

## СИНТЕЗ НАПРЯЖЕНИЙ РАВНОМЕРНЫХ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНЫХ МОДУЛЯЦИЙ ПРИ ВРЕМЕННОМ РЕГУЛИРОВАНИИ

Канд. техн. наук, доц. СТРИЖНЕВ А. Г.<sup>1)</sup>, асп. РУСАКОВИЧ А. Н.<sup>2)</sup>,  
инж. ШИХОВ А. А.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Научно-производственное общество с ограниченной ответственностью  
«ОКБ ТСП»,

<sup>2)</sup>Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники

E-mail: aliaksei.rusakovich@gmail.com

В статье рассматривается задача синтеза и качественной оценки гармонического состава одно- и многократных широтно-импульсных модуляций (ШИМ) напряжений при временном регулировании, являющемся, наряду с амплитудным, частотным и фазовым, одним из способов управления асинхронным двигателем. Сущность временного регулирования состоит в том, что при нем изменяется пауза после каждого двух разнополярных импульсов однократных ШИМ или двух разнополярных последовательностей импульсов многократных ШИМ. Особенностью временного регулирования является то, что двигатель в области малых сигналов управления имеет повышенную чувствительность и хорошую линейность механических характеристик во всем диапазоне регулирования. Получены аналитические выражения параметров ШИМ импульсов  $\alpha_i$  и  $\tau_i$ , позволяющие значительно упростить процесс формирования и реализацию временного регулирования с использованием табличных или индексно-табличных способов. Благодаря этим аналитическим выражениям можно не только определить амплитуду  $U_n^*$  напряжения  $n$ -й гармоники, но и провести качественную оценку гармонического состава выходных напряжений при временном регулировании. Установлено, что при регулировании частоты гармоник  $\omega_i = \omega_0/q$  изменяются обратно пропорционально величине параметра  $q$  и происходит замещение основной частоты  $\omega_0$  частотами высших гармоник.

Предлагаемый подход позволяет синтезировать напряжения равномерных одно- и многократных ШИМ, провести их сравнительный и качественный анализ, а полученные выражения могут быть использованы при моделировании работы электродвигателя переменного тока. Лучшими показателями по критерию минимума гармонических составляющих и максимума коэффициента несинусоидальности  $K_{нс}$  при временном регулировании обладают напряжения многократных ШИМ, при формировании которых использовано ступенчатое эталонное напряжение, имеющее четное число ступенек в полупериоде и содержащее паузу на нулевом уровне.

**Ключевые слова:** ШИМ, синтез напряжений, электродвигатель переменного тока, частотный преобразователь.

Ил. 3. Библиогр.: 10 назв.

## SYNTHESIS OF VOLTAGES OF UNIFORM PWM IN TIME REGULATION

STRYZHNIU A. G.<sup>1)</sup>, RUSAKOVICH A. N.<sup>2)</sup>, SHYKHAU A. A.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Scientific Production Limited Liability Company "OKB TSP",

<sup>2)</sup>Belarussian State University of Informatics and Radioelectronics

The article describes a process of synthesis and qualitative assessment of the harmonic composition of voltages of multiple and single PWM pulses in time regulation, being, along with amplitude, frequency and phase method, one of control

methods of an asynchronous motor. The main point of time regulation is that a pause after any two single PWM pulses with different polarity or after any two groups of multiple PWM pulses with different polarity changes during a process of regulation. Feature of time regulation is that a motor has fast response in the range of small-signal of control and good linearity of speed-torque characteristics in the whole control range. Analytical expressions of parameters of PWM pulses  $\alpha_i$  and  $\tau_i$  are obtained which allow to simplify considerably a process of formation and implementation of time regulation using tabular or indexed-tabular methods. These expressions allow not only to define voltage amplitude of  $U_n^*$  harmonic but also to perform qualitative assessment of harmonic composition of output voltages at time regulation. It is specified that harmonic frequencies  $\omega_i = \omega_0/q$  change in inverse proportion to magnitude of parameter  $q$  during a process of regulation and there is a replacement of a fundamental frequency by frequencies of higher harmonics.

The offered approach allows to synthesize voltage of uniform single and multiple PWM pulses and to perform their comparative and qualitative analysis and the obtained expressions can be used at modeling of AC motor work. Voltage of multiple PWM pulses which is formed using stepped reference voltage with even quantity of steps in a half period and a pause on a zero level has the best parameters by criterion of a minimum of harmonic components and a maximum of a factor of anharmonicity  $K_{nc}$  at time regulation.

