

заряда/разряда устройства. Этот фактор может иметь существенное значение при комплексном технико-экономическом анализе эффективности применения накопителя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чернецкий, А. М. Анализ влияния накопителей на потери электроэнергии в энергосистеме. Ч. 1 / А. М. Чернецкий // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2014. – № 2. – С. 21–28.
2. Nourai, A. Load Leveling Reduces T&D Line Losses / A. Nourai, V. I. Kogan, C. M. Schafer // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2008. – Vol. 23, No 4. – P. 2168–2173.
3. Oprima I Allocation of Energy Storage Devices in Electrical Power Systems / V. A. Stroeve [et al.] // Proceedings of the XIII International Conference on Computational Methods for Electric Power Systems Research (PSCC) in Trondheim, June 28 – July 2, 1999. – Norway, Trondheim, 1999. – P. 510–515.
4. Накопители энергии: учеб. пособие для вузов / Д. А. Бут [и др.]; под ред. Д. А. Бута. – М.: Энергоатомиздат, 1991.

#### REFERENCES

1. Chernetsky, A. M. (2014) Analysis of Storage System Influence on Energy Losses in Power System. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii – Energetika [Proceedings of the Higher Education Institutions and Power Engineering Associations – Power Engineering]*, 2, 21–28.
2. Nourai, A., Kogan, V. I., & Schafer, C. M. (2008) Load Leveling Reduces T&D Line Losses. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 23 (4), 2168–2173. doi: 10.1109/TPWRD.2008.921128.
3. Stroeve, V. A., Gremiakov, A. A., Arachchige, K. U., & Stychinskii, Z. A (1999) Optimal Allocation of Energy Storage Devices in Electrical Power Systems. *Trudy XIII Mezhdunarodnoi Konferentsii po Vychislitel'nyim Metodam Dlia Issledovaniia Elektroenergeticheskikh Sistem (PSCC)* [Proceedings of the XIII International Conference on Computational Methods for Electric Power Systems Research (PSCC)]. Norway, Trondheim, 510–515.
4. But, D. A., Alievskii, B. L., Miziurin, S. R., & Vasukevich, P. V. (1991) *Energy Storages*. Moscow, Energoatomizdat.

Представлена кафедрой  
электрических систем

Поступила 19.12.2013

УДК 621.311

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ АСИНХРОННОЙ ДВУХМАШИННОЙ СИСТЕМЫ

Докт. техн. наук САФАРЯН В. С.

ЗАО «Научно-исследовательский институт энергетики», Республика Армения

E-mail: liliasafar@rambler.ru

## MODELING AND INVESTIGATION OF ASYNCHRONOUS TWO-MACHINE SYSTEM MODES

SAFARYAN V. S.

CJSC “Scientific Research Institute of Energy”, Republic of Armenia

Рассматриваются стационарный и переходный процессы асинхронной двухмашинной системы. Приведены математическая модель стационарных и переходных режимов, статические характеристики и результаты исследования динамического процесса пуска асинхронной двухмашинной системы.

**Ключевые слова:** асинхронный генератор, переходный процесс, математическая модель, электромагнитный момент.

Ил. 5. Библиогр.: 4 назв.

The paper considers stationary and transient processes of an asynchronous two-machine system. A mathematical model for investigation of stationary and transient modes, static characteristics and research results of dynamic process pertaining to starting-up the asynchronous two-machine system has been given in paper.

**Keywords:** asynchronous generator, transient process, mathematical model, electromagnetic moment.

Fig. 5. Ref.: 4 titles.

В последние годы автономные системы электроснабжения (АСЭ) получают большое распространение [1–4]. АСЭ, выполненные на базе асинхронных генераторов (АГ), имеют ряд преимуществ (надежность, простота эксплуатации) и специфические особенности (потребность самовозбуждения и трудности регулирования напряжения статора). Применение АСЭ на базе АГ долгое время ограничивалось из-за отсутствия конденсаторных батарей небольших размеров и трудностей регулирования модуля напряжения и частоты, а также отсутствия теоретической базы исследования стационарных и переходных режимов. Существующие методы исследования АСЭ носят экспериментальный характер и не могут охватить широкий спектр имеющихся вопросов [1].

