидетельство причинно-следственной зависимости. Они свидетельствуют лишь о том, что изменения одного признака, как правило, соответствуют определенному изменению другого. При этом неизвестно, находится ли причина изменений в одном из признаков или она оказывается за пределами исследуемой пары признаков.

Виды корреляционных связей между измеренными признаками могут быть линейными и нелинейными, положительными или отрицательными (рис. 3.18).

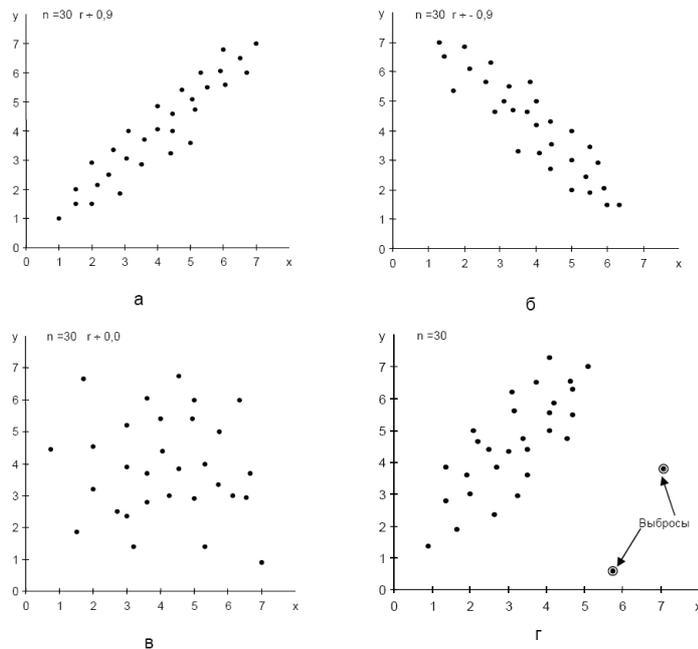


Рис. 3.18. Диаграммы рассеяния: а) положительная корреляция, б) отрицательная корреляция, в) корреляция отсутствует, г) выбросы измерений из поля корреляции

Варианты корреляционных связей отражены на рис. 3.19. (а – г). Возможна также ситуация, когда между переменными невозможно установить какую-либо зависимость (рис. 2.16 г). В этом случае говорят об отсутствии корреляционной связи. С целью выявления характеристик корреляционных зависимостей применяют корреляционный анализ.

В задачи корреляционного анализа входит:

- установление направления (положительное или отрицательное) и формы (линейная или нелинейная) связи между варьирующими признаками,
- измерение тесноты связи (значения коэффициентов корреляции),
- проверка уровня значимости коэффициентов корреляции.

### Определение уравнений регрессии

Корреляционную зависимость между переменными  $X$  и  $Y$  можно выразить с помощью уравнений типа, которые называются уравнениями регрессии. В этих уравнениях  $\bar{Y}_x$  и  $\bar{X}_y$  являются средними арифметическими переменных  $X$  и  $Y$ .

Графическое выражение регрессионного уравнения называют линией регрессии. Линия регрессии выражает наилучшее предсказание зависимой переменной  $Y$  по независимым переменным  $X$  (рис. 3.19). Эти независимые переменные в математике называются предикатами.

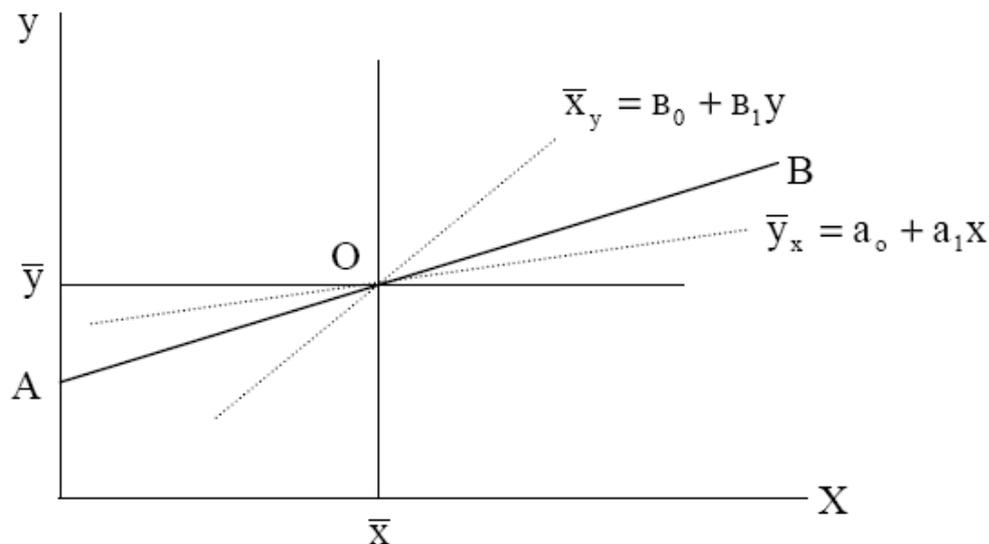


Рис. 3.19. Линия регрессии  $Y = F(x)$  и  $X = F(y)$  в прямоугольной системе координат

Корреляционную зависимость можно выразить с помощью двух уравнений регрессии, которые в самом простом случае выглядят как уравнения прямой:

$$Y = a_0 + a_1 X,$$

$$X = b_0 + b_1 Y.$$

В первом уравнении  $Y$  – зависимая переменная, а  $X$  – независимая переменная,  $a_0$  – свободный член,  $a_1$  – коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

Во втором наоборот:  $X$  – зависимая переменная,  $Y$  – независимая,  $b_0$  – свободный член,  $b_1$  – коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

Если произвольно на рис. 3.20 изобразить линии регрессии по указанным уравнениям, то они пересекаются в точке  $O(x,y)$  с координатами, соответствующими средним арифметическим значений переменных  $X$  и  $Y$ . Линия  $AB$ , проходящая через точку  $O$ , соответствует линейной функциональной зависимости между переменными  $Y$  и  $X$ , когда коэффициент корреляции между ними  $r_{xy}$  равен единице. При этом наблюдается следующая закономерность: чем сильнее связь между  $X$  и  $Y$ , тем ближе обе линии регрессии к прямой  $AB$ , и наоборот, чем слабее корреляция, тем больше линии регрессии отклоняются от прямой  $AB$ . При отсутствии связи ( $r_{xy} = 0$ ) между  $X$  и  $Y$  линии регрессии оказываются под прямым углом по отношению друг к другу.

Количественное установление связи (зависимости) между  $X$  и  $Y$  (или между  $Y$  и  $X$ ) называется регрессионным анализом. Главная задача регрессионного анализа состоит:

- в определение коэффициентов  $a_0, b_0, a_1, b_1$ ,
- в определение уровня значимости полученных уравнений регрессии, связывающих между собой переменные  $X$  и  $Y$ .

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Общие положения

**Практическое занятие** – форма организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении студентами под руководством преподавателя комплекса учебных заданий.

#### **Цель практических занятий:**

- закрепление и детализация теоретических основ учебной дисциплины, полученных в ходе изучения лекционного материала;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины, приобретения опыта практической деятельности при решении конкретных инженерных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- выработка навыков рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм работы.

По характеру выполняемых студентами заданий практические занятия подразделяются на:

- □ознакомительные, □ проводимые с целью закрепления и конкретизации изученного теоретического материала;
- □аналитические, □ ставящие своей целью получение новой информации на основе формализованных методов;
- □творческие, □ связанные с получением новой информации путем самостоятельно выбранных подходов к решению задач.

Формы организации практических занятий определяются в соответствии со специфическими особенностями рассматриваемого раздела учебной дисциплины и решаемыми в ходе проведения практических занятий задачами. Практические занятия могут проводиться в форме решения типовых и ситуационных задач, деловых игр, выездных занятий в организациях.

## СОДЕРЖАНИЕ

- 1.
2. Оценка параметров распределения генеральной совокупности
3. Анализ возможностей процесса.
4. Анализ причин изменчивости производственных процессов на основе метода стратификации.
5. Выявление факторов, потенциально влияющих на качество продукции методом построения диаграмм разброса.
6. Определение источников изменчивости производственных процессов методом факторного анализа.
7. Методы ранжирования источников изменчивости по степени значимости.
8. Статистические методы управления процессами по количественным данным.
9. Статистические методы управления процессами по альтернативным данным.
10. Статистический приемочный контроль по количественному признаку.
11. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку.

### ***Практическое занятие 1. Алгебра случайных событий***

#### **Цель занятия:**

- изучение свойств вероятности случайного события;
- изучение теоремы сложения и умножения случайных событий и примеров ее практического применения.

Выделим некоторые свойства вероятности случайного события.

**Свойство 1.** Вероятность достоверного события равна 1. Это значит, что событие имеющее вероятность единица, наступит в любом случае.

Доказательство. Так как событие достоверно, то благоприятствующими ему будут все элементарные исходы (т.е.  $m = n$ ,  $m = n$ ). Тогда,

$$P(x) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

**Свойство 2.** Вероятность невозможного события равна 0. невозможное событие, т.е. оно не происходит ни при каком элементарном исходе (т.е.  $m=0$ ). Тогда,

$$P(x) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

**Свойство 3.** Если  $X$  – случайное событие, то  $0 < P(X) < 1$ .

**Доказательство.** Если  $X$  – случайное событие, то при некоторых элементарных исходных оно происходит, а при остальных нет. Таким образом,

$$0 < m < n.$$

Разделим это двойное неравенство на  $n > 0$ . Получаем

$$\frac{0}{n} < \frac{m}{n} < \frac{n}{n}$$

Отсюда получаем  $0 < P(X) < 1$ .

**Свойство 4.** Если  $X$  и  $\bar{X}$  противоположные события, то

$$P(X) = 1 - P(\bar{X})$$

Доказательство. Если из  $n$  элементарных исходов число элементарных исходов, благоприятствующих событию  $X$ , равно  $m$ , то в других случаях ( $n-m$ ) вместо события  $X$  появится событие  $\bar{X}$ .

Таким образом,

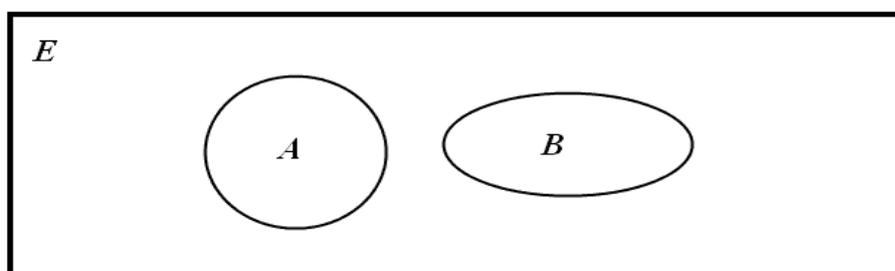
$$P(X) = \frac{m}{n}, \quad P(\bar{X}) = \frac{n-m}{n}, \quad P(X) + P(\bar{X}) = \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} = 1.$$

Если в результате испытаний возможным исходом будет наличие двух или нескольких случайных событий, появляется необходимость определения вероятности их, например, последовательного или одновременного появления. Эти задачи решаются на базе общей модели – алгебры событий, в рамках которой возможны операции сложения и умножения вероятностей.

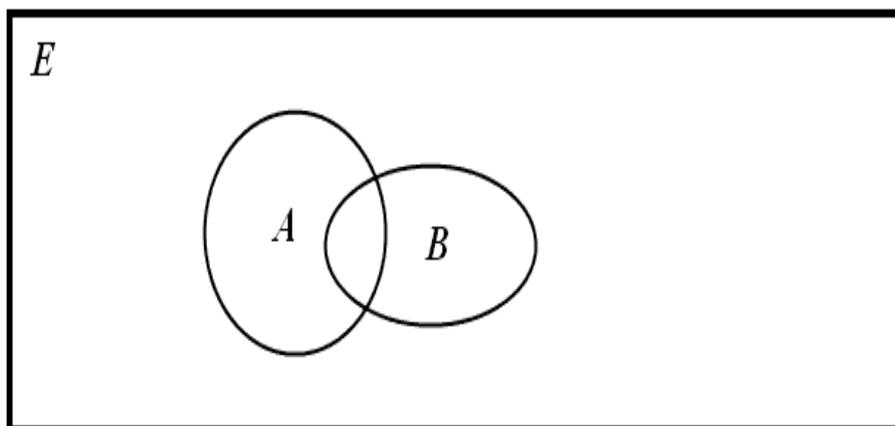
**Суммой  $A+B$  случайных событий  $A$  и  $B$**  называется событие, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий:  $A$  или  $B$ . Сумма событий есть их объединение. Любой элементарный исход, который входит в событие  $A$  или событие  $B$ , входит также и в их сумму  $A+B$ .

Решая задачу сложения вероятностей случайных событий необходимо знать возможность их совместного проявления.

Для графической интерпретации процедуры используем диаграмму Венна (рис. 1.1) Внешний прямоугольник ( $E$ ) обозначает все пространство элементарных исходов, а фигуры  $A$  и  $B$  – события  $A$  и  $B$  как подмножества элементарных исходов. При этом площадь фигуры  $A$  соответствует вероятности события  $A$ , а площадь фигуры  $B$  – вероятности события  $B$ .



a)



б)

*a* – события *A* и *B* совместны, *б* – события *A* и *B* несовместны

Рис. 1.1. Графическая интерпретация процедуры сложения вероятностей двух случайных событий *A* и *B*

Если случайные события *A* и *B* несовместны (рис. 1.1 а), теорема сложения вероятностей имеет вид:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

*Пример.* При сортировке деталей после токарной обработки экспериментально определены вероятности появления деталей, действительный размер которых меньше наименьшего предельного размера (2%) и деталей, действительный размер которых больше наибольшего предельного размера (2,5%). Необходимо определить вероятность появления в результате обработки несоответствующей единицы продукции.

Будем считать, что:

Событие *A* – «единица продукции, имеющая действительный размер меньше наименьшего предельного»;

Событие *B* – «единица продукции, имеющая действительный размер больше большего предельного»;

Событие *C* – «единица продукции – несоответствующая».

События *A* и *B* несовместны, так как в единице продукции может содержаться только один из выделенных дефектов.

Отсюда,

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B). \\ P(C) = 0,02 + 0,025 = 0,045.$$

Таким образом, вероятность производства несоответствующей продукции равна 4,5%.

Если события совместны (рис.1.1 б), то вероятность суммы события  $A+B$  равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A * B).$$

*Пример.* В заготовках наблюдаются два вида несоответствий: царапины и раковины. Экспериментально определены вероятности появления царапин 8% и появления раковин 3%. Необходимо найти вероятность того, что единица продукции будет несоответствующая.

Будем считать, что:

Событие  $A$  – «единица продукции содержит царапину»;

Событие  $B$  – «единица продукции содержит раковину»;

Событие  $C$  – « единица продукции – несоответствующая».

События  $A$  и  $B$  совместны, т.е. в единице продукции может наблюдаться либо один из видов дефектов, либо оба одновременно.

Таким образом,

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(A * B). \\ P(C) = 0,08 + 0,03 - 0,08 * 0,03 = 0,1076.$$

Таким образом, вероятность производства несоответствующей продукции равна 10,76%.

Произведением случайных событий  $A$  и  $B$  называется событие, состоящее в том, что одновременно произошли оба события. Произведение событий есть их пересечение, т.е. предполагает все исходы, которые включают оба события и обозначается  $AB$ .

Графически произведение двух случайных событий может быть представлено как пересечение подмножеств, соответствующих событиям  $A$  и  $B$  (рис. 1.2.). Вероятность произведения двух событий находится в зависимости от того, являются эти события зависимыми или нет.

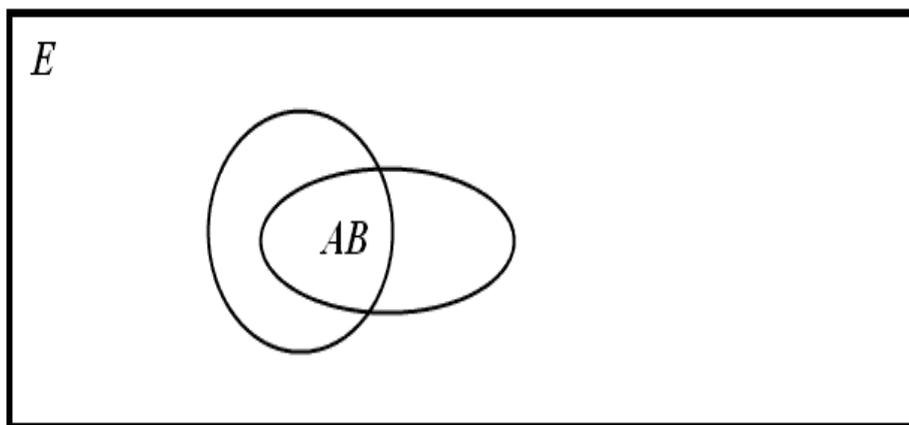


Рис. 1.2. Графическая интерпретация процедуры умножения вероятностей двух случайных событий  $A$  и  $B$

События называются независимыми, если появление любого из них не влияет на вероятность появления другого. В противном случае – они зависимы.

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей:

$$P(AB) = P(A) * P(B).$$

**Пример.** В партии изготовленных деталей наблюдаются два вида брака: несоответствие размера и шероховатости поверхности нормируемым значениям. Вероятность несоответствия размеров нормируемым составляет 1,6%, а несоответствие шероховатости поверхности установленным нормам составляет 1,95%. Какова вероятность, что в единице продукции будет наблюдаться одновременно оба дефекта.

В данном примере мы имеем дело с независимыми событиями

Будем считать, что:

Событие  $A$  – «единица продукции не соответствует по размеру»;

Событие  $B$  – «единица продукции не соответствует по параметрам шероховатости поверхности»;

Событие  $C$  – «единица продукции – несоответствующая».

Тогда,

$$P(C) = P(AB) = P(A) * P(B) = 0,0160 * 0,0195 = 0,000312.$$

Таким образом, вероятность производства несоответствующей продукции, имеющей два дефекта одновременно составляет 0,0312%.

В случае, если вероятность события  $B$  зависит от того, произошло или не произошло событие  $A$ , мы имеем дело с зависимыми событиями.

Условной вероятностью  $P_A(B)$  называется вероятность события  $B$  при условии, что событие  $A$  наступило. Условную вероятность можно определить следующим образом:

$$P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$$

Вероятность произведения двух событий, при условии, что первое событие произошло, равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого,

$$P(AB) = P(A) * P_A(B).$$

*Пример. В таре поступило 36 деталей, причем известно, что из общего количества 32 годных. Извлеченная из тары первая наугад деталь оказалась бракованной. Необходимо определить вероятность того, что вторая, извлеченная наугад, деталь также будет бракованной.*

*Будем считать событием  $A$  – извлечение первой бракованной детали, а событием  $B$  – извлечение второй бракованной детали.*

*Вероятность события  $P(A) = \frac{4}{36}$ .*

*Вероятность события  $B$  зависит от того, какая деталь была отобрана первой. В рассматриваемом случае в таре осталось 35 деталей, причем три из них – бракованные. Таким образом, вероятность события  $B$  в предположении, что событие  $A$  произошло в нашем случае равна  $P_A(B) = \frac{3}{35}$ . Таким образом вероятность события  $AB$  состоящего в том, что обе, подряд извлеченные из тары детали являются бракованными, может быть рассчитана по формуле:*

$$P(AB) = P(A) * P_A(B) = \frac{4}{36} * \frac{3}{35} = \frac{1}{105}.$$

*Таким образом, вероятность последовательного извлечения двух несоответствующих единиц продукции при выполнении условий примера – 0,1%.*

Определение полной вероятности группы случайных событий.

Если имеется группа событий  $H_1, H_2, \dots, H_n$ , обладающая следующими свойствами:

- все события попарно несовместны;
- их объединение образует пространство элементарных исходов.

$$\Omega = H_1 \cup H_2 \cup \dots \cup H_n.$$

можно говорить, что  $H_1, H_2, \dots, H_n$  образуют полную группу событий (рис 1.3).

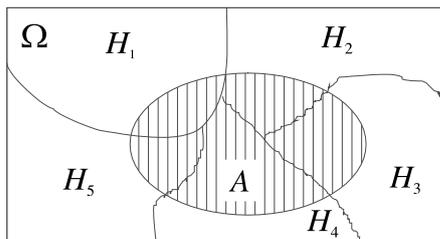


Рис. 1.3. Графическая интерпретация полной группы событий

Пусть  $A$  – некоторое событие:  $A \in \Omega$ . Тогда вероятность события  $A$  может быть определено по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P_{H_1}(A)P(H_1) + P_{H_2}(A)P(H_2) + \dots + P_{H_n}(A)P(H_n) = \sum_{i=1}^n P_{H_i}(A)P(H_i).$$

**Пример.** Партия деталей формируется продукцией, произведенной на трех станках, причем доля первого станка 30, второго 50, третьего 20. Доля несоответствующих единиц продукции каждого станка в общем объеме продукции составляет соответственно 3, 2 и 1. Какова вероятность того, что случайно отобранная из партии единица продукции окажется несоответствующей?

Пусть событие  $H_1$  состоит в том, что единица продукции произведена на первом станке,  $H_2$  на втором,  $H_3$  на третьем. Тогда

$$\begin{aligned} P(H_1) &= 3/10, \\ P(H_2) &= 5/10, \\ P(H_3) &= 2/10. \end{aligned}$$

Пусть событие  $A$  состоит в том, что единица продукции оказалась несоответствующей;  $A/H_i$  означает событие, состоящее в том, что выбрана несоответствующая лампа из ламп, произведенных на  $i$ -ом станке. Из условия задачи следует:

$$\begin{aligned} P_{H_1}(A) &= 3/100, \\ P_{H_2}(A) &= 2/100, \\ P_{H_3}(A) &= 3/100. \end{aligned}$$

По формуле полной вероятности получаем

$$P(A) = \frac{3}{10} * \frac{3}{100} + \frac{5}{10} * \frac{2}{100} + \frac{2}{10} * \frac{1}{100} = \frac{11}{500}.$$

## Практическое занятие 2. Оценка параметров распределения генеральной совокупности по результатам контроля выборки

**Цель занятия:** Изучение методики оценки точности вычисления генерального среднего значения и стандартного отклонения генеральной совокупности по результатам контроля выборки.

### Оценка параметров распределения генеральной совокупности

**Цель занятий:** Освоение методик оценки точности определения параметров распределения генеральной совокупности по данным выборки.

Оценка параметров распределения генеральной совокупности может быть практически осуществлена только на основании данных выборки из этой совокупности.

Извлекая выборку из генеральной совокупности и вычисляя ее статистические характеристики  $\bar{x}_i$  и  $\sigma_i$ , можно с некоторым приближением считать, что они по своим значениям будут близки к соответствующим параметрам генеральной совокупности  $\bar{x}_0$  и  $\sigma_0$ , т.е. является их оценками.

### Оценка точности вычисления генерального среднего значения по данным выборки

Для оценки обозначим точность приближенного равенства  $\bar{x}_0 \approx \bar{x}_i$  буквой  $\varepsilon$  □.

Тогда определение точности вычисления генерального среднего значения по данным выборки сводится к определению вероятности того, что истинное значение  $\bar{x}_0$  находится в пределах  $\bar{x} \pm \varepsilon$  (рис. 1.1), т.е.:

$$P(\bar{x} - \varepsilon < \bar{x}_0 < \bar{x} + \varepsilon) = \alpha.$$

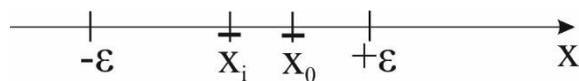


Рис. 1.1. Положение статистических характеристик  $\bar{x}_0$ ,  $\bar{x}_i$  на числовой оси

Для определения вероятности □ используем распределение Стьюдента (распределение величины  $t$ ):

$$t_\alpha = \frac{|\bar{X} - \bar{X}_0|}{\sigma_x} = \frac{\varepsilon}{\sigma_x},$$

где  $t_\alpha$  – величина  $t$ , соответствующая определенной вероятности  $\alpha$ , зависящая от числа степеней свободы  $k = n - 1$  ( $n$  – объем выборки), а  $\sigma_x = \frac{s}{\sqrt{n}}$ .

Величина  $t_{\alpha}$  табулирована. При помощи этой таблицы можно определить одно из трех значений: вероятность  $\alpha$ , точность  $\varepsilon$  или объем выборки  $n$ , задаваясь предварительно значениями каких-либо двух из этих величин.

**Пример.** По выборке объема  $n = 20$  ед. определены  $\bar{x} = 20,004$  мм и  $s = 0,002$  мм. Определить с вероятностью  $\alpha = 0,95$ , в каком диапазоне находится истинное значение генеральной средней  $\bar{X}_0$ .

Генеральная средняя  $\bar{X}_0$  находится в пределах доверительных границ

$$\bar{X} - \varepsilon < \bar{X}_0 < \bar{X} + \varepsilon,$$

$$\text{где } \varepsilon = t_{\alpha} \sigma_x = t_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

При  $k = 20 - 1 = 19$  и  $\alpha = 0,95$  находим  $t_{\alpha}$

$$t_{\alpha} = 2,09.$$

Отсюда

$$\varepsilon = 2,09 \cdot \frac{0,002}{\sqrt{20}} = 0,0008.$$

Следовательно, истинное значение генеральной средней  $\bar{X}_0$  будет находиться в пределах:

$$(20,004 - 0,0008) < \bar{X}_0 < (20,004 + 0,0008), \text{ т.е. } 20,0032 < \bar{X}_0 < 20,0048.$$

### **Оценка точности вычисления стандартного отклонения генеральной совокупности по данным выборки**

Задача сводится к определению вероятности приближенного равенства  $s \approx \sigma_0$ , точность которого равна  $\alpha$ :

$$p(s - \alpha < \sigma_0 < s + \alpha) = \alpha = L(q, k).$$

Для определения вероятности  $\alpha$  пользуются распределением величины:

$$x^2 = \frac{k^2}{s^2}.$$

Величина  $x^2$  табулирована. Пользуясь соответствующими таблицами можно определить одно из трех значений:  $k$ ,  $q = \alpha/s$  или  $\alpha$ .

**Пример.** По выборке объема  $n = 20$  вычислено стандартное отклонение  $s = 0,12$  мм. Определить точность приближенного равенства  $s \approx \sigma_0$  с вероятностью  $\alpha = 0,95$ .

Для определения  $\varepsilon$  воспользуемся формулой  $\varepsilon = q \cdot s$ . Для  $k = 20 - 1 = 19$  и  $\alpha = 0,95$  находим соответствующее значение  $q$ . В нашем случае  $q = 0,400$ .

Тогда  $\varepsilon = 0,400 \cdot 0,12 = 0,048$ .

Таким образом, с вероятностью  $0,95$ , можем считать, что  $\sigma_0$  находится в следующих пределах:

$$((0,12 - 0,048) < \sigma_0 < (0,12 + 0,048)) = (0,072 < \sigma_0 < 0,168).$$

**Пример.** При предварительном анализе технологического процесса на выборке из 10 ед. установлены количественные оценки процесса  $\bar{X} = 18,001$  мм и  $s = 0,008$  мм. Определить статистически обоснованный объем выборки  $n$ , при котором  $s$  будет отличаться от  $\sigma_0$  не более чем на  $0,006$  с вероятностью  $\alpha = 0,98$ .

Зная, что  $\varepsilon = q \cdot s$ , определяем  $q$ :

$$q = \varepsilon / s = 0,006 / 0,008 = 0,75$$

При  $q = 0,75$  и  $\alpha = 0,98$ , находим  $k = 12$ . Так как  $n = k + 1$ , искомый объем выборки – не менее 13 ед.

### **Практическое занятие 3. Анализ возможностей процессов**

**Цель занятий:** Изучение методики оценки стабильности и статистической управляемости процессов на основе расчета индексов воспроизводимости ( $C_p$ ) и пригодности ( $P_p$ ).

Определение точности и стабильности технологических процессов производится на промежуточных и финишных операциях при изготовлении деталей в условиях серийного и массового производства.

Для определения показателей точности и стабильности процесса отбирают выборки из партий продукции, производимой в рамках анализируемого процесса:

1) Мгновенная выборка объемом 5...20 деталей, полученных в последовательности их обработки на одном станке. По данной выборке определяют влияние случайных факторов на качество изготовления деталей.

2) Общая выборка, состоящая из 10 или более мгновенных выборок, взятых последовательно с одного станка за один межнастроечный период или с момента установки нового инструмента до его замены. По данной выборке определяют отдельно влияние случайных и систематических факторов на качество изготовления деталей за межнастроечный период без учета погрешностей настройки.

3) Выборка из случайно отобранных деталей, изготовленных при одной или нескольких настройках на одном станке. Объем выборки равен 50... 200 деталей. По данной выборке определяют совместное влияние случайных и систематических факторов, в том числе и погрешности настройки, на качество деталей, изготовленных на данном станке.

4) Выборка из случайно отобранных деталей, изготовленных группой станков, выполняющих одну и ту же операцию при различных настройках. Объем выборки берут равным 50...200 деталей. По данной выборке определяют совместное влияние случайных и систематических факторов, в том числе погрешности настройки и состояние оборудования.

### Оценка качества технологического процесса (анализ возможности процесса)

Для оценки качества технологического процесса требуется сравнение допуска на размер с полем его рассеяния в конкретной технологической системе. Суммарная погрешность процесса изготовления является наиболее представительным значением поля рассеяния (вариации) технологической системы (выборка №4). На практике этим показателем пользуются редко, так как расчет суммарной погрешности процесса является исключительно трудоемкой операцией. Гораздо проще определить поле рассеяния какого-либо размера детали при ее изготовлении в конкретном технологическом процессе путем обработки результатов экспериментальных исследований (выборки №1, №2, №3).

