

## ПОСТРОЕНИЕ ЯВНЫХ, НЕЯВНЫХ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ЗАДАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В СИСТЕМЕ «CALCPLOT3D»

*Андрейчиков Владислав Владимирович, Трофимчик Илья Александрович,  
студенты 2-го курса кафедры «Геодезии и аэрокосмических геотехнологий»  
(Научный руководитель – Хотомцева М.А., старший преподаватель)*

Поверхности широко применяются в различных областях науки и техники при создании очертаний различных форм или как объекты инженерных исследований.

Различают три основных способа задания поверхностей:

1. Явный —  $z = f(x, y)$ ;
2. неявный —  $F(x, y, z) = 0$ ;
3. Параметрический — 
$$\begin{cases} x = x(u, v), \\ y = y(u, v), \\ z = z(u, v). \end{cases}$$

Без использования систем компьютерной графики процесс построения и исследования поверхностей представляется достаточно трудоёмким. При изучении дисциплины «Дифференциальная геометрия и основы теории поверхностей» наряду с графическими калькуляторами «Desmos» и системой «GeoGebra» мы применяли систему «CalcPlot3D».

CalcPlot3D предназначена для динамической визуализации и исследования среды для многомерного исчисления. Её используют для иллюстрации геометрических взаимосвязей объектов многомерного исчисления, для иллюстрации изменения векторов скорости и ускорения для движения в плоскости и в пространстве, для построения движущегося трёхгранника Френе, для построения соприкасающейся окружности и вычисления кривизны кривой, для построения линий уровня поверхностей, для демонстрации векторов градиента и векторных полей, для определения пределов интегрирования для двойных и тройных интегралов.

Использование системы CalcPlot3D позволяет построить поверхность, заданную функциями, с достаточно сложными аналитическими выражениями с большим количеством слагаемых.

Рассмотрим примеры построения специальных типов поверхностей, заданных явно:

1. Гиперболический параболоид  $z = x^2 - y^2$

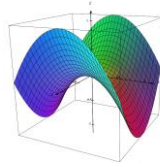


Рисунок 1 – Гиперболический параболоид

примеры построения специальных типов поверхностей, заданных неявно:

2. Поверхность Штейнера  $x^2 \cdot y^2 + y^2 \cdot z^2 + x^2 \cdot z^2 + x \cdot y \cdot z = 0$ .

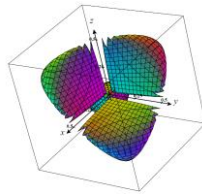


Рисунок 2 – Поверхность Штейнера

3. Поверхность вируса  $\cos(5x) \cdot \cos(5y) \cdot \cos(5z) + 0,215 = x^2 + y^2 + z^2$ .

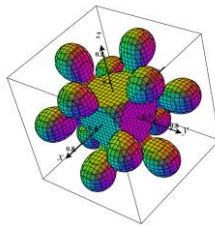


Рисунок 3 – Поверхность вируса

4. Поверхность ласточкиного хвоста

$$-4z^2y^2 - 27y^4 + 16xz^4 - 128x^2z^2 + 144xy^2 + 256x^3 = 0$$

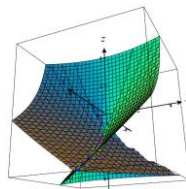


Рисунок 4 – Поверхность ласточкиного хвоста

Примеры построения специальных типов поверхностей заданных параметрически:

$$5. \text{ Катеноид } \begin{cases} x(u, v) = 2 \cosh\left(\frac{v}{2}\right) \cos(u), \\ y(u, v) = v, \\ z(u, v) = 2 \cosh\left(\frac{v}{2}\right) \sin(u) \end{cases}$$

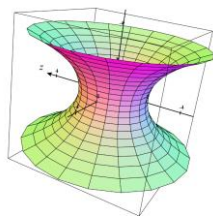


Рисунок 5 – Катеноид

$$6. \text{ Поверхность Дини } \begin{cases} x(u, v) = \cos(u) \sin(v), \\ y(u, v) = \sin(u) \sin(v), \\ z(u, v) = \cos(v) + \ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{v}{2}\right)\right) + 2u. \end{cases}$$

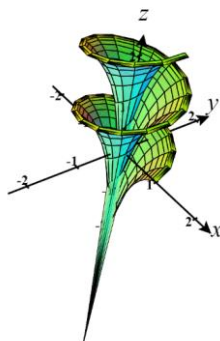


Рисунок 6 – Поверхность Дини

CalcPlot3D универсальная программа, позволяющая выполнять множество функций. Если сравнивать прошлое и настоящее, то можно сделать закономерный вывод: что раньше человеку без пространственного мышления достаточно трудно было работать с уравнениями поверхностей, так как работали только аналитически. Теперь же технологии и компьютерные программы развиваются с каждым днём, и появляются такие программы как CalcPlot3D. Которые не только помогают визуализировать поверхности, а также помогают развить у человека пространственное мышление.