

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Физика»

ИЗУЧЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Пособие для студентов специальностей
1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана
воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение,
водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты,
транспортные тоннели и метрополитены»

В 2 частях

Часть 2

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь по образованию
в области строительства и архитектуры*

Минск
БНТУ
2021

УДК 537.31(075.6)

ББК 22.33я7

И88

С о с т а в и т е л и:

*А. К. Есман, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук, П. Г. Кужир, Г. Л. Зыков,
В. А. Потачиц, А. А. Иванов, И. А. Климович*

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра «Общая физика» БГУ, зав. кафедрой *А. И. Слободянюк*;
д-р техн. наук, профессор *Н. И. Мухуров*

И88 Изучение деформированного состояния твердых тел : пособие для студентов специальностей 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство», 1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены» : в 2 ч. / сост.: А. К. Есман [и др.]. – Минск : БНТУ, 2021. – Ч. 2. – 44 с.

ISBN 978-985-583-219-6 (Ч. 2).

В пособии представлены материалы для проведения лабораторных работ по изучению деформированного состояния твердых тел. Подробно рассмотрены основные характеристики механических свойств твердых тел.

Описана методика расчета микронапряжений и областей когерентного рассеяния в твердых телах. Рассмотрены основные физические закономерности упругой деформации растяжения, описана методика экспериментального определения модуля Юнга материала металлической проволоки методом ее растяжения.

УДК 537.31(075.6)

ББК 22.33я7

ISBN 978-985-583-219-6 (Ч. 2)

ISBN 978-985-583-211-0

© Белорусский национальный
технический университет, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1 (Д2). Изучение микронапряжений и областей когерентного рассеяния в твердых телах	4
1.1. Введение.....	4
1.2. Твердые тела.....	5
1.3. Основные характеристики механических свойств твердого тела.....	8
Порядок выполнения работы.....	20
Контрольные вопросы.....	24
Лабораторная работа № 2 (49). Изучение законов упругой деформации растяжения	25
2.1. Понятие об упругих и пластических деформациях.....	25
2.2. Силы и деформации при растяжении.....	27
2.3. Вывод рабочей формулы для определения модуля Юнга....	30
2.4. Работа, совершаемая при деформации.....	31
2.5. Диаграмма напряжений.....	34
2.6. Описание установки для проведения эксперимента.....	38
Порядок выполнения лабораторной работы.....	40
Контрольные вопросы.....	42
ЛИТЕРАТУРА	43

Лабораторная работа № 1 (Д2)

ИЗУЧЕНИЕ МИКРОНАПРЯЖЕНИЙ И ОБЛАСТЕЙ КОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Цель работы: изучить основные характеристики механических свойств твердых тел, освоить методику вычислений микронапряжений и областей когерентного рассеяния в твердых телах.

Приборы: компьютер.

1.1. Введение

Почему важно исследовать твердые тела?

Твердые тела – это металлы и диэлектрики, без которых не могут существовать электро-, микро- и СВЧ-техника. Это полупроводники, лежащие в основе альтернативной энергетики и современной электроники, магниты, сверхпроводящие материалы, конструкционные и строительные материалы и т. д.

Следовательно, можно говорить о том, что твердые тела и материалы, которыми располагают государства, во многом определяют уровень их развития. Потребности промышленности, электроники, компьютерной техники и т. д. диктуют условия для создания технически важных твердых тел и материалов с требуемыми для практического применения свойствами.

Конкретные области применения различного рода твердых материалов (кристаллов, керамических материалов, стекол, композитов и др.) определяются их физическими свойствами.

Под **физическими свойствами твердых тел** понимают закономерности поведения и отклика твердых тел при воздействии на них определенных сил и полей.

К физическим свойствам твердых тел относятся *механические, тепловые, электрические, магнитные, оптические* и др.

Механические свойства твердых тел многообразны. К ним относятся *упругость, пластичность, прочность, твердость, способность к распространению звука* и т. д.

Для изменения механических свойств твердых тел, например, кристаллов, используются специальные методы, которые направлены либо на устранение дефектов кристаллической решетки, либо,

наоборот, на их создание. Реакция твердого тела на механическое воздействие (сжатие, растяжение, изгиб, удар, кручение) определяется силами взаимодействия между атомами, расположенными в кристаллической решетке. Следовательно, в конечном итоге характер деформаций определяется геометрией кристаллической решетки и наличием дефектов.

Механические свойства материалов (металлов и сплавов, полимеров и стекол, керамик, текстильных нитей и тканей, дерева и др.) исследуются с помощью механических испытаний, целью которых является установление связи между приложенными к материалу механическими напряжениями и его деформацией.

К **термическим свойствам** относят свойства, которые характеризуют поведение твердых тел под воздействием тепловых полей. **Электромагнитные свойства** – это электрические и магнитные свойства твердых тел, которые определяют их поведение в электрических и магнитных полях, способность проводить электрический ток, поляризоваться или намагничиваться. К электромагнитным свойствам можно также отнести радиационные свойства, проявляющиеся при воздействии на твердое тело потоков микрочастиц (нейтронов, позитронов, мезонов и др.) или электромагнитных волн, например, рентгеновских лучей, гамма-лучей и др.

1.2. Твердые тела

Твердое тело – это одно из четырех (газообразное, жидкое, твердое, плазма) агрегатных состояний вещества, которое характеризуется стабильностью формы (рис. 1.1) и определенным характером теплового движения атомов, совершающих малые колебания около положений равновесия.

По типу упорядочения атомов различают кристаллические и аморфные твердые тела (рис. 1.2).

Аморфные тела – это твердые тела, которые способны сохранять форму, но не имеют кристаллической структуры. К ним относятся стекла, смолы, клея, парафин, воск и др. У аморфных твердых тел отсутствует строгий порядок в расположении атомов (рис. 1.2, а).

Упорядоченность (согласованность в расположении атомов) в этих телах наблюдается только на близких расстояниях, соответствующих межатомным и составляющих 0,5–10 нм.

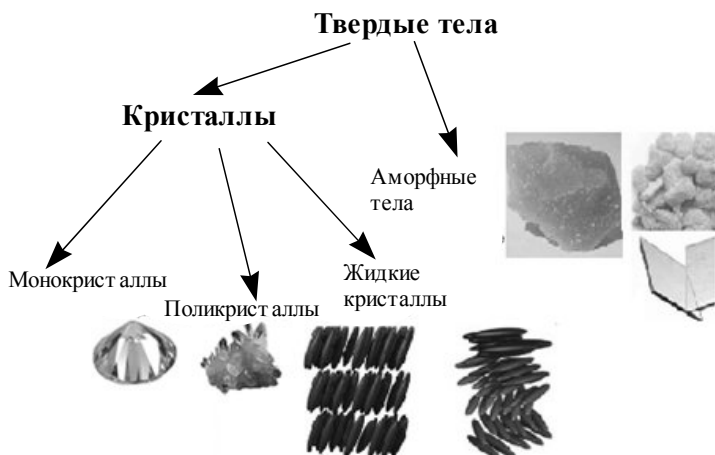


Рис. 1.1. Классификация твердых тел

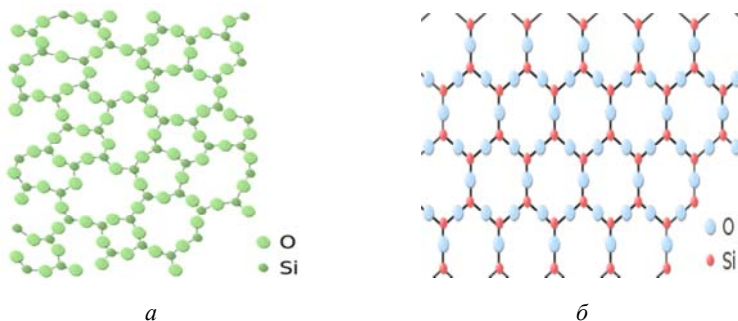


Рис. 1.2. Расположение атомов в твердых телах:
a – неупорядоченное аморфное; *б* – упорядоченное кристаллическое

Аморфные тела занимают промежуточное положение между кристаллами и жидкостями. При нагревании аморфные тела постепенно размягчаются, становятся все более текучими, поэтому невозможно указать температуру, при которой они превращаются в жидкость. Аморфные тела даже при невысоких температурах обладают текучестью. **Текучесть** – это явление, когда тело без воздействия нагрузки изменяет свои размеры и форму. С течением времени (недели, месяцы) некоторые аморфные тела самопроизвольно переходят в кристаллическое состояние. Например, сахарные леденцы или мед в те-

чение нескольких месяцев становятся непрозрачными. В этом случае говорят, что мед и леденцы «засахарились».

Все аморфные тела изотропны, а это значит, что их физические свойства одинаковы по всем направлениям.

Изотропность – это одинаковость (независимость) физических свойств во всех направлениях.

Кристаллы – это твердые тела, которые имеют правильное, регулярное расположение атомов (рис. 1.2, б). Для них характерна трехмерная кристаллическая структура.

Кристаллические твердые вещества встречаются в виде отдельных одиночных кристаллов – **монокристаллов**, а также в виде поликристаллов, представляющих собой скопление «сросшихся» беспорядочно ориентированных мелких кристалликов – **кристаллитов (зерен)** (рис. 1.1).

Монокристаллы обладают **анизотропией**, поликристаллы – **изотропны**.

Анизотропия – это зависимость физических свойств от направления в веществе.

Например, у слюды наблюдается анизотропность механической прочности. Кусок слюды легко расслаивается на тонкие пластинки в одном из направлений, но разорвать его в направлении, перпендикулярном пластинке, гораздо труднее. Так же легко расслаивается в одном направлении кристалл графита. При письме карандашом такое расслоение происходит непрерывно и тонкие слои графита остаются на бумаге.