**Keywords:** PWM, voltage synthesis, AC motor, frequency inverter.

Fig. 3. Ref.: 10 titles.

**Введение.** В электроприводе, содержащем электродвигатель переменного тока, используют частотные преобразователи, которые формируют напряжения в виде широтно-импульсной модуляции (ШИМ) и реализуют импульсное управление питанием обмоток двигателя. При импульсном управлении питание обмоток двигателя осуществляется напряжениями несинусоидальной формы переменной полярности, частота изменения которых определяет частоту, а длительность импульсов в полупериоде – амплитуду основной гармоники приложенного напряжения. В [1–3] аналитически определены параметры импульсов различных ШИМ напряжений и проведена качественная оценка гармонического состава при широтном регулировании напряжениями ШИМ, созданными с использованием различных форм эталонного напряжения. Полученные выражения позволяют значительно упростить процесс формирования и реализации напряжений ШИМ, используя табличные или индексно-табличные способы реализации [4]. Вместе с тем, на практике применяют не только широтное, но и временное регулирование. При временном регулировании, в отличие от широтного, с изменением кода управления изменяется пауза после каждого двух разнополярных импульсов однократной ШИМ или двух разнополярных групп импульсов многократной ШИМ. Особенностью временного регулирования является то, что двигатель в области малых сигналов управления имеет повышенную чувствительность и хорошую линейность механических характеристик во всем диапазоне регулирования [5].

**Временное регулирование.** При временном регулировании обмотки электродвигателя питаются квантами энергии, в качестве которых можно взять два разнополярных импульса однократной ШИМ или две разнополярные последовательности импульсов многократной ШИМ (рис. 1). Существуют различные способы формирования многократной ШИМ [6], однако лучшими показателями по критерию минимума гармонических со-

ставляющих и максимума коэффициента несинусоидальности  $K_{nc}$  при широтно-импульсном регулировании обладает напряжением, при формировании которого использовано ступенчатое эталонное напряжение, имеющее четное количество ступенек в полупериоде и содержащее паузу на нулевом уровне [2]. Для примера в дальнейшем будет использована многократная ШИМ [2], созданная с помощью двухступенчатого ( $r = 2$ ) эталонного напряжения с четным ( $l = 4$ ) числом ступенек одинаковой протяженности в полупериоде, при наличии  $Q_1 \neq 0$  паузы на нулевом уровне, на каждой ступеньке которого создается всего лишь один импульс  $k = 1$ .

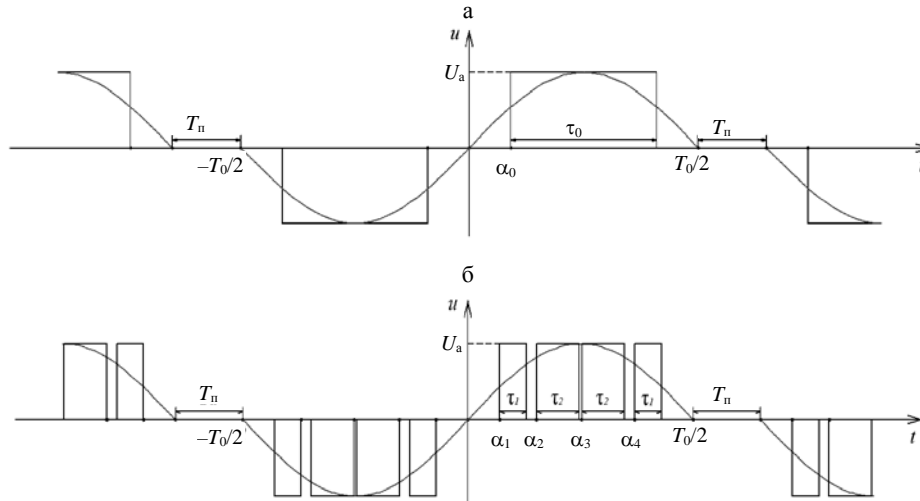


Рис. 1. Примеры временного регулирования различными напряжениями ШИМ:  
а – однократной; б – многократной