Общепринятый метод оценки точности (**анализ возможности**) технологического процесса связан с определением индекса воспроизводимости процесса  $C_p$ , характеризующего соотношение допуска  $T$  и поля рассеяния  $\omega$  без учёта центровки:

$$C_p = \frac{T}{\omega} = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}_{\bar{R}/d_2}}$$

где  $USL$  — верхняя граница поля допуска;  $LSL$  — нижняя граница поля допуска, Оценочное значение стандартного отклонения подсчитывается следующим образом:

$$\hat{\sigma}_{\bar{R}/d_2} = \bar{R}/d_2 \quad \text{или} \quad \sigma_{s/c_4} = \bar{s}/c_4$$

где  $\bar{R}$  - среднее арифметическое нескольких выборок,  $\bar{s}$  - среднее стандартное отклонение нескольких выборок;  $d_2$ ,  $c_4$  – стандартные коэффициенты, зависящие от объёма выборки.

Отношения  $\bar{R}/d_2$  или  $\bar{s}/c_4$  характеризуют **собственную изменчивость процесса**, т.е. ту часть изменчивости процесса, которая вызывается только обычными причинами. Эта изменчивость оценивается, как правило, по данным из контрольных листов.

**Пример.** Зависимость коэффициента  $d_2$  от объёма выборки  $n$ .

| Коэффициент<br>$d_2$ | Объем выборки, n |      |      |      |      |       |       |       |
|----------------------|------------------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
|                      | 3                | 4    | 5    | 6    | 7    | 15    | 18    | 25    |
|                      | 1,69             | 2,06 | 2,33 | 2,83 | 2,70 | 3,472 | 3,640 | 3,931 |

Если  $C_p = 1$ , то 99,73% произведенных деталей попадают в пределы допуска. 0,27% деталей могут оказаться бракованы.

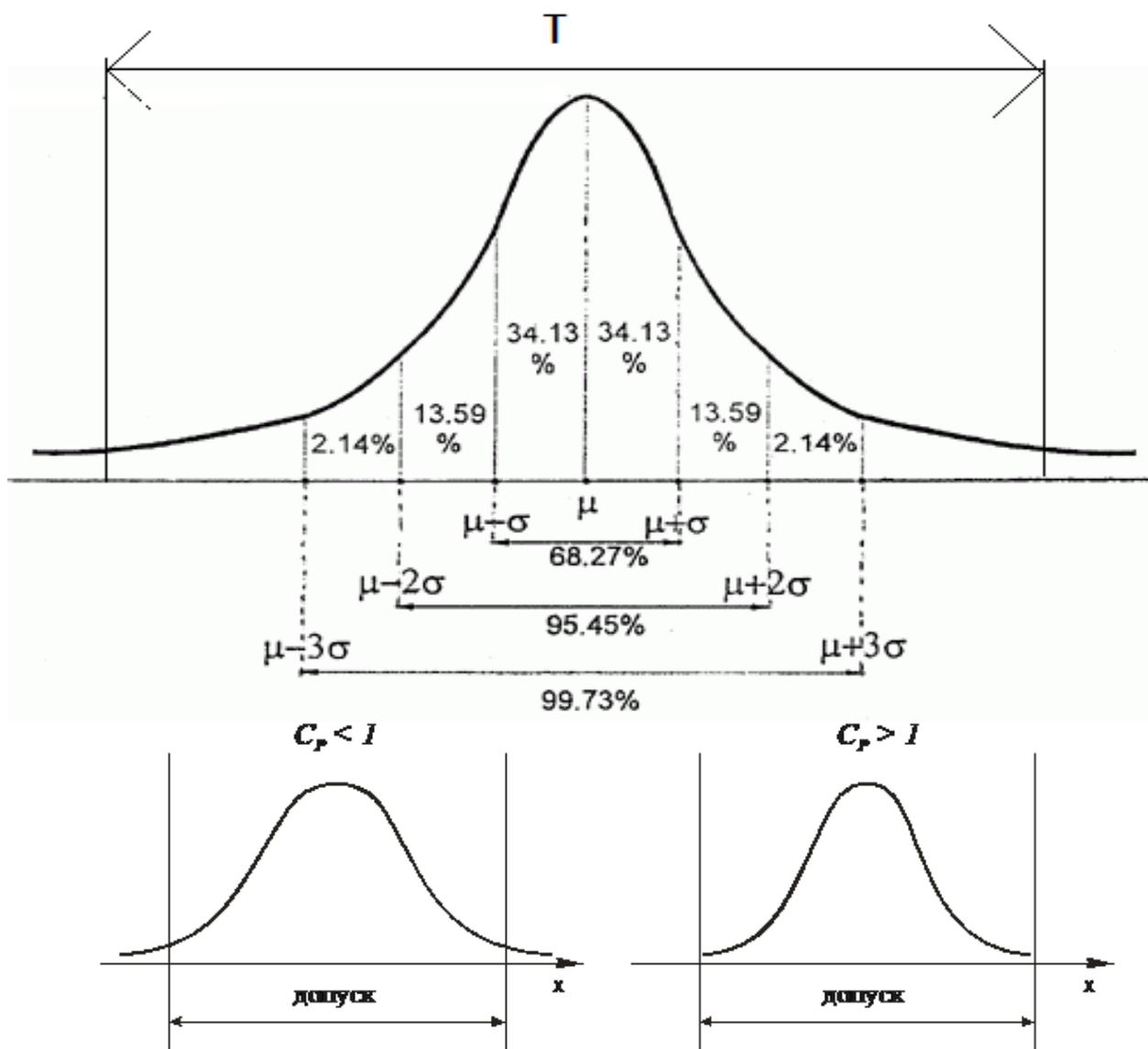


Рисунок 3.1.- Изменчивость неуправляемого и управляемого процессов при настройке процесса на оптимальное значение.

**Статистически управляемым** считается статистически стабильный процесс, коэффициент воспроизводимости которого  $C_p > 1$ .

Недостаток индекса  $C_p$  состоит в том, что он может дать неверную информацию о производственном процессе в том случае, если среднее процесса (математическое ожидание) отличается от номинального среднего (середина поля допуска).

Нецентрированность или смещенность процесса производства можно выразить с помощью **индекса  $C_{pk}$** .

Индекс  $C_{pk}$  кроме разброса производственного процесса также учитывает положение среднего относительно границ допуска. Это особенно важно и необходимо для проверки возможностей процессов, которые не имеют регулируемых характеристик, и процессов, у которых характеристики качества

имеют одностороннее ограничение, равное нулю, например, все количественные характеристики, такие как плоскостность, концентричность, гладкость поверхности и т.д.

Индекс  $C_{pk}$  рассчитывается следующим образом:

- Верхний индекс воспроизводимости  $CPU$  определяется как отклонение среднего уровня процесса от верхнего предела поля допуска, делённое на действительный верхний разброс процесса:

$$CPU = \frac{USL - \bar{X}}{3\hat{\sigma}_{\bar{R}/d_2}}$$

- Нижний индекс воспроизводимости  $CPL$  определяется как отклонение среднего уровня процесса от нижнего предела поля допуска, делённое на действительный нижний разброс процесса:

$$CPL = \frac{\bar{X} - LSL}{3\hat{\sigma}_{\bar{R}/d_2}}$$

- Индекс воспроизводимости  $C_{pk}$  учитывает центровку процесса и определяется как минимальное из  $CPU$  и  $CPL$ . Он связывает разность между средним процесса и ближайшим пределом поля допуска с половиной присущей процессу изменчивости.

Если  $C_{pk} > 1,33$ , это означает возможность изготовления качественных изделий в технологическом процессе.

Значения  $C_{pk}$  в диапазоне  $1,00 \leq C_{pk} \leq 1,33$  рассматриваются как возможные и требуют соответствующего контроля и лучшего центрирования (допускается только для количественных (измеряемых) характеристик качества).

Если  $C_{pk} \leq 1,0$ , процесс считается статистически неуправляемым. Очевидно наличие специальных причин изменчивости.

Если индекс  $C_p > C_{pk}$  означает, что среднее значение распределения находится вне середины допусков.

Показатели возможностей используют для следующих целей:

- анализ потенциальных возможностей поставщика удовлетворять требования потребителя (при заключении контракта);
- установление в контрактах требований к процессам;
- планирование качества разрабатываемой продукции;
- приемка процессов на основе опытных партий;
- аттестация процессов;
- планирование приемочного контроля;
- планирование непрерывного улучшения процессов;
- аудиты второй стороной и внутренние аудиты процессов

К недостаткам индексов  $C_p$ ,  $C_{pk}$  можно отнести их чрезмерную чувствительность к объёмам выборки, вследствие чего при малых объёмах они имеют большой статистический разброс.

Вследствие использования выборочных оценок для получения  $C_p$  и  $C_{pk}$  и ограниченности объемов наблюдения полученные значения ожидаемых уровней несоответствий могут заметно отличаться от фактически наблюдаемых уровней несоответствий действующих процессов, поэтому значение ожидаемых уровней несоответствий используют только для предварительных оценок качества процессов и мониторинга улучшений.

### Оценка качества технологического процесса (анализ пригодности процесса)

Индексы  $C_p$ ,  $C_{pk}$  отражают только наличие причин изменчивости процесса, порождающих различия между единицами продукции в условиях выборок №1, №2 (в краткосрочной перспективе).

Однако существуют другие причины, которые формируют изменения в изделиях в течение длительных интервалов времени. Пример таких причин - группа станков, различные настройки, различные операторы и др. (выборки №3 и №4).

Как уже говорилось выше, суммарная погрешность процесса изготовления является наиболее представительным значением поля рассеяния (вариации) технологической системы.

**Полная изменчивость процесса** – это изменчивость, вызываемая как обычными, так и особыми причинами. Эта изменчивость оценивается с помощью выборочного стандартного отклонения, использующего все индивидуальные значения:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

**Пригодность процесса** – это интервал в  $k\sigma$  полной изменчивости, где  $\sigma$  обычно оценивается при помощи выборочного стандартного отклонения.

**Индекс пригодности**  $P_p$  определяется как допуск, делённый на оценку полной изменчивости процесса без учёта его центровки:

$$P_p = \frac{USL - LSL}{k\sigma_s}$$

Нецентрированность или смещенность процесса производства можно выразить с помощью **индекса**  $P_{pk}$  (аналог  $C_{pk}$ ).

Индекс  $P_{pk}$  кроме разброса производственного процесса также учитывает положение среднего относительно границ допуска.

Индекс  $P_{pk}$  рассчитывается следующим образом:

- Верхний индекс воспроизводимости  $C_{PU}$  определяется как отклонение среднего уровня процесса от верхнего предела поля допуска, делённое на действительный верхний разброс процесса:

$$\frac{USL - \bar{\bar{X}}}{k/2 \sigma_s}$$

- Нижний индекс воспроизводимости  $CPL$  определяется как отклонение среднего уровня процесса от нижнего предела поля допуска, делённое на действительный нижний разброс процесса:

$$\frac{\bar{\bar{X}} - LSL}{k/2 \sigma_s}$$

- **Индекс воспроизводимости  $P_{pk}$**  учитывает центровку процесса и определяется как минимальное из рассчитанных выше. Он связывает разность между средним процесса и ближайшим пределом поля допуска с половиной присущей процессу изменчивости.

### Использование индексов возможности и пригодности.

Ни один приведённый отдельный индекс или отношение не могут описать процесс в достаточной степени. Следует рассматривать индексы совместно.

Индексы  $P_{pk}$  и  $P_p$ , должны использоваться только для сравнения или вместе с индексами  $C_p$  и  $C_{pk}$ .

Индексы воспроизводимости  $C_{pk}$  и пригодности  $P_{pk}$  применяются при измерении результатов непрерывного усовершенствования с использованием временных трендов и при выборе приоритетного направления, в котором процессы должны совершенствоваться.

**Примечание.** Для характеристики качества процессов дополнительно используют также такие индексы, как

$$CR = \frac{1}{C_p} = \frac{k\sigma_{\bar{R}/d_2}}{USL - LSL}$$

- отношение воспроизводимости

$$PR = \frac{1}{P_p} = \frac{k\sigma_s}{USL - LSL}$$

- отношение пригодности.

Основными, но не единственными направлениями снижения изменчивости процессов могут быть снижение и устранение влияния особых причин изменчивости (обеспечение стабильности процессов) и снижение влияния обычных причин изменчивости (повышение возможностей процессов удовлетворять установленным требованиям).

В целях снижения и устранения влияния особых причин следует регулярно применять методы мониторинга с использованием контрольных карт Шухарта:

В целях снижения влияния обычных причин изменчивости необходимо реализовать этапы 1 – 3, рассмотренные выше. Решить задачи идентификации факторов, влияющих на изменчивость результатов процесса.

#### **Практическое занятие 4. Выявление и анализ источников изменчивости производственных процессов на основе стратификации**

**Цель занятия:** Изучение методов выявления факторов, потенциально влияющих на качество продукции, подлежащих контролю и управлению с использованием метода стратификации.

##### **Общие положения**

Производство изделий различного назначения по объему идентичных экземпляров делится на: единичное, мелкосерийное, серийное, массовое. Как правило, мы имеем дело с партией изготавливаемых изделий.

В каждой партии изделий имеет место неизбежная вариация значений показателей качества. Причины вариации: исполнитель, используемое оборудование, технология, условия производства (температура, влажность, давление и т.д.). Вариация, в конечном счете, и определяет качество выпускаемой продукции, как степень соответствия требованиям.

Малая вариация значений показателей качества в партии изделий – высокая степень соответствия требованиям и наоборот. Можно сделать вывод, что основным объектом управления качеством является вариация значений показателей качества в партии изделий.

Одним из базовых инструментов управления качеством на этом этапе является метод стратификации (расслоения данных).

Для решения данной задачи мировой опыт управления качеством предлагает большой набор специальных технологий: методы экспертной оценки, «мозговой штурм», 4М, 5М, PISMOEA, SWIPE, IDEFO и т.д.

В основе приведенных технологий лежит причинно-следственная диаграмма (диаграмма К.Исикавы, диаграмма типа «рыбья кость»).

Причинно-следственная диаграмма (Cause-and-Effect-Diagram) - это графический метод анализа и формирования причинно-следственных связей. Разработана в начале 1950-х годов химиком Каорой Исикавой и названа позже его именем.

Диаграмма дает графическое представление всех выявленных факторов в удобной и наглядной форме. Эта техника первоначально применялась в рамках менеджмента качества для анализа проблем качества и их причин. Сегодня она нашла всемирное распространение и применяется в других. Принцип предполагает, что начинать управление качеством следует с разделения проблемы (дефекта продукции) на условные группы. Каждая группа связана с определенными условиями, которые могли вызвать дефект в силу своей естественной вариации. Техника «4М» – формализованная методика построения описания процесса производства изделия в виде причинно-следственной диаграммы, в которой возможные причины дефекта делятся на четыре класса: перерабатываемые материалы – персонал – оборудование – методики. В последнее время техника «4М» преобразовалась в технику «5М» (Material–Man–Machine–Method–Medium). Каждая из этих пяти основных причин может быть в свою очередь разделена на более подробные причины (причины второго уровня иерархии). Те, в свою очередь, соответственно могут разбиваться на еще более мелкие и так далее.

Возможные несоответствия могут быть связаны со следующими причинами:

- продукция производилась на различном оборудовании,
- продукция производилась в различные смены,
- в производстве продукции использовались материалы и комплектующие от разных поставщиков,
- на оборудовании работали различные операторы и тому подобное.

Первый шаг проведения стратификации – сбор данных. С этой целью должна быть разработана специальная форма для сбора данных о продукции, которая имеет дефекты. Как минимум, данная форма должна регистрировать:

- время появления проблемы
- место появления проблемы
- описание проблемы
- причину проблемы
- сотрудников, ответственных за проблему
- действия по исправлению проблемы (коррекция и предупреждение)
- лиц, ответственных за проведение коррекции и предупреждения.

Формы сбора данных должны соответствовать потребностям организации.

Пример представления причинно-следственной диаграммы приведен на рисунке 4.1.



Рисунок 4.1. – Пример выполнения причинно-следственной диаграммы

Для исследования причин дефекта изделия как правило формируется команду специалистов. В состав команды должны входить специалисты, не только задействованные в процессе производства изделия, но и работники, не имеющие непосредственного отношения к процессу. Эта категория специалистов особенно

важна, так как у них отсутствует «психологическая инерция», и они могут «увидеть» причины дефекта, которого не замечают лица, привычные к процессу производства изделия. Наиболее эффективным групповым методом анализа причин дефектности изделий, считается метод "мозгового штурма".

Сущность метода в следующем. Для реализации метода формируется рабочая группа, в состав которой включается группа экспертов службы качества, к которой присоединяются лица, непосредственно работающие на производственном участке, на котором возник дефект. Люди, ежедневно выполняющие производственные операции на своих рабочих местах, могут сообщить больше ценной информации, чем содержится даже в контрольных листках, протоколах контроля (записях о качестве). Они, как правило, хорошо понимают вариацию своего процесса.

При использовании метода "мозгового штурма" модератор основное внимание обращает на следующие моменты:

1) Должна быть сформирована атмосфера общения, в которой каждый член группы свободно высказывает все, что он думает в отношении причин возникновения проблемы. Руководители структурных подразделений не должны оказывать давления на своих подчиненных.

2) Не одобряются разговоры, не имеющие отношения к теме. В выступлениях членов группы ценятся идеи и оперирование только факторами.

3) Члены группы, относящиеся к руководящему составу, никогда не высказываются первыми, т.к. после выступления руководителя или ветерана простому работнику трудно свободно высказать свое собственное мнение,

4) При формировании причинно-следственной диаграммы последней стрелкой среди причин обязательно следует обозначить "и прочие", т.к. всегда могут остаться неучтенные факторы.

Одним из методических приемов, используемых при работе в группе является метод "мозгового штурма". Его применение:

- помогает группе сосредоточиться на сущности проблемы, поиске причин, а не признаков;
- позволяет группировать причины в самостоятельные категории, базируясь на результатах коллективного знания;
- является легко осваиваемым и применимым.

К недостаткам данной методики следует отнести:

- субъективность экспертного оценивания;
- громоздкость и нечеткость при анализе сложных, комплексных проблем;
- сложность учета горизонтальных причинно-следственных связей.

### **Процессный подход**

Метод основан на технике функционального моделирования процессов - IDEF0. Язык моделирования IDEF0 является разработкой Национального института стандартов и технологий USA (NIST). Этот стандарт моделирования процесса позволяет

идентифицировать комплекс основных источников влияющих факторов типа «входы», «механизмы», «управления», «выходы» (рис.4.2.).

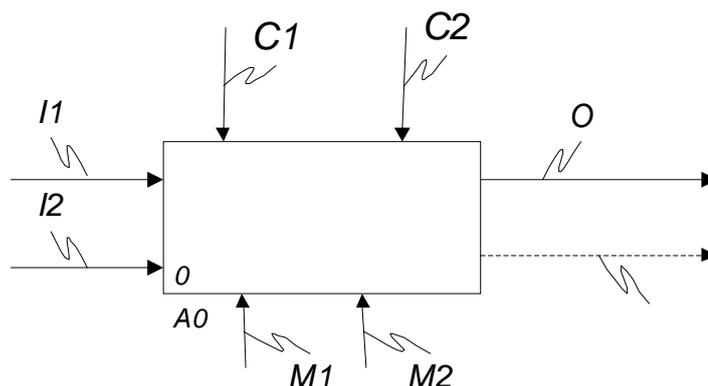


Рисунок 4.2. – Представление процесса в формате IDEF0

Модель процесса в формате IDEF0 автоматически формирует причинно-следственную диаграмму (Рис. 4.3.)

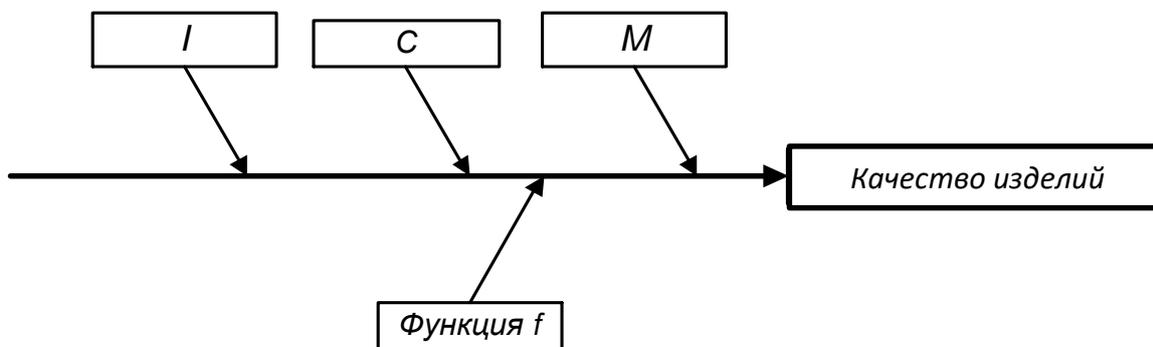


Рисунок 4.3. – Причинно-следственная диаграмма, построенная автоматически на основе модели процесса в формате IDEF0

Ключевой элемент техники моделирования процессов IDEF0 - механизм декомпозиции, т.е. более детальное представление процессов. Каждый процесс может быть представлен как совокупность «дочерних» процессов более низкого уровня иерархии. А каждый «дочерний» процесс, в свою очередь, может быть детализирован «дочерними» процессами еще более низкого уровня и т. д.

**Цель занятия:** Изучение алгоритма выявления факторов, потенциально влияющих на качество продукции методом построения диаграмм разброса.

### Общие положения

Одним из наиболее распространённых методов выявления факторов, влияющих на качество процесса является метод построения и анализа диаграммы разброса (в том числе с использованием корреляционного анализа).

Диаграмма разброса применяется для исследования связи между двумя видами данных с целью подтверждения или опровержения наличия между ними функциональной связи, например в случаях оценки:

- стойкости режущего инструмента от типа смазочно - охлаждающей жидкости;
- отклонения формы поверхности детали от метода базирования детали на станке;
- шероховатости поверхности детали от типа шлифовального круга и так далее.

Диаграмма разброса, так же как и метод расслоения, используется для выявления причинно-следственных связей между показателями качества и отдельными влияющими факторами.

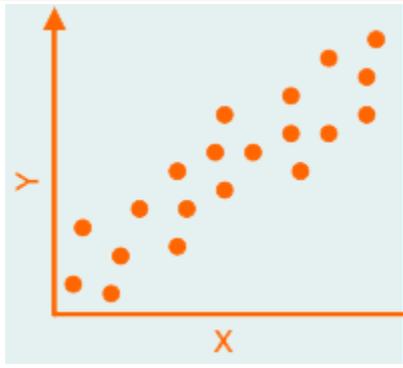
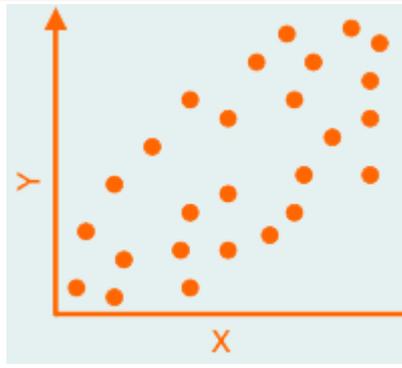
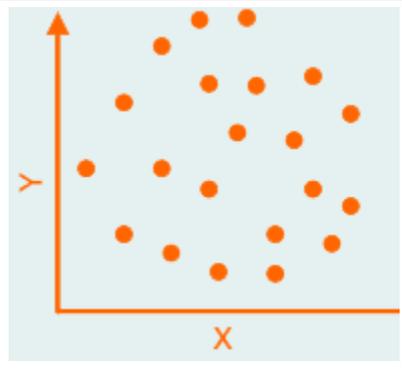
### Создание диаграмм разброса и их анализ

Диаграмма разброса создается как график зависимости между двумя параметрами. Если на этом графике провести линию медианы (среднюю линию), он позволяет легко определить, имеется ли между этими двумя параметрами корреляционная зависимость.

Для создания диаграммы разброса, прежде всего, проводят сбор данных и представляют их попарно в таблице. Диаграмма разброса есть, по сути, набор точек (кластер) с координатами  $(x_i, y_i)$ , представленными на координатной плоскости XOY.

Форма и расположение кластера точек на диаграмме разброса определяют различные варианты корреляции парных данных.

Наиболее часто встречающиеся из них приведены на рисунке 5.1..

|   |  |   |
|---|--|---|
| <b><i>Положительная корреляция</i></b>  | <b><i>Слабая положительная корреляция</i></b>  | <b><i>Отсутствие корреляции</i></b>   |
|  |  |  |
| <b><i>Отрицательная корреляция</i></b>  | <b><i>Слабая отрицательная корреляция</i></b>  | <b><i>Нелинейная корреляция</i></b>   |

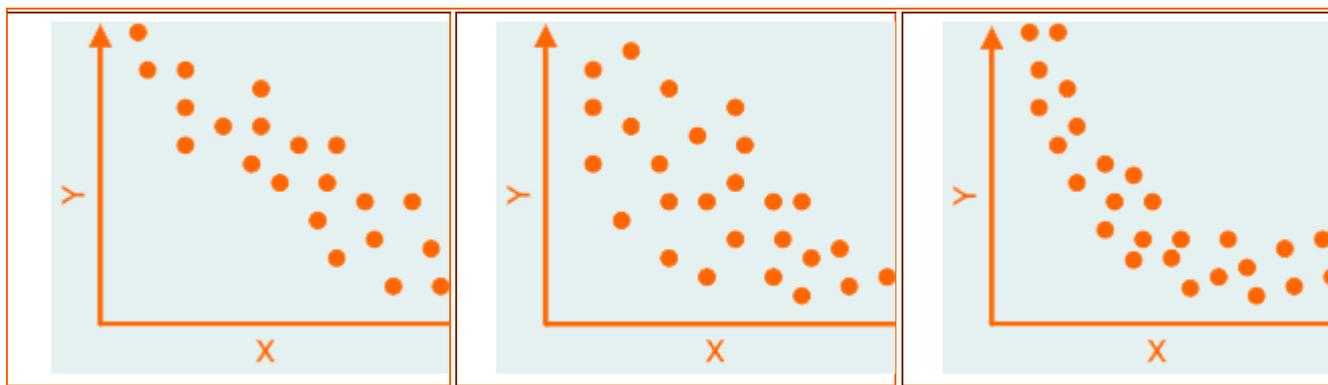


Рисунок 5.1. Варианты корреляции парных данных.

Существуют различные методы оценки степени корреляционной зависимости. Одним из наиболее простых методов анализа степени корреляционной зависимости является метод медиан. Он удобен при исследовании технологического процесса с использованием данных, полученных на рабочем месте. Реализация метода предполагает построение диаграммы, которая однозначно показывает, существует ли связь между двумя переменными:

- Позитивная связь - если с увеличением  $X$  увеличивается  $Y$  тоже увеличивается.

- Негативная связь - если с увеличением  $X$  -  $Y$  уменьшается.

- Нет связи – если одно множество никак не соотносится с другим.

Можно рекомендовать следующий алгоритм построения диаграммы разброса:

1. Соберите, по крайней мере, 30 наборов парных данных ( $x$ ,  $y$ ).
2. Определите наименьшее и наибольшее значения для  $x$  и  $y$ . Определите шкалу осей  $X$  и  $Y$  так, чтобы они были примерно равны по длине, но постарайтесь, чтобы у вас было не более десяти интервалов.
3. Распределите оси так, чтобы влияющий фактор (независимая переменная) находился на оси  $X$ , а характеристика качества (зависимая переменная) находилась на оси  $Y$ .

Поместите все пары данных ( $x_i$ ,  $y_i$ ) на координатной плоскости  $XOY$ . Результатом является «облако» точек.

Теперь можно делать анализ корреляционной связи данных.

**Пример: построить диаграмму разброса** для анализа зависимости между влияющим фактором и характеристикой качества изделия.

Диаграмма разброса построена для парных, данных – «износ инструмента» и «диаметр отверстия». Специалисты предположили, что, чем больше износ инструмента ( $x$ ), тем меньше должен быть диаметр отверстия ( $y$ ).

Максимальное значение по параметру «износ инструмента» - 1,3 мм.

Минимальное значение по параметру «износ инструмента» - 0,1 мм.

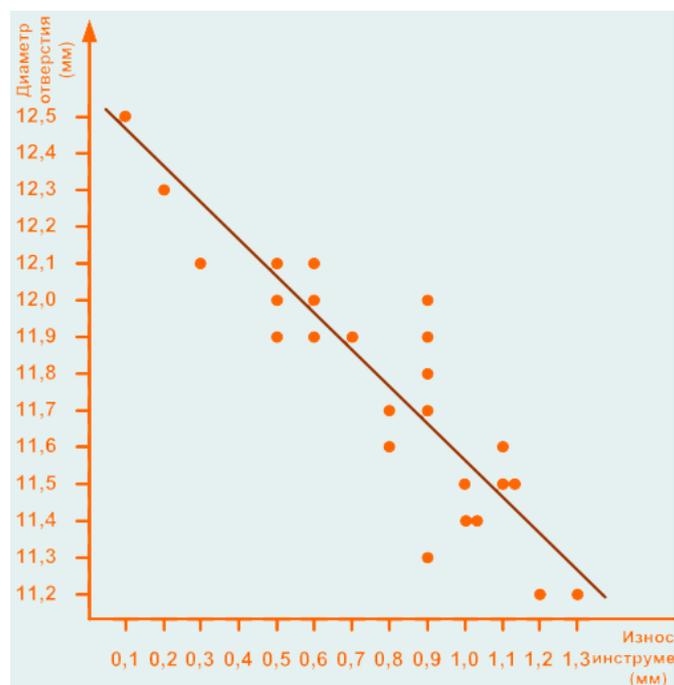
Интервал шкалы, на которой будут отображаться данные – 1,2 мм. Для отображения данных на диаграмме применим масштаб 10 : 1.

Максимальное значение по параметру «диаметр отверстия» - 12,5 мм.

Минимальное значение по параметру «диаметр отверстия» - 11,2 мм.