Многие кристаллы в различных направлениях по-разному проводят теплоту и электрический ток.

К поликристаллическим телам относят также **керамические материалы**.

Жидкие кристаллы – это вещества, одновременно обладающие свойствами текучести и анизотропности. Жидкие кристаллы имеют структуру вязких жидкостей, которая состоит из молекул дискообразной формы (рис. 1.1). Характерной особенностью жидких кристаллов является способность молекул изменять свою ориентацию под действием электрического поля.

Композиты – это многокомпонентные, искусственно созданные материалы, состоящие из пластичной основы (матрицы) и кристаллического наполнителя, обладающего высокой прочностью и жест-

костью. Сочетание разнородных веществ приводит к созданию нового материала, свойства которого количественно и качественно отличаются от свойств каждого из составляющих его материалов. Варьируя составы матрицы и наполнителя, их соотношение, ориентацию наполнителя, можно получать широкий спектр материалов с требуемым набором физических свойств. Многие композиты превосходят традиционные материалы и сплавы по своим механическим свойствам, при этом они являются более легкими материалами. Использование композитов позволяет уменьшить массу конструкций при сохранении или улучшении механических характеристик.

Современная техника нуждается в прочных и долговечных материалах с разнообразными механическими и другими физическими свойствами. Чтобы создавать такие материалы, изменять их свойства в нужном направлении, важно знать, что происходит в реальных твердых телах под действием внешних воздействий, то есть необходимо изучать поведение твердого тела в зависимости от характера деформаций.

1.3. Основные характеристики механических свойств твердого тела

В состоянии покоя твердые тела сохраняют свою форму, но деформируются под воздействием внешних сил.

Основными характеристиками механических свойств твердых тел являются деформации и напряжения.

Деформациями называются изменения объема и формы твердого тела.

В зависимости от величины приложенной силы деформации делятся на *упругие* и *пластические*.

Упругость – это свойство твердых тел сопротивляться изменению их объема или формы и самопроизвольно восстанавливать исходное состояние после прекращения внешних воздействий. Характеризуются упругие деформации пределом упругости.

Пределом упругости называется максимальное напряжение, при котором форма и размеры образца полностью восстанавливаются.

При изучении деформаций в первом приближении считают их однородными и сводят к одному из типов элементарных деформаций. Структура и свойства вещества при этом не учитываются. Та-

кое приближение справедливо для описания только малых упругих деформаций тел.

Деформации, равномерно распределенные по всему объему тела, называются **однородными деформациями**.

Деформации считаются малыми, если они существенно меньше 1 %.

Отличительной особенностью твердых тел по сравнению с жидкостями и газами является то, что они сопротивляются не только растяжению и сжатию, но также сдвигу, изгибу и кручению.

В соответствии с этим, элементарные деформации, возникающие в твердых телах в зависимости от действия силы \vec{F} , подразделяются на следующие виды: растяжение, сжатие, сдвиг, кручение, изгиб.

Деформации растяжения подвергаются тела, к которым приложены две силы \vec{F} , направленные по одной прямой в противоположные стороны, при этом увеличивается длина, без сохранения сечения тела (рис. 1.3). Деформации растяжения испытывают тросы, канаты, цепи в подъемных транспортных устройствах и др.

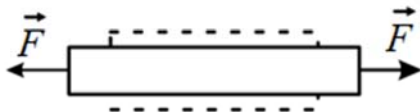


Рис. 1.3. Деформация растяжения

При **деформациях сжатия** к телу приложены силы, направленные по одной прямой навстречу друг другу, при этом происходит уменьшение длины тела и увеличение его поперечного сечения (рис. 1.4). Деформациям сжатия подвергаются столбы, колонны, стены, фундаменты домов и т. д.

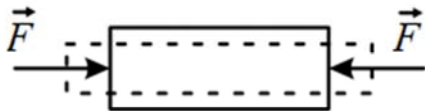


Рис. 1.4. Деформация сжатия

Часто тела подвергаются боковому воздействию (рис. 1.5). При этом, возникающие силы стремятся сместить одну часть тела относительно другой его части.

Деформация в этом случае называется **сдвигом**. Деформациям сдвига подвергаются болты и заклепки, соединяющие отдельные конструкции при боковых нагрузках.

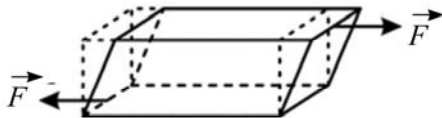


Рис. 1.5. Деформация сдвига

Если один конец стержня закрепить, а к другому концу приложить пару сил, действующих в плоскости, перпендикулярно оси стержня, то стержень будет деформироваться. Этот вид деформации называется **деформацией кручения** (рис. 1.6).

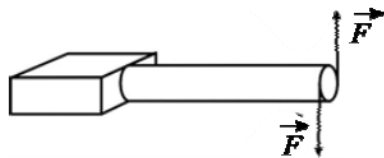


Рис. 1.6. Деформация кручения

При деформации кручения отдельные слои тела остаются параллельными друг другу, но повернутыми друг относительно друга. Деформациям кручения подвергаются валы машин, передающие вращающий момент, болты при завинчивании гаек и т. д.

Тела, у которых один конец закреплен, а к другому приложена сила, подвержены **деформации изгиба** (рис. 1.7, а). Прямолинейная ось тела становится криволинейной. Такие деформации описываются стрелой прогиба λ .

Максимальный прогиб λ в направлении, перпендикулярном оси, называют **стрелой прогиба**. Деформацию изгиба испытывают тела, лежащие на опорах с двух сторон и находящиеся под нагрузкой между опорами (рис. 1.7, б).

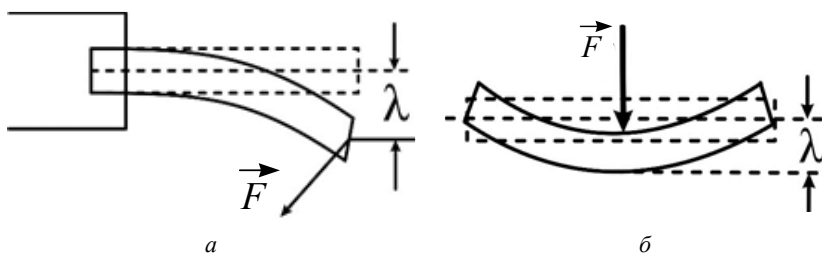


Рис. 1.7. Деформации изгиба (а) и прогиба (б)

При деформации изгиба наружные слои вещества тела на вогнутой стороне подвергаются сжатию, а на выпуклой – растяжению. Между ними существует слой, который изменяет только свою форму, но не изменяет длины. Этот слой называется **нейтральным слоем**. Вблизи от нейтрального слоя твердые тела практически не испытывают сжатия или растяжения. Поэтому сплошные детали, подвергающиеся изгибу, заменяют трубами, балки делают тавро-

выми (поперечное сечение в виде буквы *T*) или двутавровыми (поперечное сечение в виде буквы *H*). Это облегчает вес конструкции и экономит строительный материал. Кости животных, стебли растений также имеют трубчатое строение.

Если деформации упругие и малы по величине, то для них выполняется закон Гука. **Силы упругости** – это силы, возникающие в теле при его упругой деформации и направленные в сторону, противоположную смещению частиц при деформации (рис. 1.8).

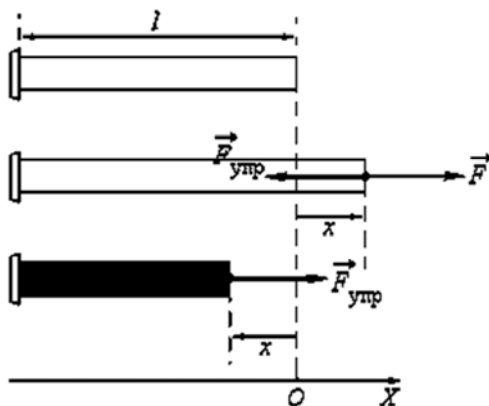


Рис. 1.8. Сила упругости

Абсолютной деформацией называется взятая по модулю разность между длиной деформированного тела и его первоначальной длиной:

$$x = |l - l_0|,$$

где l , l_0 – длины тела в деформированном и недеформированном состоянии, соответственно.

Относительной деформацией называется отношение абсолютной деформации к первоначальной длине тела:

$$\varepsilon = \frac{x}{l_0}.$$

Соотношение

$$F_{\text{упр}} = kx,$$

или в векторном виде

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\vec{x},$$

выражает экспериментально установленный **закон Гука**: при малых упругих деформациях тела абсолютная деформация пропорциональна упругой силе, возникающей в теле при его деформации. Знак минус в формуле векторного вида означает, что сила упругости направлена в сторону, противоположную направлению смещения при деформации.

Коэффициент k называется **жесткостью тела**. В системе СИ коэффициент жесткости измеряется в Ньютонах на метр (Н/м). Коэффициент жесткости зависит от формы и размеров тела, а также от материала. Его **физический смысл** состоит в том, что он при малых упругих деформациях численно равен силе упругости, которая возникает при единичной абсолютной деформации тела.

Закон Гука для деформации растяжения или сжатия можно записывать также в другой форме.

Механическим напряжением (напряжением) называется физическая величина, численно равная силе упругости, приходящейся на единицу площади поперечного сечения тела:

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр}}}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения тела.

Тогда **закон Гука** можно сформулировать следующим образом: для малых упругих деформаций относительная деформация ε пропорциональна механическому напряжению σ :

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль Юнга.