Напряжения (рис. 1) отличаются не только формой, но и гармоническим составом, который требуется определить и проанализировать. Напряжение однократной ШИМ-последовательности (рис. 1а) содержит в полупериоде один импульс постоянной амплитуды  $U_a$  и характеризуется параметрами:  $\alpha_0 = \frac{T_0}{4} - \frac{\tau_0}{2}$  – фазовый угол ШИМ-импульса, отсчитанный от начала полупериода;  $\tau_0$  – длительность ШИМ-импульса. Длительность ШИМ-импульса (рис. 1а) может быть не более  $T_0/2$ . Чтобы при максимальном сигнале управления (когда  $T_n = 0$ ) амплитуда первой гармоники была равной единице, длительность должна быть  $\tau_0 = T_0/3,5$ .

Напряжение многократной ШИМ-последовательности (рис. 1б) содержит в полупериоде четыре импульса постоянной амплитуды  $U_a$  и характеризуется параметрами:  $\alpha_i = \frac{1}{2} \left[ \frac{iT_0}{5} - \tau_i \right]$  – фазовый угол  $i$ -го ШИМ-импульса, отсчитанный от момента прохождения переменного синусоидального напряжения через нулевое значение до начала импульса,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;

$\tau_i = \frac{T_0}{10} \sin \frac{i\pi}{5}$  – длительность  $i$ -го ШИМ-импульса.

Регулирование (рис. 1) скорости электродвигателя можно осуществить путем изменения паузы между основными периодами повторения  $T_0$

$$T_n = T_q - T_0 = T_0(q-1), \quad (1)$$

где  $T_0 = 2\pi/\omega_0$  – основной период повторения;  $\omega_0$  – основная частота повторения;  $T_q = qT_0 = 2\pi/\omega_q$  – регулируемый период повторения;  $\omega_q$  – регулируемая частота повторения;  $q$  – параметр регулирования ( $q = 1, \dots, \infty$ ).

В общем виде многократная ШИМ-последовательность (рис. 1б) может рассматриваться как сумма однократных ШИМ-импульсов, для которых ряд Фурье [7]

$$u(t) = \sum_{i=1}^4 \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin n\omega_q t, \quad (2)$$

где  $U_n$  – амплитуда гармоники;  $n$  – номер гармоники ( $n = 1, 2, 3, \dots$ );  $i$  – номер импульса в полупериоде ( $i = 1, 2, 3, 4$ );  $\omega_q$  – регулируемая частота повторения.

Выражение для определения амплитуды  $n$ -й гармоники каждого импульса [8]

$$U_n = \frac{4}{T_q} \int_0^{T_q/2} U_a \sin n\omega_q t dt = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi(2\alpha_i + \tau_i)}{T_q} \sin \frac{n\pi\tau_i}{T_q}. \quad (3)$$

Используя формулы (1) и (3), получим в общем виде выражение для определения амплитуды  $n$ -й гармоники каждого импульса при регулировании

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi(2\alpha_i + \tau_i)}{qT_0} \sin \frac{n\pi\tau_i}{qT_0}. \quad (4)$$

Используя выражения (4) и значения параметров импульсов различных ШИМ-последовательностей (рис. 1), запишем формулы для определения амплитуды  $n$ -й гармоники при регулировании:

а) для напряжения рис. 1а

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi(2\alpha_0 + \tau_0)}{qT_0} \sin \frac{n\pi\tau_0}{qT_0}, \quad (5a)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{T_0}{4} - \frac{\tau_0}{2}; \quad \tau_0 = \frac{T_0}{3,5};$$

б) для напряжения рис. 1б

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \left[ \begin{aligned} &\sin \frac{n\pi(2\alpha_1 + \tau_1)}{qT_0} \sin \frac{n\pi\tau_1}{qT_0} + \sin \frac{n\pi(2\alpha_2 + \tau_2)}{qT_0} \sin \frac{n\pi\tau_2}{qT_0} + \\ &+ \sin \frac{n\pi(2\alpha_3 + \tau_2)}{qT_0} \sin \frac{n\pi\tau_2}{qT_0} + \sin \frac{n\pi(2\alpha_4 + \tau_1)}{qT_0} \sin \frac{n\pi\tau_1}{qT_0} \end{aligned} \right] \quad (5б)$$