АСЭ, состоящая из двух асинхронных машин, одна из которых работает в генераторном, а другая в двигательном режиме, назовем асинхронной двухмашинной системой (АДС). Данная статья посвящена формированию математических моделей исследования стационарных и переходных режимов АДС. Прежде чем приступить к исследованию АДС, рассмотрим режим работы АГ со статической нагрузкой (автономный АГ (ААГ)) [4].

Схема замещения ААГ в стационарном режиме (СР) представлена на рис. 1.

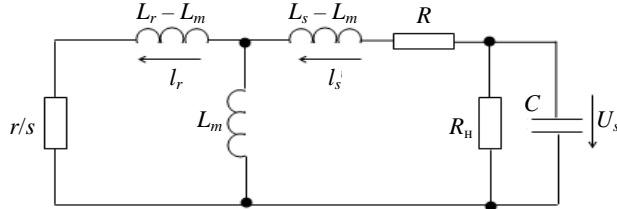


Рис. 1. Схема замещения ААГ в стационарном режиме:  $R(r)$  – активное сопротивление статорной (роторной) обмотки;  $L_s$  ( $L_r$ ) – индуктивность рассеяния статорной (роторной) обмотки;  $L_m$  – взаимная индуктивность;  $s$  – скольжение;  $R_n$  – сопротивление нагрузки;  $C$  – емкость самовозбуждения

Математическая модель переходного процесса в форме  $d, q$  [4]:

$$\begin{cases} \frac{d\dot{\psi}_s}{dt} = -(Rl_r + j\omega_0)\dot{\psi}_s + Rl_m\dot{\psi}_r + \dot{U}_s; \\ \frac{d\dot{\psi}_r}{dt} = rl_m\dot{\psi}_s - (rl_s + j(\omega_0 - \omega))\dot{\psi}_r; \\ \frac{d\dot{U}_s}{dt} = -\frac{1}{C}(l_r\dot{\psi}_s - l_m\dot{\psi}_r) - j\omega_0\dot{U}_s - \frac{\dot{U}_s}{R_n C}; \\ J \frac{d\omega}{dt} = M_m + M_\sigma, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\dot{\psi}_s (\dot{\psi}_r)$  – обобщенный вектор потокосцепления статора (ротора);  $\dot{U}_s$  – обобщенный вектор напряжения статора;  $\omega$  – угловая скорость ротора;  $\omega_0$  – угловая скорость системы отсчета;  $J$  – момент инерции вращающихся масс;  $l_s = L_s/\Delta$ ;  $l_r = L_r/\Delta$ ;  $l_m = L_m/\Delta$ ;  $\Delta = L_s L_r - L_m^2$ ;  $M_s = -1,5 l_m \times J m (\dot{\psi}_s \dot{\psi}_r)$  – электромагнитный момент;  $M_m$  – внешний, приложенный к ротору, механический момент.

Система электромагнитных уравнений СР ААГ представится в виде:

$$\begin{bmatrix} -(Rl_r + j\omega_0) & Rl_m & 1 \\ rl_m & (rl_s + j(\omega_0 - \omega)) & 0 \\ -\frac{l_r}{C} & \frac{l_m}{C} & -\left(\frac{1}{R_m C} + j\omega_0\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi}_s \\ \dot{\psi}_r \\ \dot{U}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

или в краткой форме записи

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = 0, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{X} = (\dot{\psi}_s, \dot{\psi}_r, \dot{U}_s)^T.$$

Уравнение (2) представляет модель СР ААГ лишь тогда, когда  $\omega_0$  равна угловой частоте напряжения статора  $\omega_s$  и компоненты вектора  $\mathbf{X}$  постоянны.