Интервал шкалы, на которой будут отображаться данные – 1,7 мм. Для отображения данных на диаграмме применим масштаб 10 : 1.

| № измерения | Износ инструмента (мм) | Диаметр отверстия (мм) |
|-------------|------------------------|------------------------|
| 1           | 1.1                    | 11.6                   |
| 2           | 1.0                    | 11.5                   |
| 3           | 0.9                    | 11.3                   |
| 4           | 0.5                    | 12.0                   |
| 5           | 0.6                    | 11.9                   |
| 6           | 0.9                    | 11.7                   |
| 7           | 1.3                    | 11.2                   |
| 8           | 1.0                    | 11.4                   |
| 9           | 1.1                    | 11.5                   |
| 10          | 0.6                    | 12.0                   |
| 11          | 0.2                    | 12.3                   |
| 12          | 0.9                    | 11.8                   |
| 13          | 0.5                    | 11.9                   |
| 14          | 1.1                    | 11.5                   |
| 15          | 1.0                    | 11.4                   |
| 16          | 0.8                    | 11.7                   |
| 17          | 0.8                    | 11.6                   |
| 18          | 0.5                    | 12.1                   |
| 19          | 0.1                    | 12.5                   |
| 20          | 1.2                    | 11.2                   |
| 21          | 0.7                    | 11.9                   |
| 22          | 0.6                    | 12.1                   |
| 23          | 0.9                    | 11.9                   |
| 24          | 0.3                    | 12.1                   |
| 25          | 0.9                    | 12.0                   |



Между точками на графике можно визуально провести прямую линию, вдоль которой точки концентрируются, т.е. визуально аппроксимировать массив точек. Диаграмма разброса с аппроксимирующей прямой наглядно показывает величину и наличие корреляции между двумя переменными. Чем больше этот массив точек по форме имеет сходство с прямой линией, тем сильнее корреляция между парными данными. При этом, направление кластера точек свидетельствует о виде взаимосвязи, а «сжатость» кластера точек вокруг прямой линии говорит о силе взаимосвязи между исследуемыми переменными.

На основании проведенного анализа информации, которую предоставляет диаграмма разброса, можно принимать дальнейшие решения. В частности, для приведенного примера можно установить допустимый предел износа инструмента в зависимости от установленного допуска на диаметр отверстия.

### ***Практическое занятие 6. Выявление источников изменчивости производственных процессов методом факторного анализа***

**Цель занятия:** Изучение методики проведения факторного анализа и алгоритма интерпретации полученных результатов.

Факторный анализ – статистический метод, используемый при обработке больших массивов экспериментальных данных. Цель факторного анализа: сократить число переменных (редукция данных) и определить структуру взаимосвязей между ними. Можно также сказать, что в задачи факторного анализа входит структурная классификация переменных.

Важным отличием факторного анализа от других статистических методов является то, что его нельзя применять для обработки первичных экспериментальных данных, т. е. полученных непосредственно при обследовании испытуемого объекта. Материалами для факторного анализа служат корреляционные связи, а точнее, коэффициенты корреляции Пирсона, которые вычисляются между переменными показателями (параметрами), включенными в обследование. Таким образом, факторному анализу подвергаются корреляционные матрицы, или, как их называют иначе, матрицы интеркорреляций. Наименования столбцов и строк в этих матрицах одинаковы, так как они представляют собой перечень переменных, включенных в анализ. Матрицы интеркорреляций всегда квадратные (таблица 1), т.е. число строк в них равно числу столбцов, и симметричные, т.е., на главной диагонали матрицы стоят одни и те же коэффициенты корреляции.

Таблица 1

Матрица интеркорреляций

|   |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| \ | А   | Б   | В   | Г   | Д   |
| А | 1,0 | 0,2 | 0,7 | 0   | 0,9 |
| Б | 0,2 | 1,0 | 0,1 | 0,9 | 0   |
| В | 0,7 | 0,1 | 1,0 | 0,6 | 0,4 |
| Г | 0   | 0,9 | 0,6 | 1,0 | 0,8 |
| Д | 0,9 | 0   | 0,4 | 0,8 | 1,0 |

### Сущность факторного анализа

Сущность факторного анализа рассмотрим на следующем примере.

При разработке нового автомобиля необходимо выработать потребительские требования к конструкции его дверей. Допустим, что при коллективной выработке потребительских требований к конструкции двери предполагаемого к выпуску автомобиля покупателями высказаны следующие требования:

- дверь должна легко открываться (Т1),
- дверь не должна пропускать пыли (Т2),
- дверь должна быть четко зафиксирована при ее полном открытии (Т3),
- дверь не должна пропускать дорожного шума (Т4),
- дверь должна легко закрываться, без сильного хлопка (Т5),
- дверь должна быть четко пригнана к кузову (Т6),
- дверь не должна ржаветь (Т7).

В реальной ситуации было высказано значительно большее число требований, но для примера приведенного количества потребительских требований достаточно. Нарисуем таблицу попарных корреляций  $r_k$  (матрицу интеркорреляций) между потребительскими требованиями к дверям автомобиля (табл.2.):

Таблица 2.

|                |                |                |                |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| \              | Т <sub>1</sub> | Т <sub>2</sub> | Т <sub>3</sub> | Т <sub>4</sub> | Т <sub>5</sub> | Т <sub>6</sub> | Т <sub>7</sub> |
| Т <sub>1</sub> | 1,0            | 0,2            | 0,8            | 0,3            | 0,7            | 0,4            | 0              |
| Т <sub>2</sub> | 0,2            | 1,0            | 0              | 0,9            | 0,4            | 0,8            | 0,1            |
| Т <sub>3</sub> | 0,8            | 0              | 1,0            | 0              | 0,7            | 0,3            | 0              |
| Т <sub>4</sub> | 0,3            | 0,9            | 0              | 1,0            | 0,3            | 0,8            | 0              |
| Т <sub>5</sub> | 0,7            | 0,4            | 0,7            | 0,3            | 1,0            | 0,4            | 0,1            |
| Т <sub>6</sub> | 0,4            | 0,8            | 0,3            | 0,8            | 0,4            | 1,0            | 0,1            |
| Т <sub>7</sub> | 0              | 0,1            | 0              | 0,1            | 0,1            | 0,1            | 1,0            |

Коэффициенты корреляции отражают сродство между собой потребительских требований.

При анализе величин коэффициентов корреляции  $r_k$  легко выделить группы требований, хорошо взаимосвязанных, т.е. имеющих общее предназначение, кроме самого понятия «двери». Назовем эти группы:

А - дверь должна быть удобна в эксплуатации (требования Т1, Т3, Т5),

Б - дверь должна быть герметична (требования Т2, Т4, Т6).

Очевидно, что требование Т7 (нержавеющий материал обшивки двери) – очень важное, но оно относится к материалу двери и имеет слабое отношения к **конструкции** двери. Скорее всего, это требование попадет в общие требования по

автомобилю в следующем виде: металлическая обшивка автомобиля должна быть выполнена из нержавеющей материалов.

Таким образом, содержательный анализ всех требований показал, что шесть из них характеризуют два обобщенных требования: удобство в эксплуатации и герметичность. Назовем эти обобщенные требования факторами и применим к ним факторный анализ.

Представим в таблице 2.3 эти два фактора А и Б в виде столбцов, а переменные (потребительские требования) - в виде строк. При этом каждому фактору в строке будет соответствовать среднее значение коэффициента корреляции соответствующих переменных по этому фактору. Как было отмечено выше, коэффициенты корреляции в факторной матрице (табл.3) называются факторными нагрузками (весами).

Таблица 3.

| Переменная     | Фактор А | Фактор Б |
|----------------|----------|----------|
| T <sub>1</sub> | 0,83     | 0,30     |
| T <sub>2</sub> | 0,30     | 0,90     |
| T <sub>3</sub> | 0,83     | 0,10     |
| T <sub>4</sub> | 0,40     | 0,90     |
| T <sub>5</sub> | 0,80     | 0,40     |
| T <sub>6</sub> | 0,35     | 0,87     |
| T <sub>7</sub> | 0        | 0,1      |

Как видно из таблицы 2.3, факторные нагрузки (или веса) А и Б для различных потребительских требований значительно отличаются. Факторная нагрузка А для требования T<sub>1</sub> соответствует тесноте связи, характеризующейся коэффициентом корреляции, равным 0,83. т.е. хорошая (тесная) зависимость. Факторная нагрузка Б для того же требования дает  $rk = 0,3$ , что соответствует слабой тесноте связи. Как и предполагалось, фактор Б очень хорошо коррелируется с потребительскими требованиями T<sub>2</sub>, T<sub>4</sub> и T<sub>6</sub>.

Учитывая, что факторная нагрузка А, так же как и факторная нагрузка Б, влияют на не относящиеся в их группу потребительские требования с теснотой связи не более 0,4 (то есть слабо), то можно считать, что представленная выше матрица интеркорреляций (табл. 2.2) определяется двумя независимыми факторами, которые в свою очередь определяют шесть потребительских требований (за исключением T<sub>7</sub>).

Переменную T<sub>7</sub> можно было выделить в самостоятельный фактор, так как ни с одним потребительским требованием она не имеет значимой корреляционной нагрузки (более 0,4). Но, на наш взгляд, это не следует делать, так как фактор «дверь не должна ржаветь» не имеет непосредственного отношения к потребительским требованиям по **конструкции** двери.

Таким образом, при утверждении технического задания на проектирование конструкции дверей автомобиля именно названия полученных факторов будут вписаны как потребительские требования, по которым необходимо найти конструктивное решение в виде инженерных характеристик.

Укажем на одно принципиально важное свойство коэффициента корреляции между переменными: возведенный в квадрат он показывает, какая часть дисперсии

(разброса) признака является общей для двух переменных. Или, говоря проще, насколько сильно эти переменные перекрываются. Так например, если две переменные T1 и T3 с корреляцией 0,8 перекрываются со степенью 0,64 (0,8 в квадрате), то это означает, что 64% дисперсии той и другой переменной являются общими, т.е. совпадают. Можно также сказать, что **общность** этих переменных равна 64%.

Напомним, что факторные нагрузки в факторной матрице (табл. 2.3) являются тоже коэффициентами корреляции, но между факторами и переменными (потребительскими требованиями). Поэтому возведенная в квадрат факторная нагрузка (дисперсия) характеризует степень общности (или перекрытия) данной переменной и данного фактора. Определим степень перекрытия (дисперсию D) обоих факторов с переменной (потребительским требованием) T1. Для этого необходимо вычислить сумму квадратов весов в факторов с первой переменной, т.е.  $0,83 \cdot 0,83 + 0,3 \cdot 0,3 = 0,70$ . Таким образом общность переменной T1 с обоими факторами составляет 70%. Это достаточно значимое перекрытие.

В то же время, низкая общность может свидетельствовать о том, что переменная измеряет или отражает нечто, качественно отличающееся от других переменных, включенных в анализ. Это подразумевает, что данная переменная не совмещается с факторами по одной из причин: либо переменная измеряет другое понятие (как, например, переменная T7), либо переменная имеет большую ошибку измерения, либо существуют искажающие дисперсию признаки.

Следует отметить, что значимость каждого фактора также определяется величиной дисперсии между переменными и факторной нагрузкой (весом). Для того чтобы вычислить собственное значение фактора, нужно найти в каждом столбце факторной матрицы (табл. 2.3) сумму квадратов факторной нагрузки для каждой переменной. Таким образом, например, дисперсия фактора А (DA) составит  $2,42 = 0,83 \cdot 0,83 + 0,3 \cdot 0,3 + 0,83 \cdot 0,83 + 0,4 \cdot 0,4 + 0,8 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot 0,35$ . Расчет значимости фактора Б показал, что  $DB = 2,64$ , т. е. значимость фактора Б выше, чем фактора А.

Если собственное значение фактора разделить на число переменных (в нашем примере их 7), то полученная величина покажет, какую долю дисперсии (или объем информации)  $\gamma$  в исходной корреляционной матрице составит этот фактор. Для фактора А  $\gamma = 0,34$  (34%), а для фактора Б –  $\gamma = 0,38$  (38%). Просуммировав результаты, получим 72%. Таким образом, два фактора, будучи объединены, заполняют только 72% дисперсии показателей исходной матрицы. Это означает, что в результате факторизации часть информации в исходной матрице была принесена в жертву построения двухфакторной модели. В результате – упущено 28% информации, которая могла бы восстановиться, если бы была принята шестифакторная модель.

Где же допущена ошибка, учитывая, что все рассмотренные переменные, имеющие отношение к требованиям по конструкции двери, учтены? Наиболее вероятно, что значения коэффициентов корреляции переменных, относящихся к одному фактору, несколько занижены. С учетом проведенного анализа можно было бы вернуться к формированию иных значений коэффициентов корреляции в матрице интеркорреляций (таблица 2.).

На практике часто сталкиваются с ситуацией, что число независимых факторов достаточно велико, чтобы их всех учесть в решении проблемы или с технической или экономической точки зрения. Существует ряд способов по ограничению числа факторов. Наиболее известный из них – анализ Парето.

При этом отбираются те факторы (по мере уменьшения значимости), которые попадают в (80-85)% границу их суммарной значимости.

Факторный анализ можно использовать при реализации метода структурирования функции качества (QFD), широко применяемого при формировании технического задания на новое изделие.

### **Практическое занятие 7. Методы ранжирования источников изменчивости по степени значимости**

**Цель занятий:** Изучить методы ранжирования источников изменчивости по степени влияния и инструменты их представления в виде, удобном для анализа и принятия дальнейших управляющих решений.

#### **Общие положения**

Психологически инженеру удобнее проводить ранжирование факторов, используя графическое представление факторов и их влияние на качество продукции или процесса. Для визуализации полученной информации используют различного рода диаграммы и графики.

**Диаграмма Парето** - это столбиковая диаграмма, по оси X которой откладываются выявленные признаки, а по оси Y откладываются частоты возникновения признаков, их процентное соотношение и т.д. Признаки могут быть двух типов (таблица 1).

Таблица 1.

Типы признаков, отображаемых на диаграмме Парето

|  | Ось диаграммы X   | Ось диаграммы Y  |
|--|---|--|
| 1. Вид конкретного дефекта изделия         | Факторы – причины появления   | Частоты возникновения данного вида дефекта по каждой из причин |
| 2. Комплексный показатель качества изделия | Факторы – дефекты различных видов, определяющие комплексный показатель качества изделия | Частоты возникновения дефектов каждого вида                    |

Диаграмма Парето является графическим отображением **правила Парето**. В менеджменте качества применение этого правила показывает, что значительное число несоответствий и дефектов возникает из-за ограниченного числа причин. Коротко правило Парето формулируется как «**80 на 20**». Например, если применить это правило по отношению к дефектам промышленной продукции, то окажется, что 80 процентов дефектов возникает из-за 20 процентов причин.

Диаграмма Парето и правило Парето позволяют отделить ключевые факторы от малозначимых и несущественных. Это важная процедура с точки зрения эффективности управления качеством (затрат на качество).

**Строится диаграмма Парето в следующем порядке:**

1. Набираются статистические данные в отношении анализируемого вида признаков. Производится их систематизация. Определяется, сколько раз

- появлялся дефект данного вида по причине каждого фактора, определенного как значимый на предыдущих этапах.
- браковалось изделие по причине проявления каждого дефекта , определенного как значимый на предыдущих этапах,

Для сбора и регистрации данных применяют два способа получения статических данных:

- пассивный – в форме контрольных листов (данные, получаемые во время контроля, мониторингов, аудитов и т.д.),
- активный – DOE - Design Of Experiments. (данные, полученные в ходе процесса планирования эксперимента).

2. Выполняется подсчет частот и ранжирование признаков по убыванию (в качестве примера, в таблице 2, приведено ранжирование причин дефекта полученных при производстве деталей методом литья под давлением).

Таблица 2.

Ранжирование причин дефекта

| Фактор, вызывающий дефект продукции      | Количество дефектов |
|--|---------------------|
| Низкая температура отливки               | 20                  |
| Высокое давление при изготовлении детали | 15                  |
| Износ инструмента                        | 7                   |

3. При необходимости каждому влияющему фактору присваиваются веса (коэффициенты влияния), что может оказать существенное влияние на конечный результат анализа (пример представления данных приведен в таблице 3).

Таблица 3.

Ранжирование причин дефекта с учетом коэффициентов влияния

| Фактор, вызывающий дефект продукции      | Количество дефектов (по факту) | Коэффициент влияния | Количество дефектов (расчетное) |
|--|--------------------------------|---------------------|---------------------------------|
| Низкая температура отливки               | 20                             | 2                   | <b>40</b>                       |
| Высокое давление при изготовлении детали | 15                             | 1                   | <b>15</b>                       |
| Износ инструмента                        | 6                              | 0,5                 | <b>3</b>                        |

4. Строится столбчатая диаграмма, на которой отмечаются признаки и их количественное значение, например частота (рисунок 1).

5. Вычисляется и отображается на диаграмме линия кумулятивных значений признаков (например, накопленных процентов).

6. Выполняется анализ полученных результатов для разработки необходимых действий по решению проблемы.

#### Пример:

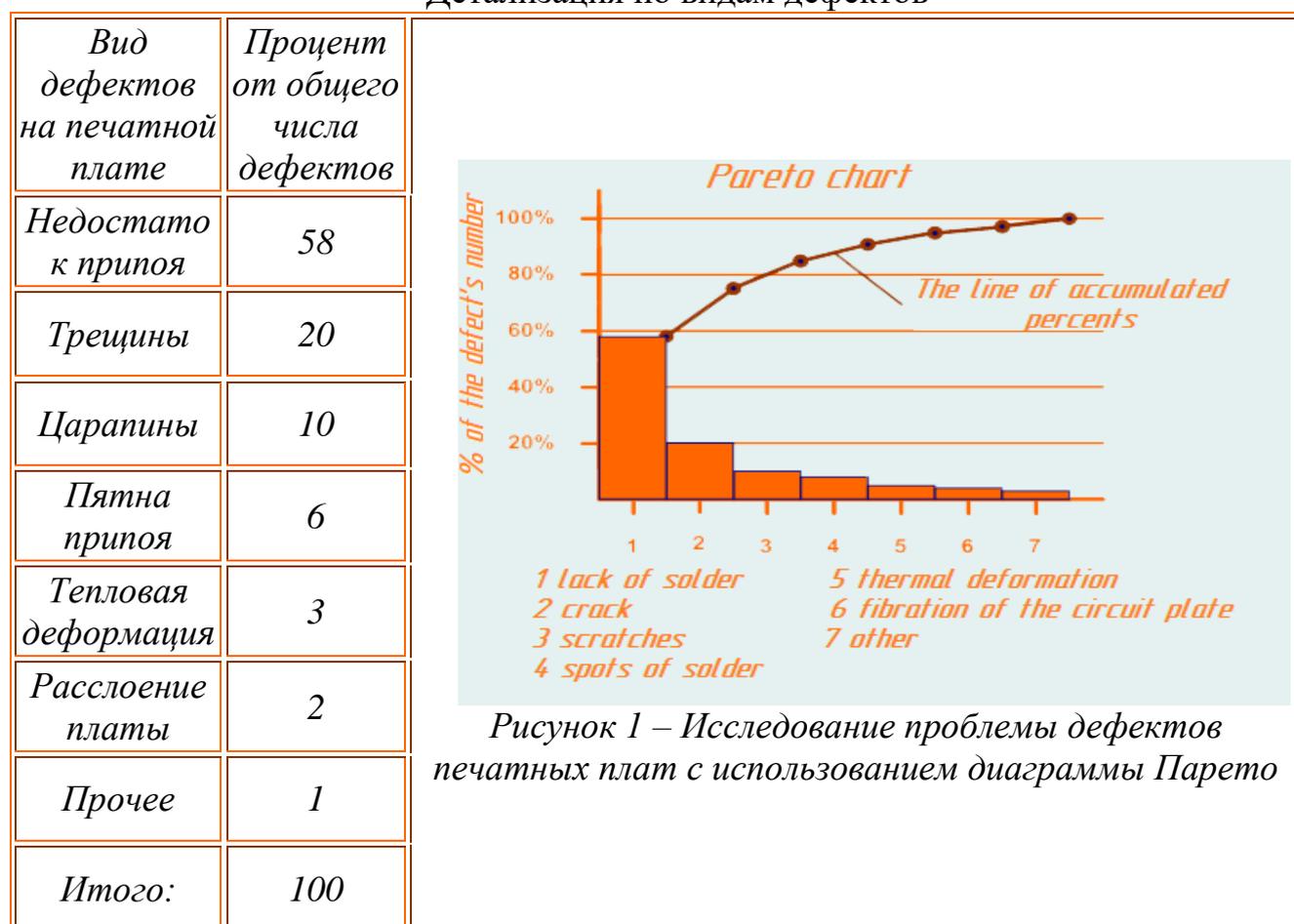
Исследуется дефектность процесса изготовления печатных плат.

В качестве признаков, определяющих соответствие продукции, определены дефекты, которые детализированы по видам. Данные сведены в таблицу 4.

Единица измерений дефектов – процент от общего числа дефектов.

Таблица 4.

Детализация по видам дефектов



При использовании диаграммы Парето для принятия решений о количестве влияющих факторов, по которым нужно принимать действия, наиболее распространенным методом является АВС-анализ.

#### АВС-анализ

После определения всех значимых признаков (влияющих факторов или видов дефектов), в отношении них должны быть приняты решения по корректирующим действиям или коррекции. Это, как правило, неизбежно ведет к значительным финансовым затратам.

На практике среди всех значимых признаков, ранжированных на диаграмме Парето, определяют так называемые «критические факторы», т.е. наиболее значимые. Экспертными методами довольно сложно решить задачу оптимизации по количеству критических факторов и затратам на корректирующие действия по ним. Для методической помощи экспертам в принятии решений можно использовать АВС-анализ.

Сущность **АВС-анализа** заключается в разделении всех влияющих признаков на диаграмме Парето на три группы - уровни значимости для качества:

1) группа А — наиболее важные, существенные признаки. Относительный процент группы А в общем количестве признаков обычно составляет от 60 до 80%. Соответственно устранение причин группы А имеет наибольший приоритет;

2) группа В — признаки, которые в сумме имеют не более 20%;

3) группа С — самые многочисленные, но при этом наименее значимые признаки.

Таким образом, если последствия потерь от брака невысоки, то коррекция или корректирующие действия принимаются в отношении признаков из группы А. Если же риск потерь от брака высок, то дополнительно к группе А необходимо добавить признаки из группы В.

**Пример** использования АВС-анализа в рамках диаграммы Парето приведен на рисунке 7.1.

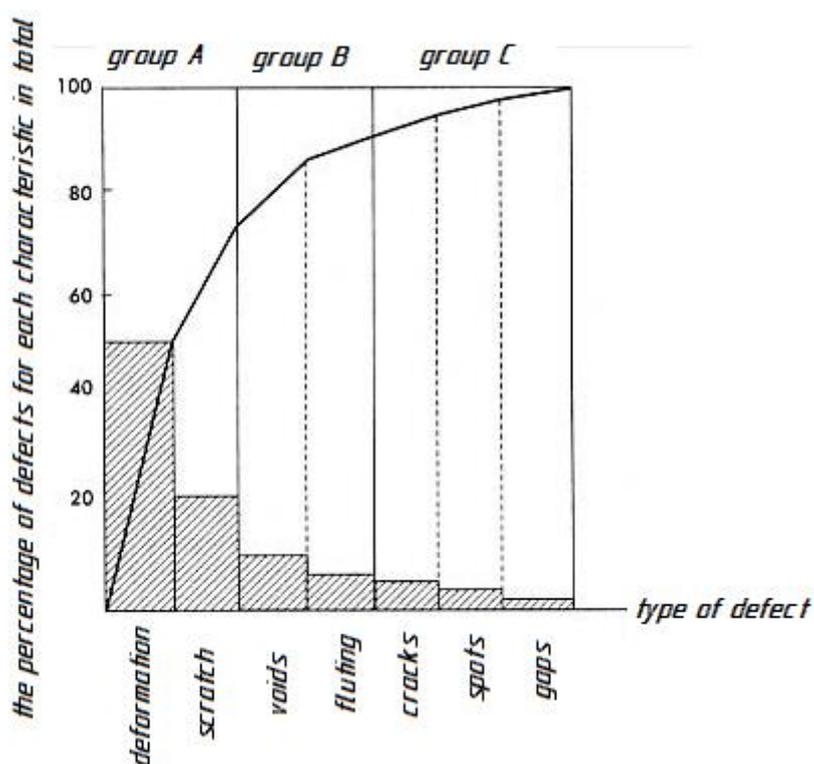


Рисунок 7.1 – Применения АВС-анализа на примере выделения влияющих факторов возникновения брака в отливках

Из анализа диаграммы видно, что наибольшее количество дефектов приходится на деформации и царапины. Именно эти дефекты должны в первую очередь быть

рассмотрены с точки зрения корректирующих действий. Раковины и надломы входят в группу В. При высокой тяжести последствий от использования бракованной продукции, эти виды дефектов также должны попасть в группу критических.

### **"Радиационная диаграмма"**

Применяется для выражения визуального баланса (соотношения) между несколькими признаками (влияющими факторами или видами дефектов). Может служить альтернативой диаграмме Парето.

Этот график строится следующим образом: проводится окружность, которая обозначает критические значения каждого из признаков, выявленных как значимые для решаемой проблемы качества продукции или процесса.

Из центра к окружности критических значений признаков проводятся лучи по числу влияющих признаков. Лучи располагаются равномерно (угол между двумя соседними лучами  $360 / n$ , где  $n$  – количество влияющих признаков).

Каждый луч, идентифицирующий влияющий признак, имеет свою шкалу. Масштаб шкалы формируется отрезком, ограниченным центром и диаметром окружности критических значений. На каждый луч наносят деления шкалы в единицах измерения соответствующего признака. Бланк диаграммы готов.

На бланке диаграммы для анализа конкретной ситуации откладывают значения признаков (например, количества дефектов различных типов, приводящих к бракованию продукции).

Точки, которыми обозначены отложенные значения признаков, соединяют отрезками, формируя многоугольник, характеризующий анализируемую ситуацию. Ориентируясь на размеры, форму и расположения полученного многоугольника относительно окружности критических значений можно проводить детальный анализ ситуации.

Таким образом, «радиационная» диаграмма представляет собой комбинацию кругового и линейного графиков. Числовые значения, относящиеся к каждому из признаков, сравнивают с допустимыми значениями (окружностью критических значений).

Пример "радиационной" диаграммы для анализа состояния брака готовой продукции представлен на рисунке 7.2:

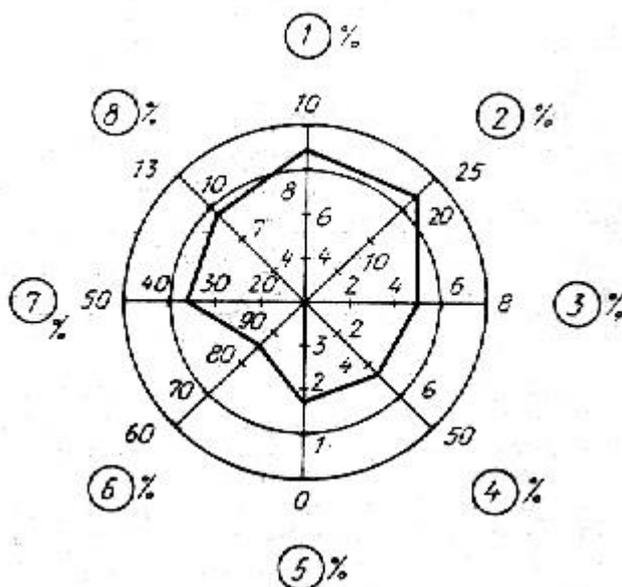


Рисунок 7.2. – Анализ состояния брака готовой продукции:

1-процент брака из-за дефектов материала; 2- процент брака из-за дефектов инструмента; 3- процент брака из-за влияния окружающей среды; 4- процент брака из-за нарушения технологии производства продукции; 5- процент брака из-за неквалифицированных действий персонала; 6- процент брака из-за задания ошибочных требований к качеству изготовления узлов и деталей; 7- процент брака из-за неполного или некачественного проведения всех расчетов, необходимых для определения требований к конструктивным единицам изделия; 8- процент брака из-за ошибок в выборе материалов деталей и подборе комплектующих элементов.

При сравнении окружности допустимых значений и многоугольника значений признаков можно видеть, что особого внимания требуют проблемы, связанные с дефектами материалов и дефектами инструмента. Ясно также, что имеются определенные трудности с корректным проведением расчетов и выборе деталей и комплектующих.

### Графики

Наиболее наглядными инструментами анализа являются простые круговые и столбчатые (линейные) графики. Они также является альтернативой диаграммы Парето.

Круговым графиком выражают соотношение составляющих какого-то целого параметра и всего параметра в целом.

Столбчатый график является самым распространенным. С помощью этого графика графически представляют количественную зависимость факторов, выражаемую высотой столбика. Диаграмма Парето и гистограмма - разновидность столбчатого графика. При построении столбчатого графика по оси ординат откладывают количество, по оси абсцисс – факторы. Каждому фактору соответствует столбик.

Пример столбчатого графика представлен на рисунке 7.3.:

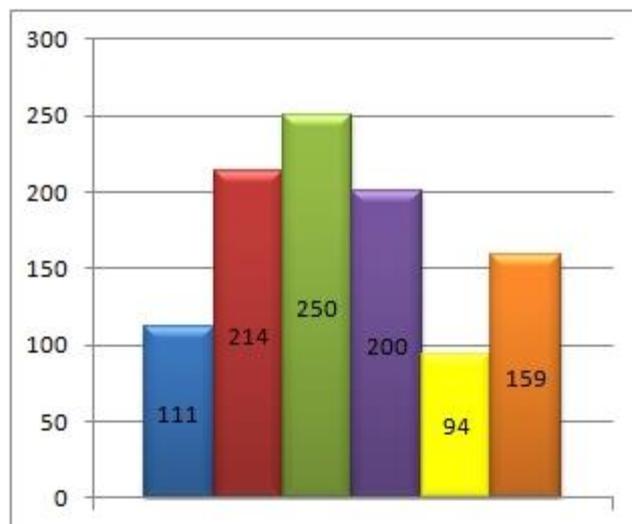


Рисунок 7.3. – Анализ технологических дефектов на 10000 деталей  
 1 - несоответствия электрических характеристик, 2 - механические дефекты,  
 3 - несоответствия геометрической формы,  
 4 - несоответствия шероховатости, 5 - несоответствия магнитных характеристик, 6- несоответствия свойств материалов.