где

$$\tau_1 = \frac{T_0}{10} \sin \frac{\pi}{5}; \quad \alpha_1 = \frac{T_0}{10} \left[ 1 - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{5} \right]; \quad \tau_2 = \frac{T_0}{10} \sin \frac{2\pi}{5};$$

$$\alpha_2 = \frac{T_0}{10} \left[ 2 - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5} \right]; \quad \alpha_3 = \frac{T_0}{10} \left[ 3 - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5} \right]; \quad \alpha_4 = \frac{T_0}{10} \left[ 4 - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{5} \right].$$

После подстановки и несложных преобразований выражения (5) примут вид:

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2q} \sin \frac{n\pi}{3,5q}; \quad (6а)$$

$$U_n^* = \frac{8U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2q} \left[ \cos \frac{3n\pi}{10q} \sin \left( \frac{n\pi}{10q} \sin \frac{\pi}{5} \right) + \cos \frac{n\pi}{10q} \sin \left( \frac{n\pi}{10q} \sin \frac{2\pi}{5} \right) \right]. \quad (6б)$$

С помощью выражений (6) построены графики на рис. 2, показывающие зависимость относительных амплитуд  $U_n/U_a$  первых пяти гармоник ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ) от параметра регулирования  $q = 1-6$ .

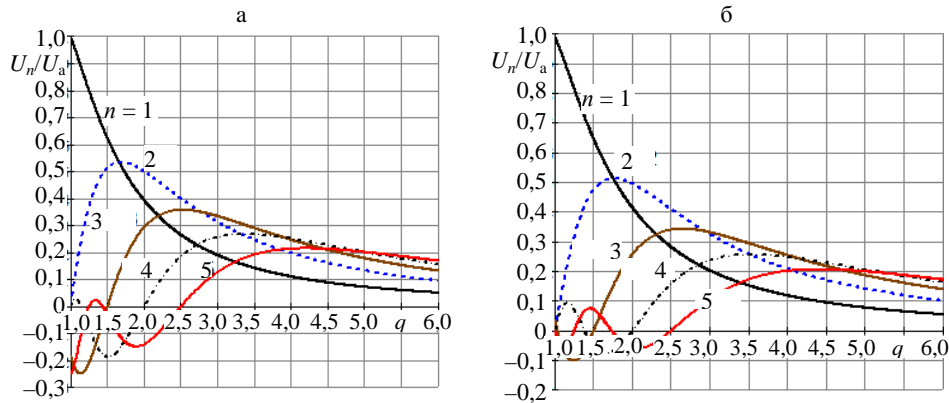


Рис. 2. Изменение относительных амплитуд  $U_n/U_a$  гармоник  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  при регулировании  $q = 1-6$  различными напряжениями ШИМ: а – однократной; б – многократной

Из рис. 2 следует, что в процессе регулирования  $q = 1-6$  присутствуют гармоники с номерами  $n = 1, 2, 3, 4, 5$ . Ближайшие к основной гармонике имеют амплитуды не более:

рис. 2а: 53 % – с номером  $n = 2$ ; 36 % – с номером  $n = 3$ ; 27 % – с номером  $n = 4$ ; 23 % – с номером  $n = 4$ ;

рис. 3б: 52 % – с номером  $n = 2$ ; 34 % – с номером  $n = 3$ ; 26 % – с номером  $n = 4$ ; 20 % – с номером  $n = 5$ .

Максимальные значения амплитуд гармоник однократной ШИМ (рис. 2а) незначительны – на 1-2 % больше, чем у многократной ШИМ (рис. 2б).

Высшие гармоники имеют частоты, кратные их номеру  $n$  относительно частоты  $\omega_1$  первой основной гармоники. При регулировании  $\omega_q$  частоты гармоник изменяются  $\omega_q^* = \omega_q/q$  обратно пропорционально величине параметра  $q$  и происходит замещение гармоники основной частоты  $\omega_0 = 2\pi/T_0$  частотами высших гармоник. Экспериментально установлено, что наличие четных гармоник в составе питающих напряжений оказывает благоприятное влияние на энергетические показатели электропривода [9]. Следует заметить, что оптимальный диапазон регулирования обычно выбирается в пределах значений  $q = 1-4$ .

**Качественный анализ напряжений многократных равномерных ШИМ** осуществим с помощью коэффициента несинусоидальности [10]

$$K_{nc} = \frac{U_{\text{вых}1}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_{\text{вых}n}^2}}, \quad (7)$$

где  $U_{\text{вых}1}$  – амплитуда напряжения первой гармоники;  $U_{\text{вых}n}$  – то же произвольной гармоники.

