

$$\varepsilon_1 = \frac{G}{(m_1 + m_2) \cdot r},$$

а при отсутствии груза — равенством

$$\varepsilon_2 = \frac{G}{m_1 \cdot r},$$

где  $G$  — вес груза.

Сравнивая результаты, замечаем:  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ . Это следствие того, что при одинаковых ускоряющих силах инертность системы в первом случае больше. Остается похвалить тех, кто предложит третий вариант ответа.

Таким образом, на занятиях проблемного характера слушатели находятся в постоянном процессе с преподавателем и в конечном итоге являются соавторами в решении проблемных задач. Это приводит к следующим результатам:

1. Усвоенные знания являются собственным достоянием слушателей, т.е. в какой-то степени это знания-убеждения.

2. Активно усвоенные знания, глубже запоминаются и легче активизируются (обучающий эффект).

3. Решение проблемных задач выступает своеобразным тренажером в развитии интеллекта (развивающий эффект).

4. Знания, усвоенные активно, более гибки и обладают свойством переноса в другие ситуации (эффект развития творческого мышления).

5. Подобного рода усвоение повышает интерес к усваиваемому содержанию и усиливает профессиональную подготовку (эффект психологической подготовки к будущей деятельности).

УДК 531.2.3.114:371.3

**ПРАКТИЧЕСКИЕ, НАУЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ  
ПРЕДПОСЫЛКИ ВВЕДЕНИЯ  
МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО СИНТЕЗА И ДРУГИХ  
ПРОГРЕССИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ В СТАТИКУ,  
КИНЕМАТИКУ И ДИНАМИКУ**

**Ю.А. Гурвич**

*Практические предпосылки.* Хорошо известно, что все задачи проектирования машин, их узлов и механизмов всегда многокритериальны и пред-

ставляют собой задачи многокритериального синтеза. Однако, многие задачи проектирования машин и их узлов (например, задачи проектирования управляемых осей и мостов), несмотря на многокритериальность, до сих пор рассматриваются как однокритериальные. При этом оптимизируют лишь несколько параметров математического описания при каком-то одном фиксированном значении скорости машины, поочередно варьируя величину одного из параметров при неизменных значениях остальных. Естественно, что все это не позволяет на стадии проектирования машин создать конструкцию с заранее заданными свойствами (выходными характеристиками).

Правда, в последнее время для ускорения разработки и постановки на производство новых поколений высокоэффективных машин на колесном ходу, конструкторы стали успешно применять различные по сложности и объему расчетно-методические аппараты (РМА), которые с помощью ЭВМ еще на стадии проектирования помогают создавать машины с заранее заданными выходными характеристиками соответствующими предъявляемым требованиям. В частности, один из таких РМА уже частично используется в конструкторских бюро заводов Республики Беларусь при создании новых моделей сельскохозяйственной техники, автомобилей и автобусов [1–5]. В результате новые модели будут обладать улучшенными выходными характеристиками (улучшенной совокупностью критериев управляемости, устойчивости, стабилизации и безопасности движения, плавности хода и т.д.) во всем частотном и скоростном диапазонах движения. Это позволит существенно сократить сроки и снизить затраты на создание перспективных моделей машин, повысить их качество, а также сравнить существующие конструкции с полученными расчетным путем оптимальными моделями и наметить пути их улучшения.

**Научные предпосылки.** При создании различных по сложности и объему РМА, как правило, используют специальные методы, заимствованные из разных наук:

- механики (теоретической и аналитической механики, механики негोलомных систем, теории устойчивости движения, теории качения колеса, теории автоматического регулирования, теории машин и механизмов и т.д.);
- математического моделирования;
- многокритериального синтеза, множество Парето;
- теории идентификации;
- теории вероятности и математической статистики;
- теории приближения функций и многих других теорий.

Отметим, что РМА представляет собой совокупность специальных методов, взятых из разных наук «сшитых» в единое целое и выполненный в виде новых методик, алгоритмов и программ выбора параметров машин на стадии проекти-

рования, удовлетворяющий сразу нескольким критериям, причем во всем скоростном диапазоне движения этих машин (многокритериальный синтез).

Таким образом, создание РМА представляет собой весьма сложный и трудоемкий процесс, реализует который, как правило, целый коллектив. Внедрение РМА в конструкторские бюро заводов также представляет собой сложный и трудоемкий процесс, из-за больших затрат времени:

- на адаптацию РМА в конструкторские бюро заводов (практически, для каждой новой модели машины необходимо создавать свой РМА);
- на обучение конструкторов использованию РМА на практике (как правило, большинство конструкторов этим сложным механико-математическим методом, используемым в РМА, в Вузе не обучали).

