

технологий и прогрессивных методов обучения», посвященной 80-ти летию Белорусской государственной политехнической академии. В 10-ти частях. Часть 5.— Мн.: БГПА, 2000, с. 7.

2. Босаков В.В., Кудин В.В., Астахов Э.И. Исследование собственных и вынужденных колебаний виброизолированного фундамента методом конечных элементов. Там же с. 13.

3. Кудин В.В., Астахов Э.И. Расчет виброизолированных фундаментов под прецизионное оборудование. Материалы Республиканского семинара преподавателей кафедр теоретической механики, теории механизмов и машин, сопротивления материалов ВУЗов Беларуси. Минск, 15–17 июля 2000г. — Мн.: Технопринт, 2001, с.73–75.

4. Астахов Э.И., Кудин В.В. Колебания в машинах и методы их устранения. Учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей.— Мн.: БГПА, 1997. — 130 с.

УДК 621. 01

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ УПРУГИХ ЗВЕНЬЕВ ПЕРЕДАТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ АВТОМОБИЛЯ С УЧЕТОМ ИХ ЖЕСТКОСТИ И ДИССИПАТИВНОСТИ

В. И. Зинкевич, А. М. Белоус

При конструировании машинного агрегата необходимо получить такие законы движения его звеньев, осуществление которых обеспечит выполнение необходимого рабочего процесса. Не учтенные при расчете деформации звеньев и зазоры в кинематических парах приводят к отклонениям законов движения звеньев от программных, т.е. динамическим ошибкам. Учет упругости звеньев и их сочленений позволит на начальной стадии проектирования решать некоторые задачи, без которых невозможно создание высокопроизводительных и надежных машин.

При построении динамической модели упругой машины необходимо, в первую очередь, учитывать упругость наиболее податливых звеньев машины. Практика инженерных расчетов показывает, что во многих случаях наиболее податливыми оказываются звенья передаточных механизмов. Звенья исполнительных механизмов, а также системы двигателя оказываются более жесткими. С другой стороны, массы звеньев передаточного механизма часто оказываются незначительными по сравнению с массами остальных движущих частей машины и их величиной в первом приближении можно пренебречь. Учет

этих обстоятельств приводит к динамической модели, в которой механическая система трансмиссии автомобиля представлена на рис. 1, где M_D — движущий момент; M_c — момент трения в сцеплении; M_T — момент сопротивления дороги. Здесь указанные механизмы соединены безинерционными упруго-диссипативными звеньями, имеющими жесткость C_i , коэффициент диссипации b_i и момент инерции J_i ($i = 1, 2, \dots, 4$).

В работе исследовалось изменение моментов и ускорений в упругих звеньях 1,2,3,4 на заданном промежутке времени.

Уравнение движения механической системы в предположении об идеальности связей можно записать в форме уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_n}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad (1)$$

где E_k и E_n — кинетическая и потенциальная энергия системы; Φ — диссипативная функция; Q — обобщенная сила; q — обобщенная координата.

Для заданной динамической модели (рис. 1) в качестве обобщенных координат выбраны углы поворота упругих звеньев вокруг их собственных осей вращения: j_1, j_2, j_3, j_4 и уравнения кинетической, потенциальной энергии и диссипативной функции соответственно будут иметь вид:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{I_1 \varphi_1^2}{2} + \frac{I_2 \varphi_2^2}{2} + \frac{I_3 \varphi_3^2}{2} + \frac{I_4 \varphi_4^2}{2}; \\ E_n &= \frac{c_1 (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} + \frac{c_2 (\varphi_2)^2}{2} + \frac{c_3 (\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1)^2}{2}; \\ \Phi &= \frac{b_1 (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} + \frac{b_2 (\varphi_2)^2}{2} + \frac{b_3 (\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1)^2}{2}; \end{aligned} \quad (2)$$

Найдем частные производные кинетической энергии по обобщенной координате:

$$\left(\frac{\partial E_k}{\partial \varphi_1} \right) = J_1 \varphi_1; \quad \left(\frac{\partial E_k}{\partial \varphi_2} \right) = J_2 \varphi_2; \quad \left(\frac{\partial E_k}{\partial \varphi_3} \right) = J_3 \varphi_3; \quad \left(\frac{\partial E_k}{\partial \varphi_4} \right) = J_4 \varphi_4$$