Физический смысл модуля Юнга состоит в том, что он численно равен такому механическому напряжению, при котором относительная деформация тела равна единице, что соответствует изменению длины тела в два раза по сравнению с длиной недеформированного тела.

Таким образом, для того, чтобы тело сохраняло свою форму и размеры оно должно испытывать упругие деформации.

При изготовлении деталей штамповкой, литьем, волочением, прокатом используют пластическую деформацию.

При пластической деформации начальная форма тела не сохраняется.

Пластичность – это свойство твердых тел необратимо деформироваться под действием внешних сил или внутренних напряжений.

При пластической деформации, как показали эксперименты, происходит соскальзывание слоев кристалла относительно друг друга (рис. 1.9), при этом процесс соскальзывания происходит вдоль слоев, в которых больше всего атомов.

При таких смещениях частиц тело оказывается деформированным, но на смещенные частицы при этом не действуют «возвращающие» упругие силы, так как у каждого атома в его новом положении такие же соседи и в таком же количестве, как и до смещения.

Зависимость пластических свойств тела от его обработки, наличия примесей и т. д. указывает на тесную связь этих свойств с особенностями кристаллического строения реальных тел – особенностями, отличающими реальные кристаллы от идеальных. Реальные кристаллы в отличие от идеальных имеют дефекты в кристаллической структуре.

Дефектами кристаллов называют нарушения идеальности кристаллической структуры в реальных телах. Наиболее простой тип дефектов (которые можно назвать точечными) состоит в отсутствии атома в узле решетки (свободная вакансия) или в замене в узле атома вещества чужеродным атомом (атомом примеси), во внедрении лишнего атома в междуузельное пространство. Нарушение правильности

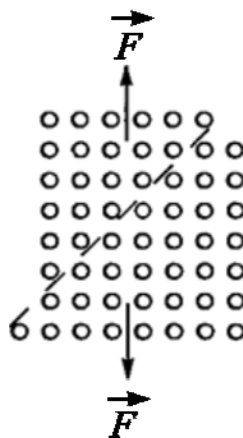


Рис. 1.9. Смещение частиц в кристалле при пластической деформации

структуры решетки распространяется на небольшое (порядка величины нескольких периодов) расстояние вокруг такой точки.

Наиболее важную роль в механических свойствах твердых тел играют дефекты, называемые дислокациями.

Дислокацией называют границу между областью, в которой скольжение слоев уже произошло, и областью, еще не затронутой скольжением.

Различают *краевые* и *винтовые* дислокации. На рис. 1.10 показана краевая дислокация, которую можно представить как дефект решетки, вызванный наличием в ней одной лишней кристаллической полуплоскости, вдвинутой между двумя «правильными» плоскостями (слоями атомов). Линией дислокации является перпендикулярная плоскости прямая линия, отмеченная на рис. 1.10 значком перпендикуляра. «Лишний» слой атомов расположен над этим значком. Эту дислокацию можно представить и как результат сдвига верхней части кристалла на величину одного периода.

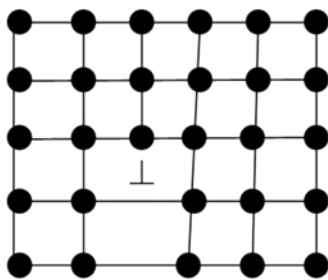


Рис. 1.10. Искажения в кристаллической решетке при наличии краевой дислокации

Другой тип дислокации, называемой винтовой, можно представить как результат «разреза» решетки по полуплоскости, после чего части решетки по обе стороны разреза сдвигаются навстречу друг другу на один период параллельно краю разреза. Наличие такой дислокации превращает кристаллические плоскости в решетке в поверхность, подобную винтовой лестнице без ступенек.

В краевой дислокации направление сдвига перпендикулярно, а в винтовой – параллельно линии дислокации. Между этими двумя предельными случаями возможны любые промежуточные. Линии дислокации не обязательно прямые: они могут быть и кривыми, в том числе образовывать замкнутые петли.

Твердые тела имеют определенный порог деформации, после которого наступает явление текучести.

Минимальное значение напряжения, обуславливающее начало процесса текучести, называется **пределом текучести**.

Твердые тела, у которых область текучести незначительна, называются **хрупкими** (стекло, фарфор).

Деление твердых тел на упругие, пластичные и хрупкие условно и имеет относительное значение, так как проявление различного характера деформации зависит не только от свойств тела, но и от типа деформации и ее скорости, времени действия нагрузок и других факторов.

Свойство твердого тела сопротивляться разрушению называется **прочностью**. Прочность характеризуется максимальным напряжением, соответствующим максимальному значению нагрузки, которое может выдержать тело не разрушаясь.

При разрушении в твердом теле появляются и распространяются трещины, которые в итоге приводят к разлому.

Механические напряжения можно разделить на *макронапряжения* (напряжения I рода) и *микронапряжения* (напряжения II рода).

Макронапряжения уравниваются в объеме всего твердого тела или изделия. Они имеют ориентацию, связанную с формой изделия. При наличии макронапряжений удаление какой-либо части тела приводит к нарушению равновесия между остальными его частями, что вызывает деформирование (растрескивание) твердого тела, изделия. Разрушение происходит, в основном, под воздействием растягивающих напряжений.

Микронапряжения (микроискажения) – это напряжения, уравнивающиеся в пределах отдельных кристаллитов, зерен или их частей. Микронапряжения являются внутренними механическими напряжениями, существующими в твердом теле при отсутствии внешних сил и взаимно уравновешенные в объемах, малых по сравнению с объемом всего тела.

Микронапряжения возникают в результате различия физических свойств компонентов поликристаллического тела, стесненных условий деформирования отдельных зерен, а также анизотропии их свойств. Особенно значительны микронапряжения в твердых телах при фазовых превращениях (например, при кристаллизации или плавлении).

Источниками микронапряжений являются несовершенства кристаллического строения твердого тела: точечные дефекты и их скопления, дислокации. По мере приближения к дефекту кристалла напряжения возрастают и могут достигать значений, близких по порядку величины к пределу прочности материала. При наличии

микронапряжений наблюдается искажение кристаллической решетки. Искажения кристаллической решетки уравниваются в пределах небольших групп атомов. Например, в деформированных металлах, в керамических материалах искажения уравниваются в группах атомов, лежащих у границ зерен, плоскостей скольжения и т. д. Смещения атомов из идеальных положений (узлов решетки) могут также возникать в кристаллах твердого раствора из-за различия размеров атомов и химического взаимодействия между одноименными и разноименными атомами, образующими твердый раствор.

Наличие в твердых телах микронапряжений приводит к различным изменениям дифрактограмм этих тел, что позволяет изучать внутренние напряжения в твердых телах рентгенографическими методами.

Дифрактограмма представляет собой набор дифракционных максимумов (пиков) с определенной интенсивностью (рис. 1.11). Положение пика на дифрактограмме измеряют *углом дифракции* 2θ , а его интенсивность – *высотой пика*.

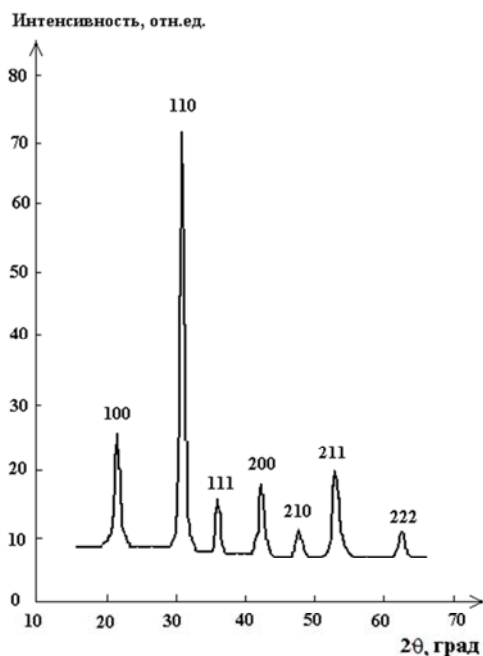


Рис. 1.11. Вид дифрактограммы твердого тела

Дифракция рентгеновских лучей – это явление рассеивания рентгеновских лучей электронами атомов вещества.

После встречи рентгеновской волны с атомами твердого тела в пространство во всех направлениях посылаются вторичные волны, т. е. атомы «рассеивают» упавшее на них рентгеновское излучение. Волны, рассеянные различными атомами, интерферируют (накладываются друг на друга), в результате чего в одних направлениях они гасят друг друга, а в других – усиливают (образуются пики интенсивности).

Явление дифракции рентгеновских лучей на кристаллах открыл М. Лауэ, теоретическое обоснование явлению дали Ю. В. Вульф и У. Г. и У. Л. Брэгги (условие Вульфа-Брэггов).

Дифрактограмма каждого твердого тела уникальна, подобно отпечаткам пальцев человека. Двух одинаковых дифрактограмм различных твердых тел не существует.

Наличие микронапряжений в твердом теле приводит к уширению дифракционных пиков, по сравнению с пиками для тела, у которого микронапряжения отсутствуют. Наибольшее изменение ширины пиков наблюдается при больших углах дифракции.

Используя метод *дифракции рентгеновских лучей* [1–7], можно оценить размер кристаллитов для поликристаллических веществ и определить величину микронапряжений в образце кристаллического твердого тела. Если размеры отдельных кристаллитов находятся в интервале от 10 нм до 150 нм [7–8], то применяется *метод оценки микронапряжений по уширению дифракционных линий*.