**Методические предпосылки.** В самом деле, кроме специальностей «САПР» и «Прикладная математика» (да и то на 4-м — 5-м курсах) методам многокритериального синтеза по другим дисциплинам студентов БГПА, как правило, не обучают.

Например в курсах теоретической механики, читаемых студентам различных технических специальностей и также в рекомендуемой им литературе, отсутствует изложение методик решения задач синтеза, а присутствует лишь описание методик решения задач анализа, в которых зачастую ничего не говорится о методиках рационального решения. Следовательно, произошел разрыв между знаниями студентов, полученными в процессе обучения в Вузе и теми знаниями, которые необходимы им на практике. Это является одной из причин, когда выпускник вуза не может сразу включиться в процесс создания и модернизации машин, так как должен достаточно долго повышать собственную квалификацию.

Приведенные здесь работы автора, направлены на повышение эффективности обучения механике студентов первого и второго курсов и для развития у них навыков, необходимых при проектировании новых машин и технологий за счет введения в разделы механики соответствующих методик, которые апробированы всеми видами его многолетней педагогической деятельности: проведение лабораторных работ по курсу «Испытание трактора» со студентами специализации «Тракторы», практических занятий и индивидуальных работ, чтение лекций, руководство НИРС, являлся консультантом и руководителем дипломных проектов студентов по специальности «Прикладная математика» и «САПР».

### ***Раздел «Статика»***

1. Методика выбора на стадии проектирования «плоской» пары скольжения («втулка-вал») таких ее параметров, при которых обеспечивается заранее заданная величина гарантированного скольжения (оценка величины запаса

скольжения) как для «медленных» движений втулки относительно вала в статике, так и для «быстрых» движений в динамике.

2. Методика выбора на стадии проектирования пространственной пары скольжения «ползун прессы в направляющих» таких ее параметров, при которых обеспечивается заранее заданная величина запаса скольжения в статике и динамике (чеканочные прессы).

По пунктам 1 и 2 готовится методическое пособие, в котором будут описаны: положения статики и динамики, достаточно «тонкий» анализ неравенств, отображающих условия скольжения одного тела по другому, нетрадиционный подход к теме «Трение скольжения». Это пособие будет использовано для выполнения РГР, курсовых и индивидуальных работ.

3. Методика рационального решения задач статики составных конструкций [6–8]. По этому пункту будет подготовлено методическое пособие.

4. Методика одно- и многокритериального синтеза статики составных конструкций [9].

По этому пункту будет подготовлено два методических пособия:

4.1. Комплекс программ для ЭВМ.

4.2. Безмашинный контроль знаний студентов.

#### ***Раздел «Кинематика»***

5. Методика решения нетрадиционных задач анализа кинематики сложного движения точки с использованием методов идентификации и многокритериального выбора:

5.1. Комплекс программ для ЭВМ [10].

5.2. Безмашинный контроль знаний студентов [11,12].

6. Методика синтеза кинематики сложного движения точки [13,14].

По этому пункту подготовлено новое методическое пособие, состоящее из программного комплекса и трех отдельных, различных по сложности частей безмашинного контроля знаний студентов.

#### ***Раздел «Динамика»***

7. Лабораторный практикум по получению на специальной установке статических, стационарных и нестационарных характеристик шин, в том числе амплитудных и фазовых частотных характеристик катящихся шин в функции путевой частоты [15].

Некоторые аспекты этого практикума используются до сих пор в лекционном материале для студентов автотракторного факультета и могут быть использованы при чтении спецкурса, связанного с устойчивостью машин на пневмоколесах.

8. Методика синтеза динамики относительного движения [16].

9. Биомеханика движений фигуриста, совершающего пируэт »Винт», при различных видах момента сопротивления коньку со стороны льда (вязкое трение, сухое трение, одновременное действие вязкого и сухого трения) [17–21].

10. Новые прикладные критерии колебательной и аperiodической устойчивости и неустойчивости движения и методика их совместной работы при исследовании устойчивости движения управляемых колес [22].

11. Методика однокритериального выбора параметров различных конструкций рулевых трапеций транспортных средств [5].

12. Методика многокритериального выбора параметров различных конструкций рулевых трапеций транспортных средств (при переменной шкворневой колее или базы машины) [4].