С помощью выражений (6), (7) для гармоник, имеющих номера  $n = 1-5$ , построен график на рис. 3, из которого следует, что лучшим коэффициентом  $K_{nc}$  (рис. 3, кривая 2) обладает многократная равномерная ШИМ, полученная за счет использования ступенчатого эталонного напряжения, имеющего четное количество ступенек в полупериоде и содержащего паузу на нулевом уровне. Худшим коэффициентом  $K_{nc}$  (рис. 3, кривая 1) обладает однократная ШИМ, у которой начальная длительность импульса  $\tau_0 = T_0/3,5$ , а относительная амплитуда первой гармоники –  $U_n/U_a = 1$ .

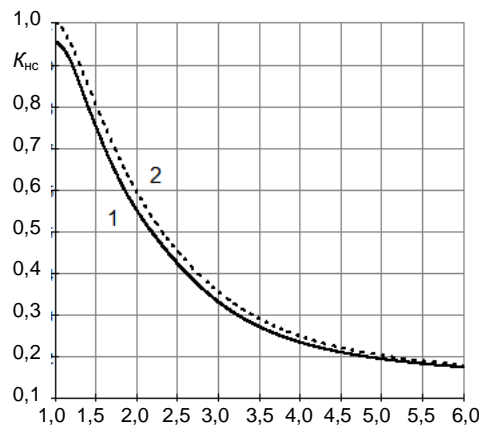


Рис. 3. Изменение коэффициента несинусоидальности  $K_{nc}$  при регулировании  $q = 1-6$

### ВЫВОД

Предлагаемый подход позволяет синтезировать напряжения одно- и многократных широтно-импульсных модуляций, созданных различными способами, провести их сравнительный и качественный анализы. Получе-

ны аналитические выражения параметров широтно-импульсных модуляций импульсов  $\alpha_i$  и  $\tau_i$ , которые можно использовать для программного формирования данного вида широтно-импульсных модуляций, определения амплитуды  $U_n^*$  напряжений  $n$ -й гармоники при временном регулировании, а также для моделирования работы электродвигателя переменного тока. Лучшими показателями по критерию минимума гармонических составляющих и максимума коэффициента несинусоидальности  $K_{нс}$  при временном регулировании обладает напряжение многократной широтно-импульсной модуляции (рис. 2б), при формировании которого использовано ступенчатое эталонное напряжение, имеющее четное число ступенек в полупериоде и содержащее паузу на нулевом уровне.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Стрижнев, А. Г. Спектральный анализ напряжений, питающих электродвигатель переменного тока / А. Г. Стрижнев, Ю. Н. Петренко, Г. В. Ледник // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2010. – № 5. – С. 25–30.
2. Стрижнев, А. Г. Синтез напряжений равномерных ШИМ, созданных по ступенчатым функциям построения / А. Г. Стрижнев, Г. В. Ледник // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2011. – № 5. – С. 24–30.
3. Стрижнев, А. Г. Синтез напряжений многократных ШИМ, созданных по трапецидальной и синусоидальной функциям построения / А. Г. Стрижнев, А. Н. Русакович // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2013. – № 1. – С. 32–40.
4. Марков, В. В. Индексная табличная ШИМ в автономном инверторе напряжения / В. В. Марков, К. П. Слядзевская // Электротехника. – 2000. – № 1. – С. 23–28.
5. Гостев, В. И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами: справ. / В. И. Гостев, В. К. Стеклов. – Киев: Радиоаматор, 1998. – 704 с.
6. Моин, В. С. Стабилизированные транзисторные преобразователи / В. С. Моин. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 376 с.
7. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. / С. И. Баскаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.
8. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1964. – 608 с.
9. Стрижнев, А. Г. Особенности временного способа управления двухфазным асинхронным двигателем при питании обмоток одно- и многократными ШИМ-последовательностями / А. Г. Стрижнев, А. А. Шихов, В. И. Симаньков // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 11-й Междунар. науч.-техн. конф.: в 4 т. – Минск: БНТУ, 2013. – Т.1. – 211 с.
10. Высокочастотные транзисторные преобразователи / Э. М. Ромаш [и др.]. – М.: Радио и связь, 1988. – 288 с.