Так как рентгеновский метод основан на явлении дифракции рентгеновских лучей, то говорят о размерах областей когерентного рассеяния (ОКР). **Область когерентного рассеяния (ОКР)** – это область вещества, рассеивающая падающее рентгеновское излучение когерентно (согласованно) и независимо от других таких же областей. При этом фаза падающего излучения однозначно определяет фазу рассеянного излучения.

Размер ОКР измеряется экспериментально на основании данных об уширении дифракционных отражений и используется для оценки размеров кристаллитов в поликристаллах, керамических материалах или в порошках. Размер ОКР, как правило, отождествляют со средним размером кристаллитов. На самом деле размер ОКР обычно на 10–15 % ниже результатов определения размера частиц твердого

тела с помощью электронной микроскопии, поскольку область когерентного рассеяния соответствует внутренней (упорядоченной) области зерна и не включает сильно искаженные границы. Несмотря на это, определив размер ОКР, можно изучить характер изменения размера кристаллитов в зависимости от их условий получения.

Под действием микронапряжений происходит неоднородная упругая деформация кристаллитов (зерен) и вследствие этого изменение межплоскостных расстояний также будет неоднородным. Межплоскостные расстояния d для плоскостей с индексами (hkl) вместо строго определенных величин принимают ряд значений в интервале от $(d - \Delta d)$ до $(d + \Delta d)$ (где Δd – максимальное отклонение значения межплоскостного расстояния от его среднего значения d). Зная среднюю относительную деформацию $\Delta d/d$, можно вычислить значения микронапряжений σ .

Интервалу межплоскостных расстояний $(d \pm \Delta d)$ для рассматриваемых плоскостей (hkl) будет соответствовать интервал углов отражения $(\theta \pm \Delta\theta)$, что приведет к уширению пиков на дифрактограмме.

Для малых значений размеров кристаллитов при незначительном отклонении угла дифракции $\Delta\theta$ рентгеновские лучи, идущие от разных атомных плоскостей, полностью не гасят друг друга, а дают отражение с интенсивностью рентгеновского излучения I под углом $(\theta + \Delta\theta)$. Полная ширина дифракционного пика на половине высоты, выраженная в радианах, согласно формуле Шеррера [3–7], определяется как

$$\beta(2\theta) = \frac{\lambda}{D \cos\theta},$$

где $\beta(2\theta)$ – полная ширина пика на половине его высоты, выраженная в радианах;

$\lambda = 0,154$ нм – длина волны рентгеновского излучения;

θ – угол дифракции; $\theta = \frac{2\theta}{2}$, где 2θ соответствует положению

максимума дифракционного пика;

D (нм) – величина области когерентного рассеяния.

Из формулы для $\beta(2\theta)$ видно, что когда ОКР достаточно велики ($D \rightarrow \infty$), то $\beta(2\theta)$ стремится к нулю и уширение пиков исчезает.

Если в твердом теле существуют микродеформации, то из формулы Вульфа-Брэггов [5–8] для дифракции рентгеновских лучей:

$$2d\sin\theta = n\lambda \quad (d - \text{межплоскостное расстояние}),$$

следует, что изменение величины межплоскостного расстояния d на значение Δd приводит к смещению максимума пика на $\Delta\theta$.

Дифференцируя условие Вульфа-Брэггов, получаем

$$2\Delta d\sin\theta + 2d\cos\theta \Delta\theta = 0,$$

откуда

$$\Delta\theta = -\frac{\Delta d}{d} \operatorname{tg}\theta.$$

Таким образом, из формулы $\Delta\theta = -\frac{\Delta d}{d} \operatorname{tg}\theta$ видно, что уширение пиков при наличии в образце микродеформаций зависит от средней относительной деформации $\langle \Delta d/d \rangle$ и возникает при изменении угла рассеяния θ по закону $\operatorname{tg}\theta$.

Среднюю относительную деформацию $\langle \Delta d/d \rangle = \varepsilon$ можно определить из закона Гука:

$$\left\langle \frac{\Delta d}{d} \right\rangle = \frac{\sigma}{E_{hkl}},$$

где σ – микронапряжение;

E_{hkl} – модуль Юнга.

Установлено, что деформационный вклад в уширение пика описывается формулой вида [7, 8]

$$\beta(2\theta) = 4\varepsilon \operatorname{tg}\theta = 4 \langle \Delta d/d \rangle \operatorname{tg}\theta,$$

из которой следует, что размытие пиков зависит не только от угла θ , но и от индексов hkl отражающей кристаллической плоскости.

В реальной ситуации пики на дифрактограмме размыты, как правило, и за счет наличия ОКР, и за счет наличия в образцах микронапряжений. Общая ширина линий $\beta(2\theta)$ в этом случае представ-

ляет собой свертку функции, обусловленной ОКР, и функции, обусловленной микродеформациями.

Если уширение линий вызвано только наличием микронапряжений, то для отношения значений $\beta(2\theta)$ для двух пиков получим

$$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\text{tg}\theta_1}{\text{tg}\theta_2}.$$

Если же уширение пиков обусловлено только ОКР, то, согласно формуле $\beta(2\theta) = \frac{\lambda}{D\cos\theta}$, для двух пиков имеем

$$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}.$$

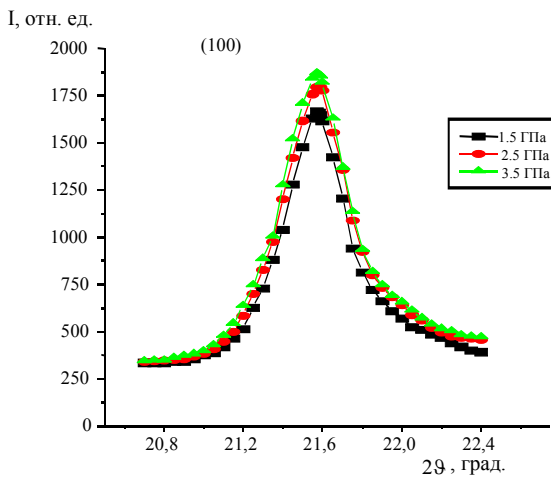
Таким образом, различная угловая зависимость полуширины дифракционных пиков позволяет разделить эффекты, которыми вызвано уширение дифракционных линий. Если полуширина пика $\beta(2\theta)$ изменяется по закону $1/\cos\theta$, то в образце существуют ОКР, по величине которых можно оценить размеры составляющих твердое тело частиц (кристаллитов, зерен, и т. д.). Если полуширина пика $\beta(2\theta)$ изменяется по закону $\text{tg}\theta$, то это значит, что в образце существуют микродеформации.

Порядок выполнения работы

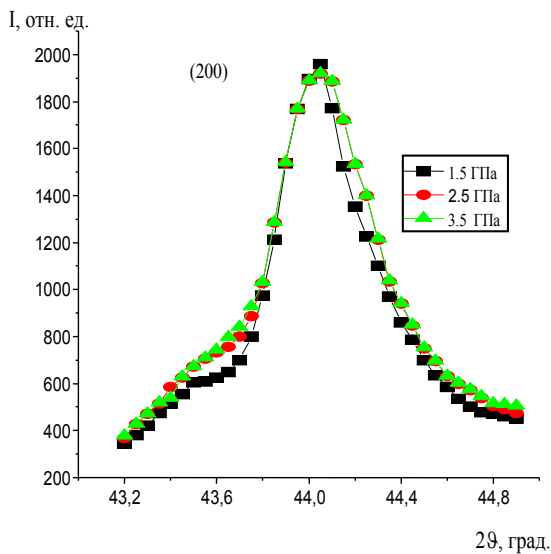
1. Ознакомьтесь с целью работы и ее теоретической частью.

2. Для трех исследуемых образцов твердых тел, полученных с использованием давлений: 1,5 ГПа, 2,5 ГПа и 3,5 ГПа, изучите обзорную дифрактограмму (рис. 1.11), по которой определите для анализа два достаточно интенсивных дифракционных пика: один при малых углах 2θ , другой – при больших. Выбирайте пики, принадлежащие одной «отражающей» плоскости в разных порядках «отражения» (например, (100) и (200) или (111) и (222) и т. д.).

3. Выведите на экран компьютера для образца, полученного с использованием давления 1,5 ГПа поочередно пики 100 и 200 и измерьте для этих пиков угол $2\theta_i$, соответствующий положению максимума пика (рис. 1.12). Полученные значения занесите в табл. 1.1.



a



б

Рис. 1.12. Вид дифракционных пиков 100 и 200 для образцов, полученных под давлением 1,5 ГПа, 2,5 ГПа и 3,5 ГПа: *a* – при малых углах дифракции 2θ ; *б* – при больших углах дифракции 2θ

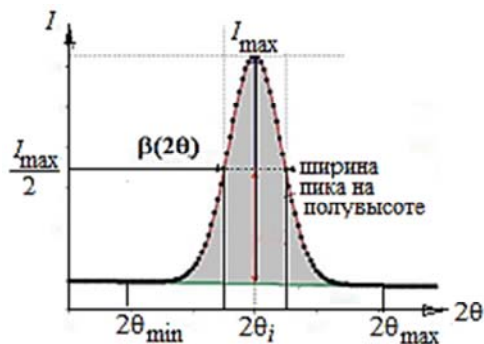


Рис. 1.13. К определению ширины пика на полувысоте

Таблица 1.1

Давление, ГПа	hkl	$2\theta_i$, град	$\beta_i(2\theta)$, рад	$\text{tg}\theta_i$	$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\text{tg}\theta_1}{\text{tg}\theta_2}$	$\varepsilon = \frac{\beta_i(2\theta)}{4\text{tg}\theta_i}$
1,5	100					
	200					
2,5	100					
	200					
3,5	100					
	200					

4. Измерьте ширину $\beta_i(2\theta)$ пиков 100 и 200 исследуемого образца на половине высоты в градусах. Переведите градусы в радианы ($1^\circ = 0,0174$ рад). Показания для $\beta_i(2\theta)$ в радианах занести в табл. 1.1.