13. Некоторые аспекты влияния угла наклона вала с двумя шарнирами Гука на его концах на движение колес с шинами.

14. Контролирующий и обучающий комплекс программ на «MathCAD 2000 Pro», с помощью которого можно графически исследовать влияние значений параметров дифференциальных уравнений движения управляемых колес с шинами с учетом неголономных связей, балки с колесами, рулевой трапеции, амортизаторов и пружин подвески на все фазовые переменные (поворот колес относительно осей шкворней, поворот балки относительно продольной оси автомобиля, боковое смещение центра пятна контакта колеса, линейная скорость бокового смещения, поворот пятна контакта относительно вертикальной оси и т. д.).

15. Контролирующий и обучающий комплекс программ на «MathCAD 2000 Pro», позволяющий исследовать влияние значений геометрических параметров различных конструкций рулевых трапеций (четырёхзвенных, различных видов шестизвенных и т. д.) на износ шин при повороте машины.

Подчеркнем, что степень применения тех или иных методик в учебном процессе зависит от вида специальности. Например, для специальностей строительного факультета особое внимание в учебном процессе уделяется методикам, обозначенными цифрами 3 и 4, в меньшей степени уделяется внимание методикам 5 и 6. В порядке ознакомления излагается материал пункта 10. Для специальностей автотракторного факультета большее внимание уделяется методикам 1-6 и изложению материала, обозначенного пунктами 10, 11, 13 и т. д.

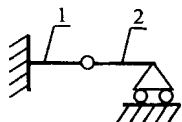
Описанию некоторых из этих методик посвящены следующие доклады: «Синтез статики составных конструкций», «Синтез кинематики и динамики сложного движения точки». Прежде чем приступить к изложению доклада «Синтез статики составных конструкций» необходимо привести описание методики рационального решения задач статики составных конструкций, в осно-

ву которой положен решающий критерий СТ, используемый как и эта методика в синтезе.

### Методика рационального решения задач статики составных конструкций

В литературе по теоретической механике в разделе «Статика» приводится описание двух способов определения реакций опор составных конструкций. При первом способе рассматривается равновесие всей конструкции в целом, а затем — какой-либо отдельной ее части. При втором способе рассматривается равновесие каждой части конструкции отдельно. При этом дается лишь одна рекомендация по их применению: «Целесообразность применения того или иного способа решения задачи зависит от условия конкретной задачи», но ничего не говорится о рациональном решении этой задачи.

Действительно, если решать задачу об определении реакций опор составной конструкции состоящей из двух тел, то возможны шесть вариантов решения:



1	1+2	2	2+1	3	(1+2)+1
4	(1+2)+2	5	1+(1+2)	6	2+(1+2)

где 1, 2 — линейно независимые уравнения равновесия, составленные для первой или второй части конструкции; 1+2 — линейно независимые уравнения равновесия, составленные для первой и второй частей конструкции; (1+2) — линейно независимые уравнения равновесия, составленные для всей конструкции в целом.

Для конструкции, состоящей из трех тел, можно составить 9 линейно независимых уравнений равновесия, приводящих к решению задачи 96 способами. Для конструкций состоящих из четырех тел — вариантов решения уже несколько тысяч! Поэтому вопрос о нахождении рационального решения задач статики составных конструкций является актуальным.

**Критерии.** Решение задачи — рациональное, если реализуются следующие критерии (или критерий). 1. Число линейно независимых уравнений равновесия и количество слагаемых в них нужно сводить к минимуму. 2. Желательно, чтобы в уравнения равновесия моментов сил относительно точки входила одна неизвестная. 3. Желательно после выполнения одной вычислительной процедуры (или нескольких, но не всех) получить численный результат. 4. Работоспособность конструкции.

Введем решающий критерий СТ — степень статической определимости-неопределимости, обладающий в значительной мере свойствами трех крите-

рив  $CT = H - \sum_{i=1}^n Y_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $CT$  — целые числа,  $H$  — суммарное количество неизвестных составляющих реакций опор и шарниров составной конструкции;  $Y$  — количество линейно независимых уравнений равновесия, присутствующих каждой из шести систем сил;  $i$  — количество тел, входящих в составную конструкцию.

Если  $CT = 0$ , то необходимо указать работоспособна данная конструкция или нет (например, конструкция с тремя подвижными опорами при определенных условиях может совершать движение). Если конструкция работоспособная, то при  $CT = 0$  — конструкция статически определимая и находится в равновесии. При  $CT > 0$  — конструкция статически неопределимая и находится в равновесии. Если  $CT < 0$ , то конструкция геометрически изменяемая, в равновесии находиться не может.