Из условия  $|\mathbf{A}| = 0$  определяются величины  $\omega$  и  $\omega_s$ , и при этом (3) имеет многочисленные нетривиальные решения: одно из них удовлетворяет уравнению  $M_s + M_m = 0$  и является стационарной точкой ААГ. Систему (3) нельзя трактовать как уравнения движения при заданной скорости машины, так как  $\omega$  не зависит от приложенного внешнего механического момента.

В отличие от ААГ, АДС имеет ряд особенностей, для выяснения которых составим ее схему замещения в СР (рис. 2).

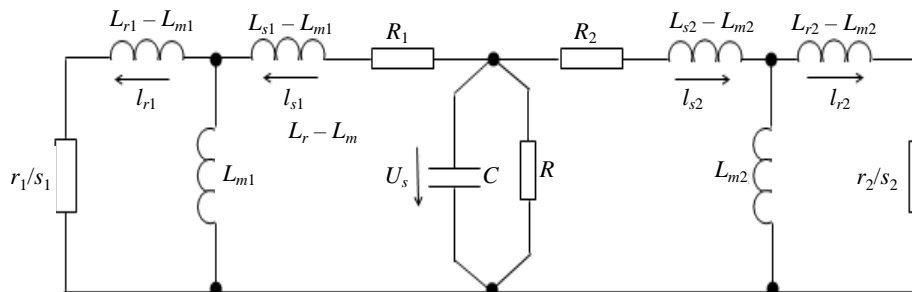


Рис. 2. Схема замещения АДС в стационарном режиме

Математическая модель переходного процесса в форме  $d, q$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \dot{\psi}_{s1} = \dot{U}_s - (R_1 l_{r1} + j\omega_0) \dot{\psi}_{s1} + R_1 l_{m1} \dot{\psi}_{r1}; \\ \frac{d}{dt} \dot{\psi}_{r1} = -(r_1 l_{s1} + j(\omega_0 - \omega_1)) \dot{\psi}_{r1} + r_1 l_{m1} \dot{\psi}_{s1}; \\ \frac{d}{dt} \dot{\psi}_{s2} = \dot{U}_s - (R_2 l_{r2} + j\omega_0) \dot{\psi}_{s2} + R_2 l_{m2} \dot{\psi}_{r2}; \\ \frac{d}{dt} \dot{\psi}_{r2} = -(r_2 l_{s2} + j(\omega_0 - \omega_2)) \dot{\psi}_{r2} + r_2 l_{m2} \dot{\psi}_{s2}; \\ \frac{d}{dt} \dot{U}_s = -\frac{1}{C} (l_{r1} \dot{\psi}_{s1} - l_{m1} \dot{\psi}_{r1} + l_{r2} \dot{\psi}_{s2} - l_{m2} \dot{\psi}_{r2}) - j\omega_0 \dot{U}_s - \frac{\dot{U}_s}{RC}; \\ J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_{s1} + M_{m1}; \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{s2} + M_{m2}. \end{array} \right. \quad (4)$$

Обозначения на рис. 2 и в (4) те же, что и для ААГ, лишь с той разницей, что соответствующие величины снабжены индексами «1» и «2» для обозначения номеров асинхронных машин. Через  $R$  обозначено балластное сопротивление.

Система уравнений электромагнитного переходного процесса (движение машин при заданных скоростях вращения роторов) представляется однородной линейной автономной системой дифференциальных уравнений

$$\frac{dX}{dt} = \mathbf{A}X, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{X} = (\dot{\psi}_{s1}, \dot{\psi}_{r1}, \dot{\psi}_{s2}, \dot{\psi}_{r2}, \dot{U}_s)^t;$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(R_1 l_{r1} + j\omega_0) & R_1 l_{m1} & 0 & 0 & 1 \\ r_1 l_{m1} & -(r_1 l_{s1} + j(\omega_0 - \omega_1)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(R_2 l_{r2} + j\omega_0) & R_2 l_{m2} & 1 \\ 0 & 0 & r_2 l_{m2} & -(r_2 l_{s2} + j(\omega_0 - \omega_2)) & 0 \\ -\frac{l_{r1}}{C} & \frac{l_{m1}}{C} & \frac{l_{r2}}{C} & \frac{l_{m2}}{C} & -\left(\frac{1}{RC} + j\omega_0\right) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Матрицу  $\mathbf{A}$  (6) представим в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} - j\omega_0 \mathbf{E}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица порядка 5;