5. Повторите пункты 3 и 4 для пиков 100 и 200 для образца, полученного с использованием давлений 2,5 ГПа и 3,5 ГПа. Полученные данные занести в табл. 1.1.

6. Вычислите значения $\text{tg}\theta_i$ для выбранных пиков. Проверьте выполнение равенства

$$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\text{tg}\theta_1}{\text{tg}\theta_2}.$$

Значения занесите в табл. 1.1.

7. Определите значения средней относительной деформации (величину микродеформаций) по формуле

$$\varepsilon = \frac{\beta_i(2\theta)}{4\text{tg}\theta_i},$$

полученные данные занесите в табл. 1.1.

8. Определите значения $\cos\theta_1$ и $\cos\theta_2$ для всех изучаемых образцов, полученные значения занесите в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Давление, ГПа	<i>hkl</i>	$2\theta_i$, град	$\beta(2\theta_i)$, рад	$\cos\theta_i$	$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$	<i>D</i> , нм
1,5	100					
	200					
2,5	100					
	200					
3,5	100					
	200					

9. Проверьте выполнение равенства

$$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}.$$

10. Вычислите значения областей когерентного рассеяния по формуле

$$D = \frac{0,154}{\beta(2\theta)\cos\theta} \text{ нм.}$$

Полученные данные занесите в табл. 1.2.

11. Проанализируйте данные табл. 1.1 и табл. 1.2. Если выполняется равенство

$$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\text{tg}\theta_2}{\text{tg}\theta_1},$$

то уширение линий вызвано наличием микронапряжений. Если выполняется равенство

$$\frac{\beta_1(2\theta)}{\beta_2(2\theta)} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1},$$

то уширение линий вызвано наличием областей когерентного рассеяния. Если уширение вызвано как наличием микронапряжений, так и наличием ОКР, то отношение уширений пиков будет иметь величину, которая находится между отношениями тангенсов и косинусов. Определите есть ли среди исследуемых образцов образцы, для которых уширение вызвано как наличием микронапряжений, так и наличием ОКР. Сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Какие свойства твердых тел относятся к физическим свойствам?
2. Какие свойства твердых тел относятся к механическим свойствам? Назовите характерные особенности этих свойств.
3. Чем определяется характер деформаций?
4. Опишите аморфные и твердые тела. В чем их различие?
5. Какие характеристики являются основными характеристиками механических свойств твердых тел?
6. Перечислите и опишите виды элементарных деформаций.
7. Сформулируйте закон Гука для силы упругости. Дайте определение относительной и абсолютной деформации.
8. Дайте определение механического напряжения.
9. Сформулируйте закон Гука для механического напряжения. Каков физический смысл коэффициента жесткости и модуля Юнга?
10. Что собой представляют микронапряжения и области когерентного рассеяния? Чем отличаются макро- и микродеформации?
11. Что собой представляет дифрактограмма? К каким изменениям на дифрактограмме приводят микродеформации твердого тела?
12. По какой формуле определяется ширина пика на полувысоте, если в твердом теле существуют ОКР?
13. Каким выражением определяется ширина пика на полувысоте, если в твердом теле существуют микронапряжения?
14. В чем суть рентгеновского метода определения значений микронапряжений и областей когерентного рассеяния?

Лабораторная работа № 2 (49)

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ РАСТЯЖЕНИЯ

Цель работы: изучить основные физические закономерности упругой деформации растяжения методом растяжения проволоки; определить модуль Юнга исследуемого материала; приобрести навыки пользования индикатором смещения часового типа для измерения абсолютного удлинения материала.

Оборудование: индикатор смещения часового типа для измерения абсолютного удлинения, динамометр, проволока исследуемого материала.

2.1. Понятие об упругих и пластических деформациях

Механические свойства твердого тела отражают его реакцию на воздействие некоторых внешних факторов. В простейшем случае такими внешними факторами являются механические воздействия: сжатие, растяжение, изгиб, сдвиг, кручение.

Механические свойства определяются, в первую очередь, силами связи, действующими между атомами или молекулами, составляющими твердое тело.

Современная наука и техника предъявляют повышенные требования к механическим свойствам твердых тел. Например, широкое использование металлов во всех отраслях народного хозяйства связано с тем, что они обладают целым комплексом механических свойств: высокая прочность, твердость и упругость сочетаются с хорошей пластичностью и ковкостью. В настоящее время получены металлические сплавы, которые могут работать в условиях глубокого холода и при очень высоких температурах, обладая при этом хорошими характеристиками в течение длительного времени.

Уровень достижений в области получения твердых материалов с улучшенными свойствами сейчас высок. Однако эти достижения были бы невозможны без научно обоснованного подхода к проблеме улучшения механических свойств. Возможности для такого подхода появились с развитием физических методов исследования твердых тел и прежде всего структурных: рентгеновского, электро-

нографического, электронно-микроскопического и т. д. Стало ясно, что большинство свойств твердых тел зависит от особенностей их атомной структуры. Оказалось, что механическая прочность тел зависит, главным образом, от **дислокаций**, т. е. линейных дефектов, нарушающих правильное чередование атомных плоскостей кристаллических веществ.

Под действием внешних сил тела деформируются. **Деформацией твердого тела** называется изменение его размеров и объема, сопровождающееся чаще всего изменением формы тела. Только в случае всестороннего сжатия или растяжения форма деформированного тела не изменяется. Деформации сооружений и конструкций, вызванные внешними силами, могут быть очень сложными. Однако сложные деформации всегда можно представить в виде совокупности более простых видов деформаций, например, растяжения и сжатия. Деформирование тел под действием внешних сил происходит всегда, независимо от того, покоится тело или находится в состоянии неравномерного движения, и является одним из основных его свойств.

При деформациях происходит смещение частиц, находящихся в узлах кристаллических решеток твердых тел, относительно первоначального положения. При этом внутри тела возникают силы, стремящиеся вернуть частицы в положения, которые они занимали до деформации. **Внутренними силами** или **силами упругости** называются силы, возникающие между различными частями деформированного тела. По своей природе силы упругости являются **электромагнитными** (изменяется расстояние между заряженными частицами кристаллических веществ). С увеличением внешних сил увеличиваются и внутренние силы. Увеличение внутренних сил происходит только до известного предела, характерного для данного материала. Внешние силы могут оказаться настолько большими, что внутренние силы тела при данных его размерах не смогут их уравновесить и тело разрушится.

Упругостью называется свойство твердых тел устранять деформацию, вызванную внешними силами, после прекращения их действия. **Абсолютно упругими** называются тела, у которых после прекращения действия внешних сил полностью исчезает деформация, восстанавливаются первоначальные размеры и форма. Такую деформацию называют **упругой**. Деформация, сохраняющаяся в теле полностью или частично после прекращения действия внешних сил,

называется **пластической** или **остаточной деформацией**. Тела, для которых характерны такого вида деформации, называются **пластическими телами**.

Разделение тел на упругие и пластические в некоторой степени условно. Строго говоря, все деформации после прекращения действия внешних сил не исчезают полностью, т. е. являются пластическими. Но если величины остаточных деформаций малы настолько, что в данных условиях ими можно пренебречь, то деформацию можно считать упругой. Так, в некоторых случаях остаточными деформациями можно пренебречь, если они не превышают 0,1 % от максимальных значений, которые достигаются под действием внешних сил. В других случаях этот предел должен быть снижен до 0,01 % и т. д. Является ли деформация упругой или пластической, зависит также от материала тела и от величины приложенных внешних сил. Если сила не превосходит некоторой предельной величины (предела упругости данного материала), то деформация будет упругой. Если же этот предел будет пройден, то возникающая деформация становится пластической.

При изучении упругих деформаций будем рассматривать тела идеально упругими, изотропными и имеющими простую форму. **Идеально упругими** называются тела, для которых существует однозначная зависимость между действующими силами и вызываемыми ими деформациями. Тело считается **изотропным**, если его свойства по всем направлениям одинаковы. В лабораторном эксперименте исследуются тела простой формы, т. е. тела, у которых длина значительно больше их поперечных размеров, а ось – прямая линия.

2.2. Силы и деформации при растяжении

Для выяснения закономерностей, связывающих силу упругости и деформацию, рассмотрим простейший вид деформации – одностороннее растяжение (сжатие) однородного стержня (рис. 2.1).

Приложим к основаниям стержня растягивающие или сжимающие силы \vec{F} . Под действием внешней силы \vec{F} стержень будет деформирован, т. е. растянут или сжат. В стержне возникнут внутренние силы \vec{F}_y , с которыми каждая часть стержня действует на соседнюю с ней часть. Так как стержень однородный, то можно

считать, что по поверхности любого поперечного сечения C внутри стержня (см. рис. 2.1) упругие силы распределены равномерно.

Мысленно вырежем часть стержня и рассмотрим условия его равновесия (рис. 2.2).

На вырезанную часть с одной стороны будет действовать внешняя сила \vec{F} . Для того чтобы эта часть тела оставалась в равновесии, необходимо с другой стороны стержня по всему сечению приложить внутренние силы \vec{F}_y , которые на рис. 2.2 обозначены стрелками. Из условия равновесия следует, что силы, приложенные к концам этого кусочка, равны друг другу по величине и противоположны по направлению ($\vec{F}_y = -\vec{F}$).

