

выполнении этих работ ПЭВМ становятся очень важным и мобильным средством, а оперативная связь СТУДЕНТ - ПЭВМ - СТУДЕНТ способствует приобретению практических навыков работы и позволяет более глубоко проникнуть в суть изучаемого вопроса. Задания по лабораторным работам согласованы с преподавателями общетехнических и специальных кафедр строительного профиля, а это, несомненно, повышает их практическую значимость.

Важным видом самостоятельной работы студентов является также подготовка к практическим занятиям. Использование для этих целей различных электронных средств является очень полезным.

УДК 539.3

### Решение одной вязкоупругой задачи в терминах специальных функций

Крушевский Е.А., Кузнецова А.А.

Белорусский национальный технический университет

В работе [1] рассматривался переход от упругой к вязкоупругой постановке в задаче о воздействии сосредоточенной нагрузки на полупространство при движении по его поверхности. После разложения ([3]) поля перемещений на потенциальную и соленоидальную составляющие ( $\bar{U} = \nabla\Phi + \bar{U}^i$ ) применен метод Фурье разделения переменных для каждого из скалярных составляющих правой части последнего представления. В терминах комплексного представления констант Ламе  $\lambda_1 + i\lambda_2$  и  $\mu_1 + i\mu_2$  для весовых коэффициентов двумерных интегралов Фурье которых получены следующие системы уравнений:

$$\begin{cases} ((\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_1^2) - c^2\rho\alpha^2)\Phi_1 - ((\lambda_2 + 2\mu_2)\alpha^2 + (\lambda_1 + 2\mu_1)(\beta^2 - \gamma_3^2))\Phi_2 = 0 \\ ((\lambda_2 + 2\mu_2)\alpha^2 + (\lambda_1 + 2\mu_1)(\beta^2 - \gamma_1^2))\Phi_1 + ((\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_3^2) - c^2\rho\alpha^2)\Phi_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\mu_1(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_2^2) - \rho c^2\alpha^2)\bar{U}_1^i - (\mu_2\alpha^2 + \mu_1(\beta^2 - \gamma_4^2))\bar{U}_2^i = 0 \\ (\mu_2\alpha^2 + \mu_1(\beta^2 - \gamma_2^2))\bar{U}_1^i + (\mu_1(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_4^2) - \rho c^2\alpha^2)\bar{U}_2^i = 0 \end{cases}$$

где коэффициенты  $\gamma_i$  выражаются через  $\alpha$  и  $\beta$  ([2]). Рассматривая случаи вырожденности и не вырожденности систем, приходим к различным формулам, из которых, после выполнения условий сопряжения балки и полупространства на основе формул ([3]) можно записать выражения для действительной и мнимой части нормального перемещения поверхности упругого полупространства под движущейся нагрузкой. Получены явные выражения для решений с использованием интегрального синуса и интеграла от функции Макдональда.

Литература

1. Крушевский, Е.А., Кузнецова, А.А. Задача о воздействии сосредоточен-

ной нагрузки – Тезисы докладов международной конференции AMADE-2006, Минск, Беларусь.

Крушевский, Е.А. Кузнецова, А.А., Применение метода Фурье в одной задаче в вязко-упругой постановке – Тезисы докладов международной НТК БНТУ, 2010, Минск, Беларусь.

Филиппов, А.П. Колебания деформируемых систем – М.: Машиностроение, 1970. – 734 с.

УДК 517.9.625

### Непрерывные преобразования дифференциальных уравнений второго порядка с заданной нелинейностью

• Самодуров А.А.\* , Федорако Е.И.

Белорусский государственный университет\*

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$y_{xx} + f(x, z)y_x + \Phi(y, z) + F(x, z) = 0, \quad (1)$$

где  $y = y(x, z)$  - функция переменных  $x$  и  $z$ .

Данное уравнение было исследовано теоретико-групповым методом с целью решения обратной задачи группового анализа, а именно: поиска вида функций  $f(x, z)$ ,  $\Phi(y, z)$  и  $F(x, z)$ , для которых соответствующее уравнение вида (1) допускает группу непрерывных по параметру преобразований.

Оказалось, что в случае, когда

$$\Phi(y, z) = - \int \frac{fB_x^3 + B_{xx}^3}{B^3} dy, \quad (2)$$

где  $B^3 = B^3(x, z)$  - произвольная функция, оно будет инвариантно относительно замены переменной  $y = g(y, x, z)$ .

Данное преобразование выражается через функцию  $B^3$ :

$$y^* = y + B^3(x, z)C, \quad (3)$$

где  $C$  – произвольная постоянная.

Интересен тот факт, что преобразование (3) не зависит от вида функций  $f(x, z)$  и  $F(x, z)$ . Таким образом, доказана следующая

**Теорема.** Если дифференциальное уравнение вида (1) удовлетворяет условию (2), то оно является инвариантным относительно замены переменной (3).

Литература

1. Ибрагимов, Н.Х. Алгебра группового анализа/ Н.Х. Ибрагимов // Математика. Кибернетика. М: Знание, 1989. №8. 47с.
2. Зайцев, В.Ф., Полянин, А.Д. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.