Производные по времени ранее найденных частных производных

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right)$$

будут равны:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial q_1} \right) &= J_1 \varphi_1; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial q_2} \right) &= J_2 \varphi_2; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial q_3} \right) &= J_3 \varphi_3; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial q_4} \right) &= J_4 \varphi_4; \end{aligned}$$

Частные производные $\frac{\partial E_k}{\partial q_i}$ при $t=0$ будут равны нулю

Найдем частные производные потенциальной энергии по обобщенной координате:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_\pi}{\partial \varphi_1} &= c_1(\varphi_1 - \varphi_2) - c_3(\varphi_3 - \varphi_1 - \varphi_4); \\ \frac{\partial E_\pi}{\partial \varphi_2} &= c_2(\varphi_2) - c_1(\varphi_1 - \varphi_2); \\ \frac{\partial E_\pi}{\partial \varphi_3} &= c_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1); \\ \frac{\partial E_\pi}{\partial \varphi_4} &= -c_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1); \end{aligned} \tag{3}$$

Найдем частные производные диссипативной функции по обобщенно координате:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_1} &= b_1(\varphi_1 - \varphi_2) - b_3(\varphi_3 - \varphi_1 - \varphi_4); \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_2} &= b_2(\varphi_2) - b_1(\varphi_1 - \varphi_2); \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_3} &= b_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1); \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_4} &= -b_3(\varphi_3 - \varphi_4); \end{aligned} \tag{4}$$

С учетом найденных производных запишем уравнения движения для заданной модели пользуясь уравнением Лагранжа второго рода. Причем число уравнений равно числу обобщенных координат

$$\begin{aligned}
I_1\varphi_1 + c_1(\varphi_1 - \varphi_2) + b_1(\varphi_1 - \varphi_2) - c_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1) - b_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1) &= 0; \\
I_2\varphi_2 - c_1(\varphi_1 - \varphi_2) + c_2(\varphi_2) - b_1(\varphi_1 - \varphi_2) + b_2(\varphi_2) &= 0; \\
I_3\varphi_3 + c_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1) + b_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1) &= M_\Delta; \\
I_4\varphi_4 - c_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1) - b_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1) &= -M_f \operatorname{sgn}(\varphi_3);
\end{aligned} \tag{5}$$

Их можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
I_1\varphi_1 + M_1 - M_3 &= 0; & M_1 &= c_1(\varphi_1 - \varphi_2) + b_1(\varphi_1 - \varphi_2); \\
I_2\varphi_2 - M_1 + M_2 &= 0; & M_2 &= c_2(\varphi_2) + b_2(\varphi_2); \\
I_3\varphi_3 + M_3 &= M_D; & M_3 &= c_3(\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1) + b_3((\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_1)); \\
I_4\varphi_4 - M_3 &= -M_f \operatorname{sgn}(\varphi_3); & M_D &= M_{D0}(1 - e^{-kt}); \\
& & M_c &= M_{c0}(1 - e^{-k_c t}); \\
& & M_f &= M_{f0} \operatorname{sgn}(\varphi_3);
\end{aligned} \tag{6}$$

аН

систему (7) накладываются ограничения $|M_1| \leq M_c$; $|M_2| \leq M_f$.

Используя ранее полученные зависимости (6) получим уравнения для определения угловых ускорений упругих звеньев:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \frac{M_3 - M_1}{I_1}; \\
\varphi_2 &= \frac{M_1 - M_2}{I_2}; \\
\varphi_3 &= \frac{M_D - M_2}{I_3}; \\
\varphi_4 &= \frac{M_3 - M_f \operatorname{sgn}(\varphi_3)}{I_4}
\end{aligned} \tag{8}$$

Для численного решения уравнений был использован метод Рунге-Кутты 4 порядка. Полученные зависимости были запрограммированы для вычислений на языке Паскаль.

Начальные данные к расчету:

$$J_1 = 5.1 \text{ кгм}^2, J_2 = 0.45 \text{ кгм}^2, J_3 = 7.5 \text{ кгм}^2, J_4 = 2.3 \text{ кгм}^2,$$

$$c_1 = 59 \text{ нм/рад}, c_2 = 248 \text{ нм/рад}, c_3 = 84 \text{ нм/рад},$$

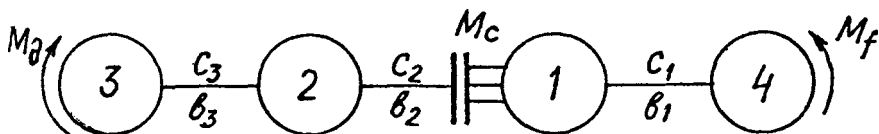


Рис. 1. Динамическая модель трансмиссии автомобиля:
 1 — коробка передач; 2 — маховик; 3 — двигатель; 4 — задний мост

