

Если же указанное условие не соблюдается, то названные пары внесут полное число условий связи с влиянием их на движение, пропорциональным соответствующим отклонениям.

Литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. — М.: Наука, 1975.
 2. Решетов Л.Н. Конструирование рациональных механизмов. Изд. 2 — М.: Машиностроение., 1972.
- Теория механизмов и машин /под ред. Фролова К. В. — М.: Наука, 1989.

УДК 639.3+625.7/.8.002.5+69.002.5+ 622.002.5.001.24

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ РАМ МОБИЛЬНЫХ МАШИН

В.Ф. Кондратюк, В.А. Цыбулько, Д.П. Сологуб

Несущие конструкции мобильных дорожно-строительных, горных машин — рамы — самые ответственные базовые узлы. Для нормальной работы монтируемых на них механизмов должна быть обеспечена соответствующая их жесткость.

Приведем пример, в котором показана возможность получить решение всего по двум алгебраическим уравнениям. Информацией о геометрии рассчитываемой конструкции являются осевые моменты инерции — минимальные сведения о геометрических параметрах. Однако, как оказалось, можно получить приемлемые результаты.

Кручение рамы в общем случае сопровождается депланацией — перемещением вдоль оси рамы — гипотеза Бернулли нарушается.

В работе [1] рассмотрен случай стесненного кручения рамы. Для сравнительной оценки низких приближений по этой же методике и решения сопротивления материалов [2] рассмотрим кручение рамы со свободным концом.

Искомые перемещения :

$u = Uyz = Ur^2 \sin \theta \cos \theta$, $w_\tau = W_\tau rx$ — трансверсальное перемещение,

$\frac{w_\tau}{r} = W_\tau x$ — угол закручивания произвольного сечения, $w_r = 0$ — радиальное перемещение,

$v = -w_{\tau} \sin \theta = -W_{\tau} xy$, $w = w_{\tau} \cos \theta = W_{\tau} xy$ — составляющие перемещения по осям y и z ;

U, W_{τ} — обобщенные перемещения — постоянные коэффициенты, подлежащие определению.

Здесь x — продольная, y, z — поперечные (горизонтальная и вертикальная) оси рамы; r, θ — полярные координаты.

U, W_{τ} находим на основе принципа возможных перемещений.

Разрешающая система уравнений:

$$1) bU + IW_{\tau} = 0,$$

$$2) IU + bW_{\tau} = T_{\kappa} l; \quad b = G \int_V (y^2 + z^2) dV = G \int_V r^2 dV, \quad I = G \int_V (y^2 - z^2) dV.$$

Стержень круглого сечения

$$b = G \int_V (y^2 + z^2) dV, \quad I = G \int_V (y^2 - z^2) dV.$$

Элемент объема: $dV = l dA$, l — длина стержня.

$$b = Gl \int_A (y^2 + z^2) dA = Gl (I_z + I_y) = Gl I_p,$$

$$I = Gl \int_A (y^2 - z^2) dA = Gl (I_z - I_y) = 0;$$

I_p — полярный момент инерции сечения.

Уравнения:

$$Gl I_p U + 0 W_{\tau} = 0, \quad U = 0 \quad u = 0 \text{ — деформация отсутствует.}$$

$b W_{\tau} = T_{\kappa} l, Gl I_p W_{\tau} = T_{\kappa} l, Gl_p W_{\tau} = T_{\kappa}$; трансверсальное перемещение:

$$w_{\tau} = \frac{T_{\kappa} x}{I_p G} r.$$

Угол закручивания сечения: $\varphi = W_{\tau} x = \frac{T_{\kappa} x}{I_p G}$, что совпадает с решением «сопромата».

Стержень прямоугольного сечения.

$$I_y = \frac{bh^3}{12}, \quad I_z = \frac{hb^3}{12}, \quad I_y + I_z = \frac{bh^3}{12} + \frac{hb^3}{12} = \frac{bh(h^2 + b^2)}{12}, \quad I_z - I_y = \frac{hb(b^2 - h^2)}{12}.$$

Решение:

$$1) Gl \frac{bh(b^2 + h^2)}{12} U + Gl \frac{bh(b^2 - h^2)}{12} W_\tau = 0, (b^2 + h^2)U + (b^2 - h^2)W_\tau = 0; U = -\frac{b^2 - h^2}{b^2 + h^2} W_\tau;$$

$$2) Gl \frac{bh(b^2 - h^2)}{12} U + Gl \frac{bh(b^2 + h^2)}{12} W_\tau = T_\kappa l, W_\tau = \frac{3T_\kappa (b^2 + h^2)}{b^3 h^3 G}.$$

Принимаем $b=1$ м, $H=1$ м:

$$W_\tau = \frac{3T_\kappa (1^2 + 0,1^2)}{G l^3 \cdot 0,1^3} = 3 \frac{1,01 T_\kappa}{10^{-3} G} = 3030 \frac{T_\kappa}{G}; U = -\frac{1^2 - 0,1^2}{1^2 + 0,1^2} W_\tau = -\frac{0,99}{1,01} W_\tau = -0,9802 W_\tau.$$

Угол закручивания: $\varphi = W_\tau x$; полагая $x=1$ м, $\varphi = W_\tau = 3030 \frac{T_\kappa}{G}$ рад.

По формуле сопротивления материалов:

$$\varphi = \frac{T_\kappa x}{G I_\alpha}, I_\alpha = 3,123 h^4 = 3,123 \cdot 10^{-4}, \frac{1}{I_\alpha} = \frac{1}{3,123 \cdot 10^{-4}} = 3202, \varphi = 3202 \frac{T_\kappa}{G}.$$

$$\text{Расхождение: } \frac{3202 - 3030}{3202} 100\% = 5,3\%.$$

Принимаем: $b=1$ м, $h=1$ м (квадрат).

$$U = -\frac{b^2 - h^2}{b^2 + h^2} W_\tau = 0, \text{ так как } b=h \text{ (депланация отсутствует).}$$

$$W_\tau = \frac{12 T_\kappa (1^2 + 1^2)}{G \cdot 4 \cdot 1^3 \cdot 1^3} = 6 \frac{T_\kappa}{G}, \varphi = W_\tau x, x=1, \varphi = 6 \frac{T_\kappa}{G} \text{ рад.}$$

По формуле сопротивления материалов:

$$\varphi = \frac{T_\kappa \cdot 1}{G \cdot I_\alpha}, I_\alpha = 0,140 h^4, 1/I_\alpha = 7,14, \varphi = 7,14 \frac{T_\kappa}{G} \text{ рад.}$$

$$\text{Расхождение: } \frac{7,14 - 6}{6} \cdot 100\% = 16\%.$$

Так как сечение рам ближе к вытянутому прямоугольному, то методика расчета деформаций вполне приемлема.

Литература

1. Кондратюк В.Ф. Математические модели расчета базовых конструкций машин. — Мн.: Белорусская гос. политех. академия, 1999. — 120 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. — М.: Наука, 1986. — 512 с.