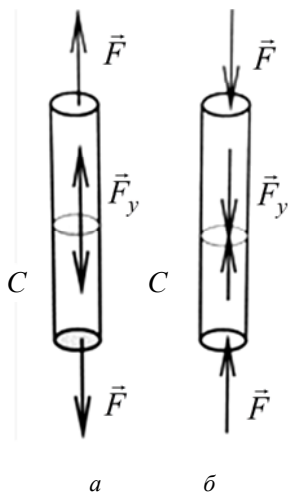


Рис. 2.1. Внутренние силы \vec{F}_y и внешние силы \vec{F} , действующие на однородный стержень при растяжении (а) и сжатии (б)

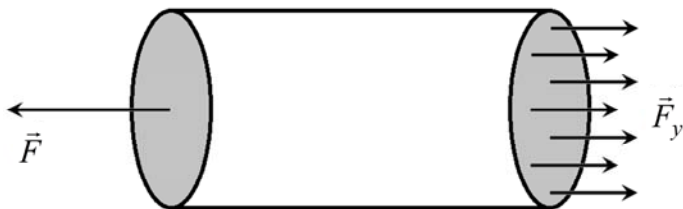


Рис. 2.2. К определению условия равновесия внутренних и внешних сил

Данное условие справедливо для любого отрезка стержня. Поэтому в любом поперечном сечении стержня возникают внутренние силы \vec{F}_y , равные по величине внешней силе \vec{F} . Величина упругих (внутренних) сил при растяжении и сжатии зависит от выбора места сечения по длине стержня.

Величину упругой силы, действующей на единицу площади поперечного сечения, называют **напряжением (механическим напряжением)**. Напряжение σ , возникающее в растягиваемом стержне, равно

$$\sigma = \frac{F_y}{S}. \quad (2.1)$$

В случае сжатия стержня напряжение также вычисляется по формуле (2.1). Напряжения при растяжении и сжатии численно равны и отличаются только знаком.

Обозначим длину недеформированного стержня l_0 . После приложения внешних сил длина его будет равна l . **Абсолютным удлинением** называется величина

$$\Delta l = l - l_0. \quad (2.2)$$

В случае деформации сжатия значение Δl характеризует абсолютное укорачивание и имеет отрицательный знак.

Относительным удлинением стержня называется величина

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}. \quad (2.3)$$

Для деформации сжатия величина ε называется **относительным сжатием**. Для деформации растяжения $\varepsilon > 0$, для деформации сжатия $\varepsilon < 0$. Значения Δl и ε количественно характеризуют величину деформации.

Внешние нагрузки и деформации, возникшие в стержне, взаимосвязаны. Впервые эта связь была установлена Робертом Гуком в 1678 году. Согласно **закону Гука**: при малой упругой деформации абсолютное удлинение тела пропорционально приложенной к нему внешней силе. Аналитически эту зависимость можно записать в виде

$$F = k\Delta l, \quad (2.4)$$

где k – коэффициент жесткости тела, который зависит от материала и геометрических размеров тела.

Как показывают эксперименты, напряжение при упругой деформации пропорционально относительной деформации (**закон Гука**):

$$\sigma = \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2.5)$$

где α – коэффициент продольной упругости – величина, численно равная относительному удлинению при напряжении, равном 1 Па.

Модулем продольной упругости или модулем Юнга называют величину, обратную коэффициенту продольной упругости: $E = 1/\alpha$. С учетом этого закон Гука можно записать в виде

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l_0} \text{ или } \sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (2.6)$$

Закон Гука справедлив только для малых деформаций.

Относительное удлинение – величина безразмерная. Следовательно, размерности модуля Юнга и напряжения совпадают: $[\sigma] = [E] = \text{Па} (\text{Н}/\text{м}^2)$. Величина модуля Юнга зависит только от материала стержня, наличия примесей, температуры и термообработки. Если в формуле (2.6) принять $\Delta l = l_0$, то получится $\sigma = E$. Поэтому *физический смысл модуля Юнга состоит в том, что модуль Юнга численно равен такому напряжению, при котором относительное удлинение равно единице, т. е. длина тела удваивается.*

Недостаток такого определения физического смысла модуля Юнга заключается в том, что при таких больших деформациях закон Гука почти для всех тел не выполняется: тело либо разрушается, либо нарушается пропорциональность между деформацией и напряжением. Например, железный стержень разрушится уже при напряжении, примерно равном $0,002E$.

2.3. Вывод рабочей формулы для определения модуля Юнга

Для опытного определения модуля Юнга может быть использован закон Гука для деформации растяжения. Продольное растяжение состоит в увеличении длины тела под действием растягивающей внешней силы F . Упругое растяжение прекращается, когда упругая сила, согласно третьему закону Ньютона, уравнивает внешнюю силу: $F_y = F$. По закону Гука

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l_0}. \quad (2.7)$$

Учитывая, что $\sigma = F_y/S$, получим

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \frac{F_y}{S}. \quad (2.8)$$

С учетом условия $F_y = F$, соотношение (2.8) можно записать в виде

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \frac{F}{S}, \quad (2.9)$$

где l_0 – первоначальная длина тела;

Δl – изменение длины при нагрузке F .

Площадь поперечного сечения для тела цилиндрической формы (проволоки) равна $S = \frac{\pi d^2}{4}$, где d – диаметр проволоки. Тогда, согласно формуле (2.9), модуль Юнга будет равен

$$E = \frac{F l_0 \cdot 4}{\Delta l \pi d^2}. \quad (2.10)$$

Таким образом, из формулы (2.10) следует, что для вычисления модуля Юнга E , необходимо измерить диаметр проволоки d , начальное значение ее длины l_0 и абсолютное удлинение Δl , соответствующее заданному значению внешней силы F , растягивающей проволоку. Формулы (2.7–2.10) справедливы и для деформации сжатия.

2.4. Работа, совершаемая при деформации

Рассмотрим пружину, расположенную вдоль оси x , деформация которой подчиняется закону Гука. Растяжение будем производить очень медленно, чтобы силу $F_{\text{внеш}}$, с которой мы действуем на пружину, можно было считать все время равной по величине упругой силе F_y . Обозначим абсолютное удлинение пружины $\Delta l = x$. Тогда $F_{\text{внеш}} = kx$ (рис. 2.3).

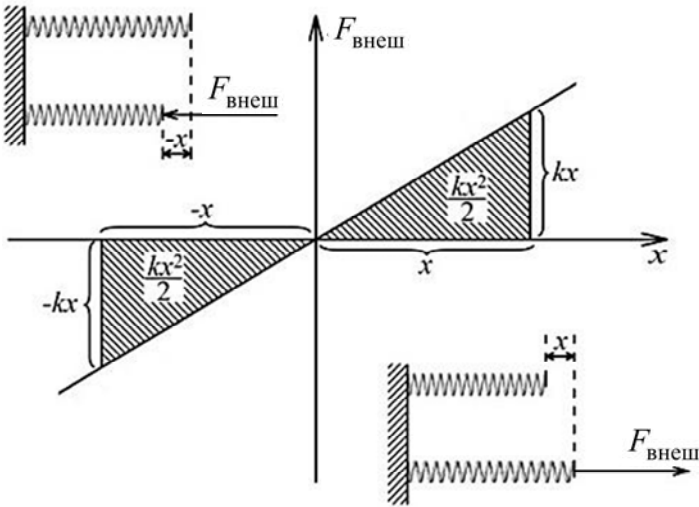


Рис. 2.3. К определению работы, совершаемой при деформации пружины

Тогда работа, которую нужно совершить внешней силе, чтобы вызвать удлинение пружины x :

$$A = \int_0^x F_{\text{внеш}} \cdot dx = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2}.$$

Как видно из рис. 2.3, работа есть площадь под графиком зависимости $F_{\text{внеш}}$ от x .

При сжатии пружины на величину x совершается такая же по величине и знаку работа, как и при растяжении на величину x . Проекция силы $F_{\text{внеш}}$ в этом случае отрицательна ($F_{\text{внеш}}$ направлена влево, x растет вправо, (см. рис. 2.3), все x тоже отрицательны, вследствие чего произведение $F_{\text{внеш}} \cdot x$ положительно).

Работа, затраченная на деформацию, идет на увеличение потенциальной энергии пружины. Следовательно, зависимость потенциальной энергии пружины от удлинения x имеет вид

$$U = \frac{kx^2}{2}.$$

А как будет определяться работа, если имеется несколько пружин с разными коэффициентами жесткости? В этом случае вычисляется их общая жесткость следующим способом:

1. При растяжении силой F двух пружин, *соединенных параллельно*, их общее удлинение: $x = x_1 = x_2$, где x_1 и x_2 – удлинение каждой пружины. Если растянутые пружины находятся в равновесии и массы их ничтожно малы, сила, деформирующая их, равна сумме сил натяжения пружин:

$$F = F_1 + F_2.$$

В связи с тем, что деформация подчиняется закону Гука, то

$$F = kx; F_1 = k_1x_1; F_2 = k_2x_2,$$

где k – коэффициент общей жесткости пружин;

k_1 и k_2 – коэффициенты жесткости каждой пружины.

Решая эти уравнения совместно, получаем $k = k_1 + k_2$.

В общем случае, при параллельном соединении n пружин их общая жесткость

$$k = \sum_{i=1}^n k_i.$$

Зная коэффициент жесткости пружин, соединенных параллельно, их удлинение, легко найти работу, согласно выражению

$$A = \frac{kx^2}{2}.$$

2. При растяжении двух пружин, *соединенных последовательно*, натяжение каждой пружины равно внешней приложенной силе: $F = F_1 = F_2$, а общее удлинение – сумме удлинений каждой пружины – $x = x_1 + x_2$.

С учетом закона Гука получаем: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.