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} R_1 l_{r1} & R_1 l_{m1} & 0 & 0 & 1 \\ r_1 l_{m1} & -r_1 l_{s1} - j\omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_2 l_{r2} & R_2 l_{m2} & 1 \\ 0 & 0 & r_2 l_{m2} & -r_2 l_{s2} - j\omega_2 & 0 \\ -\frac{l_{r1}}{C} & \frac{l_{m1}}{C} & -\frac{l_{r2}}{C} & \frac{l_{m2}}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}.$$

Покажем, что условие существования СР АДС сводится к наличию чисто мнимого собственного значения матрицы  $\mathbf{B}$ . Действительно, определение стационарного режима (состояние равновесия) (5) сводится к решению системы неоднородных линейных уравнений

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = 0, \quad (8)$$

которая имеет нетривиальное решение при

$$|\mathbf{A}| = |\mathbf{B} - j\omega_0 \mathbf{E}| = 0. \quad (9)$$

Из (9) следует, что  $j\omega_0$  является собственным числом матрицы  $\mathbf{B}$ .

Величину  $\omega_0$  можно интерпретировать как угловую частоту напряжения статора, так как лишь при равенстве угловых скоростей вращения системы отсчета и угловой частоты напряжения статора компоненты вектора  $\mathbf{X}$  в СР постоянны, и его определение сводится к (8). Таким образом, искомыми СР, кроме компонентов вектора  $\mathbf{X}$ , являются также  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_s$ . Дополнив (8) уравнениями равновесия электромеханического процесса, получим систему уравнений СР АДС:

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{X} = 0; \\ M_{s1} = -M_{m1}; \\ M_{s2} = -M_{m2}. \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, без ущерба для общности можно принять  $\dot{U}_s = U_s$ , при этом получим 12 искоемых переменных, и система (10) содержит 12 уравнений.

При определении СР считаем, что электрические параметры АДС ( $l_{r1}$ ,  $l_{r2}$ ,  $l_{s1}$ ,  $l_{s2}$ ,  $L_{m1}$ ,  $L_{m2}$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$ ,  $C$ ),  $U_s$ ,  $\omega_s$  заданы и требуется определить  $\dot{\psi}_{s1}$ ,  $\dot{\psi}_{s2}$ ,  $\dot{\psi}_{r1}$ ,  $\dot{\psi}_{r2}$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $M_{m1}$ ,  $M_{m2}$ .

Из уравнения  $|\mathbf{A}| = 0$  сразу определяем  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , далее из первых двух уравнений (8) находим  $\dot{\psi}_{s1}$ ,  $\dot{\psi}_{r1}$ , а из третьего и четвертого уравнений –  $\dot{\psi}_{s2}$ ,  $\dot{\psi}_{r2}$ . Из последних двух уравнений (10) определяем  $M_{m1}$ ,  $M_{m2}$ .

Очевидно, что  $\omega_1$  и  $\omega_2$  не зависят от  $U_s$ , так как  $|\mathbf{A}|$  не зависит от  $U_s$ . От  $U_s$  зависят параметры режима  $\psi$  и электромагнитные моменты, причем  $\psi$  зависит от  $U_s$  линейно, а  $M_s$  – квадратичным законом. Из вышесказанного следует, что при изменении  $U_s$  отношение электромагнитных моментов не изменяется. Графики зависимости  $M_{s1}$ ,  $M_{s2}$  и их отношения

( $K_s = M_{s2}/M_{s1}$ ) от  $\omega_s$  (из модели следует, что при  $M_s < 0$  – генераторный режим, при  $M_s > 0$  – двигательный режим) приведены на рис. 3.