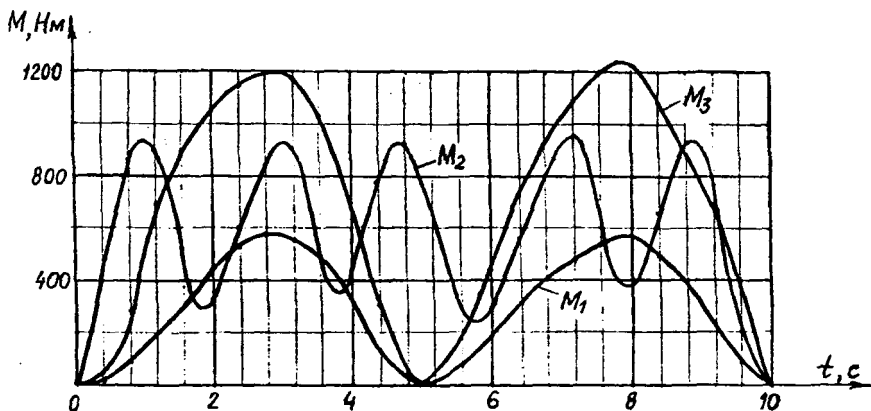


Рис. 2. Изменение моментов упругих звеньев от времени

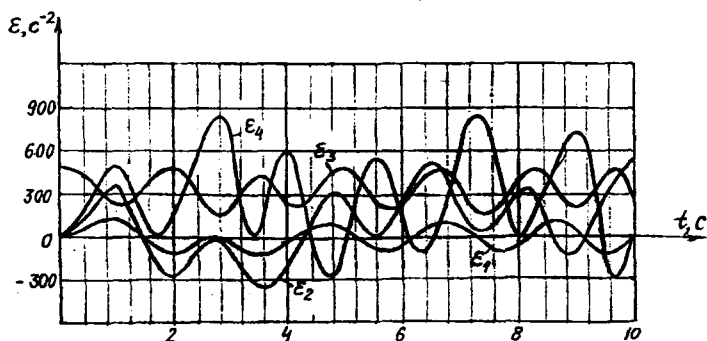


Рис. 3. Изменение ускорений упругих звеньев от времени

$$b_1=0.51 \text{ нмс/рад}, b_2=0.16 \text{ нмс/рад}, b_3=0.025 \text{ нмс/рад}.$$

$M_{\text{до}}=580 \text{ нм}$ — начальный движущий момент,

$M_{\text{с}_0}=950 \text{ нм}$ — начальный момент сцепления,

$M_{\text{г}}=590 \text{ нм}$, $K_{\text{д}}=25 \text{ с}^{-1}$ — темп нарастания моментов.

По данным файлов расчета были построены графики изменения моментов на упругих звеньях (рис.2) и угловых ускорений (рис.3) на участке времени от 0 до 10с.

Результаты расчетов показывают, что движение данной динамической системы носит колебательный характер. Моменты и ускорения упругих звеньев непосредственно зависят от параметров жесткости c_i и коэффициентов диссипации b_i . Причем моменты, возникающие в упругих звеньях 1 и 2 ограничены моментами $M_{\text{с}}$ и $M_{\text{г}}$.

Литература

1. Поляков Д.Б., Круглов И.Ю. Программирование в среде Турбо Паскаль. М.: Изд-во МАИ, 1992.

2. Динамика машин и управление машинами. Справочник под редак. Крейнина Г.В. М.: Машиностроение, 1988.

УДК 621.828.3

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА ЭВМ МЕТОДОМ ЗАМКНУТЫХ ВЕКТОРНЫХ КОНТУРОВ

Л. С. Тетерюкова, В. Л. Комар, Д. О. Тетерюков

Существуют различные методы кинематического анализа рычажных механизмов. Основной целью всех методов является установление зависимости координат выходного звена и входного. Данная задача решается наиболее просто, если определена функция положения. Вид функции положения зависит от кинематической схемы.

Если механизм содержит шатуны, кулисы или колебатели, то при составлении функции положения целесообразно использовать метод замкнутых векторных контуров.

Суть метода состоит в том, что, например, механизм второго класса представляют структурно состоящим из ряда четырехзвенников. Причем, выходное