В общем случае, при последовательном соединении n пружин их общий коэффициент жесткости k равен: $\frac{1}{k} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$.

2.5. Диаграмма напряжений

Механические свойства твердых тел наиболее полно описываются диаграммами напряжений. **Диаграммы напряжений** представляют собой зависимости между механическими напряжениями σ , которые возникают в твердом теле при приложении к нему внешней силы, и относительной деформацией ε .

Из диаграмм напряжений получают систему характеристик: пределы прочности, текучести, упругости, относительные удлинения и др. Заметим, что диаграммы напряжений не зависят от геометрических размеров образца, поскольку σ и ε являются удельными величинами.

На рис. 2.4 приведена типичная диаграмма напряжения для одноосного растяжения цилиндрического образца. Естественно, что изучение механических, в том числе и упругих, свойств твердых тел легче всего начать с анализа диаграммы напряжения. Как видно из рис. 2.4, кривая $\sigma = f(\varepsilon)$ обнаруживает несколько характерных особенностей. Так, при малых напряжениях наблюдается линейная зависимость деформации от напряжения (участок 0–1). Другой особенностью участка 0–1 является то, что после снятия нагрузки форма и размеры образца восстанавливаются, т. е. деформация является обратимой. Обратимость деформации на участке 0–1 наблюдается только, если нагрузка прилагается и снимается сравнительно быстро. Если нагрузка приложена в течение большого промежутка времени, то мы сталкиваемся с явлением «крипа» (ползучести), а, следовательно, и с необратимостью деформации. Прямойлинейный участок 0–1 называют областью упругой деформации (для твердых тел $\varepsilon \ll 1\%$).

За пределами упругой области при переходе через точку 2 (напряжение, соответствующее этой точке, называют **пределом упругости** σ_y) кривая переходит в так называемую пластическую область. **Предел упругости** σ_y – максимальное напряжение, при котором в материале еще не наблюдается остаточная деформация.

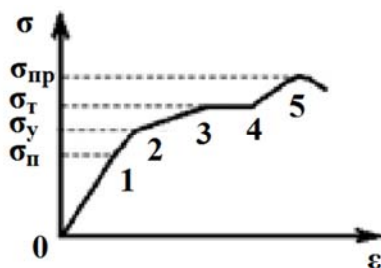


Рис. 2.4. Диаграмма напряжения

Практическое определение предела упругости представляет собой довольно сложную процедуру. Для многих тел величина предела упругости близка к пределу пропорциональности $\sigma_y \approx \sigma_p$.

Участок 2–3–4 соответствует области остаточной деформации. На участке 3–4 деформация возрастает без увеличения напряжения, т. е. тело начинает «течь» (область пластических деформаций). Это явление называется текучестью материала. **Предел текучести** σ_T – минимальное напряжение, при котором деформация возрастает без увеличения нагрузки.

Диаграмма деформации завершается разрушением образца. Точка 5 соответствует пределу прочности $\sigma_{пр}$. **Пределом прочности** $\sigma_{пр}$ называется напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, выдерживаемой телом перед разрушением.

При обсуждении диаграммы напряжения (см. рис. 2.4) обращалось внимание на то, что при приложении нагрузки к кристаллу сначала наблюдается очень небольшая область упругих деформаций ($\epsilon \ll 1\%$), для которой справедлив закон Гука. Следует заметить, что область упругих деформаций уменьшается с повышением температуры и становится ничтожно малой вблизи температуры плавления. В упругой области каждый атом кристалла лишь незначительно смещается в направлении приложения нагрузки из своего положения равновесия в решетке. Вообще говоря, теория не позволяет предсказать значение предела упругости.

Однако линейная зависимость между силой и упругой деформацией может быть объяснена тем, что кривую потенциальной энергии взаимодействия атомов при малых смещениях можно аппроксимировать параболической функцией $U = \beta x^2$. Отсюда сила упругости:

$$F_y = -\frac{dU}{dx} = -2\beta x = -kx.$$

Для дальнейшей деформации кристалла в области пластичности необходимо непрерывно увеличивать напряжение, поскольку при необратимой деформации происходит его упрочнение (наклеп), которое продолжается вплоть до разрушения (кривая постоянно идет вверх). Наблюдаемое упрочнение связано с понижением подвижности дислокаций.

На подвижность дислокаций может оказывать влияние ряд факторов. Одним из существенных факторов, влияющих на упрочнение, является упругое взаимодействие между дислокациями, на что указывает быстрый рост упрочнения с увеличением плотности дислокаций. Так, плотность дислокаций с ростом деформации изменяется от 10^{10} – 10^{12} м⁻² – в недеформированных металлах, до 10^{15} – 10^{16} м⁻² – в сильно упрочненных деформацией металлах.

Все существующие методы упрочнения (наклеп при прокатке, легирование, термообработка и др.) связаны с увеличением плотности дислокаций. При высоких температурах, когда существенны процессы диффузии, роль факторов, влияющих на подвижность дислокаций, становится мало эффективной. Так, отжиг и переползание дислокаций ведут к уменьшению плотности дислокаций, а следовательно, к разупорядочению материала. Поэтому при создании материалов, которые могли бы работать при высоких температурах, необходимо, например, путем введения в них специальных легирующих примесей значительно понизить скорости диффузионных процессов.

Итак, при больших нагрузках реакция твердых тел существенным образом зависит от их дефектности (от наличия или отсутствия дислокаций, от размеров кристаллитов, блоков мозаики и т. п.) – разрушение начинается в наиболее слабых местах.

Как видно из табл. 2.1, идеальные кристаллы во много раз прочнее реальных.

Таблица 2.1

Механические характеристики
идеальных и реальных кристаллов

Кристалл	Предел прочности, Па	Упругая деформация, %	Пластическая деформация, %
Идеальный кристалл	$(1,5-2) \cdot 10^{10}$	1–5	0
Реальные кристаллы (металлы)	$(0,1-1) \cdot 10^7$	10^{-2}	От десятков до сотен
Нитевидные кристаллы («усы»)	$(0,5-1,4) \cdot 10^{10}$	0,5–2	1–1,5

Различие между теоретической и практической прочностями обусловлено тем, что в идеальном кристалле атомы расположены в идеальном порядке. Разрушиться такой кристалл мог бы только в том случае, если бы все атомы, лежащие в одной плоскости, оторвались от своих соседей. Для этого требуются существенные усилия. Но в природе нет таких кристаллов. В решетках реальных кристаллов всегда существуют нарушения порядка в расположении атомов. К таким нарушениям, в частности, относятся дислокации, которые могут передвигаться с плоскости на плоскость и тем самым ослаблять кристаллическую решетку. Дефекты полезны, когда их много. Если дислокаций много, они начинают мешать друг другу перемещаться. Образуется структура с определенным порядком из кусочков беспорядка.

Дислокации оказывают на сопротивление кристалла деформации двойное влияние – при малых плотностях они ослабляют кристалл, при больших – упрочняют, поскольку в этом случае затрудняется их перемещение.

Заметим, что на упругие и пластические свойства твердых тел оказывает влияние характер сил связи. Ковалентные кристаллы (алмаз, кремний, германий) при комнатной температуре бывают жесткими и хрупкими, так как направленный характер связей препятствует сдвиговому движению, а также мешает перемещению одного атома вслед за другим, как это имеет место при движении дислокации в решетке. Разрушение начинается прежде, чем дислокации могут обеспечить достаточно большие сдвиги, поскольку их движение, затруднено по сравнению с движением дислокации в металлах. Ионные кристаллы гораздо более пластичны, если они совершенно чистые (обычные кристаллы могут быть и хрупкими из-за наличия внедренных в них дефектов). Электростатические силы – направленные, и потому ионы могут перемещаться с места на место в той мере, в какой этому мешают их размеры. Металлы, как мы видели выше, наиболее пластичны: в них возможно свободное перемещение дислокаций.

Другим фактором, затрудняющим перемещение дислокаций, является легирование твердых тел примесями. Известно, что малые добавки примесных атомов улучшают качество технических сплавов. Так, добавки ванадия, циркония, церия улучшают структуру и свойства стали, рений устраняет хрупкость вольфрама и молибдена.

Это, как говорят, полезные примеси, но есть примеси и вредные, которые иногда даже в незначительном количестве делают, например, металлические изделия совсем непригодными для эксплуатации. Так, очистка меди от висмута, а титана – от водорода привела к тому, что исчезла хрупкость этих металлов. Олово, цинк, тантал, вольфрам, молибден, цирконий, очищенные от примесей до 10^{-3} – 10^{-5} % их общего содержания, которые до очистки были хрупкими, стали вполне пластичными. Их можно ковать на глубоком холоде, раскатывать в тонкую фольгу при комнатной температуре.

2.6. Описание установки для проведения эксперимента

Схема для проведения эксперимента представлена на рис. 2.5. На верхней поперечине 1 жестко крепится конец исследуемой проволоки 2. Нижний конец проволоки соединен тягой с динамометром 3, к которому присоединен червячный механизм 4, служащий для передачи воздействия через динамометр на нижний конец проволоки. Удлинение проволоки измеряется индикатором смещений часового типа 5, измерительный стержень 6 которого опирается на круглый столик 7, закрепленный к концу проволоки и связанный с тягой динамометра. Тяга имеет возможность перемещаться вверх или вниз и практически не допускает боковых перекосов.

Это позволяет надежно контролировать индикатором абсолютное удлинение проволоки при ее деформациях растяжения и сжатия.