### Нормирование наиболее значимых факторов

После определения ключевых признаков, которыми необходимо управлять в процессе производства, следует их нормировать, т.е. определить и узаконить диапазон их допустимых значений.

Нормирование – установление границ, в которых должны находиться действительные значения параметров.

Каждый параметр качества должен быть представлен в виде диапазона допустимых значений, который нормируется стандартами и обозначается должным образом.

Нормирование можно классифицировать следующим образом:

- Нормирование элементарных факторов. На уровне отдельных деталей (допуск диаметра вала) или операций технологического процесса (стандартное отклонение размеров деталей в партии не более  $X$ ). Нормы задаются непосредственно в конструкторской или технологической документации.

- Нормирование комплексных факторов. На уровне соединений, узлов, изделий (допуск скорости перемещения стола измерительного прибора) или маршрутных технологий. Нормы задаются в договоре, контракте, техническом задании на разработку изделия.

По способу нормирования можно выделить:

#### I. Метод аналогов и прецедентов

Метод базируется на накопленном опыте предыдущих разработок подобных изделий и технологических процессов.

#### II. Расчетный метод.

Метод представляет собой процесс проектирования норм точности заданных показателей расчетным путем. Метод заключается в распределении допуска

комплексного фактора между допусками влияющих параметров на каждом уровне структурной схемы изделия или технологического процесса.

### ***Практическое занятие 8. Статистические методы управления процессами по количественным данным***

**Цель занятия:** Освоить методику управления производственным процессом с использованием простых контрольных карт по количественному признаку.

#### **Общие положения**

Карты для количественных данных - наиболее распространенный тип карт для анализа и управления процессами. Количественные данные представляют собой наблюдения, полученные с помощью измерительных приборов. Изучаемый показатель качества - результат измерений каждой единицы продукции, отбираемой в выборку, и выражается в единицах физической величины, например,

- размер – в миллиметрах,
- электрическое сопротивление – в омах,
- шум – в децибелах и т.п.

Карты для количественных данных отражают состояние процесса посредством 2-х статистических характеристик:

1) первое - характеристики разброса значений изучаемого показателя в рамках текущей выборки (внутренняя изменчивость);

Сюда относят карты:

- а) карта выборочных размахов или R-карта;**
- б) карта выборочных стандартных отклонений или S -карта.**

Карта выборочных размахов (R-карта) наиболее часто применяется для описания разброса (внутренней изменчивости) значений изучаемого показателя качества в рамках выборок малого объема  $N_i=3\div 7$  единиц. Главная причина – простота вычисления выборочного размаха R.

Карта выборочных стандартных отклонений или S-карта применяется для описания разброса значений изучаемого показателя качества в рамках выборок, если объем выборки  $N_i = 12$  единиц и более.

2) второе = характеристики расположения центра, относительно которого происходит разброс (группирование) значений показателя качества в рамках выборок.

Сюда относят карты:

- а) карта выборочных средних или X-карта;**
- б) карта выборочных медиан или Me-карта;**
- в) карта средин выборочных размахов или RM –карта;**
- г) карты индивидуальных значений (X) и скользящего размаха (R<sub>c</sub>).**

Контрольные карты для количественных данных, как правило, применяют парами – одна карта для разброса и одна – для расположения центра группирования.

Наиболее часто используют пару, состоящую из R-карты и X-карты.

### **Преимущества контрольных карт по количественному признаку**

Контрольные карты для количественных данных имеют следующие преимущества:

а) большинство процессов и их продукция на выходе описываются показателями, которые могут быть измерены, так что применимость таких карт потенциально высока;

б) измеренное значение показателя несет больше информации, чем простое утверждение «да – нет», лежащее в основе альтернативных данных;

в) хотя получение количественных данных дороже, чем альтернативных, объемы выборок для количественных данных всегда гораздо меньше. А это существенное преимущество по экономическим соображениям (экономия ресурсов, времени);

В основе контрольных карт для количественных данных лежит предположение о нормальности распределения изучаемого параметра внутри выборок, даже небольшого объема (3–5 единиц).

Исходя из этого стандартизованы все коэффициенты для расчета контрольных границ карт (включая R-карты, S-карты). Выборочные размахи R и стандартные отклонения S имеют распределения, отличные от нормального, однако возникающие неточности вполне допустимы для процедур принятия решений на основе эмпирических данных.

### **Формирования бланков контрольных карт**

Формы бланков для всех типов контрольных карт однотипны между собой. Форма бланка для ведения контрольной карты по рекомендациям ИСО 7870-2 представлена на рисунке 8.1..

После создания бланка для ведения контрольной карты необходимо нанести на него характерные границы (линии).

### **Вычисление значений границ регулирования контрольной карты**

Для любого типа карт Шухарта предполагается определение центральной и контрольных линий.

Центральная линия (CL-control limit), представляет собой среднее значение показателя.

Контрольные границы (предельно допустимые значения показателя качества):

**UCL**-upper control limit – верхняя предельная граница

**LCL**-lower control limit - нижняя предельная граница.

На данном этапе технолог должен рассчитать значения CL, UCL, LCL, формируя бланк контрольной карты

Контрольные границы рассчитываются из 2-х следующих условий:

1) для определения величин X, S (или R) используются накопленные выборочные данные (значения определяются непосредственно по данным исследуемых выборок);

| Контрольная карта       |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------------|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|---|-------|----|----|----|----|-----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Отдел:                  |           |   |   |   | Операция: |   |   |   |   | Дата: |    |    |    |    | Характеристика:       |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Объем выборки:<br>$n =$ |           |   | Контрольные границы: $UCL_R =$<br>$UCL_{\bar{X}} =$ $LCL_{\bar{X}} =$ |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    | Менеджер по качеству: |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Размахи                 | $R$       |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Средние                 | $\bar{X}$ |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
| № вы-<br>борки          |           | 1 | 2   | 3 | 4         | 5 | 6 | 7 | 8 | 9     | 10 | 11 | 12 | 13 | 14                    | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| Выборочные<br>значения  | $X_1$     |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         | $X_2$     |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         | $X_3$     |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         | $X_4$     |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
|                         | $X_5$     |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
| $\sum X$                |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
| $\bar{X}$               |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
| $R$                     |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |
| Расчеты:                |           |   |   |   |           |   |   |   |   |       |    |    |    |    |                       |    |    |    |    |    |    |    |    |

Рисунок 8.1.– Форма бланка для ведения контрольной карты

2) для определения величин  $X$ ,  $S$  используются значения статистик  $X_0$  и  $\sigma_0$ , заданных в технической документации, техническом задании, контракте в виде поля допуска (косвенно).

**Пример.** Построить контрольную карту для управления процессом изготовления вала Ø8 js10 (±0,029).

В качестве  $X_0$  может быть принят средний размер или **середи́на поля допуска** (значение  $X_0=8,000$  мм).  $\sigma_0$  может быть задана как величина допуска  $T$ , деленная на число  $k$ , показывающее сколько раз величина  $\sigma_0$  должна укладываться в допуск. При доверительной вероятности  $P = 0.95$ ,  $k = 4$ , при  $P = 0.99$ ,  $k = 6$ . Тогда для вала Ø8js10(±0,029), допуск  $T = 0,058$  мм, соответственно  $\sigma_0 = 0,058/4 = 0,0145$  мм ( $P=0.95$ ). Или  $\sigma_0 = 0,058/6 = 0,0096$  мм ( $P=0.99$ )

Расчёт границ регулирования карт производится по стандартным формулам.

| Выборочная статистика | Стандартные значения не заданы |  | Стандартные значения заданы |  |
|-----------------------|--------------------------------|--|-----------------------------|--|
|                       | Центральная линия CL           | Формулы для расчета контрольных границ   | Центральная линия CL        | Формулы для расчета контрольных границ   |
| <b>R</b>              | $CL_R = \bar{R}$               | $UCL_R = D_4 \cdot \bar{R}$<br>$LCL_R = D_3 \cdot \bar{R}$   | $CL_R = d_2 \sigma_0 = R_0$ | $UCL_R = D_2 \cdot \sigma_0$<br>$LCL_R = D_1 \cdot \sigma_0$                             |
| <b>S</b>              | $CL_S = \bar{S}$               | $UCL_S = B_4 \cdot \bar{S}$<br>$LCL_S = B_3 \cdot \bar{S}$   | $CL_S = c_4 \sigma_0 = S_0$ | $UCL_S = B_6 \cdot \sigma_0$<br>$LCL_S = B_5 \cdot \sigma_0$                             |
| $\bar{X}$             | $CL_X = \bar{X}$               | $UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \cdot \bar{R}$<br>$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_3 \cdot \bar{S}$<br>$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \cdot \bar{R}$<br>$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_3 \cdot \bar{S}$ | $X_0$                       | $UCL_{\bar{X}} = X_0 + A_1 \cdot \sigma_0$<br>$LCL_{\bar{X}} = X_0 - A_1 \cdot \sigma_0$ |

Коэффициенты, используемые для расчёта границ регулирования представлены в таблице .

| коэф-фициент         | <i>n</i> – объём мгновенной выборки |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                      | 2                                   | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
| <b>d<sub>2</sub></b> | 1,128                               | 1,693 | 2,059 | 2,326 | 2,534 | 2,704 | 2,847 | 2,97  | 3,078 | 3,173 | 3,258 |
| <b>d<sub>3</sub></b> | 0,853                               | 0,888 | 0,88  | 0,864 | 0,848 | 0,833 | 0,82  | 0,808 | 0,797 | 0,787 | 0,778 |
| <b>D<sub>3</sub></b> | 0                                   | 0     | 0     | 0     | 0     | 0,076 | 0,136 | 0,184 | 0,223 | 0,256 | 0,283 |
| <b>D<sub>4</sub></b> | 3,267                               | 2,574 | 2,282 | 2,114 | 2,004 | 1,924 | 1,864 | 1,816 | 1,777 | 1,744 | 1,717 |
| <b>c<sub>4</sub></b> | 0,798                               | 0,889 | 0,921 | 0,94  | 0,952 | 0,959 | 0,965 | 0,969 | 0,973 | 0,975 | 0,977 |
| <b>c<sub>5</sub></b> | 0,598                               | 0,463 | 0,389 | 0,341 | 0,308 | 0,282 | 0,262 | 0,246 | 0,232 | 0,22  | 0,211 |
| <b>B<sub>3</sub></b> | 0                                   | 0     | 0     | 0     | 0,03  | 0,118 | 0,185 | 0,239 | 0,284 | 0,321 | 0,354 |
| <b>B<sub>4</sub></b> | 3,267                               | 2,568 | 2,266 | 2,089 | 1,97  | 1,882 | 1,825 | 1,761 | 1,716 | 1,679 | 1,646 |
| <b>A<sub>2</sub></b> | 1,88                                | 1,023 | 0,729 | 0,577 | 0,483 | 0,419 | 0,373 | 0,337 | 0,308 | 0,285 | 0,266 |
| <b>A<sub>3</sub></b> | 2,659                               | 1,954 | 1,628 | 1,427 | 1,287 | 1,182 | 1,099 | 1,022 | 0,975 | 0,927 | 0,886 |
| <b>D<sub>1</sub></b> | 0                                   | 0     | 0     | 0     | 0     | 0,204 | 0,388 | 0,547 | 0,687 | 0,812 | 0,924 |
| <b>D<sub>2</sub></b> | 3,686                               | 4,358 | 4,696 | 4,918 | 5,078 | 5,204 | 5,306 | 5,393 | 5,469 | 5,534 | 5,592 |
| <b>B<sub>5</sub></b> | 0                                   | 0     | 0     | 0     | 0,029 | 0,113 | 0,179 | 0,232 | 0,276 | 0,313 | 0,346 |

|                      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| <b>В<sub>6</sub></b> | 2,606 | 2,276 | 2,088 | 1,964 | 1,874 | 1,806 | 1,751 | 1,707 | 1,669 | 1,637 | 1,61 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|

Для расчёта границ регулирования карт индивидуальных значений и скользящих размахов используются стандартные формулы.

|                                     |                                  |                                  |
|-------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $CL_X = \bar{X} = (\sum X)/N$       | $UCL_X = \bar{X} + 3\bar{R}/d_2$ | $LCL_X = \bar{X} - 3\bar{R}/d_2$ |
| $CL_R = \bar{R} = (\sum R_C)/(N-1)$ | $UCL_R = D_4\bar{R}$             | $LCL_R = D_3\bar{R}$             |

Для расчета центральной линии и контрольных границ карты выборочных медиан (**Ме-карты**) используются стандартные формулы

|                                    |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $CL_{Me} = \bar{Me} = (\sum Me)/k$ | $UCL_{Me} = \bar{Me} + A_4\bar{R}$ | $LCL_{Me} = \bar{Me} - A_4\bar{R}$ |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|

Значения коэффициента A4 для расчета контрольных границ Ме-карты приведены в таблице ниже.

|                      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <i>n</i>             | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| <i>A<sub>4</sub></i> | 1,88 | 1,19 | 0,80 | 0,69 | 0,55 | 0,51 | 0,43 | 0,41 | 0,36 |

Формулы для расчета центральной линии и контрольных границ карты середин выборочных размахов (**R<sub>M</sub>-карты**) следующие:

|                                       |                                      |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $CL_{R_M} = \bar{R}_M = (\sum R_M)/k$ | $UCL_{R_M} = \bar{R}_M + A_5\bar{R}$ | $LCL_{R_M} = \bar{R}_M - A_5\bar{R}$ |
|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|

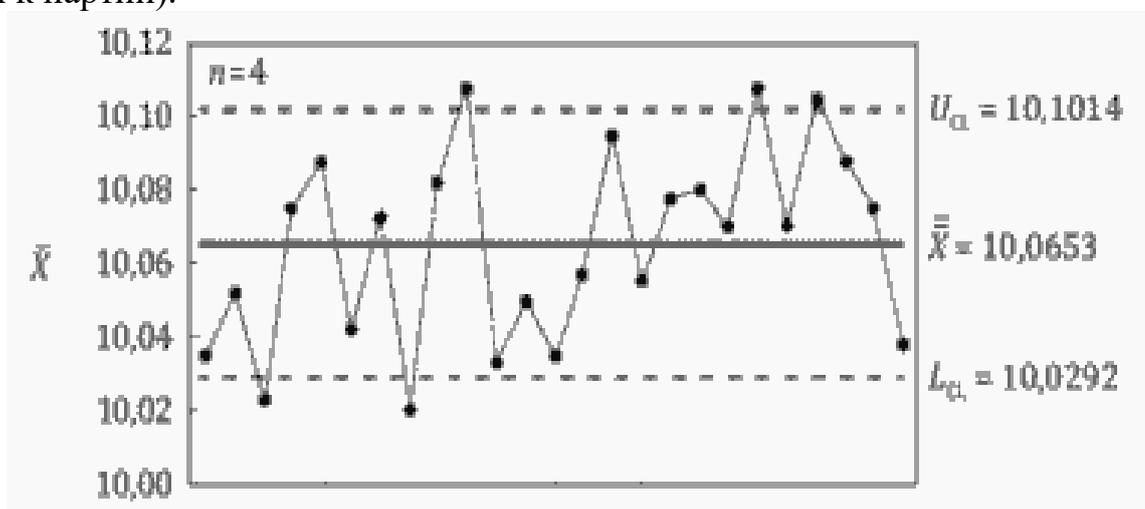
Значения коэффициента A5 для расчета контрольных границ R<sub>M</sub>-карты приведены ниже.

|                      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <i>n</i>             | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| <i>A<sub>5</sub></i> | 1,88 | 1,07 | 0,80 | 0,66 | 0,57 | 0,52 | 0,47 | 0,44 | 0,42 |

### Применение контрольных карт по количественному признаку

#### Карта выборочных средних или X-карта

Контрольная карта выборочных средних (X-карта) применяется для описания «поведения» центра группирования в рамках каждой выборки во времени (от партии к партии).



### Карта выборочных медиан или Ме-карта

Контрольная карта выборочных медиан (Ме-карта) используются вместо X - карты (обычно в паре с R-картой). Преимуществом карты медиан является простота определения величины выборочной медианы. Однако, карта выборочных медиан менее чувствительна к изменениям процесса, чем карта выборочных средних.

Выборочная медиана определяются без вычислений следующим образом. Индивидуальные значения располагаются в порядке возрастания, а то значение, которое находится в центре ряда, и является выборочной медианой. Поэтому при использовании в качестве выборочной статистики выборочной медианы удобнее иметь объем выборки, заданный нечетным числом (например: 3, 5, 7).

При построении Ме-карты все выглядит еще проще: на карту по вертикали (рис. 8.2.) наносят все индивидуальные значения X. То значение X, которое занимает положение в центре, – это и есть выборочная медиана Ме (на рис. 8.2 обведено кружочком).

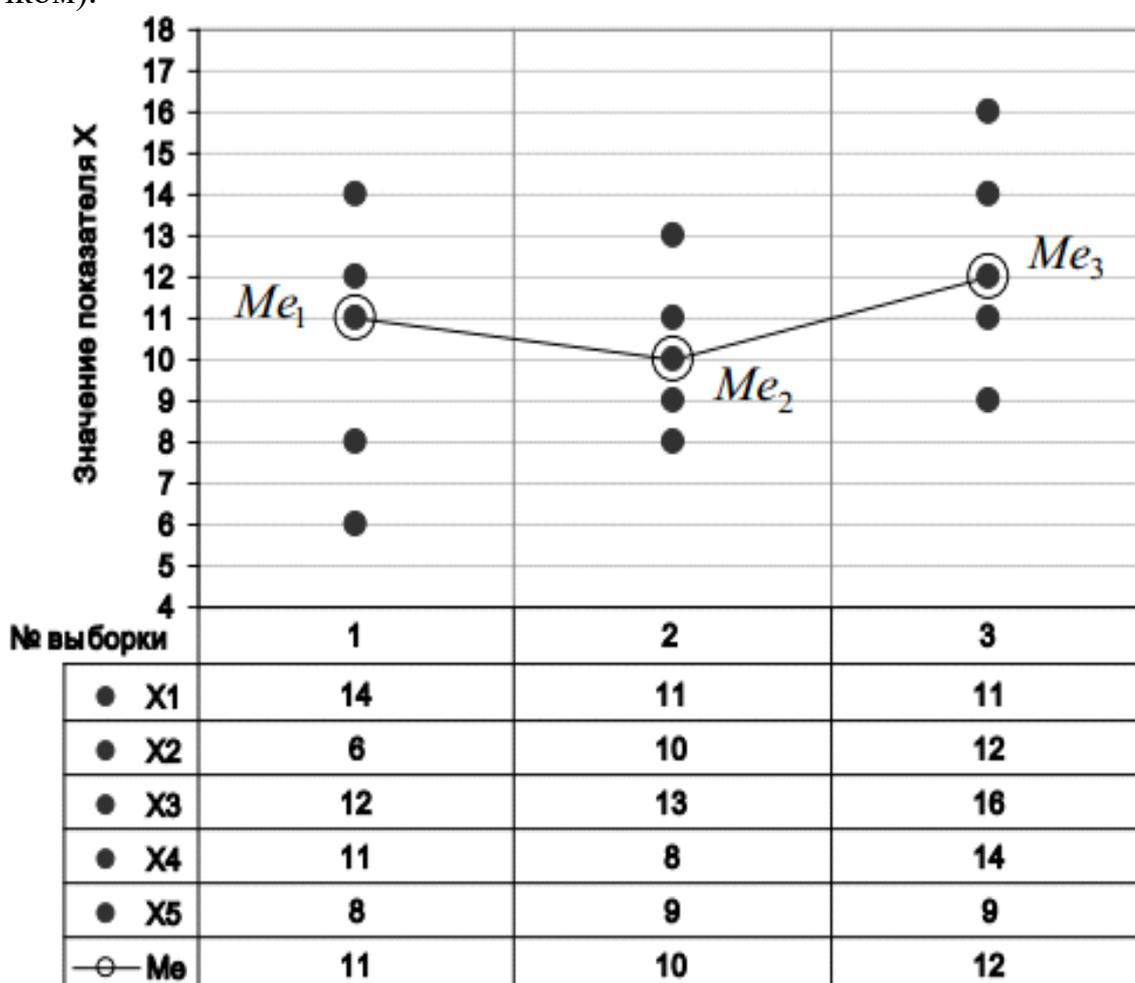


Рис. 8.2. Пример определения выборочной медианы Ме

**Примечание.** Если объем выборки четное число, выборочная медиана определяется как среднее двух значений X, расположенных в центре.

### Карта середин выборочных размахов или R<sub>M</sub> –карта

Контрольная карта середин выборочных размахов ( $R_M$ -карта) используются вместо  $\bar{X}$ -карты (в паре с  $R$ -картой). Преимуществом  $R_M$ -карты является простота определения выборочной середины размаха. Однако,  $R_M$ -карта, как и карта медиан, менее чувствительна к изменениям процесса, чем карта выборочных средних. По своей чувствительности она занимает среднее положение между  $\bar{X}$ -картой и картой медиан.

Середина выборочного размаха определяется как сумма наибольшего и наименьшего значения измеренного показателя в выборке, деленная на два, т.е. по формуле:

$$R_M = (\max X_i + \min X_i) / 2.$$

Однако на карте величину  $R_M$  можно определить без вычислений следующим образом (рис. 8.2). На карту наносят выборочные значения  $\max X_i$ ,  $\min X_i$  и соединяют их отрезком прямой линии. Середина этого отрезка и будет являться величиной  $R_M$  для данной выборки. На рис. 8.3. середины выборочных размахов отмечены кружочками  $O$ .

### **Карты индивидуальных значений ( $X$ ) и скользящего размаха ( $R_C$ )**

В некоторых ситуациях для оценки или управления процессом невозможно либо не практично использовать выборки данных. Это связано с ситуациями, когда измерения являются дорогостоящими (например, при разрушающем контроле деталей) или нельзя получить более одного измеренного значения показателя. В подобных ситуациях управлять процессом можно на основе индивидуальных значений. Однако при использовании карт индивидуальных значений и скользящего размаха необходимо учитывать, что их чувствительность к изменениям процесса меньше, чем у  $\bar{X}$ -карты и  $R$ -карты.

При использовании карт индивидуальных значений оценку внутренней изменчивости определяют на основе меры вариации, полученной по скользящим размахам двух последовательных наблюдений.

Скользящий размах  $R_C$  – это абсолютное значение разности двух последовательных измерений, т.е. модуль разности первого и второго измерений, второго и третьего измерений и т.д. Число скользящих размахов  $R_C$  на 1 меньше, чем общее число измеренных значений  $N$ . Объем выборки  $n$  условно рассматривается равным 2-м единицам.

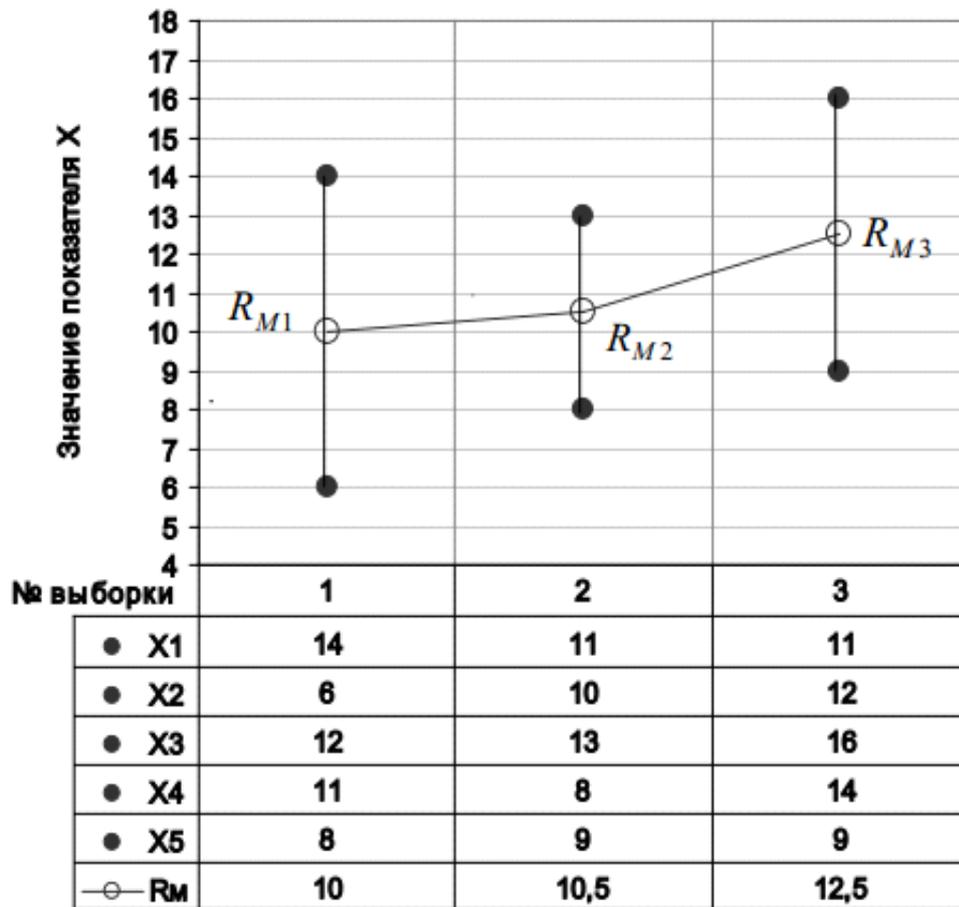


Рис. 8.3. Пример определения выборочной середины размаха  $R_M$

На основе скользящих размахов (рис. 8.4.) вычисляют средний скользящий размах  $R$ , который используют для построения контрольных карт. Также по всем данным вычисляют общее среднее. При расчете контрольных границ используются коэффициенты для выборки объема  $n = 2$ .

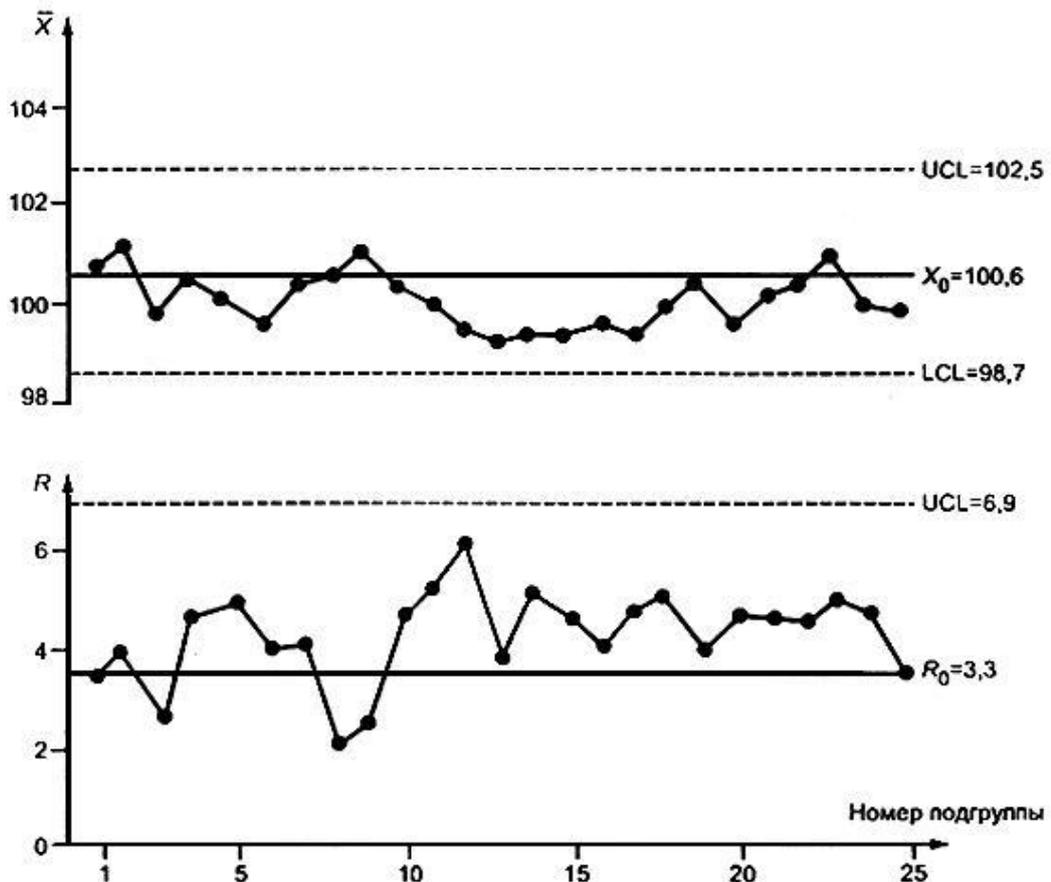


Рисунок 8.4. – Контрольные карты индивидуальных значений и скользящих размахов

### Алгоритм построения контрольной карты

В предыдущей лекции был приведён полный алгоритм формирования и ведения контрольной карты. Здесь мы остановимся подробнее на таких этапах, как формирование бланка и его заполнение.

#### **Построение бланка контрольной карты.**

Можно построить контрольную карту и, не имея компьютерных программ. По оси ОУ откладываем значения показателя качества, а по ОХ – моменты времени извлечения контрольных выборок.

Пример. Для построения бланка контрольной карты в течение определенного времени из партий производимой однородной продукции отбираются  $L_0$  выборок объемом  $n$ .