Графики зависимостей на рис. 3 построены для машины с параметрами:  $R_1 = R_2 = 0,685$  Ом;  $r_1 = r_2 = 1,2557$  Ом;  $L_{s1} = L_{s2} = 0,04395$  Гн;  $L_{r1} = L_{r2} = 0,55937$  Гн;  $L_{m1} = L_{m2} = 0,1536$  Гн;  $R = 4$  Ом;  $C = 0,0005$  Ф.

Рассмотрим переходные процессы пуска АДС. Сначала запускается АГ без АД, затем к зажимам статора АГ подключается АД. Исследования при помощи математической модели подтверждают, что во избежание провалов и всплесков напряжения статора и механических усилий на валу ротора АГ необходимо управлять емкостью самовозбуждения и балластным сопротивлением таким образом, чтобы поддержать полное сопротивление на выходе АГ в пределах, равных входному сопротивлению АД в СР.

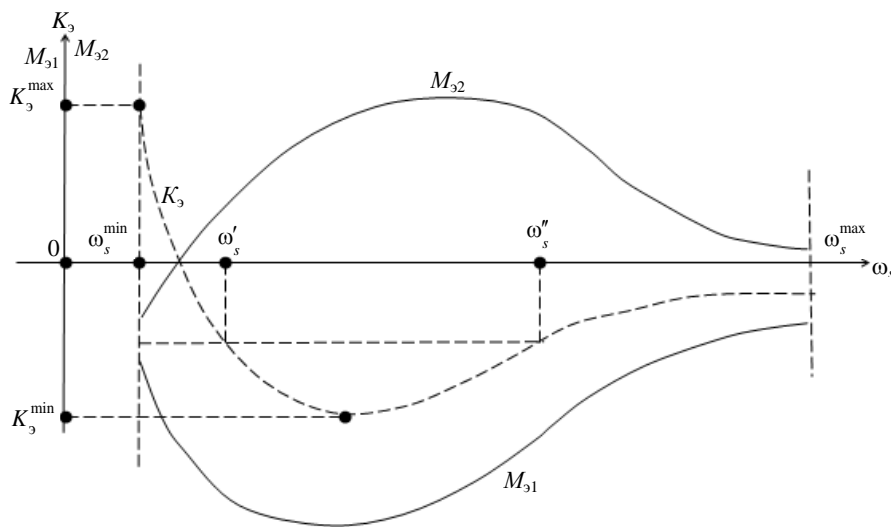


Рис. 3. Зависимость  $M_{s1}$ ,  $M_{s2}$  и  $M_{s2}/M_{s1}$  от частоты напряжения статора

Кривые  $\omega_1(t)$ ,  $\omega_s(t)$ ,  $\omega_2(t)$ ,  $U_s(t)$  переходного процесса пуска АДС, параметры которой приведены выше, показаны на рис. 4. В момент времени  $t = 50$  с, после пуска АГ, включается АД, нагрузка которой ( $M_{m2} = 0,015$ ) загружается постепенно в течение 40 с. В момент подключения АД сопротивление его ротора равно 40 Ом (АД с фазным ротором). Прежнее значение сопротивления ротора (1,2557 Ом) восстанавливается постепенно в течение 20 с, начиная с момента  $t = 80$  с. Процесс пуска, представленный на рис. 4, управляется балластным сопротивлением таким образом, чтобы суммарная активная нагрузка АГ оставалась постоянной и равной нагрузке при работе АДС в СР.

Приведем те же характеристики переходного процесса пуска АДС при отсутствии управления балластным сопротивлением (рис. 5). Для успешного пуска необходимо восстановить сопротивление ротора в течение 40 с, иначе пуск получается неудачным. Всплеск напряжения составляет 2,20 (отношение наибольшего значения  $U_s$  к его значению в СР), а в первом случае всплеск напряжения равен 1,15. Время установления СР – 200 с.