На рис. 2.6 показан индикатор смещений часового типа, циферблат которого имеет две шкалы. Абсолютное удлинение проволоки определяется как

$$(k \cdot 100 + k_0) \cdot 0,01, \text{ мм,}$$

где k – количество полных оборотов большой шкалы, отсчитываемое по малой шкале;

k_0 – показание стрелки большой шкалы.

При подъеме измерительного стержня индикатора (прямой ход) показания читают по наружным цифрам большой шкалы (увеличение по часовой стрелке), при опускании (обратный ход) – по внутренним цифрам большой шкалы (увеличение против часовой стрелки). Для установки стрелки прибора на ноль имеется рифленая обойма, которая может поворачиваться в любую сторону.

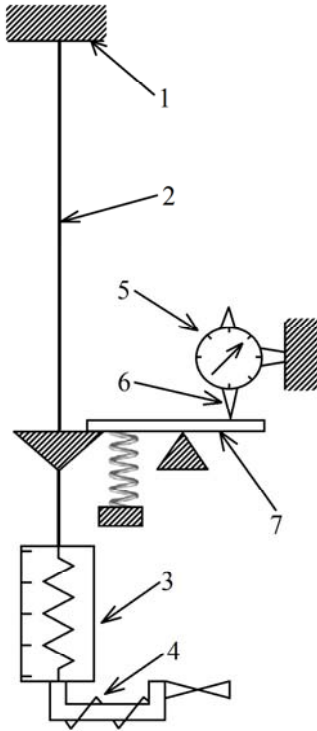


Рис. 2.5. Схема экспериментальной установки:
 1 – верхняя поперечина; 2 – проволока; 3 – динамометр;
 4 – червячный механизм; 5 – индикатор смещений часового типа;
 6 – измерительный стержень; 7 – круглый столик



Рис. 2.6. Индикатор смещений часового типа

Порядок выполнения лабораторной работы

1. Установите показание динамометра в нулевое положение. Помните, что одно целое деление шкалы динамометра соответствует 1 кг.

2. Установите нулевой отсчет индикатора, поворачивая его ободок (рифленую обойму) до совпадения стрелки с нулевым штрихом циферблата индикатора.

3. Начальная длина проволоки – $l_0 = (1,000 \pm 0,001) \text{ м}$.

4. Поворачивая рукоятку червячного механизма, постепенно увеличивайте нагрузку на проволоку до 1,5; 2,0; 2,5; 3,0 кг по шкале динамометра. Для каждой нагрузки запишите соответствующие показания индикатора для абсолютного удлинения Δl_1 в табл. 2.2. Отсчет показаний индикатора производите по красной шкале.

5. Дойдя до деления шкалы динамометра 3,0 кг, вращайте червячный механизм в обратную сторону, сжимая проволоку. Отсчет по шкале динамометра в обратном порядке производите при уменьшении нагрузки на проволоку от 3,0 кг до 2,5; 2,0; 1,5 кг по шкале динамометра. Запишите соответствующие показания индикатора для Δl_2 в табл. 2.2. Показания индикатора Δl_1 и Δl_2 записывайте в метрах, для чего число делений индикатора необходимо умножить на 10^{-5} .

Таблица 2.2

Масса нагрузки m , кг	F , Н	Δl_1 , 10^{-5} м	Δl_2 , 10^{-5} м	$\Delta l =$ $= ((\Delta l_1 + \Delta l_2) / 2),$ 10^{-5} м	$\varepsilon =$ $= (\Delta l / l_0) \cdot 10^{-5}$	σ , 10^8 Па	E , 10^{11} Па
1,5							
2,0							
2,5							
3,0							

6. Верните показание динамометра в нулевое положение.

7. Рассчитайте значения приложенной к проволоке деформирующей силы по формуле

$$F = 9,81 \cdot m.$$

Данные занесите в табл. 2.2.

8. Определите средние значения абсолютной деформации Δl для каждой пары значений Δl_1 растяжения и Δl_2 сжатия. Запишите в табл. 2.2 (колонка 5) полученные данные.

9. Определите значение относительной деформации $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ проволоки для всех измерений. Данные занесите в табл. 2.2.

10. По формуле

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2},$$

где $d = (2,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$ м, рассчитайте значения механических напряжений в материале проволоки. Данные занесите в табл. 2.2.

11. По формуле

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

рассчитайте значения модулей Юнга, соответствующие результатам отдельных измерений. Данные занесите в табл. 2.2.

12. Найдите среднее значение модуля Юнга

$$E_{\text{ср}} = \frac{E_1 + E_2 + E_3 + E_4}{4}.$$

13. Вычислите абсолютные погрешности для каждого измерения

$$\Delta E_i = |E_{\text{ср}} - E_i|, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

14. Найдите среднее значение абсолютной погрешности по формуле

$$\Delta E_{\text{ср}} = \frac{\Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 + \Delta E_4}{4}.$$

15. Произведите округление среднего значения абсолютной погрешности $\Delta E_{\text{ср}}$, затем округлите $E_{\text{ср}}$ и запишите окончательный результат в виде $(E_{\text{ср}} \pm \Delta E_{\text{ср}})$ Па.

16. Определите род материала, из которого изготовлена проволока, сравнивая полученное значение модуля Юнга со значениями, приведенными в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Материал	Модуль Юнга E , Па
Алюминий	$0,7 \cdot 10^{11}$
Чугун	$1,5 \cdot 10^{11}$
Сталь	$(2,0 \div 2,2) \cdot 10^{11}$
Бетон	$(0,1 \div 0,3) \cdot 10^{11}$
Медь, литье	$0,8 \cdot 10^{11}$
Латунь	$0,9 \cdot 10^{11}$

17. Постройте график зависимости $\sigma = f(\epsilon)$. По оси OX откладывайте значения ϵ , по оси OY – σ .

18. Учитывая, что сила упругости F_y в каждом измерении равна по модулю внешней силе F , по полученным данным постройте график зависимости величины силы упругости от величины абсолютной деформации, т. е. постройте график зависимости $F_y = f(\Delta l)$. По оси OX откладывайте Δl , по оси OY – F_y .

19. Сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Что следует понимать под деформацией тела? Какие виды деформаций Вы знаете?

2. Как можно объяснить возникновение упругих сил? Какова их природа?

3. Как формулируется и какова форма записи закона Гука при упругой деформации растяжения–сжатия?

4. Какой физический смысл коэффициента продольной упругости? В каких единицах он измеряется?

5. Что называется модулем Юнга и каков его физический смысл?

6. Что следует понимать под пределом пропорциональности, пределом упругости, пределом текучести и пределом прочности?

7. Выведите расчетную формулу для определения модуля Юнга.

8. Определите работу, совершаемую при деформации двух пружин, соединенных последовательно, параллельно.

9. Объясните, что происходит с деформируемым телом на каждом из участков диаграммы деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савчук, Г. К. Особенности кристаллической структуры керамики на основе цирконата-титаната свинца, полученной с использованием ультразвукового воздействия / Г. К. Савчук, А. К. Летко // Неорганические материалы. – 2017. – Т. 53. – № 2. – С. 1–8.

2. Савчук, Г. К. Применение рентгеновской дифрактометрии к изучению кристаллической структуры песка / Г. К. Савчук, Н. П. Юркевич, В. В. Зверева // Мир технологий. – 2004. – № 1. – С. 99–104.

3. Савчук, Г. К. Обучение студентов инженерно-строительного профиля основам рентгеновской дифрактометрии с использованием компьютерной структурной кристаллографии / Г. К. Савчук, Н. П. Юркевич // Физическое образование в вузах. – 2005. – Т. 2. – № 1. – С. 56–65.

4. Савчук, Г. К. Особенности электрофизических свойств керамических материалов на основе цирконата-титаната свинца, полученных методом холодного прессования / Г. К. Савчук, Н. П. Юркевич // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 14-й Международной научно-технической конференции. – Минск: БНТУ, 2016. – С. 443.

5. Лазарев, Д. А. Об определении областей когерентного рассеяния кристаллов кварца в глинистых системах / Д. А. Лазарев, О. Н. Калыгин // Вестник ОГУ. – 2012. – Т. 140. – № 4. – С. 221–224.

6. Основы рентгеноструктурного анализа в материаловедении / А. А. Клопотов [и др.]. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2012. – 276 с.

7. Штольц, А. К. Рентгеновский анализ микронапряжений и размера областей когерентного рассеяния в поликристаллических материалах / А. К. Штольц, А. И. Медведев, Л. В. Курбатов. – Москва, 2005. – 23 с.

8. Цыбуля, С. В. Рентгеноструктурный анализ ультрадисперсных систем: формула Дебая / С. В. Цыбуля, Д. А. Яценко // Журнал структурной химии. – 2012. – Т. 53. – С. S155–S171.

9. Сборник задач по общему курсу физики: в 2 ч. / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич и Г. К. Савчук; кол. авт. БНТУ. – 3-е изд. – Минск: БНТУ, 2014. – Ч. 1: Механика. Статистическая физика и термодинамика. – 219 с.

10. Павлов, П. В. Физика твердого тела / П. В. Павлов, А. Ф. Хохлов. – Москва: Высш. школа, 2000. – 494 с.

11. Яворский, Б. М. Основы физики / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. – Москва: Физматлит, 2003. – 1128 с.

Учебное издание

ИЗУЧЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Пособие для студентов специальностей
1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»,
1-70 04 02 «Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана
воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение,
водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты,
транспортные тоннели и метрополитены»

В 2 частях

Часть 2

Составители:

ЕСМАН Александр Константинович
ЮРКЕВИЧ Наталья Петровна
САВЧУК Галина Казимировна и др.

Редактор *Е. О. Германович*
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 16.04.2021. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,62. Уч.-изд. л. 2,05. Тираж 200. Заказ 384.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.