Для каждой из 20 выборок определяют размах  $R_i$ , среднее арифметическое  $x_{срi}$  и формируют таблицу

| № выборки | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_{срi}$<br>мм | Размах $R_i$<br>мм |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------|--------------------|
| 1         |       |       |       |       |       |                 |                    |
| ...       |       |       |       |       |       |                 |                    |
| 20        |       |       |       |       |       |                 |                    |
| Среднее   |       |       |       |       |       | $\bar{X}$       | $\bar{R}$          |

где  $\bar{R}$  – среднее арифметическое значение размахов  $R_i$ ;  $\bar{X}$  – среднее арифметическое значение средних арифметических  $x_{срj}$ .

Определяют по стандартным формулам границы регулирования

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{X} + A_2 \bar{R},$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{X} - A_2 \bar{R};$$

Определяют, если необходимо, вспомогательные границы и зоны (Зона Т – целевая зона, зона  $W_+$  – предупреждающая зона, зона  $A_+$  – критическая).

Выбирают масштаб шкал вертикальных осей контрольных карт. Для этого необходимо:

– определить диапазон, в котором варьируются значения изучаемой статистики, т.е. ее максимальное и минимальное значения;

– учесть значения контрольных границ (они могут быть больше или меньше максимального и минимального значений изучаемой статистики);

**Примечание.** Если используется пара карт (например, R-карта и X-карта), то масштабы вертикальных и горизонтальных осей обеих карт должны быть соответственно одинаковы. Это необходимо для визуального сравнения данных контрольных карт.

## **Практическое занятие 9. Статистические методы управления процессами по альтернативному данным**

**Цель занятия:** Освоить методику управления производственным процессом с использованием простых контрольных карт по альтернативному признаку.

### **Общие вопросы**

Альтернативные данные имеют только два значения (соответствует/не соответствует, проходит/не проходит, присутствует/отсутствует). Но они могут быть **подсчитаны** для регистрации и анализа. Как раз это является самым важным для управления качеством процесса по альтернативному признаку.

**Примечание.** Данные для управления качеством процесса по альтернативному признаку могут быть получены путем визуального оценивания объекта (хорошо/плохо), органолептическими методами и т.п.

При построении карт регулирования по альтернативному признаку вводится понятие «дефект» и «брак».

**Дефект** – несоответствие одного отдельного показателя качества продукции требованиям, установленными в спецификации.

Дефекты по степени тяжести подразделяются на:

- малозначительные;
- значительные;
- критические.

**Примечание.** *Критический дефект* – дефект, при котором эксплуатация изделия невозможна и недопустима.

Дефекты с точки зрения их устранения подразделяются на:

- 1) устранимый – дефект, исправление которого технически возможно и экономически целесообразно.
- 2) неустраняемый – дефект, исправлению которого технически невозможно и экономически нецелесообразно.

Дефекты в зависимости от стадии возникновения подразделяются на:

- 1) производственный.
- 2) эксплуатационный.

**Брак** – дефектная единица продукции или совокупность таких единиц.

В одной дефектной единице продукции может иметь место один или несколько дефектов.

**Пример.** Брак детали типа «вал» вызван двумя дефектами: несоответствием диаметра рабочей шейки и несоответствием шероховатости рабочей шейки требованиям на чертеже детали.

Виды брака:

- 1) исправимый брак – брак, в котором все дефекты являются устранимыми.
- 2) неисправимый брак – брак, состоящий из таких единиц продукции в каждой из которых имеется хотя бы один неустраняемый дефект.

### **Виды контрольных карт по альтернативному признаку**

Карты регулирования по альтернативному признаку делятся на четыре вида:

- 1) **p**-карты для долей несоответствующих единиц продукции (для выборок не обязательно одинакового объема);
- 2) **np**-карты для количества несоответствующих единиц продукции (для выборок одинакового объема);
- 3) **c**-карты для количества несоответствий - дефектов (для выборок одинакового объема);
- 4) **u**-карты для количества несоответствий - дефектов на единицу (для выборок не обязательно одинакового объема).

### **Преимущества контрольных карт по альтернативному признаку**

Преимущество контрольных карт по альтернативному признаку - возможность быстрого получения представления о состоянии процесса по результатам контроля последовательности выборок изделий. Кроме того, этот тип контрольных карт более понятен менеджерам, которые не разбираются в тонкостях измерительного контроля качества.

С другой стороны, эффективность таких контрольных карт меньше, чем карт по количественному признаку. При одинаковом риске  $\alpha$  (поставщика) и  $\beta$  (потребителя) данный вид карт требует большего количества выборок. Причина – сравнительно «бедная» информация об изделии («да» - «нет»).

### **Формирование бланка контрольной карты по альтернативному признаку**

Формирование бланка для контрольных карт по альтернативному признаку происходит аналогично картам по количественному признаку. Рассчитывается центральная линия и границы регулирования, которые и наносятся на бланк контрольной карты.

Форма бланка для контрольной карты по альтернативному признаку выглядит следующим образом (рис. 9.1.).

### Вычисление значений границ регулирования контрольной карты

Формулы для расчёта границ регулирования контрольных карт по альтернативному признаку приведены ниже.

Для  $p$  – карты:

$$UCL_p = \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}}$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}}$$

где  $UCL_p$  – верхняя граница регулирования;

$LCL_p$  – нижняя граница регулирования;

$\bar{p}$  – средняя доля несоответствующих единиц для периода изучения;

$n$  – количество единиц продукции в выборке.

|                  |                               |                                   |  |      |
|------------------|-------------------------------|-----------------------------------|--|------|
| Производство/цех | Номер и наименование детали   | Статистическая оценка<br>р пр с ц | Частота в выборках<br>Объём в выборках | Дата |
| Кто проводил     | Номер и наименование операции | Предельные значения               | Расчеты произвел                       |      |

Рисунок 9.1. – Форма бланка для карты по альтернативному признаку.

Для определения объема выборки по уровню контроля и приемлемому уровню качества **AQL** (рассмотрен в предыдущих лекциях) из таблиц ISO 2859-1 определяется **код объема выборки**. По коду объема выборки определяется непосредственно **объем выборки** для контроля. Формируется план контроля, контроль производится.

По результатам контроля рассчитывается  $\bar{p}$ :

$$\bar{p} = \frac{\text{общее количество несоответствующих единиц продукции}}{\text{общее количество проверенных единиц продукции}}$$

**Пример.** Задача - определить границы регулирования на бланке Р – карты.

План предварительного анализа состояния процесса включает расчётное значение необходимого числа выборок  $L_0$  для статистически стабильного процесса

$$L_0 = \frac{1}{1-0.95} = 20$$

Отбираем 20 выборок по 50 единиц продукции (объём одной выборки устанавливается из экономических соображений) и результаты контроля заносим в таблице 1.

Таблица 1.

| Номер выборки | Количество единиц в выборке | Число несоответствующих единиц продукции | Доля несоответствующих единиц продукции, $p$ |
|---------------|-----------------------------|--|--|
| 1             | 50                          | 5  | 0.1  |
| 2             | 50                          | 3  | 0.06   |
| 3             | 50                          | 4  | 0.08   |
| ..            | ..                          | ..                                       | ..   |
| 19            | 50                          | 4  | 0.08   |
| 20            | 50                          | 2  | 0.04   |

Рассчитаем  $\bar{p}$  – среднюю долю несоответствующих единиц для периода изучения

$$\bar{p} = \frac{5 + 3 + 4 + \dots + 4 + 2}{50 \times 20} = 0,07$$

Рассчитаем по стандартным формулам границы регулирования процессом

$$UCL_p = \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} = 0,07 + 3 \sqrt{\frac{0,07(1-0,07)}{50}} = 0,178$$

$$UCL_p = \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} = 0,07 + 3 \sqrt{\frac{0,07(1-0,07)}{50}} = 0,178$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} = 0,07 - 3 \sqrt{\frac{0,07(1-0,07)}{50}} = 0,038$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}} = 0,07 - 3 \sqrt{\frac{0,07(1-0,07)}{50}} = 0,038$$

**Для np – карты:**

Предельные границы регулирования рассчитываются по стандартным формулам:

$$UCL_{np} = n\bar{p} + 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p})(1 - \bar{p})},$$

$$LCL_{n\bar{p}} = n\bar{p} - 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p}(1 - \bar{p}))}$$

где  $UCL_{n\bar{p}}$  – верхняя граница регулирования;

$LCL_{n\bar{p}}$  – нижняя граница регулирования;

$n\bar{p}$  – среднее количество несоответствующих единиц продукции для  $k$  выборок - периода предварительного изучения и анализа процесса ( $k = L_0$  или  $L_1$ ).  
 $n\bar{p}$  рассчитывается как:

$$n\bar{p} = \frac{\text{общее количество несоответствующих единиц продукции}}{\text{количество проверенных выборок}}$$

**Пример.** Для предыдущего случая

$$n\bar{p} = \frac{5+3+4+..+4+2}{20} = 3,5$$

Рассчитаем по стандартным формулам границы регулирования процессом

$$UCL_{n\bar{p}} = n\bar{p} + 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p}(1 - \bar{p}))} = 3,5 + 3\sqrt{3,5(1 - 0,07)} = 8,91$$

$$UCL_{n\bar{p}} = n\bar{p} + 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p}(1 - \bar{p}))} = 3,5 + 3\sqrt{3,5(1 - 0,07)} = 8,91,$$

$$LCL_{n\bar{p}} = n\bar{p} - 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p}(1 - \bar{p}))} = 3,5 - 3\sqrt{3,5(1 - 0,07)} = 1,91$$

$$LCL_{n\bar{p}} = n\bar{p} - 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p}(1 - \bar{p}))} = 3,5 - 3\sqrt{3,5(1 - 0,07)} = 1,91$$

Для с – карты:

Предельные границы регулирования рассчитываются по стандартным формулам:

$$UCL_c = \bar{c} + 3 \cdot \sqrt{\bar{c}},$$

$$LCL_c = \bar{c} - 3 \cdot \sqrt{\bar{c}}.$$

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^k c_i}{k}$$

Пример представления данных при контроле выборок представлен в таблице 2.

Таблица 2.

| Номер выборки $i$ .<br>$i = 1 \dots k$                                    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Число несоответствий $c_i$ в выборке (объем выборки - 7 единиц продукции) | 5 | 4 | 2 | 6 | 7 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6  |

$$\bar{c} = \frac{5 + 4 + 2 + 6 + 7 + 1 + 2 + 4 + 3 + 6}{10} = 4$$

$$UCL_c = \bar{c} + 3 \cdot \sqrt{\bar{c}} = 4 + 3\sqrt{4} = 10$$

$$LCL_c = \bar{c} - 3 \cdot \sqrt{\bar{c}} = 4 - 3\sqrt{4} = -2$$

**Примечание.** Так как нижняя контрольная граница отрицательная, то она на карту не наносится (считается равной нулю).

**Для u – карты:**

Предельные границы регулирования рассчитываются по стандартным формулам:

$$UCL_u = \bar{U} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$$

$$LCL_u = \bar{U} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$$

$$\bar{u} = \frac{\text{общее количество несоответствий продукции}}{\text{общее количество проверенных единиц продукции}}$$

Рассчитывается среднее количество несоответствий на единицу продукции:

$$\bar{u} = \frac{7 + 5 + 9 + 4 + 5 + 7 + 6 + 8 + 5 + 6}{50 \times 10} = 0.124$$

Рассчитываются предельные границы регулирования:

$$UCL_u = \bar{U} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 0.124 + 3 \sqrt{\frac{0.124}{50}} = 0.273$$

$$UCL_u = \bar{U} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 0.124 + 3 \sqrt{\frac{0.124}{50}} = 0.273 ;$$

$$LCL_u = \bar{U} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 0.124 - 3 \sqrt{\frac{0.124}{50}} = 0.025$$

$$LCL_u = \bar{U} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 0.124 - 3 \sqrt{\frac{0.124}{50}} = 0.025$$

### **Практическое занятие 10**

#### **Построение оперативной характеристики и реализация двухступенчатого плана статистического приемочного контроля**

**Цель занятия:** изучение методики построения оперативной характеристики и реализация двухступенчатого плана статистического приемочного контроля.

В качестве исходных данных (таблица 1) для проектирования плана двухступенчатого контроля задается объём партии продукции  $N = 240$ , уровень контроля – I общий и приемлемый уровень качества  $AQL = 2,5$ .

Таблица 1 – Массив данных

|        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 47,661 | 47,585 | 47,686 | 47,590 | 47,614 | 47,580 | 47,516 | 47,633 | 47,617 | 47,590 |
| 47,643 | 47,560 | 47,548 | 47,672 | 47,659 | 47,593 | 47,561 | 47,616 | 47,596 | 47,555 |
| 47,568 | 47,598 | 47,579 | 47,606 | 47,526 | 47,588 | 47,563 | 47,548 | 47,568 | 47,595 |
| 47,564 | 47,656 | 47,571 | 47,585 | 47,638 | 47,625 | 47,606 | 47,610 | 47,527 | 47,619 |
| 47,565 | 47,555 | 47,610 | 47,604 | 47,604 | 47,548 | 47,575 | 47,570 | 47,548 | 47,641 |
| 47,605 | 47,582 | 47,574 | 47,621 | 47,587 | 47,572 | 47,648 | 47,598 | 47,609 | 47,585 |
| 47,592 | 47,593 | 47,514 | 47,577 | 47,632 | 47,545 | 47,607 | 47,572 | 47,635 | 47,620 |
| 47,585 | 47,629 | 47,529 | 47,583 | 47,616 | 47,686 | 47,548 | 47,661 | 47,607 | 47,650 |
| 47,601 | 47,581 | 47,647 | 47,576 | 47,620 | 47,639 | 47,633 | 47,636 | 47,574 | 47,627 |
| 47,641 | 47,570 | 47,647 | 47,646 | 47,591 | 47,668 | 47,550 | 47,555 | 47,693 | 47,550 |
| 47,690 | 47,614 | 47,577 | 47,566 | 47,541 | 47,585 | 47,620 | 47,595 | 47,597 | 47,632 |
| 47,549 | 47,614 | 47,607 | 47,582 | 47,553 | 47,523 | 47,620 | 47,613 | 47,568 | 47,572 |
| 47,605 | 47,608 | 47,573 | 47,633 | 47,612 | 47,566 | 47,671 | 47,570 | 47,600 | 47,610 |
| 47,645 | 47,631 | 47,624 | 47,629 | 47,585 | 47,712 | 47,601 | 47,680 | 47,575 | 47,572 |
| 47,575 | 47,550 | 47,693 | 47,623 | 47,611 | 47,599 | 47,632 | 47,634 | 47,534 | 47,639 |
| 47,614 | 47,629 | 47,541 | 47,717 | 47,607 | 47,596 | 47,614 | 47,604 | 47,546 | 47,550 |
| 47,605 | 47,660 | 47,513 | 47,662 | 47,608 | 47,604 | 47,574 | 47,566 | 47,562 | 47,642 |
| 47,556 | 47,594 | 47,595 | 47,615 | 47,579 | 47,621 | 47,628 | 47,595 | 47,632 | 47,584 |
| 47,637 | 47,575 | 47,570 | 47,635 | 47,562 | 47,582 | 47,633 | 47,615 | 47,601 | 47,632 |
| 47,595 | 47,647 | 47,596 | 47,596 | 47,679 | 47,655 | 47,606 | 47,634 | 47,651 | 47,688 |
| 47,645 | 47,621 | 47,546 | 47,615 | 47,696 | 47,683 | 47,663 | 47,541 | 47,507 | 47,593 |
| 47,559 | 47,542 | 47,627 | 47,590 | 47,577 | 47,554 | 47,584 | 47,643 | 47,592 | 47,633 |
| 47,625 | 47,611 | 47,541 | 47,580 | 47,563 | 47,615 | 47,569 | 47,615 | 47,607 | 47,598 |
| 47,530 | 47,637 | 47,656 | 47,543 | 47,542 | 47,604 | 47,600 | 47,604 | 47,603 | 47,513 |

По объёму партии продукции и уровню контроля пользуясь таблицей 1 ГОСТ Р 50779.71. определяем код объёма выборки – E.

По коду объёма выборки и заданному приемлемому уровню качества из таблицы 3А ГОСТ Р 50779.71 выбираем объём выборки, приемочное и браковочное числа для каждой ступени контроля. Результаты представим в виде таблицы 2:

Таблица 2 – Результаты

| Код<br>объёма<br>выборки | Степень<br>контроля | Объём<br>контроля<br>на<br>каждой<br>ступени | Суммарный<br>объём<br>контроля | Контрольные нормативы |    |
|--------------------------|---------------------|--|--------------------------------|-----------------------|----|
|                          |                     |  |                                | Ac                    | Re |
| E                        | Первая              | 8  | 8                              | 0                     | 2  |
|                          | Вторая              | 8  | 16                             | 1                     | 2  |

Из партии продукции объёмом  $N = 240$  извлечем выборку объемом  $n_1 = 8$  (таблица 3), в которой определим количество несоответствующих единиц  $z_1$ . Значение контролируемого параметра должно лежать в интервале  $[47,520; 47,680]$ .

Таблица 3 – Результат контроля на первой ступени

| №п.п. | №выб | Значение<br>параметра | Результат<br>контроля |
|-------|------|-----------------------|-----------------------|
| 5     | 1    | 47,565                | –                     |
| 30    | 2    | 47,582                | –                     |
| 86    | 3    | 47,629                | –                     |
| 112   | 4    | 47,607                | –                     |
| 146   | 5    | 47,561                | –                     |
| 180   | 6    | 47,613                | –                     |
| 205   | 7    | 47,599                | –                     |
| 240   | 8    | 47,513                | +                     |

Количество несоответствующих единиц продукции  $z_1 = 1$  находится в пределах между приемочным числом первой ступени контроля  $Ac_1$  и браковочным числом первой ступени  $Re_1$ , поэтому переходим на следующую ступень контроля. Из партии продукции извлекаем выборку объёмом  $n_2 = 8$  (таблица 4), в которой определим количество несоответствующих единиц  $z_2$ .

Таблица 4 – Результат контроля на второй ступени

| №п.п. | №выб | Значение параметра | Результат контроля |
|-------|------|--------------------|--------------------|
| 15    | 1    | 47,574             | –                  |
| 45    | 2    | 47,621             | –                  |
| 71    | 3    | 47,541             | –                  |
| 92    | 4    | 47,596             | –                  |
| 131   | 5    | 47,585             | –                  |
| 150   | 6    | 47,648             | –                  |
| 179   | 7    | 47,595             | –                  |
| 214   | 8    | 47,591             | –                  |

Количество несоответствующих единиц продукции  $z_2 = 0$ . Определим сумму количества несоответствующих единиц на первой и второй ступенях контроля:  $z_1 + z_2 = 1 + 0 = 1$ .

В нашем случае сумма количества несоответствующих единиц равна приемочному числу второй ступени контроля  $A_{c2} = 1$ , следовательно, партия принимается.

Исходными данными для построения оперативной характеристики являются объём партии продукции  $N=240$ , уровень контроля – I общий и приемлемый уровень качества  $AQL = 2,5$ .

По объёму партии продукции и уровню контроля пользуясь таблицей 1 ГОСТ Р 50779.71 определяем код объёма выборки – E.

Из таблицы X-E-1 ГОСТ Р 50779.71 в зависимости от заданного приемлемого уровня качества для нормированных значений ожидаемой доли принятых партий выбирают десять значений качества предъявленной продукции (таблица 5)

Таблица 5 – Данные для построения оперативной характеристики

| Вероятность приёмки партии продукции<br>P, % | Уровень дефективности продукции<br>p, % |
|--|---|
| 100  | 0                                       |
| 99   | 0,759                                   |
| 95   | 1,81                                    |
| 90   | 2,69                                    |
| 75,0   | 4,81                                    |
| 50,0   | 8,25                                    |
| 25,0   | 12,9                                    |
| 10,0   | 18,1                                    |
| 5,0  | 21,6                                    |
| 1,0  | 28,9                                    |

График оперативной характеристики представим в виде рисунка 10.1.

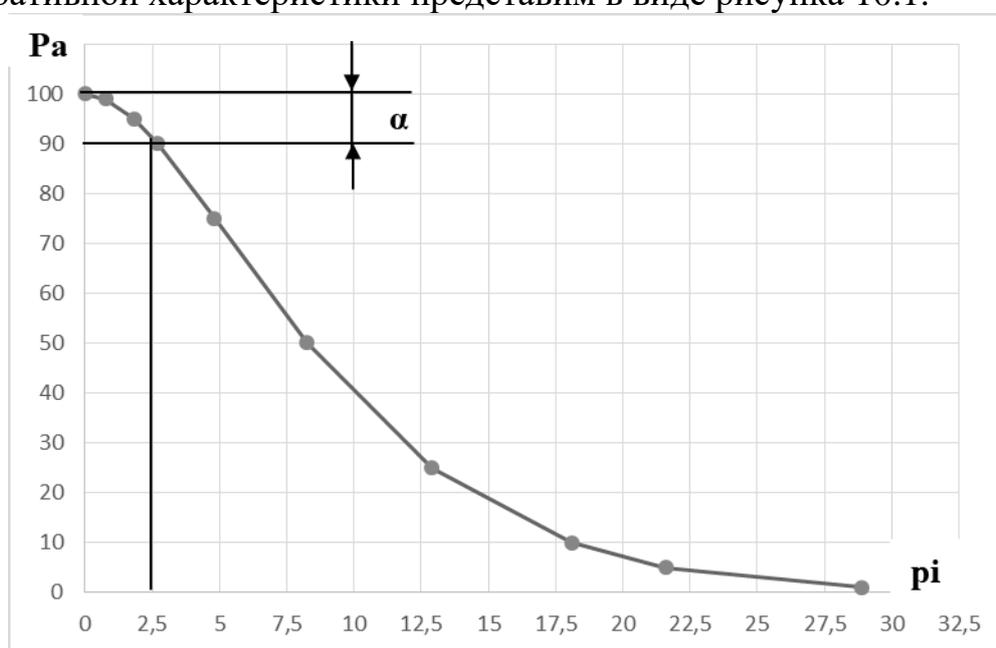


Рисунок 10.1 – Оперативная характеристика

Из оперативной характеристики видно, что вероятность приемки партии продукции составляет  $\approx 90\%$ , а риск поставщика составляет  $10\%$ .

## **Практическое занятие 11. Построение приемочной карты последовательного статистического приемочного контроля по количественному признаку**

**Цель занятия:** приобретение практических навыков построения приемочной карты последовательного статистического приемочного контроля по количественному признаку

В качестве исходных данных для проведения процедуры приемочного контроля задается объем партии продукции  $N = 240$ , риск поставщика  $\alpha = 5\%$ , риск потребителя  $\beta = 10\%$ , уровень качества для риска потребителя  $CRQ = 2,0$ , уровень качества для риска поставщика  $PRQ = 0,160$ .

Приемка с использованием последовательных планов контроля может осуществляться как по альтернативному, так и по количественному признаку. Причем в каждом случае может использоваться расчетный или аналитический метод и графический метод приемки.

Количественный метод приемки:

Оценку изменчивости процесса  $\sigma$  определяем как  $\sigma = \frac{R}{d_2} = 0,04$ .

В зависимости от исходных данных по таблицам стандарта ГОСТ 50779.76 определяем следующие показатели:

- $h_A = 2,518$ ;
- $h_R = 3,233$ ;
- $g = 2,501$ ;
- $n_t = 17$ ,

где  $n_t$  – сумма кумулятивного объема выборки, при достижении которой приемка осуществляется по правилам усиленного контроля.

Построим приёмочную и браковочную границы. Для каждого значения кумулятивного объема выборки  $n_{cum}$ , которое еще не достигло установленного усеченного значения объема выборки, приемочное число  $A$  и браковочное число  $R$  определяем по формулам:

$$A = g * \sigma * n_{cum} + h_A * \sigma;$$

$$R = g * \sigma * n_{cum} - h_R * \sigma;$$

Приемочное число  $A_t$ , соответствующее усеченному объему выборки определяем по формуле  $A_t = g \cdot \sigma \cdot n_t = 2,501 * 0,04 * 17 = 1,7$ .

Линия, ограниченная  $+h_A * \sigma$  называется приемочной, а линия, ограниченная  $-h_R * \sigma$  – браковочной.

На линии кумулятивного объема выборки откладывают также вертикальную линию, проходящую через точку  $n_t$  – линию усечения.

Определяем приемочные и браковочные числа для двух произвольных объемов выборки, отметим рассчитанные значения на приемочной карте через данные точки проведем приёмочную и браковочную линии. Для построения прямой возьмем точки  $n_{cum} = 1$  и  $n_{cum} = 10$ .

$$A_1 = 0,201;$$

$$A_{10} = 1,101;$$

$$R_1 = -0,029;$$

$$R_{10} = 0,871.$$

В процессе контроля каждой единицы продукции данные по результатам контроля  $x$  и кумулятивным объемам выборок  $n_{cum}$  записывают напротив друг друга. Вычисляют запас по качеству  $y$ . Запас по качеству – величина, получаемая на основе измеренного значения для одного изделия. В случае задания верхнего предела запас по качеству получают в результате вычитания измеренного значения величины из численного значения верхнего предела поля допуска. Кумулятивный запас по качеству – величина, получаемая в результате суммирования запасов по качеству, вычисляемых от начала проведения последовательного выборочного контроля до последней проведенной единицы включительно.

Данные общего запаса по качеству  $Y$  получают в результате суммирования запасов по качеству  $y$ , найденных, как указано выше, по мере проверки выборки, сделанной из партии. Верхнее ограничение – 47,680.

Расчеты для количественного метода представим в виде таблицы 1

Таблица 1 – Расчеты для количественного метода

| Кумулятивный объем выборки | Значение параметра, мм | Запас по точности $y$ | Браковочное число $R$ | Суммарный запас по точности $y$ | Приемочное число $A$ |
|----------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------------|----------------------|
| 1                          | 47,554                 | 0,126                 | -0,029                | 0,126                           | 0,201                |
| 2                          | 47,546                 | 0,134                 | 0,071                 | 0,260                           | 0,301                |
| 3                          | 47,614                 | 0,066                 | 0,171                 | 0,325                           | 0,401                |
| 4                          | 47,607                 | 0,073                 | 0,271                 | 0,398                           | 0,501                |
| 5                          | 47,585                 | 0,095                 | 0,371                 | 0,493                           | 0,601                |
| 6                          | 47,555                 | 0,125                 | 0,471                 | 0,617                           | 0,701                |
| 7                          | 47,513                 | 0,167                 | 0,571                 | 0,784                           | 0,801                |
| 8                          | 47,595                 | 0,085                 | 0,671                 | 0,869                           | 0,901                |
| 9                          | 47,569                 | 0,111                 | 0,771                 | 0,980                           | 1,001                |
| 10                         | 47,601                 | 0,079                 | 0,871                 | 1,060                           | 1,101                |
| 11                         | 47,514                 | 0,166                 | 0,971                 | 1,226                           | 1,201                |

Графический результаты расчета представлены на рисунке 11.1.

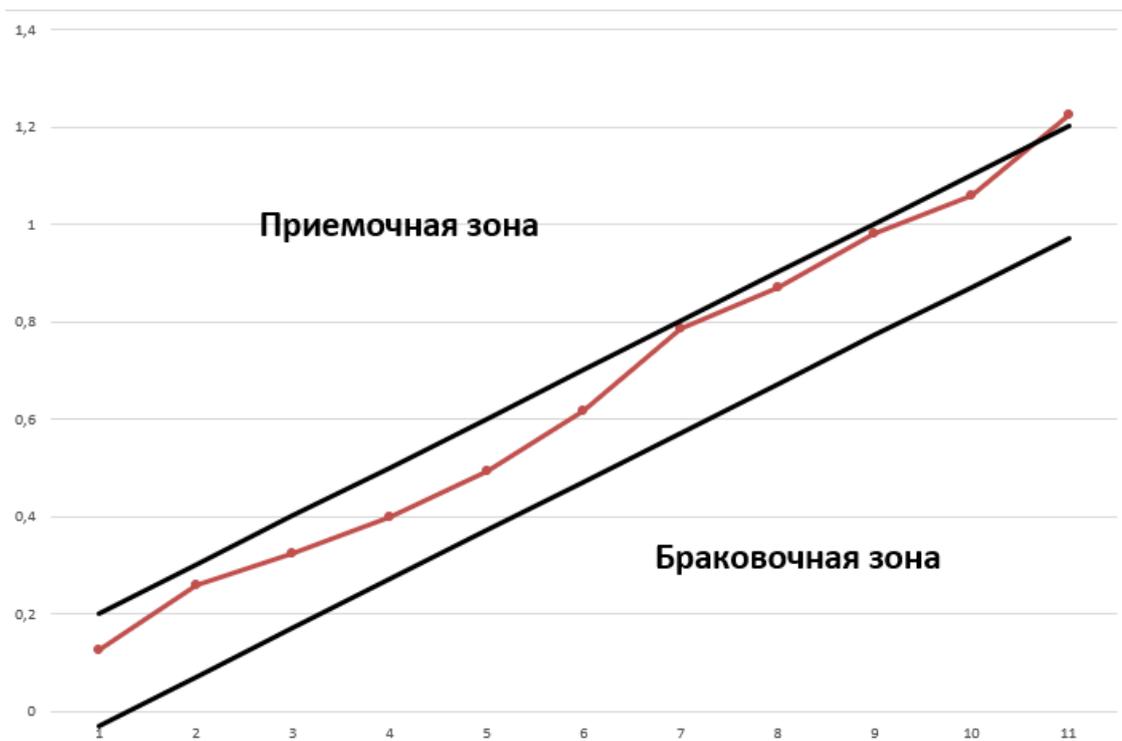


Рисунок 11.1 – Карта приемочного контроля по количественному признаку  
 По результатам расчетов видно, что 11 значение вышло за приемочную линию и находится в приемочной зоне. Партия принимается.

# КУРСОВАЯ РАБОТА

## Введение

Современные требования к анализу качества продукции и процессов, сформулированные в национальных стандартах и стандартах ISO, нацеливают на проведении процедур контроля на каждом из этапов производства, используя определенные методики

Практическое закрепление навыков применения конкретных приемов анализа процессов, для выработки оптимизированных алгоритмов управления на отдельных этапах производства продукции, является целью выполнения курсовой работы.