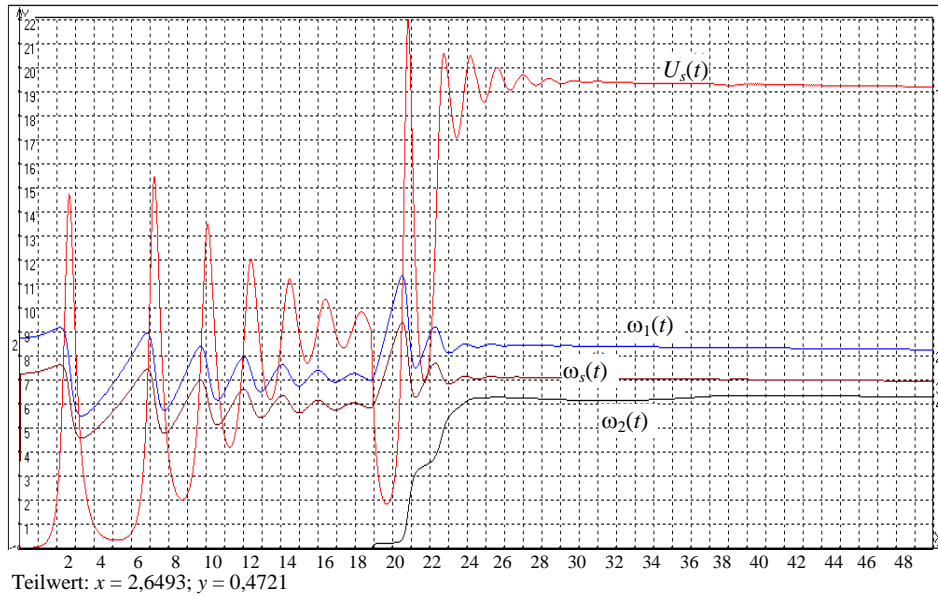


Рис. 4. Кривые  $U_s(t)$ ,  $\omega_1(t)$ ,  $\omega_s(t)$ ,  $\omega_2(t)$  переходного процесса пуска АДС при управлении балластным сопротивлением

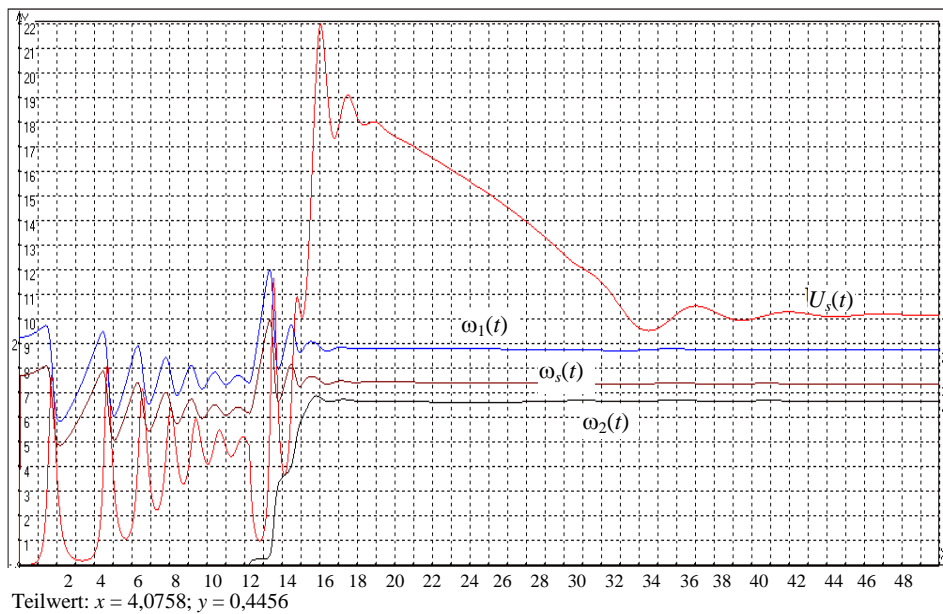


Рис. 5. Кривые  $U_s(t)$ ,  $\omega_1(t)$ ,  $\omega_s(t)$ ,  $\omega_2(t)$  переходного процесса пуска АДС при отсутствии управления балластным сопротивлением