#### REFERENCES

1. Stryzhniou, A. G., Petrenko, Yu. N., & Lednik, G. V. (2010) Spectral Analysis of Voltages, Supplying Motors of AC. *Izvestiia Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii – Energetika*. [Proceedings of the Higher Education Institutions and Power Engineering Associations – Power Engineering], 5, 25–30 (in Russian).
2. Stryzhniou, A. G., & Lednik, G. V. (2011) Synthesis of Voltages of Uniform PWM, Created on Stepped Functions of Construction. *Izvestiia Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii – Energetika*. [Proceedings of the Higher Education Institutions and Power Engineering Associations – Power Engineering], 5, 24–30 (in Russian).
3. Stryzhniou, A. G., & Rusakovich, A. N. (2013) Synthesis of Voltages of Uniform PWM, Created on Trapezium and Sinusoidal Functions of Construction. *Izvestiia Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii – Energetika*. [Proceedings of the Higher Education Institutions and Power Engineering Associations – Power Engineering], 1, 32–40 (in Russian).

4. Markov, V. V., & Slyadevskaya, K. P. (2000) Index table PWM Self-Regulation Interval of Voltage. *Elektrotehnika* [Electrical], 1, 23–28 (in Russian).
5. Gostev, V. I., & Steklov, V. K. (1998) *Automatic Control Systems with Digital Regulators*. Kiev, Radiomato. 704 p. (in Russian).
6. Moyn, V. S. (1986) *Stabilizing Transistor Inverters*. Moscow, Energoautomizdat. 376 p. (in Russian).
7. Baskakov, S. I. (1988) *Radiotechnical Circuits and Signals*. 2 the Edition. Moscow, Vysshaya Shkola. 448 p. (in Russian).
8. Bronshtein, I. N., & Semendyaev, K. A. (1964) *Reference Book on Mathematics*. Moscow, Science. 608 p. (in Russian).
9. Stryzhniou, A. G., Shihov, A. A., & Simankov, V. I. (2013) Peculiarities of Temporary Control Method of Two-Phase Asynchronous Motor During Windings Feed by Single and Multiple PWM Pulses. *Nauka – Obrazovaniyu, Proizvodstvu, Ekonomike: Materialy Odinnadtsatoi Mezhdunarodnoi Nauchno-Tekhnicheskoi Konferentsii* [Science for Education, Industry, Economics. Proceedings of the XI<sup>th</sup> International Scientific and Technical Conference], Minsk: BNTU, Vol. 1, 211 p. (in Russian).
10. Romash, E. M., Drabovich, Iu. I., Iurchenko, N. N., & Shevchenko, P. N. (1988) *High-Frequency Inverters*. Moscow, Radio and Communication. 288 p. (in Russian).

Поступила 22.01.2014

УДК [621.333.41+519.254]:001.891.5

## РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ РЕКУПЕРАЦИИ ЭЛЕКТРИФИЦИРОВАННОГО ГОРОДСКОГО ТРАНСПОРТА ПРИ УСТАНОВКЕ НАКОПИТЕЛЯ НА ТЯГОВОЙ ПОДСТАНЦИИ

СУЛИМ А. А.

*ГП «Украинский научно-исследовательский институт вагоностроения»*

E-mail: ank-17@ya.ru

В настоящее время большое внимание уделяется повышению энергоэффективности на эксплуатируемом электрифицированном городском транспорте. Перспективным направлением по повышению энергоэффективности на данном виде транспорта является применение рекуперативного торможения. Для дополнительного повышения энергоэффективности предложено использовать емкостной накопитель электроэнергии на шинах тяговой подстанции. Одна из важных задач – оценка применения энергии рекуперации с накопителем и без него.

Проведенный анализ работ показал, что существующие алгоритмы расчета не позволяют в полном объеме выполнять расчеты количества и стоимости энергии рекуперации без накопителя и при его использовании. Исходя из этого вытекает актуальность данной темы. Цель работы – составление методики расчета и алгоритма для определения количества и стоимости потребляемой, рекуперированной и избыточной энергии электрифицированного городского транспорта исходя из заданного режима движения на перегоне. Разработан алгоритм, позволяющий рассчитывать количество и стоимость потребляемой, рекуперированной и избыточной электроэнергии с учетом режима движения электрифицированного городского транспорта на перегоне