В ходе выполнения работы решаются следующие задачи:

- освоение методик представления распределения случайной величины в табличном и графическом видах; выдвижение гипотезы о соответствии эмпирического распределения конкретному теоретическому закону распределения; проверка выдвинутой гипотезы о виде распределения по критериям согласия;

- изучение методов качественного и количественного анализа стабильности и статистической управляемости процессов; освоение методов расчета статистических показателей стабильностей технологического процесса;

- выработка навыков построения простых контрольных карт управления процессами на основе количественных и атрибутивных данных;

- освоение алгоритмов управления несоответствиями на стадии приемки продукции; изучение методов проектирования планов статистического приемочного контроля и вероятности приемки партии продукции на базе построения оперативной характеристики плана приемочного контроля.

В соответствии с программой дисциплины курсовая работа выполняется как решение комплекса взаимосвязанных задач.

## Содержание

- 1 Определение закона распределения случайной величины, проверка гипотезы о виде распределения по критериям согласия
- 2 Анализ статистических показателей стабильностей технологического процесса
- 3 Построение комплексной простой контрольной карты средних арифметических и размахов
- 4 Построение комплексной простой контрольной карты индивидуальных значений  $X$  и скользящих размахов  $MR$
- 5 Построение контрольной карты кумулятивных сумм
- 6 Построение оперативной характеристики и реализация двухступенчатого плана статистического приемочного контроля
- 7 Построение приемочной карты последовательного статистического приемочного контроля по количественному признаку

## 8 Контрольные карты регулирования по альтернативному признаку.

### 1 Определение закона распределения случайной величины, проверка гипотезы о виде распределения по критериям согласия

Задача: по заданному массиву, полученному в ходе контроля вала  $\varnothing 48a11$ .

Построить эмпирическое распределение случайной величины и проверить его сходимость с теоретическим распределением.

$$IT = 0,160 \text{ мм};$$

$$es = - 0,320 \text{ мм};$$

$$ei = es - IT = - 0,320 - 0,160 = - 0,480 \text{ мм};$$

$$d_{\max} = d_0 + es = 48,000 - 0,320 = 47,680 \text{ мм};$$

$$d_{\min} = d_0 + ei = 48,000 - 0,480 = 47,520 \text{ мм}.$$

В таблице 1.1 приведен исходный массив данных

Таблица 1.1 – Массив данных

|        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 47,661 | 47,585 | 47,686 | 47,590 | 47,614 | 47,580 | 47,516 | 47,633 | 47,617 | 47,590 |
| 47,643 | 47,560 | 47,548 | 47,672 | 47,659 | 47,593 | 47,561 | 47,616 | 47,596 | 47,555 |
| 47,568 | 47,598 | 47,579 | 47,606 | 47,526 | 47,588 | 47,563 | 47,548 | 47,568 | 47,595 |
| 47,564 | 47,656 | 47,571 | 47,585 | 47,638 | 47,625 | 47,606 | 47,610 | 47,527 | 47,619 |
| 47,565 | 47,555 | 47,610 | 47,604 | 47,604 | 47,548 | 47,575 | 47,570 | 47,548 | 47,641 |
| 47,605 | 47,582 | 47,574 | 47,621 | 47,587 | 47,572 | 47,648 | 47,598 | 47,609 | 47,585 |
| 47,592 | 47,593 | 47,514 | 47,577 | 47,632 | 47,545 | 47,607 | 47,572 | 47,635 | 47,620 |
| 47,585 | 47,629 | 47,529 | 47,583 | 47,616 | 47,686 | 47,548 | 47,661 | 47,607 | 47,650 |
| 47,601 | 47,581 | 47,647 | 47,576 | 47,620 | 47,639 | 47,633 | 47,636 | 47,574 | 47,627 |
| 47,641 | 47,570 | 47,647 | 47,646 | 47,591 | 47,668 | 47,550 | 47,555 | 47,693 | 47,550 |
| 47,690 | 47,614 | 47,577 | 47,566 | 47,541 | 47,585 | 47,620 | 47,595 | 47,597 | 47,632 |
| 47,549 | 47,614 | 47,607 | 47,582 | 47,553 | 47,523 | 47,620 | 47,613 | 47,568 | 47,572 |
| 47,605 | 47,608 | 47,573 | 47,633 | 47,612 | 47,566 | 47,671 | 47,570 | 47,600 | 47,610 |
| 47,645 | 47,631 | 47,624 | 47,629 | 47,585 | 47,712 | 47,601 | 47,680 | 47,575 | 47,572 |
| 47,575 | 47,550 | 47,693 | 47,623 | 47,611 | 47,599 | 47,632 | 47,634 | 47,534 | 47,639 |
| 47,614 | 47,629 | 47,541 | 47,717 | 47,607 | 47,596 | 47,614 | 47,604 | 47,546 | 47,550 |
| 47,605 | 47,660 | 47,513 | 47,662 | 47,608 | 47,604 | 47,574 | 47,566 | 47,562 | 47,642 |
| 47,556 | 47,594 | 47,595 | 47,615 | 47,579 | 47,621 | 47,628 | 47,595 | 47,632 | 47,584 |
| 47,637 | 47,575 | 47,570 | 47,635 | 47,562 | 47,582 | 47,633 | 47,615 | 47,601 | 47,632 |
| 47,595 | 47,647 | 47,596 | 47,596 | 47,679 | 47,655 | 47,606 | 47,634 | 47,651 | 47,688 |
| 47,645 | 47,621 | 47,546 | 47,615 | 47,696 | 47,683 | 47,663 | 47,541 | 47,507 | 47,593 |
| 47,559 | 47,542 | 47,627 | 47,590 | 47,577 | 47,554 | 47,584 | 47,643 | 47,592 | 47,633 |
| 47,625 | 47,611 | 47,541 | 47,580 | 47,563 | 47,615 | 47,569 | 47,615 | 47,607 | 47,598 |
| 47,530 | 47,637 | 47,656 | 47,543 | 47,542 | 47,604 | 47,600 | 47,604 | 47,603 | 47,513 |

Из массива извлекаем выборку объемом 80 случайных значений и строим гистограмму и полигон частот (таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Выборка

|        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 47,589 | 47,589 | 47,494 | 47,689 | 47,581 | 47,586 | 47,635 | 47,589 |
| 47,567 | 47,526 | 47,605 | 47,602 | 47,636 | 47,537 | 47,586 | 47,495 |
| 47,579 | 47,657 | 47,635 | 47,509 | 47,579 | 47,677 | 47,623 | 47,604 |
| 47,641 | 47,590 | 47,576 | 47,705 | 47,550 | 47,567 | 47,507 | 47,613 |
| 47,547 | 47,576 | 47,579 | 47,540 | 47,599 | 47,627 | 47,609 | 47,622 |
| 47,577 | 47,635 | 47,567 | 47,617 | 47,568 | 47,555 | 47,639 | 47,553 |
| 47,623 | 47,676 | 47,576 | 47,662 | 47,629 | 47,670 | 47,569 | 47,565 |
| 47,621 | 47,639 | 47,613 | 47,532 | 47,578 | 47,652 | 47,624 | 47,590 |
| 47,627 | 47,629 | 47,607 | 47,663 | 47,559 | 47,550 | 47,619 | 47,522 |
| 47,589 | 47,608 | 47,555 | 47,600 | 47,609 | 47,608 | 47,602 | 47,566 |

Интервал разбиения определяем как отношение размаха величины  $R$  к количеству принятых интервалов:

$$R = X_{max} - X_{min} = 0,225;$$

$$\frac{R}{7} = 0,032.$$

Экспериментальные результаты, полученные в ходе анализа технологического процесса, сводим в таблицу 1.3.

Таблица 1.3 – Экспериментальные колебания случайной результаты, полученные в ходе анализа технологического процесса

| Интервал      | Среднее арифметическое значения $X$ | Частота $f_x$ | Частность $m_i$ |
|---------------|-------------------------------------|---------------|-----------------|
| 47,494-47,524 | 47,509                              | 5             | 0,063           |
| 47,524-47,554 | 47,539                              | 9             | 0,113           |
| 47,554-47,585 | 47,57                               | 19            | 0,238           |
| 47,585-47,615 | 47,6                                | 20            | 0,25            |
| 47,615-47,645 | 47,63                               | 18            | 0,225           |
| 47,645-47,675 | 47,66                               | 5             | 0,063           |
| 47,675-47,705 | 47,69                               | 4             | 0,05            |
|               |                                     | 80            | 1               |

Представим распределение непрерывной случайной величины графический в виде гистограммы распределения (рисунок 1.1) и полигона частот (рисунок 1.2).

Гистограмма распределения представляет собой совокупность соприкасающихся прямоугольников, основания которых равны интервалам разбиения непрерывной случайной величины, а площади пропорциональны частотам, с которыми значения случайной величины попадают в эти интервалы.

Полигон частот представляет собой ломаную линию, получаемую при соединении точек, абсциссы которых равны серединам интервалов разбиения, а ординаты – соответствующим частотам.

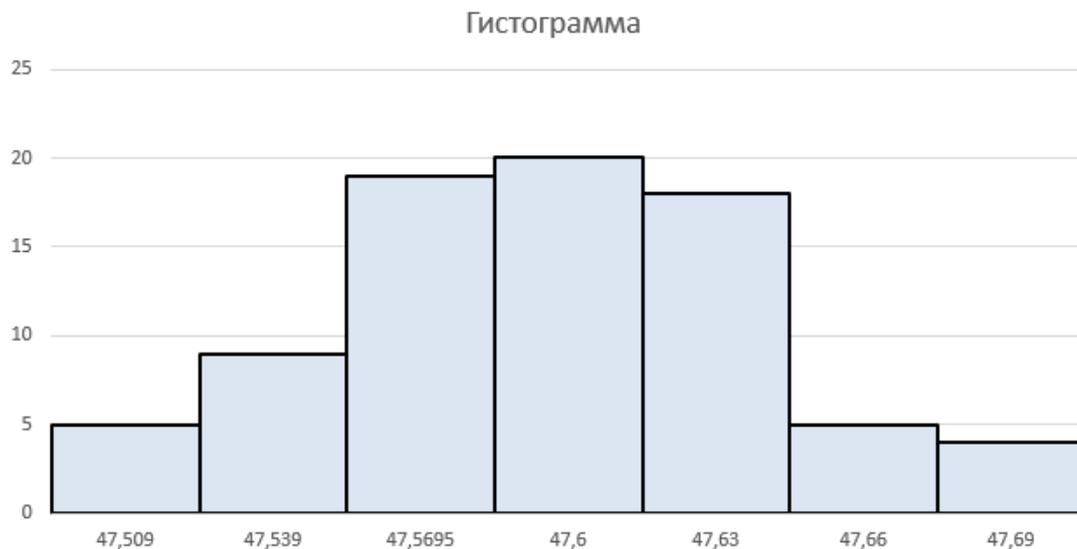


Рисунок 1.1 – Гистограмма распределения

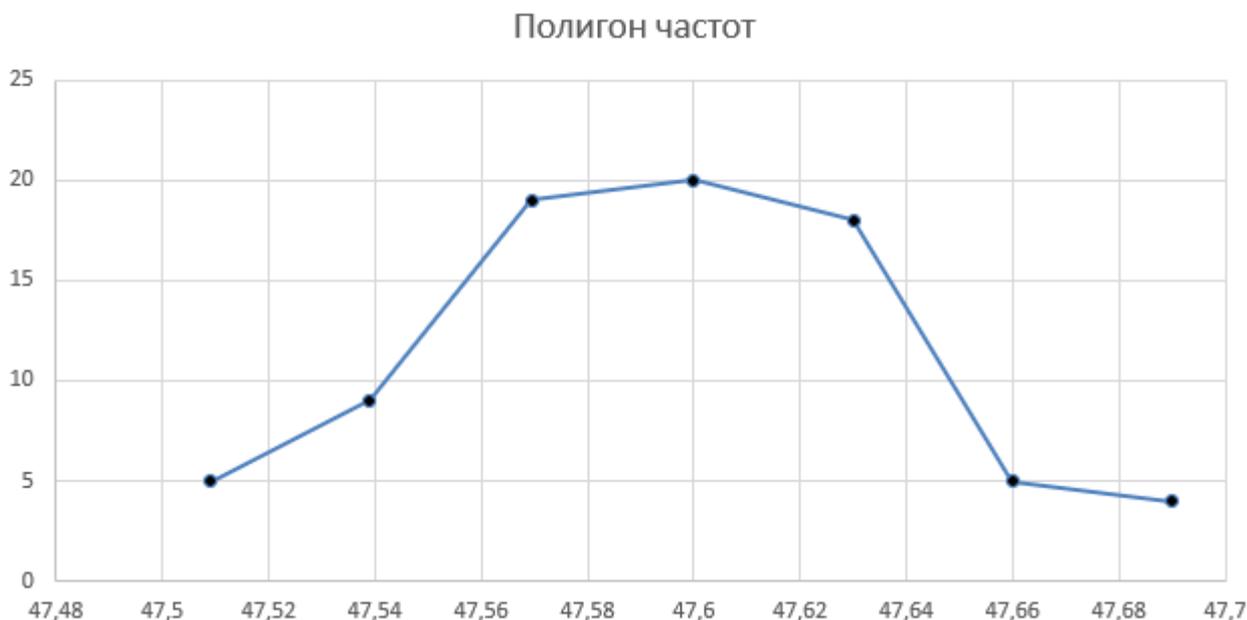


Рисунок 1.2 – Полигон частот

По виду эмпирического распределения выдвигаем гипотезу о его соответствии теоретическому закону нормального распределения.

Сформулируем нулевую гипотезу: данная эмпирическая совокупность является частью генеральной статистической совокупности, которая при количестве членов, стремящемся к бесконечности, будет распределена по закону нормального распределения, т.е для критерия Пирсона  $H_0: \chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$ . Тогда альтернативная гипотеза будет иметь вид:  $H_1: \chi^2_{\text{набл}} \geq \chi^2_{\text{кр}}$ .

Для нормального закона распределения теоретические частоты  $f'_i$  находятся по формуле:

$$f'_i = \frac{n \cdot R / m}{\sigma} z(t)$$

где  $z(t)$  – табулированная функция нормированного нормального распределения;

$m$  – число интервалов разбиения;

$n$  – число единиц совокупности;

$\sigma$  – среднее квадратичное отклонение значений случайной величины  $X$  в выборке;

$R$  – размах, определяемый как разность наибольшего и наименьшего значений случайной величины в выборке.

Аргумент  $t$  табулированной функции нормированного нормального распределения  $z(t)$  рассчитывается по формуле:

$$t = \frac{|\bar{X}_i - \bar{X}|}{\sigma},$$

где  $\bar{X}_i$  – среднее значение случайной величины в интервале разбиения;

$\bar{X}$  – среднее значение случайной величины в выборке;

$\sigma$  – среднее квадратичное отклонение значений случайной величины  $X$  в выборке.

Так как число наблюдений превышает 25, то для вычисления стандартного отклонения воспользуемся формулой:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2 f_i} = 0,045.$$

Таблица 1.4 – Результаты расчета теоретических частот

| № интервала | $\bar{X}_i$ | $\bar{X}$   | $\sigma$  | t           | Z(t)    | $f_i$ | $f'_i$     | $f''_i$ |
|-------------|-------------|-------------|-----------|-------------|---------|-------|------------|---------|
| 1           | 47,509      | 47,59964286 | 0,0445681 | 2,033807122 | 0,05082 | 5     | 2,92923649 | 3       |
| 2           | 47,539      |             |           | 1,360679469 | 0,15822 | 9     | 9,11971266 | 9       |
| 3           | 47,5695     |             |           | 0,676333022 | 0,31659 | 19    | 18,2480712 | 18      |
| 4           | 47,6        |             |           | 0,008013424 | 0,39892 | 20    | 22,9935266 | 20      |
| 5           | 47,63       |             |           | 0,681141077 | 0,31659 | 18    | 18,2480712 | 18      |
| 6           | 47,66       |             |           | 1,35426873  | 0,16038 | 5     | 9,24421386 | 9       |
| 7           | 47,69       |             |           | 2,027396382 | 0,05082 | 4     | 2,92923649 | 3       |

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i} = 4,230$$

где  $f_i$  и  $f'_i$  - эмпирическая и теоретическая частоты  $i$ -го интервала значений  $X$ .

Для вычисления критерия необходимо определить число степеней свободы, которое рассчитывается по формуле:

$$k = m - p - 1,$$

где  $p$  – число параметров теоретического распределения ( $p = 2$  для закона нормального распределения).

По таблице критических точек распределения, уровню значимости  $\alpha = 0,05$  и числу степеней свободы  $k=7-2-1=4$  находим  $\chi^2_{кр} \cdot (0,05;4) = 9,488$ . Так как  $\chi^2_{набл} = 4,230 < \chi^2_{кр} = 9,488$ , значит нулевая гипотезе о нормальном распределении случайной величины подтверждается.

Для критерия Колмогорова нулевая гипотеза будет иметь вид  $H_0: \lambda_{набл} < \lambda_{кр}$ , а альтернативная гипотеза будет иметь вид:  $H_1: \lambda_{набл} > \lambda_{кр}$ .

Расчетные данные для критерия Колмогорова сводим в таблицу 1.5

Таблица 1.5 – Расчётные данные для критерия Колмогорова

| № интервал<br>а | Частоты эмпирические<br>$f_i$ | Накопленные частоты эмпирические<br>$N_x$ | Частоты теоретические<br>$f'_i$ | Накопленные частоты теоретические<br>$N'_x$ | $ N'_x - N_x $ |
|-----------------|-------------------------------|---|---------------------------------|---|----------------|
|-----------------|-------------------------------|---|---------------------------------|---|----------------|

|   |    |    |        |        |       |
|---|----|----|--------|--------|-------|
| 1 | 5  | 5  | 2,929  | 2,929  | 2,071 |
| 2 | 9  | 14 | 9,120  | 12,049 | 1,951 |
| 3 | 19 | 33 | 18,248 | 30,297 | 2,703 |
| 4 | 20 | 53 | 22,994 | 53,291 | 0,291 |
| 5 | 18 | 71 | 18,248 | 71,539 | 0,539 |
| 6 | 5  | 76 | 9,244  | 80,783 | 4,783 |
| 7 | 4  | 80 | 2,929  | 83,712 | 3,712 |

Из последнего столбца таблицы видно, что  $\max_i |N'_x - N_x| = 4,783$ .

Тогда значение статистики Колмогорова

$$\lambda_{\text{набл}} = \frac{|N'_x - N_x|}{n} * \sqrt{n} = \frac{4,783}{80} * \sqrt{80} \approx 0,535$$

По заданному уровню значимости  $\alpha = 0,05$  определим границу критической области  $\lambda_{kp} = 0,923$ . Поскольку  $\lambda_{\text{набл}} = 0,535 < \lambda_{kp} = 0,923$ , то основная гипотеза принимается, т.е. генеральное распределение считается нормальным.

На основе критериев Пирсона и Колмогорова, которые дали аналогичные результаты, гипотезу о нормальном распределении генеральной случайной величины следует принять.

## 2 Анализ статистических показателей стабильностей технологического процесса

Исходными данными для анализа показателей стабильностей технологического процесса служит массив данных объёмом  $n = 240$ , представленный в таблице 1.1.

Отберем из него 20 мгновенных выборки объёмом  $n = 4$ .

Для выявления особых причин изменчивости необходимо построить точечную диаграмму. Для каждой мгновенной выборки определим среднее и размах. Также определим средний размах и среднее арифметическое процесса. Результаты представим в виде таблицы 2.1.

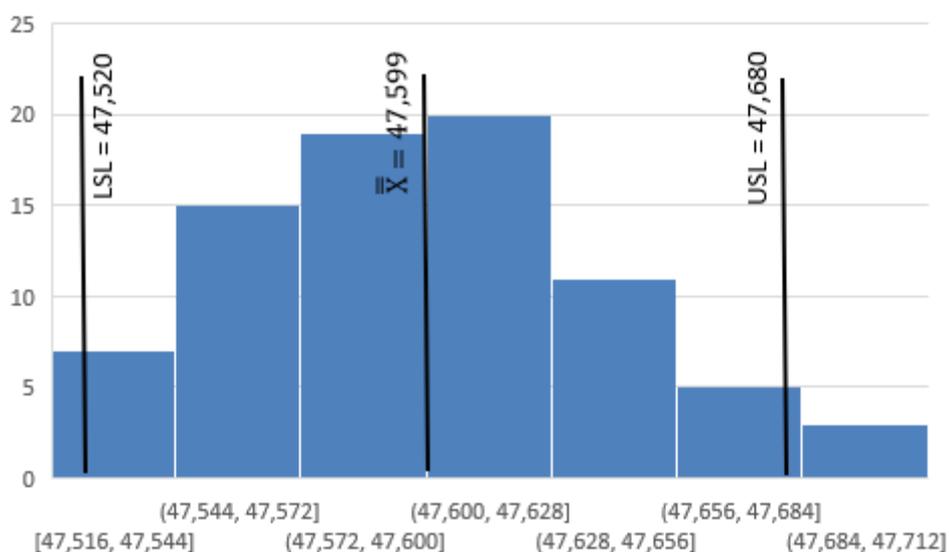
Таблица 2.1 – Экспериментальные данные

| N  | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | X <sub>3</sub> | X <sub>4</sub> | X <sub>i</sub> | R     |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|
| 1  | 47,661         | 47,643         | 47,568         | 47,564         | 47,609         | 0,097 |
| 2  | 47,549         | 47,605         | 47,645         | 47,575         | 47,593         | 0,096 |
| 3  | 47,530         | 47,585         | 47,560         | 47,598         | 47,568         | 0,068 |
| 4  | 47,614         | 47,608         | 47,631         | 47,550         | 47,601         | 0,081 |
| 5  | 47,637         | 47,686         | 47,548         | 47,579         | 47,613         | 0,138 |
| 6  | 47,607         | 47,573         | 47,624         | 47,693         | 47,624         | 0,120 |
| 7  | 47,656         | 47,590         | 47,672         | 47,606         | 47,631         | 0,082 |
| 8  | 47,582         | 47,633         | 47,629         | 47,623         | 47,617         | 0,051 |
| 9  | 47,543         | 47,614         | 47,659         | 47,526         | 47,585         | 0,133 |
| 10 | 47,553         | 47,612         | 47,585         | 47,611         | 47,590         | 0,059 |
| 11 | 47,542         | 47,580         | 47,593         | 47,588         | 47,576         | 0,051 |
| 12 | 47,523         | 47,566         | 47,712         | 47,599         | 47,600         | 0,189 |
| 13 | 47,604         | 47,516         | 47,561         | 47,563         | 47,561         | 0,088 |
| 14 | 47,620         | 47,671         | 47,601         | 47,632         | 47,631         | 0,070 |

|    |        |        |        |        |        |       |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 15 | 47,600 | 47,633 | 47,616 | 47,548 | 47,599 | 0,085 |
| 16 | 47,613 | 47,570 | 47,680 | 47,634 | 47,624 | 0,110 |
| 17 | 47,604 | 47,617 | 47,596 | 47,568 | 47,596 | 0,049 |
| 18 | 47,568 | 47,600 | 47,575 | 47,534 | 47,569 | 0,066 |
| 19 | 47,603 | 47,590 | 47,555 | 47,595 | 47,586 | 0,048 |
| 20 | 47,572 | 47,610 | 47,572 | 47,639 | 47,598 | 0,067 |
|    |        |        |        |        | 47,599 | 0,087 |

Проведем проверку процесса на наличие особых причин изменчивости используя графический метод.

| № интервала | Границы интервала, мм |
|-------------|-----------------------|
| 1           | [47,516;47,544]       |
| 2           | (47,544;47,572]       |
| 3           | (47,572;47,600]       |
| 4           | (47,600;47,628]       |
| 5           | (47,628;47,656]       |
| 6           | (47,656;47,684]       |
| 7           | (47,684;47,712]       |



В результате обработки экспериментальных результатов, получаем следующие статистические оценки процесса:

$$\bar{\bar{X}} = 47,599 \text{ мм};$$

$$\bar{R} = 0,087 \text{ мм}.$$

По результатам построим точечную диаграмму, где по вертикальной оси отложим средние значения выборок, а по горизонтальной – номера выборок. Покажем на диаграмме границы поля допуска и разделим его на 6 равных зон, которые обозначим А, В, С, С, В, А. Результаты представим в виде рисунка 2.1.

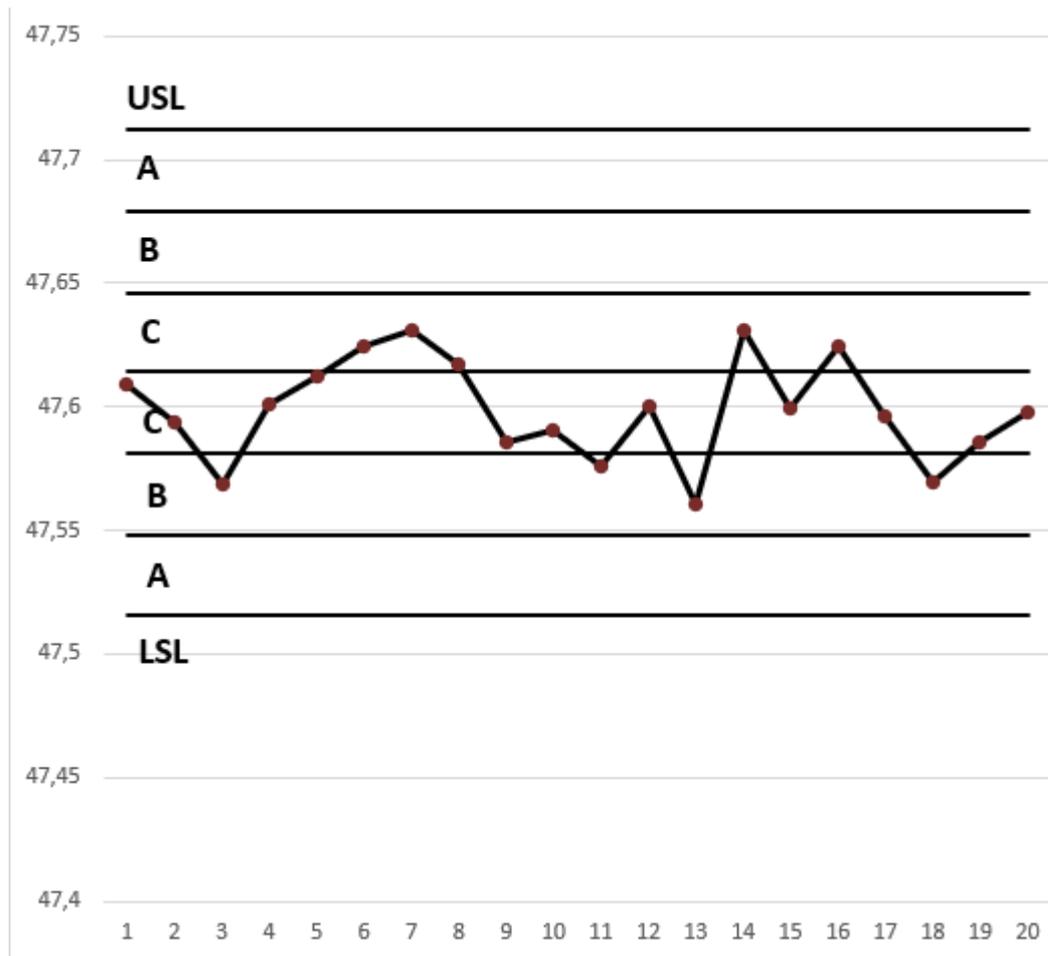


Рисунок 2.1 – Точечная диаграмма

Проанализировав диаграмму, видно, что все точки находятся в пределах границ поля допуска. Зависимостей указывающих на наличие особых причин изменчивости не выявлено.

Оценим собственную изменчивость процесса.

Собственная изменчивость процесса – это часть изменчивости процесса, вызываемая только обычными причинами изменчивости процесса. Данная изменчивость оценивается по формуле:

$$\sigma_R = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,087}{2,059} = 0,042,$$

где  $d_2$  – коэффициент, зависящий от объёма выборки.

Оценим полную изменчивость процесса.

Полная изменчивость процесса – это изменчивость, вызываемая как обычными, так и особыми причинами изменчивости. Данная изменчивость оценивается с помощью выборочного стандартного отклонения, использующего все наблюдаемые индивидуальные значения:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = 0,052$$

Рассчитаем индекс воспроизводимости.

Воспроизводимость процесса – это интервал варьирования параметра качества в ходе реализации статистически стабильного процесса, определяемый как  $k \cdot \sigma$ , где  $\sigma$  – собственная изменчивость процесса, оцениваемая как  $\sigma_R$ ;

$k$  – коэффициент, обусловленный установленной доверительной вероятностью.

В нашем случае  $k = 6$ , так как коэффициент соответствует доверительной вероятности  $P = 0,997$ , а  $\sigma$  оценивается как  $\sigma_R$ .

Индекс воспроизводимости  $C_p$  определяется как отношение допуска к оценке собственной изменчивости процесса без учёта его центровки:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma_R} = \frac{47,712 - 47,516}{6 \cdot 0,042} = 0,769,$$

где  $USL$  – верхняя граница поля допуска;

$LSL$  – нижняя граница поля допуска;

$\sigma_R$  – собственная изменчивость процесса.

Так как значение индекса воспроизводимости  $C_p < 1$ , то данный процесс является статически неуправляемым.

Рассчитаем индекс воспроизводимости, учитывающий центровку процесса

Индекс воспроизводимости  $C_{pk}$  учитывает центровку процесса и определяется как минимальное значение из  $C_{PU}$  и  $C_{PL}$ . Он связывает разность между средним процессом и ближайшим пределом поля допуска с половиной присущей процессу изменчивости.