В математической модели АДС (4) не учтены уравнения первичного двигателя АГ и автоматического регулятора. Для обеспечения необходимых уровней статических и динамических характеристик АДС (запас устойчивости, качество электроэнергии, быстродействие и т. д.) необходимо предусмотреть систему автоматического регулятора, в качестве управляющих воздействий приняв балластное сопротивление и емкость самовозбуждения.

## ВЫВОДЫ

1. Получена математическая модель исследования стационарных и переходных режимов асинхронной двухмашинной системы, которая в форме  $d, q$  представляется системой обыкновенных, нелинейных, автономных дифференциальных уравнений.

2. Показано, что при неизменном отношении механических моментов асинхронных машин угловые скорости роторов машин и угловая частота напряжения статора в стационарном режиме постоянны.

3. Показано, что угловая частота напряжения статора является собственным числом матрицы коэффициентов уравнений электромагнитного переходного процесса при заданных движениях роторов.

4. Приведены графики зависимостей режимных параметров при пуске асинхронной двухмашинной системы. При управлении пуском балластным сопротивлением всплеск напряжения уменьшается в два раза.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Д ж е н д у н б а е в, А. Р. Автономные асинхронные генераторы с конденсаторным самовозбуждением: развитие теории и практики: дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.01 / А. Р. Джендунбаев; МЭИ. – Черкеск, 2006. – 365 с.
2. З а ч е п а, Ю. В. Автономные системы электроснабжения на базе асинхронных генераторов: основные требования и структура / Ю. В. Зацепя // Электромеханические и энерго-сберегающие системы. – 2007. – Вып. 3. – С. 12–22.
3. Т о р о п ц е в, Н. Д. Асинхронные генераторы для автономных электроэнергетических установок / Н. Д. Торопцев. – М.: Энергопрогресс, 2004. – 89 с.
4. С а ф а р я н, В. С. Исследование статической и динамической устойчивости режимов автономного асинхронного генератора / В. С. Сафарян, С. Г. Геворгян // Вестник ГИУА (Политехник). Сер. Энергетика, Электротехника. – 2012. – Вып. 15, № 1. – С. 19–26.

## REFERENCES

1. D z h e n d u n b a e v, A. R. *Avtonomnye Asinkhronnye Generatory s Kondensatornym Samovozbuzhdeniem: Razvitie Teorii i Praktiki. Dis. d-ra Khabilitata Tekhn. Nauk* [Autonomous Generator with Capacitor Self-Excitation: Development of Theory and Practice. Dr. tech. sci. diss.]. Cherkessk, 2006.
2. Z a c h e p a, Yu. V. (2007) Autonomous Systems of Electric Power Supply on the Basis of Asynchronous Generators: Fundamental Requirements and Structure. *Elektromekhanicheskie i Energoberegaiushchie Sistemy* [Electromechanical and Power Saving Systems], Issue 3, 12–22.
3. Т о р о п ц е в, N. D. (2004) *Asynchronous Generators for Autonomous Electrical Power Plants*. Moscow: Energoprogress.
4. S a f a r y a n, V. S., & Gevorgyan, S. G. (2012) Investigation of Static and Dynamic Stability of Autonomous Asynchronous Generator Modes. *Vestnik Gosudarstvennogo Inzhenernogo Universiteta Armenii (Politekhnik). Ser. Energetika. Elektrotehnika*. [Bulletin of State Engineering University of Armenia (Poltekhnik). Ser. Power Engineering, Electrical Engineering], Issue 15 (1), 19–26.

Поступила 04.10.2013