Верхний индекс воспроизводимости  $C_{PU}$  определяется как отклонение среднего уровня процесса от верхнего предела поля допуска, деленное на действительный верхний разброс процесса:

$$C_{PU} = \frac{USL - \bar{X}}{3 \cdot \sigma_R} = \frac{47,712 - 47,599}{3 \cdot 0,042} = 0,887.$$

Нижний индекс воспроизводимости  $C_{PL}$  определяется как отклонение среднего уровня процесса от нижнего предела поля допуска, деленное на действительный нижний разброс процесса:

$$C_{PL} = \frac{\bar{X} - LSL}{3 \cdot \sigma_R} = \frac{47,599 - 47,516}{3 \cdot 0,042} = 0,650.$$

Тогда индекс воспроизводимости  $C_{pk}$ , учитывающий центровку процесса  $C_{pk} = 0,650$ .

Рассчитаем индекс пригодности.

Пригодность процесса – это интервал в  $k\sigma$  полной изменчивости, где  $\sigma$  оценивается при помощи выборочного стандартного отклонения  $\sigma_s$ . Оценка пригодности определяется при помощи индекса пригодности  $P_p$ .

Индекс пригодности  $P_p$  определяется как допуск, деленный на оценку полной изменчивости процесса без учета его центровки:

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma_x} = \frac{47,712 - 47,516}{6 \cdot 0,052} \approx 0,623$$

Так как значение индекса пригодности  $P_p < 1$ , то данный процесс является статистически неуправляемым.

Рассчитаем индекс пригодности, учитывающий центровку процесса.

Индекс пригодности  $P_{pk}$  учитывает центровку процесса и определяется как минимальное значение из PPU и PPL. Он связывает разность между средним процесса и ближайшим пределом поля допуска с половиной полной изменчивости процесса. Данный показатель, как и индекс пригодности  $P_{pk}$ , должен использоваться только для сравнения или вместе с показателем  $C_p$  и  $C_{pk}$ , а также для измерения и выбора приоритетов усовершенствования во времени.

$$PPU = \frac{USL - \bar{X}}{3 \cdot \sigma_x} = \frac{47,712 - 47,599}{3 \cdot 0,052} = 0,719$$

$$PPL = \frac{\bar{X} - LSL}{3 \cdot \sigma_x} = \frac{47,599 - 47,516}{3 \cdot 0,052} = 0,527$$

Таким образом, индекс пригодности  $P_{pk} = 0,527$ .

### 3 Построение комплексной простой контрольной карты средних арифметических $\bar{X}$ и размахов R

Для построения контрольных карт по количественному признаку для вала  $\varnothing 48a11$  используем массив данных, представленный совокупность значений случайной величины.

Для построения контрольных карт из исходного массива извлечем 20 выборок объемом 4 единицы. Рассчитаем для полученных выборок среднее арифметическое  $X_{cp}$ , размах R. Результаты представим в виде таблицы 3.1.

| № выборки | x1     | x2     | x3     | x4     | $X_{cp}$ | R     |
|-----------|--------|--------|--------|--------|----------|-------|
| 1         | 47,601 | 47,641 | 47,690 | 47,549 | 47,620   | 0,142 |
| 2         | 47,645 | 47,559 | 47,625 | 47,530 | 47,590   | 0,115 |
| 3         | 47,581 | 47,570 | 47,614 | 47,614 | 47,595   | 0,044 |
| 4         | 47,647 | 47,621 | 47,542 | 47,611 | 47,605   | 0,105 |
| 5         | 47,529 | 47,647 | 47,647 | 47,577 | 47,600   | 0,118 |
| 6         | 47,596 | 47,546 | 47,627 | 47,541 | 47,578   | 0,086 |
| 7         | 47,583 | 47,576 | 47,646 | 47,566 | 47,593   | 0,080 |
| 8         | 47,596 | 47,615 | 47,590 | 47,580 | 47,595   | 0,035 |
| 9         | 47,616 | 47,620 | 47,591 | 47,541 | 47,592   | 0,079 |
| 10        | 47,679 | 47,696 | 47,577 | 47,563 | 47,629   | 0,133 |
| 11        | 47,686 | 47,639 | 47,668 | 47,585 | 47,644   | 0,101 |
| 12        | 47,655 | 47,683 | 47,554 | 47,615 | 47,627   | 0,129 |
| 13        | 47,607 | 47,548 | 47,633 | 47,550 | 47,585   | 0,086 |
| 14        | 47,633 | 47,606 | 47,663 | 47,584 | 47,622   | 0,078 |
| 15        | 47,572 | 47,661 | 47,636 | 47,555 | 47,606   | 0,107 |
| 16        | 47,615 | 47,634 | 47,541 | 47,643 | 47,608   | 0,102 |
| 17        | 47,607 | 47,574 | 47,693 | 47,597 | 47,618   | 0,119 |
| 18        | 47,651 | 47,507 | 47,592 | 47,607 | 47,589   | 0,144 |
| 19        | 47,650 | 47,627 | 47,550 | 47,632 | 47,614   | 0,100 |
| 20        | 47,593 | 47,633 | 47,598 | 47,513 | 47,584   | 0,120 |

Построим карту размахов R и

карту средних  $X_{cp}$ .  
 $\bar{X} = 47,605$  мм;

$\bar{R} = 0,101$  мм.

Для нахождения границ регулирования карты средних арифметических  $\bar{X}$  воспользуемся следующими формулами:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 47,605 + 0,73 * 0,101 = 47,531 \text{ мм};$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 47,605 - 0,73 * 0,101 = 47,678 \text{ мм},$$

где  $UCL_{\bar{X}}$  – верхняя граница регулирования;

$LCL_{\bar{X}}$  – нижняя граница регулирования;

$A_2$  – коэффициент, зависящий от объема выборки;

$\bar{\bar{X}}$  – среднее арифметическое значение средних арифметических;

$\bar{R}$  – среднее арифметическое размахов.

Для нахождения границ регулирования карты размахов  $R$  воспользуемся следующими формулами:

$$UCL_R = D_4 \bar{R} = 2,28 * 0,101 = 0,231 \text{ мм};$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R} = 0 * 0,101 = 0;$$

где  $UCL_R$  – верхняя граница регулирования;

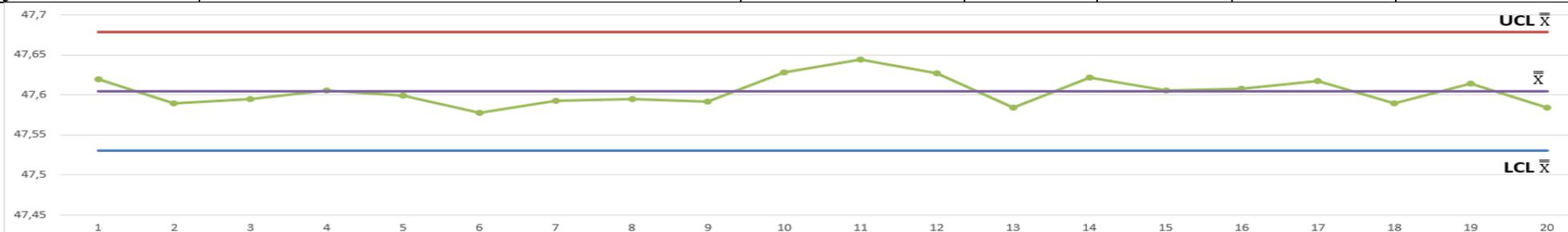
$LCL_R$  – нижняя граница регулирования;

$D_{4,3}$  – коэффициенты, зависящие от объема выборки;

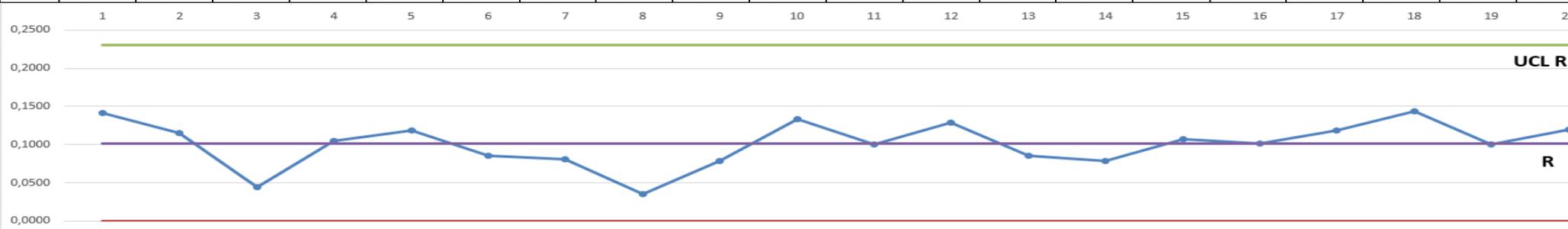
$\bar{R}$  – среднее арифметическое размахов.

Проведем отбор мгновенных выборок. Полученные статистики нанесем на графической части комплексной простой контрольной карты.

|                     |                        |                |             |             |                |                 |
|---------------------|------------------------|----------------|-------------|-------------|----------------|-----------------|
|                     | <b>ФИО</b>             | <b>Подпись</b> | <b>Дата</b> | <b>БНТУ</b> | <b>Кафедра</b> | <b>Группа</b>   |
| <b>Исполнитель</b>  | <b>Рутковский С.В.</b> |                |             |             | <b>СМИС</b>    | <b>11305118</b> |
| <b>Руководитель</b> |                        |                |             |             |                |                 |



|           | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6          | 7          | 8          | 9          | 10         | 11         | 12         | 13         | 14         | 15         | 16         | 17         | 18         | 19         | 20         |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| X1        | 47,60<br>1 | 47,64<br>5 | 47,58<br>1 | 47,64<br>7 | 47,52<br>9 | 47,59<br>6 | 47,58<br>3 | 47,59<br>6 | 47,61<br>6 | 47,67<br>9 | 47,68<br>6 | 47,65<br>5 | 47,60<br>7 | 47,63<br>3 | 47,57<br>2 | 47,61<br>5 | 47,60<br>7 | 47,65<br>1 | 47,65<br>0 | 47,59<br>3 |
| X2        | 47,64<br>1 | 47,55<br>9 | 47,57<br>0 | 47,62<br>1 | 47,64<br>7 | 47,54<br>6 | 47,57<br>6 | 47,61<br>5 | 47,62<br>0 | 47,69<br>6 | 47,63<br>9 | 47,68<br>3 | 47,54<br>8 | 47,60<br>6 | 47,66<br>1 | 47,63<br>4 | 47,57<br>4 | 47,50<br>7 | 47,62<br>7 | 47,63<br>3 |
| X3        | 47,69<br>0 | 47,62<br>5 | 47,61<br>4 | 47,54<br>2 | 47,64<br>7 | 47,62<br>7 | 47,64<br>6 | 47,59<br>0 | 47,59<br>1 | 47,57<br>7 | 47,66<br>8 | 47,55<br>4 | 47,63<br>3 | 47,66<br>3 | 47,63<br>6 | 47,54<br>1 | 47,69<br>3 | 47,59<br>2 | 47,55<br>0 | 47,59<br>8 |
| X4        | 47,54<br>9 | 47,53<br>0 | 47,61<br>4 | 47,61<br>1 | 47,57<br>7 | 47,54<br>1 | 47,56<br>6 | 47,58<br>0 | 47,54<br>1 | 47,56<br>3 | 47,58<br>5 | 47,61<br>5 | 47,55<br>0 | 47,58<br>4 | 47,55<br>5 | 47,64<br>3 | 47,59<br>7 | 47,60<br>7 | 47,63<br>2 | 47,51<br>3 |
| $\bar{X}$ | 47,62<br>0 | 47,59<br>0 | 47,59<br>5 | 47,60<br>5 | 47,60<br>0 | 47,57<br>8 | 47,59<br>3 | 47,59<br>5 | 47,59<br>2 | 47,62<br>9 | 47,64<br>4 | 47,62<br>7 | 47,58<br>5 | 47,62<br>2 | 47,60<br>6 | 47,60<br>8 | 47,61<br>8 | 47,58<br>9 | 47,61<br>4 | 47,58<br>4 |
| R         | 0,142      | 0,115      | 0,044      | 0,105      | 0,118      | 0,086      | 0,080      | 0,035      | 0,079      | 0,133      | 0,101      | 0,129      | 0,086      | 0,078      | 0,107      | 0,102      | 0,119      | 0,144      | 0,100      | 0,120      |



Вывод: по результатам построения комплексной простой контрольной карты средних арифметических  $\bar{X}$  и размахов R определили, что процесс налажен и не требует подналадки.

#### 4 Построение комплексной простой контрольной карты индивидуальных значений X и скользящих размахов MR

В таблице 4.1 представлены исходные данные для построения контрольных карт индивидуальных значений X и скользящих размахов MR.

Таблица 4.1 – Исходные данные

| № выборки | X      | MR    |
|-----------|--------|-------|
| 1         | 47,641 |       |
| 2         | 47,559 | 0,082 |
| 3         | 47,570 | 0,011 |
| 4         | 47,621 | 0,051 |
| 5         | 47,647 | 0,025 |
| 6         | 47,546 | 0,100 |
| 7         | 47,576 | 0,030 |
| 8         | 47,615 | 0,039 |
| 9         | 47,620 | 0,004 |
| 10        | 47,696 | 0,076 |
| 11        | 47,639 | 0,057 |
| 12        | 47,683 | 0,044 |
| 13        | 47,548 | 0,136 |
| 14        | 47,606 | 0,058 |
| 15        | 47,661 | 0,055 |
| 16        | 47,634 | 0,028 |
| 17        | 47,574 | 0,060 |
| 18        | 47,507 | 0,067 |
| 19        | 47,627 | 0,120 |
| 20        | 47,633 | 0,006 |

$\bar{X} = 47,610$  мм;

$\overline{MR} = 0,055$  мм.

Для нахождения границ регулирования карты индивидуальных значений X воспользуемся следующими формулами:

$$UCL_X = \bar{X} + E_2 \overline{MR} = 47,610 + 1,128 * 0,055 = 47,757 \text{ мм};$$

$$LCL_X = \bar{X} - E_2 \overline{MR} = 47,610 - 1,128 * 0,055 = 47,463 \text{ мм};$$

где  $UCL_X$  – верхняя граница регулирования;

$LCL_X$  – нижняя граница регулирования;

$E_2 = \frac{3}{d_2}$  ( $d_2$  – стандартный коэффициент, зависящий от объема выборки);

$\bar{X}$  – среднее арифметическое индивидуальных значений;

$\overline{MR}$  – среднее арифметическое скользящих размахов.

Для нахождения границ регулирования карты скользящих размахов MR используются следующие формулы:

$$UCL_{MR} = D_4 \overline{MR} = 3,27 * 0,055 = 0,181 \text{ мм};$$

$$LCL_{MR} = D_3 \overline{MR} = 0 * 0,055 = 0$$

где  $UCL_{MR}$  – верхняя граница регулирования;

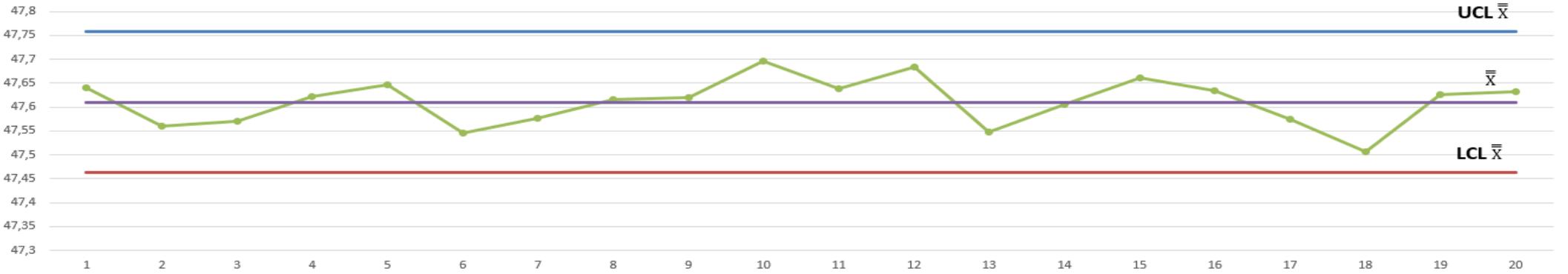
$LCL_{MR}$  – нижняя граница регулирования;

$D_{4,3}$  – коэффициент, зависящий от объема выборки;

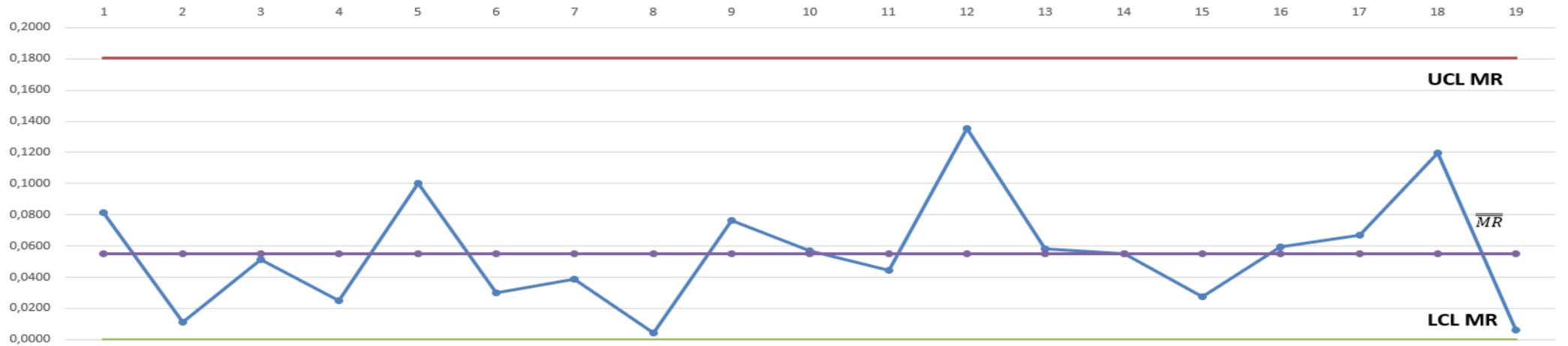
$\overline{MR}$  – среднее арифметическое скользящих размахов.

Построим контрольную карту индивидуальных значений  $X$  и скользящих размахов  $MR$ .

|                     |                        |                |             |             |                |                 |
|---------------------|------------------------|----------------|-------------|-------------|----------------|-----------------|
|                     | <b>ФИО</b>             | <b>Подпись</b> | <b>Дата</b> | <b>БНТУ</b> | <b>Кафедра</b> | <b>Группа</b>   |
| <b>Исполнитель</b>  | <b>Рутковский С.В.</b> |                |             |             | <b>СМИС</b>    | <b>11305118</b> |
| <b>Руководитель</b> |                        |                |             |             |                |                 |



|           | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6          | 7          | 8          | 9          | 10         | 11         | 12         | 13         | 14         | 15         | 16         | 17         | 18         | 19         | 20         |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <b>X</b>  | 47,64<br>1 | 47,55<br>9 | 47,57<br>0 | 47,62<br>1 | 47,64<br>7 | 47,54<br>6 | 47,57<br>6 | 47,61<br>5 | 47,62<br>0 | 47,69<br>6 | 47,63<br>9 | 47,68<br>3 | 47,54<br>8 | 47,60<br>6 | 47,66<br>1 | 47,63<br>4 | 47,57<br>4 | 47,50<br>7 | 47,62<br>7 | 47,63<br>3 |
| <b>MR</b> |            | 0,082      | 0,011      | 0,051      | 0,025      | 0,100      | 0,030      | 0,039      | 0,004      | 0,076      | 0,057      | 0,044      | 0,136      | 0,058      | 0,055      | 0,028      | 0,060      | 0,067      | 0,120      | 0,006      |



Вывод: по результатам построения карт видно, что процесс налажен.

### 5 Построение контрольных карт медиан $Me$

Карта медиан является менее чувствительной к разладке процесса, чем карта средних арифметических, поэтому необходимо либо выбирать объем выборок больше, чем аналогичные объемы для карты средних арифметических при сохранении таких же границ регулирования, либо увеличить поле регулирования карты, используя коэффициент  $A_4$ .

Рассчитаем значения медиан  $Me$ . Полученные результаты представим в виде таблицы 5.1.

Таблица 5.1– Полученные результаты

| № выборки | x1     | x2     | x3     | x4     | Me     |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1         | 47,601 | 47,641 | 47,690 | 47,549 | 47,621 |
| 2         | 47,645 | 47,559 | 47,625 | 47,530 | 47,592 |
| 3         | 47,581 | 47,570 | 47,614 | 47,614 | 47,614 |
| 4         | 47,647 | 47,621 | 47,542 | 47,611 | 47,616 |
| 5         | 47,529 | 47,647 | 47,647 | 47,577 | 47,612 |
| 6         | 47,596 | 47,546 | 47,627 | 47,541 | 47,571 |
| 7         | 47,583 | 47,576 | 47,646 | 47,566 | 47,580 |
| 8         | 47,596 | 47,615 | 47,590 | 47,580 | 47,593 |
| 9         | 47,616 | 47,620 | 47,591 | 47,541 | 47,603 |
| 10        | 47,679 | 47,696 | 47,577 | 47,563 | 47,628 |
| 11        | 47,686 | 47,639 | 47,668 | 47,585 | 47,653 |
| 12        | 47,655 | 47,683 | 47,554 | 47,615 | 47,635 |
| 13        | 47,607 | 47,548 | 47,633 | 47,550 | 47,579 |
| 14        | 47,633 | 47,606 | 47,663 | 47,584 | 47,620 |
| 15        | 47,572 | 47,661 | 47,636 | 47,555 | 47,604 |
| 16        | 47,615 | 47,634 | 47,541 | 47,643 | 47,624 |
| 17        | 47,607 | 47,574 | 47,693 | 47,597 | 47,602 |
| 18        | 47,651 | 47,507 | 47,592 | 47,607 | 47,599 |
| 19        | 47,650 | 47,627 | 47,550 | 47,632 | 47,629 |
| 20        | 47,593 | 47,633 | 47,598 | 47,513 | 47,595 |

$\bar{Me} = 47,609$  мм.

Для нахождения границ регулирования карт медиан  $Me$  воспользуемся следующими формулами:

$$UCL_{Me} = \bar{Me} + A_4\bar{R} = 47,609 + 0,80 \cdot 0,101 = 47,689 \text{ мм};$$

$$LCL_{Me} = \bar{Me} - A_4\bar{R} = 47,609 - 0,80 \cdot 0,101 = 47,528 \text{ мм};$$

где  $UCL_{Me}$  – верхняя граница регулирования;

$LCL_{Me}$  – нижняя граница регулирования;

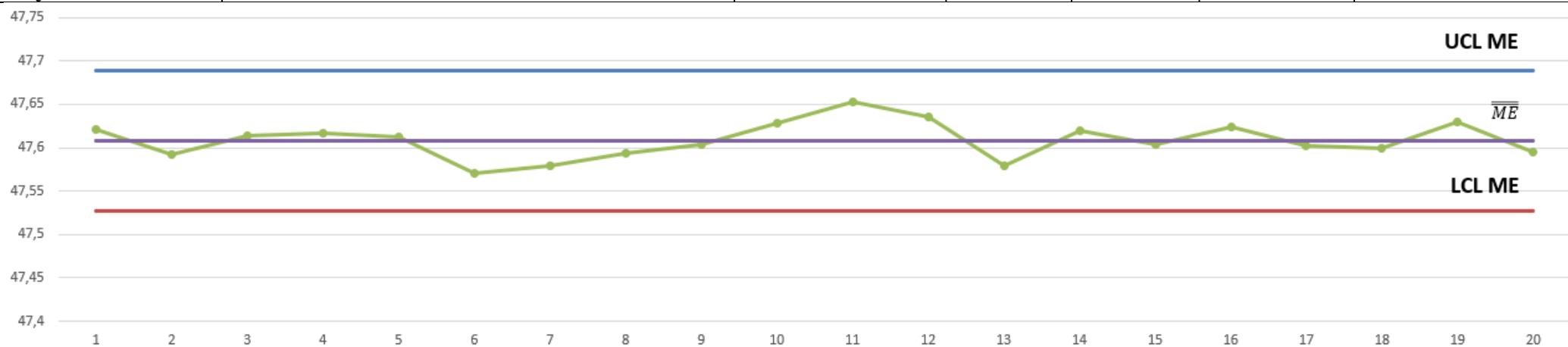
$A_4$  – коэффициент, зависящий от объема выборки;

$\bar{Me}$  – среднее арифметическое значение медиан;

$\bar{R}$  – среднее арифметическое размахов.

Отообразим полученные оценки на графической части карты медиан.

|                     |                        |                |             |             |                |                 |
|---------------------|------------------------|----------------|-------------|-------------|----------------|-----------------|
|                     | <b>ФИО</b>             | <b>Подпись</b> | <b>Дата</b> | <b>БНТУ</b> | <b>Кафедра</b> | <b>Группа</b>   |
| <b>Исполнитель</b>  | <b>Рутковский С.В.</b> |                |             |             | <b>СМИС</b>    | <b>11305118</b> |
| <b>Руководитель</b> |                        |                |             |             |                |                 |



|    | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6          | 7          | 8          | 9          | 10         | 11         | 12         | 13         | 14         | 15         | 16         | 17         | 18         | 19         | 20         |
|----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| X1 | 47,60<br>1 | 47,64<br>5 | 47,58<br>1 | 47,64<br>7 | 47,52<br>9 | 47,59<br>6 | 47,58<br>3 | 47,59<br>6 | 47,61<br>6 | 47,67<br>9 | 47,68<br>6 | 47,65<br>5 | 47,60<br>7 | 47,63<br>3 | 47,57<br>2 | 47,61<br>5 | 47,60<br>7 | 47,65<br>1 | 47,65<br>0 | 47,59<br>3 |
| X2 | 47,64<br>1 | 47,55<br>9 | 47,57<br>0 | 47,62<br>1 | 47,64<br>7 | 47,54<br>6 | 47,57<br>6 | 47,61<br>5 | 47,62<br>0 | 47,69<br>6 | 47,63<br>9 | 47,68<br>3 | 47,54<br>8 | 47,60<br>6 | 47,66<br>1 | 47,63<br>4 | 47,57<br>4 | 47,50<br>7 | 47,62<br>7 | 47,63<br>3 |
| X3 | 47,69<br>0 | 47,62<br>5 | 47,61<br>4 | 47,54<br>2 | 47,64<br>7 | 47,62<br>7 | 47,64<br>6 | 47,59<br>0 | 47,59<br>1 | 47,57<br>7 | 47,66<br>8 | 47,55<br>4 | 47,63<br>3 | 47,66<br>3 | 47,63<br>6 | 47,54<br>1 | 47,69<br>3 | 47,59<br>2 | 47,55<br>0 | 47,59<br>8 |
| X4 | 47,54<br>9 | 47,53<br>0 | 47,61<br>4 | 47,61<br>1 | 47,57<br>7 | 47,54<br>1 | 47,56<br>6 | 47,58<br>0 | 47,54<br>1 | 47,56<br>3 | 47,58<br>5 | 47,61<br>5 | 47,55<br>0 | 47,58<br>4 | 47,55<br>5 | 47,64<br>3 | 47,59<br>7 | 47,60<br>7 | 47,63<br>2 | 47,51<br>3 |
| Me | 47,62<br>1 | 47,59<br>2 | 47,61<br>4 | 47,61<br>6 | 47,61<br>2 | 47,57<br>1 | 47,58<br>0 | 47,59<br>3 | 47,60<br>3 | 47,62<br>8 | 47,65<br>3 | 47,63<br>5 | 47,57<br>9 | 47,62<br>0 | 47,60<br>4 | 47,62<br>4 | 47,60<br>2 | 47,59<br>9 | 47,62<br>9 | 47,59<br>5 |

Вывод: по результатам построения карты медиан видно, что процесс налажен.

## 6 Построение оперативной характеристики и реализация двухступенчатого плана статистического приемочного контроля

В качестве исходных данных (таблица 6.1) для проектирования плана двухступенчатого контроля задается объём партии продукции  $N = 240$ , уровень контроля – I общий и приемлемый уровень качества  $AQL = 2,5$ .

Таблица 6.1 – Массив данных

|        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 47,661 | 47,585 | 47,686 | 47,590 | 47,614 | 47,580 | 47,516 | 47,633 | 47,617 | 47,590 |
| 47,643 | 47,560 | 47,548 | 47,672 | 47,659 | 47,593 | 47,561 | 47,616 | 47,596 | 47,555 |
| 47,568 | 47,598 | 47,579 | 47,606 | 47,526 | 47,588 | 47,563 | 47,548 | 47,568 | 47,595 |
| 47,564 | 47,656 | 47,571 | 47,585 | 47,638 | 47,625 | 47,606 | 47,610 | 47,527 | 47,619 |
| 47,565 | 47,555 | 47,610 | 47,604 | 47,604 | 47,548 | 47,575 | 47,570 | 47,548 | 47,641 |
| 47,605 | 47,582 | 47,574 | 47,621 | 47,587 | 47,572 | 47,648 | 47,598 | 47,609 | 47,585 |
| 47,592 | 47,593 | 47,514 | 47,577 | 47,632 | 47,545 | 47,607 | 47,572 | 47,635 | 47,620 |
| 47,585 | 47,629 | 47,529 | 47,583 | 47,616 | 47,686 | 47,548 | 47,661 | 47,607 | 47,650 |
| 47,601 | 47,581 | 47,647 | 47,576 | 47,620 | 47,639 | 47,633 | 47,636 | 47,574 | 47,627 |
| 47,641 | 47,570 | 47,647 | 47,646 | 47,591 | 47,668 | 47,550 | 47,555 | 47,693 | 47,550 |
| 47,690 | 47,614 | 47,577 | 47,566 | 47,541 | 47,585 | 47,620 | 47,595 | 47,597 | 47,632 |
| 47,549 | 47,614 | 47,607 | 47,582 | 47,553 | 47,523 | 47,620 | 47,613 | 47,568 | 47,572 |
| 47,605 | 47,608 | 47,573 | 47,633 | 47,612 | 47,566 | 47,671 | 47,570 | 47,600 | 47,610 |
| 47,645 | 47,631 | 47,624 | 47,629 | 47,585 | 47,712 | 47,601 | 47,680 | 47,575 | 47,572 |
| 47,575 | 47,550 | 47,693 | 47,623 | 47,611 | 47,599 | 47,632 | 47,634 | 47,534 | 47,639 |
| 47,614 | 47,629 | 47,541 | 47,717 | 47,607 | 47,596 | 47,614 | 47,604 | 47,546 | 47,550 |
| 47,605 | 47,660 | 47,513 | 47,662 | 47,608 | 47,604 | 47,574 | 47,566 | 47,562 | 47,642 |
| 47,556 | 47,594 | 47,595 | 47,615 | 47,579 | 47,621 | 47,628 | 47,595 | 47,632 | 47,584 |
| 47,637 | 47,575 | 47,570 | 47,635 | 47,562 | 47,582 | 47,633 | 47,615 | 47,601 | 47,632 |
| 47,595 | 47,647 | 47,596 | 47,596 | 47,679 | 47,655 | 47,606 | 47,634 | 47,651 | 47,688 |
| 47,645 | 47,621 | 47,546 | 47,615 | 47,696 | 47,683 | 47,663 | 47,541 | 47,507 | 47,593 |
| 47,559 | 47,542 | 47,627 | 47,590 | 47,577 | 47,554 | 47,584 | 47,643 | 47,592 | 47,633 |
| 47,625 | 47,611 | 47,541 | 47,580 | 47,563 | 47,615 | 47,569 | 47,615 | 47,607 | 47,598 |
| 47,530 | 47,637 | 47,656 | 47,543 | 47,542 | 47,604 | 47,600 | 47,604 | 47,603 | 47,513 |

По объёму партии продукции и уровню контроля пользуясь таблицей 1 ГОСТ Р 50779.71. определяем код объёма выборки – E.

По коду объёма выборки и заданному приемлемому уровню качества из таблицы 3А ГОСТ Р 50779.71 выбираем объём выборки, приемочное и браковочное числа для каждой ступени контроля. Результаты представим в виде таблицы 6.2:

Таблица 6.2 – Результаты

|  |  |  |  | <b>Контрольные нормативы</b> |
|--|--|--|--|------------------------------|
|--|--|--|--|------------------------------|

| Код объёма выборки | Степень контроля | Объём контроля на каждой ступени | Суммарный объём контроля | Ac | Re |
|--------------------|------------------|----------------------------------|--------------------------|----|----|
| E                  | Первая           | 8                                | 8                        | 0  | 2  |
|                    | Вторая           | 8                                | 16                       | 1  | 2  |

Из партии продукции объёмом  $N = 240$  извлечем выборку объёмом  $n_1 = 8$  (таблица 6.3), в которой определим количество несоответствующих единиц  $z_1$ . Значение контролируемого параметра должно лежать в интервале  $[47,520; 47,680]$ .  
Таблица 6.3 – Результат контроля на первой ступени

| №п.п. | №выб | Значение параметра | Результат контроля |
|-------|------|--------------------|--------------------|
| 5     | 1    | 47,565             | –                  |
| 30    | 2    | 47,582             | –                  |
| 86    | 3    | 47,629             | –                  |
| 112   | 4    | 47,607             | –                  |
| 146   | 5    | 47,561             | –                  |

Продолжение таблицы 6.3

|     |   |        |   |
|-----|---|--------|---|
| 180 | 6 | 47,613 | – |
| 205 | 7 | 47,599 | – |
| 240 | 8 | 47,513 | + |

Количество несоответствующих единиц продукции  $z_1 = 1$  находится в пределах между приемочным числом первой ступени контроля  $Ac_1$  и браковочным числом первой ступени  $Re_1$ , поэтому переходим на следующую ступень контроля. Из партии продукции извлекаем выборку объёмом  $n_2 = 8$  (таблица 6.4), в которой определим количество несоответствующих единиц  $z_2$ .

Таблица 6.4 – Результат контроля на второй ступени

| №п.п. | №выб | Значение параметра | Результат контроля |
|-------|------|--------------------|--------------------|
| 15    | 1    | 47,574             | –                  |
| 45    | 2    | 47,621             | –                  |
| 71    | 3    | 47,541             | –                  |
| 92    | 4    | 47,596             | –                  |

|            |          |               |   |
|------------|----------|---------------|---|
| <b>131</b> | <b>5</b> | <b>47,585</b> | – |
| <b>150</b> | <b>6</b> | <b>47,648</b> | – |
| <b>179</b> | <b>7</b> | <b>47,595</b> | – |
| <b>214</b> | <b>8</b> | <b>47,591</b> | – |

Количество несоответствующих единиц продукции  $z_2 = 0$ .

Определим сумму количества несоответствующих единиц на первой и второй ступенях контроля:  $z_1 + z_2 = 1 + 0 = 1$ .

В нашем случае сумма количества несоответствующих единиц равна приемочному числу второй ступени контроля  $A_{c2} = 1$ , следовательно, партия принимается.

Исходными данными для построения оперативной характеристики являются объём партии продукции  $N=240$ , уровень контроля – I общий и приемлемый уровень качества  $AQL = 2,5$ .

По объёму партии продукции и уровню контроля пользуясь таблицей 1 ГОСТ Р 50779.71 определяем код объёма выборки – E.

Из таблицы X-E-1 ГОСТ Р 50779.71 в зависимости от заданного приемлемого уровня качества для нормированных значений ожидаемой доли принятых партий выбирают десять значений качества предъявленной продукции (таблица 6.5)

Таблица 6.5 – Данные для построения оперативной характеристики

| <b>Вероятность приёмки партии продукции<br/>P, %</b> | <b>Уровень дефективности продукции p,<br/>%</b> |
|--|---|
| <b>100</b>   | <b>0</b>  |
| <b>99</b>  | <b>0,759</b>                                    |
| <b>95</b>  | <b>1,81</b>                                     |
| <b>90</b>  | <b>2,69</b>                                     |
| <b>75,0</b>  | <b>4,81</b>                                     |
| <b>50,0</b>  | <b>8,25</b>                                     |
| <b>25,0</b>  | <b>12,9</b>                                     |
| <b>10,0</b>  | <b>18,1</b>                                     |
| <b>5,0</b>   | <b>21,6</b>                                     |
| <b>1,0</b>   | <b>28,9</b>                                     |

График оперативной характеристики представим в виде рисунка 6.1.

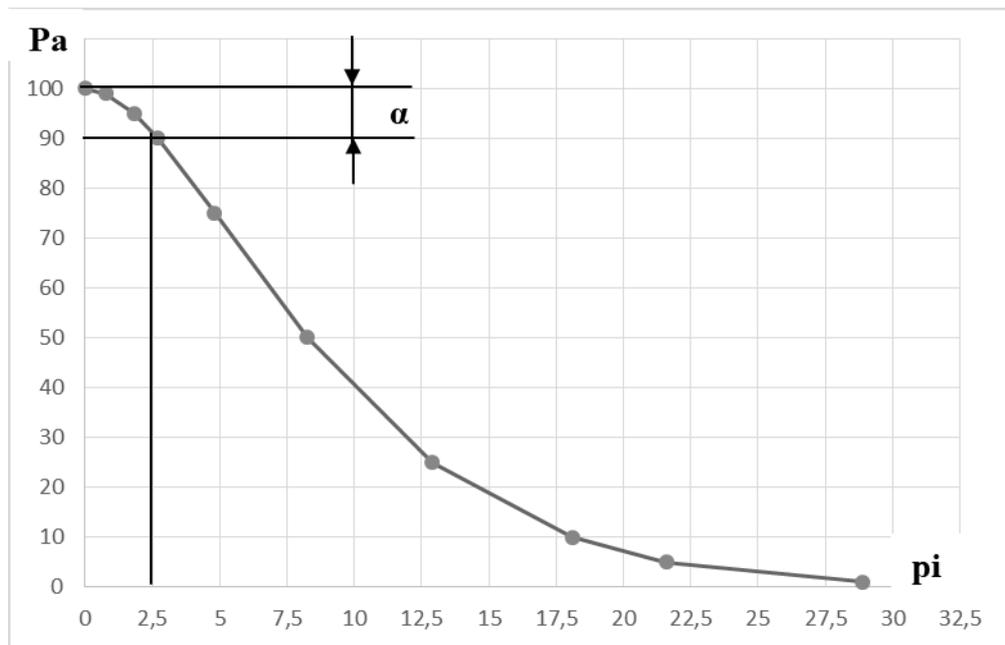


Рисунок 6.1 – Оперативная характеристика

Из оперативной характеристики видно, что вероятность приемки партии продукции составляет  $\approx 90\%$ , а риск поставщика составляет  $10\%$ .

## **ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ**

по дисциплине «Алгоритмы управления несоответствиями производственных процессов».

1. Изменчивость процессов. Вариации значений показателей качества как результат несоответствия процессов. Источники изменчивости.
2. Базовые принципы нормирования показателей качества. Дискретные и непрерывные случайные величины.
3. Распределение случайных величин. Точечные и интервальные оценки распределения.
4. Оценка параметров по количественным или атрибутивным (альтернативным) признакам.
5. Алгоритмы расчета точечных и интервальных оценок параметров.
6. Теоретические основы оценки статистической стабильности и управляемости процессов.
7. Валидация продукции и процессов. Определение характеристик процесса. Анализ возможности и пригодности процесса.
8. Описательная статистика. Инструменты описательной статистики.
9. Анализ данных методами описательной статистики. Примеры применения.
10. Проверка гипотез как статистическая процедура оценки соответствия совокупности данных о конкретной гипотезе с заданным уровнем риска.
11. Анализ стабильности и управляемости процесса как последовательность приемов, направленных на изучение присущей процессу изменчивости.
12. Применяемые инструменты оценки качества продукции на этапе идентификации источников изменчивости.
13. Ранжирование источников несоответствий. Методики выделения наиболее влияющих факторов и их нормирование.
14. Статистическое управление процессами на основе «контрольных карт». Виды контрольных карт.
15. Карты для управления на основе количественных данных. Примеры применения.
16. Карты для управления на основе атрибутивных (альтернативных) данных. Примеры применения.
17. Выборочный контроль. Виды выборок. Риски поставщика и потребителя.
18. Планы выборочного контроля. Одноступенчатый и двухступенчатый и многоступенчатый планы контроля.
19. Последовательные планы статистического приемочного контроля на базе количественных данных.

20. Последовательные планы статистического приемочного контроля на базе атрибутивных (альтернативных) данных.
21. Уровень дефектности. Приемлемый уровень качества, предельное качество, среднее выходное качество.
22. Стабильность технологических процессов. Особые и обычные причины изменчивости процесса. Управляемость процесса.
23. Статистические показатели возможностей процесса. Индексы пригодности  $P_p$  и  $P_{pk}$ .
24. Статистическое регулирование процесса. Риски первого и второго рода. Средняя длина серии выборок  $L_0$  и  $L_1$ .
25. Классификация дефектов. Приемочные и браковочные числа.
26. Классификация контрольных карт регулирования по чувствительности к разладке процесса, их основные характеристики.
27. Статистические показатели возможностей процесса. Индексы воспроизводимости  $C_p$  и  $C_{pk}$ .
28. Статистический приемочный контроль. Классификация дефектов. Риск поставщика и риск потребителя.
29. Оперативная характеристика плана выборочного контроля.
30. Формирование априорной информации о процессе путем анализа гистограмм
31. Графические критерии анализа априорной информации о статистической стабильности процесса.
32. Партии продукции и порядок их формирования. Методы отбора единиц в выборку.

**Белорусский национальный технический университет**

**АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
НЕСООТВЕТСТВИЯМИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ  
ПРОЦЕССОВ**

**УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 1-54 80 01  
«ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕСТВА»**

Минск 2019 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-54 80 01-2019

**СОСТАВИТЕЛЬ:** *В.Л. Соломахо*, профессор кафедры «Стандартизация, метрология и информационные системы» Белорусского национального технического университета, доктор технических наук, профессор;

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

*Б.В. Цитович*, профессор Белорусского государственного института переподготовки и повышения квалификации по стандартизации, метрологии и управлению качества, кандидат технических наук, доцент.

*В.А. Сидоров*, доцент кафедры «Технология конструкционных материалов» Белорусского национального технического университета, кандидат технических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой «Стандартизация, метрология и информационные системы» Белорусского национального технического университета (протокол № 22 от 11.06. 2019 г.)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ П.С. Серенков

Методической комиссией приборостроительного факультета Белорусского национального технического университета (протокол № от . 2019 г.)

Председатель методической комиссии \_\_\_\_\_ В.В. Красовский  
Научно-методическим советом Белорусского национального технического университета (протокол № \_\_\_\_\_ секции №1 от \_\_\_\_\_ 2019 г.)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Алгоритмы управления несоответствиями производственных процессов» разработана для специальности II ступени высшего образования 1-54 80 01 «Обеспечение качества».

Цель изучения учебной дисциплины - освоение теории и практики использования современных принципов, методов и технологий выявления источников несоответствий, их ранжирования, количественной или качественной оценки, специальных техник моделирования и прогнозирования процессов для принятия результативных управляющих решений, направленных на построение стратегии успешной деятельности организации

Основные задачи учебной дисциплины - формирование у магистрантов прочных знаний, касающихся

- алгоритма процедур, осуществление которого обеспечивает эффективное управление несоответствиями;
- методов выявления и анализа источников изменчивости процессов;
- методик нормирования показателей качества, расчета точечных и интервальных оценок параметров;
- методик количественной и качественной оценки несоответствий;
- специальных техник моделирования и прогнозирования процессов;
- алгоритмов принятия результативных управляющих решений.

Учебная дисциплина базируется на знаниях, полученных при изучении таких дисциплин как:

- «прикладная математика» (теория вероятности и математическая статистика);
- «теоретическая метрология»;
- «статистические методы контроля качества»;
- «системы менеджмента качества»;
- «теория планирования промышленного эксперимента».

Знания и умения, полученные магистрантами при изучении данной дисциплины, необходимы для освоения следующей специальной дисциплины:

- «системы поддержки принятия решений»;

В результате изучения учебной дисциплины «Алгоритмы управления несоответствиями производственных процессов» магистрант должен:

**знать:**

- теоретические основы и методы анализа точности и стабильности процессов
- базовые принципы нормирования показателей качества;
- алгоритмы расчета точечных и интервальных оценок параметров;

**уметь:**

- проектировать процедуры, осуществление которых обеспечивает эффективное управление несоответствиями;
- выбирать инструменты статистического управления несоответствиями;
- эффективно использовать специальные техники моделирования и прогнозирования процессов;

**владеть:**

- методикой оценки статистической стабильности и управляемости процессов;
- методами количественной и качественной оценки несоответствий;
- методами управления процессами на основе статистических данных;
- алгоритмами принятия результативных управляющих решений.

Освоение данной учебной дисциплины обеспечивает формирование следующих компетенций:

СК-2. Быть способным разрабатывать алгоритмы, выбирать и применять в научной и профессиональной деятельности методики идентификации несоответствий, определение влияющих факторов и управления ими.

Согласно учебному плану для очной формы получения высшего образования II ступени на изучение учебной дисциплины отведено всего 170 ч., из них аудиторных - 56 ч.

Распределение аудиторных часов по курсам, семестрам и видам занятий приведено в таблице 1.

Таблица 1

| Очная форма получения высшего образования |            |                          |                          |                          |
|---|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Семестр                                   | Лекции, ч. | Лабораторные занятия, ч. | Практические занятия, ч. | Форма текущей аттестации |
| 2   | 32         | –                        | 24                       | Экзамен                  |
| 2   |            | –                        |                          | курсовая работа          |

Согласно учебному плану для заочной формы получения высшего образования II ступени на изучение учебной дисциплины отведено всего 170 ч., из них аудиторных - 14 ч.

Распределение аудиторных часов по курсам, семестрам и видам занятий приведено в таблице 2.

Таблица 2

| Очная форма получения высшего образования |            |                          |                          |                          |
|---|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Семестр                                   | Лекции, ч. | Лабораторные занятия, ч. | Практические занятия, ч. | Форма текущей аттестации |
| 2   | 8          | –                        | 6                        | Экзамен                  |
| 3   |            | –                        |                          | курсовая работа          |

## **СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

### **Раздел I. Изменчивость процессов и качество продукции.**

#### **Тема 1. Источники изменчивости процессов**

Изменчивость процессов. Вариации значений показателей качества как результат несоответствия процессов. Источники изменчивости: оборудование, технология, исполнитель, условия производства (температура, влажность, давление и т.д.). Дефекты продукции. Идентификация дефектов, возникающих в процессе производства, и факторы, подлежащие контролю и управлению. Классификация показателей качества.

#### **Тема 2. Нормативно-методическое обеспечение системы менеджмента несоответствиями производственных процессов**

ТНПА, руководящие материалы, методические указания, регламентирующие применение методов сбора и анализа статистической информации, расчета точечных и интервальных оценок параметров, методов оценки изменчивости процессов и их управления для поддержания в рабочем состоянии и совершенствования системы менеджмента несоответствиями производственных процессов.

#### **Тема 3. Нормирование показателей качества продукции и процессов.**

Базовые принципы нормирования показателей качества. Дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение случайных величин. Точечные и интервальные оценки распределения. Оценка параметров по количественным или атрибутивным (альтернативным) признакам. Алгоритмы расчета точечных и интервальных оценок параметров.

### **Раздел 2. Теоретические основы оценки несоответствий, методы сбора, анализа и управления несоответствиями.**

#### **Тема 4. Инструменты статистического управления несоответствиями.**

Теоретические основы оценки статистической стабильности и управляемости процессов. Инструменты статистического управления несоответствиями.

Описательная статистика как комплекс процедур, направленный на представление статистических данных способом, позволяющим определить характеристики их распределения. Инструменты описательной статистики. Анализ данных методами описательной статистики. Примеры применения.

Проверка гипотез как статистическая процедура оценки соответствия совокупности данных о конкретной гипотезе с заданным уровнем риска. Оценка данных для принятия решения о справедливости конкретной гипотезы относительно статистической модели или параметра. Примеры применения.

Анализ возможностей процесса как последовательность приемов, направленных на изучение присущей процессу изменчивости для оценки его

способности производить продукцию, соответствующую установленным требованиям. Примеры применения.

Выборочный контроль – статистический метод получения информации относительно некоторой характеристики совокупности с помощью изучения представительной ее части (выборки). Методы выборочного контроля. Выбор метода контроля. Планы выборочного контроля. Примеры применения.

Управление процессами на основе статистических данных и «контрольных карт». Виды контрольных карт. Карты для управления на основе количественных и атрибутивных данных. Примеры применения.

### **Раздел 3. Комплексный подход к менеджменту несоответствиями.**

#### **Тема 5. Разработка алгоритмов менеджмента несоответствий и возможность их применения в профессиональной деятельности.**

Валидация продукции и процессов. Определение характеристик процесса. Анализ возможности и пригодности процесса.

Выявление факторов, потенциально влияющих на качество продукции. Применяемые инструменты управления качеством продукции на этапе идентификации источников изменчивости.

Ранжирование источников несоответствий. Методики выделения наиболее влияющих факторов и их нормирование.

Контроль как один из инструментов выявления и устранения несоответствий. Классификация видов контроля. Риски поставщика и потребителя. Характеристика планов выборочного контроля.

Механизмы управления процессами, направленные на предотвращение производства потенциально несоответствующей (дефектной) продукции.

#### **Тема 6. Методы статистического моделирования.**

Статистические методы, направленные на анализ влияния независимых переменных и изменения «поведения» исследуемых характеристик, основанные на применении кластерного, дисперсионного, регрессионного, дискриминантного анализа, анализа временных рядов.

Специальные техники для выявления факторов влияющих на качество продукции и механизмов управления ими: FMEA, VE, QFD, QLF и др.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Список литературы

#### Основная литература

1. Горленко, О.А. Статистические методы в управлении качеством: учеб. пособие / О.А. Горленко, Н.М. Борбаць. – 2-е изд., Москва: Юрайт, 2020. – 306 с.
2. Бородачѳв, С. М. Статистические методы в управлении качеством : учеб. пособие / С.М. Бородачѳв. – Екатеринбург : изд. УФУ, 2016. – 187 с.

#### Дополнительная литература

1. Миттаг, Х. Статистические методы обеспечения качества / Х. Миттаг, Х. Ринне . – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
2. Данилевич, С.Б. Планирование выходного измерительного контроля качества продукции / С.Б. Данилевич. – Новосибирск: изд. НГТУ, 2006. – 137 с.
3. Вуколов, Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistica и Excel / Э.А. Вуколов. – М.: ИНФРА-М, 2004. – 464 с.
4. Филонов, И.П. Вероятностно-статистические методы оценки качества в машиностроении / И.П. Филонов, А.И. Медведев. – Минск.: «Тесей», 2000. – 224 с.
5. Чичко, А.Н. Статистические методы регулирования качества продукции в литейном производстве: учеб. пособие для вузов / А.Н. Чичко, В.Ф. Соболев, О.И. Чичко. – Мн.: БНТУ, 2006. – 303 с.
6. Клячкин, В.Н. Компьютерный практикум по статистическим методам в управлении качеством : учеб. пособие / В.Н. Клячкин. – Ульяновск : УлГТУ, 2013. – 156 с.
7. Ефимов, В.В. Статистические методы в управлении качеством : учеб. пособие / В.В. Ефимов. – Ульяновск : УлГТУ, 2003. – 320 с.
8. Клячкин, В.Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учеб. пособие / В.Н. Клячкин. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2009. – 304 с.
9. Кане, М.М. Управление качеством продукции машиностроения: учебное пособие для вузов / М. М. Кане [и др.]; под общ. ред. М. М. Кане. – М.: Машиностроение, 2010. – 416 с.

### **Средства диагностики результатов учебной деятельности**

Оценка уровня знаний магистранта производится по десятибалльной шкале в соответствии с критериями, утвержденными Министерством образования Республики Беларусь.

Для оценки достижений магистранта рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

- устный и письменный опрос во время практических занятий;
- защита выполненных в рамках самостоятельной работы индивидуальных заданий;
- собеседование при проведении индивидуальных и групповых консультаций;
- выступление магистранта на конференции по подготовленному реферату;
- защита курсовой работы;
- сдача экзамена.

### **Перечень тем практических занятий**

1. Базовые принципы нормирования показателей качества.
2. Оценка параметров по количественным или атрибутивным признакам. Алгоритмы расчета точечных и интервальных оценок параметров.
3. Анализ возможностей процесса. Статистические показатели точности и стабильности процессов.
4. Проверка статистических гипотез.
5. Статистические методы управления процессами по количественным данным. Контрольные карты средних арифметических значений, индивидуальных значений и медиан.
6. Статистические методы управления процессами по количественным данным. Контрольные карты стандартных отклонений, размахов и скользящих размахов.
7. Статистические методы управления процессами по атрибутивным данным. Контрольные карты доли несоответствующих единиц продукции (р-карты), количества несоответствий (с-карты), количества несоответствующих единиц продукции (np-карты), количества несоответствий на единицу продукции (u-карты).
8. Методы и планы выборочного контроля. Риски поставщика и потребителя. Оперативная характеристика плана выборочного контроля.
9. Методы и инструменты описательной статистики.
10. Методы статистического моделирования. Корреляционный и регрессионный анализ.

### **Примерная тематика курсовой работы**

Курсовая работа представляет собой комплекс заданий, включающий:

- проверку гипотез и оценку данных относительно статистической модели;
- анализ статистических показателей стабильности технологического процесса и расчет индексов пригодности и воспроизводимости процесса;
- построение карт регулирования технологических процессов по количественному и альтернативному признакам;
- построение оперативной характеристики для принятого плана статистического приемочного контроля;
- Примеры практического применения специальных техник для выявления факторов влияющих на качество продукции и механизмов управления ими ( FMEA, VE, QFD, QLF и др.)

### **Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы магистрантов**

1. Сплошной и выборочный контроль. Сущность статистических методов контроля и управления качеством. Основные области применения статистических методов управления качеством. Статистическая оценка, статистический анализ, статистическое регулирование, статистический приемочный контроль.
2. Основные понятия и определения теории вероятности: испытание, событие, вероятность, частота и частость. Алгебра случайных событий .
3. Изменчивость процессов. Источники изменчивости. Дефекты продукции. Классификация показателей качества.
4. Нормативно-методическое обеспечение системы менеджмента несоответствиями производственных процессов.
5. Базовые принципы нормирования показателей качества.
6. Основные понятия и определения теории выборок. Статистическая совокупность. Выборки и их классификация.
7. Распределение случайных величин. Методы описательной статистики. Графическая форма представления результатов распределения случайной величины.
8. Дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение случайных величин. Законы распределения случайных величин. Числовые характеристики (оценки) распределения случайной величины.
9. Статистическая проверка гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Уровни значимости гипотез. Критерии согласия.
10. Стабильность технологических процессов. Особые и обычные причины изменчивости процесса. Управляемость процесса. Статистические показатели возможностей процесса. Индексы пригодности  $P_p$  и  $P_{pk}$ .
11. Статистические методы регулирования (управления) технологических процессов. Предварительный анализ процесса. Риски первого и второго рода. Средняя длина серии выборок  $L_0$  и  $L_1$ .

12. Описательная статистика. Средства и методы описательной статистики.
13. Классификация дефектов. Приемочные и браковочные числа.
14. Механизмы управления процессами. Классификация контрольных карт регулирования по чувствительности к разладке процесса, их основные характеристики.
15. Статистические показатели возможностей процесса. Индексы воспроизводимости  $C_p$  и  $C_{pk}$ .
16. Контрольные карты регулирования по альтернативному признаку.
17. Контрольные карты регулирования по количественному признаку. Простые контрольные карты регулирования, их основные характеристики. Расчет границ регулирования.
18. Контрольные карты регулирования по альтернативному признаку. Расчет границ регулирования.
19. Статистический приемочный контроль. Классификация дефектов. Риск поставщика и риск потребителя.
20. Оперативная характеристика плана выборочного контроля. Уровни плана контроля и корректировка планов контроля.
21. Планы статистического приемочного контроля. Одноступенчатый план контроля. Двухступенчатый план контроля. Многоступенчатый план контроля. Последовательный план приемочного контроля по альтернативному признаку.
22. Последовательность приемки партии продукции по альтернативному признаку.
23. Уровень дефектности. Приемлемый уровень качества, предельное качество, среднее выходное качество.
24. Контрольные карты с предупреждающими границами.
25. Формирование априорной информации о процессе путем анализа гистограмм.
26. Графические критерии анализа априорной информации о статистической стабильности процесса.
27. Статистический приемочный контроль. Термины и определения: единица продукции, штучная/ нештучная продукция.
28. Партии продукции и порядок их формирования. Методы отбора единиц продукции в выборку.
29. Статистический приемочный контроль. Характеристики несоответствующей и дефектной продукции. Контрольные нормативы.

### **Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов**

При изучении дисциплины предполагается использовать следующие формы самостоятельной работы:

- решение индивидуальных задач;
- подготовка презентаций по заданным темам;
- составление тематической подборки литературных источников, интернет-источников;
- проработка тем (вопросов), вынесенных на самостоятельное изучение;
- подготовка курсовой работы по индивидуальным заданиям.
- подготовка рефератов по индивидуальным темам, в том числе с использованием патентных материалов;
- подготовка разделов магистерской диссертации работы по индивидуальным заданиям в соответствии с планом исследований;
- подготовка материалов для публикаций.

### **Методы (технологии) обучения**

Основными методами (технологиями) обучения, отвечающими целям изучения дисциплины, являются:

- вариативное изложение теоретических и методических аспектов изучаемой дисциплины, реализуемые на лекционных занятиях;
- коммуникативные технологии (дискуссия, учебные дебаты, мозговой штурм и другие формы и методы), реализуемые на практических занятиях;
- проектные технологии, используемые при выполнении курсовой работы.

### **Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы магистранта**

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- подготовка рефератов по индивидуальным темам, в том числе с использованием патентных материалов;
- подготовка разделов магистерской диссертации работы по индивидуальным заданиям в соответствии с планом исследований;
- подготовка материалов для публикаций.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### Основная литература

1. Горленко, О.А. Статистические методы в управлении качеством: учеб. пособие / О.А. Горленко, Н.М. Борбаць. – 2-е изд., Москва: Юрайт, 2020. – 306 с.
2. Бородачѳв, С. М. Статистические методы в управлении качеством : учеб. пособие / С.М. Бородачѳв. – Екатеринбург : изд. УФУ, 2016. – 187 с.

### Дополнительная литература

1. Миттаг, Х. Статистические методы обеспечения качества / Х. Миттаг, Х. Ринне . – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
2. Данилевич, С.Б. Планирование выходного измерительного контроля качества продукции / С.Б. Данилевич. – Новосибирск: изд. НГТУ, 2006. – 137 с.
3. Вуколов, Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistica и Excel / Э.А. Вуколов. – М.: ИНФРА-М, 2004. – 464 с.
4. Филонов, И.П. Вероятностно-статистические методы оценки качества в машиностроении / И.П. Филонов, А.И. Медведев. – Минск.: «Тесей», 2000. – 224 с.
5. Чичко, А.Н. Статистические методы регулирования качества продукции в литейном производстве: учеб. пособие для вузов / А.Н. Чичко, В.Ф. Соболев, О.И. Чичко. – Мн.: БНТУ, 2006. – 303 с.
6. Клячкин, В.Н. Компьютерный практикум по статистическим методам в управлении качеством : учеб. пособие / В.Н. Клячкин. – Ульяновск : УлГТУ, 2013. – 156 с.
7. Ефимов, В.В. Статистические методы в управлении качеством : учеб. пособие / В.В. Ефимов. – Ульяновск : УлГТУ, 2003. – 320 с.
8. Клячкин, В.Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учеб. пособие / В.Н. Клячкин. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2009. – 304 с.
9. Кане, М.М. Управление качеством продукции машиностроения: учебное пособие для вузов / М. М. Кане [и др.]; под общ. ред. М. М. Кане. – М.: Машиностроение, 2010. – 416 с.