Критерий  $CT$  показывает: во-первых, количество лишних (при  $CT > 0$ ) или недостающих (при  $CT < 0$ ) связей; во-вторых, количество шарниров, которые необходимо ввести в конструкцию (при  $CT > 0$ ) или удалить из нее (при  $CT < 0$ ), чтобы  $CT = 0$ . Приведем описание методики рационального решения задач статики системы двух и трех тел. На протяжении нескольких лет автор реализует методику рационального решения задач в учебном процессе. Студенты выполняют курсовую работу, куда входит и задание С-5 (два тела) из сборника заданий для курсовых работ по теоретической механике под редакцией А.А. Яблонского. Методика рационального решения задания С-5 заключается в использовании решающего критерия  $CT$  и состоит из следующих этапов.

1. Определяется  $CT$  всей конструкции.

2. Определяется  $CT_i$  ( $i=1, 2$ ) каждого из двух тел. При этом возможны следующие сочетания значений  $CT_i$ . 2.1.  $CT_i = 0, 2$  реализуется в двух случаях. Во-первых, когда конструкция имеет жесткую заделку, шарнир и подвижную опору. Для тела с жесткой заделкой и шарниром  $CT=2$ , а для тела с шарниром и подвижной опорой  $CT=0$ . Рассматривая первым равновесие тела с  $CT=0$ , получим численные значения двух (или одной) составляющих реакции в шарнире и значение реакции подвижной опоры. Воспользовавшись формулами перехода от одного тела к другому  $x_c = -x_c$ ,  $y_c = -y_c$  (или какой-нибудь одной из формул в зависимости от вида системы сил, приложенной к телу, для которого  $CT=0$ ) приложим реакции к другому телу. Теперь его  $CT$  станет равным нулю. Во-вторых, составная конструкция имеет шарнир и три опоры: неподвижную и две подвижных. Дальнейшие рассуждения аналогичны приведенным выше. 2.2.  $CT_i = 1, 1$  реализуется, когда конструкция имеет две неподвижные опоры и шарнир. При рассмотрении равновесия всей системы определяется по одной составляющей реакции каждой неподвижной опоры. Это

дает возможность, в дальнейшем, рассмотреть ту часть конструкции, к которой приложено меньше сил, как статически определимому —  $CT=0$ .

Обратим внимание на то, что помимо С-5 возможны и другие варианты схем составных конструкций, для которых также успешно применима методика рационального решения.

Методика рационального решения задания С-6 (три тела) из сборника заданий под редакцией А.А. Яблонского также заключается в использовании решающего критерия  $CT$  и состоит из следующих этапов.

1. Определяется  $CT$  всей конструкции.

2. Определяется  $CT_i$  ( $i=1,2,3$ ) каждого из трех тел. При этом возможны следующие сочетания значений  $CT_i$ : 031, 022, 040, 112, 121.

3. Для  $CT_i$  — 031, 022, 040 первым нужно рассматривать в равновесии то тело, у которого  $CT=0$ . 3.1.  $CT_i$ -031. Рассматривая равновесие тела с  $CT_i=0$ , получим значения составляющих (или составляющей) реакции первого шарнира. Используя формулы (или формулу) перехода от одного тела к другому  $x_c = -x_c$ ,  $y_c = -y_c$ , получим конструкцию, состоящую из двух тел с  $CT_2=CT_3=1$ . Если это двухопорная конструкция, то используется решение 2.2., изложенное в тезисах предыдущего доклада. Если — трехопорная конструкция, то необходимо рассматривать равновесие каждой части в отдельности. 3.2.  $CT_i$  — 022. Последовательно рассматривают равновесие первого ( $CT_i=0$ ), второго и третьего тел. Использование формул перехода сначала в первом, а затем во втором шарнирах позволяют рассматривать каждый раз статически определимые конструкции. 3.3.  $CT_i$ -040. Рассматривая равновесие первого и третьего тел, получим значения реакций в двух шарнирах. При приложении их ко 2-му телу (с помощью формул перехода) его  $CT_2=0$ .

4.  $CT_i$ -112, 121. Сначала рассматривается равновесие тела с  $CT=1$ , у которого легко определяется хотя бы одна из составляющих реакций. Затем, используются формулы перехода и последовательно рассматривается равновесие каждого тела. Создается система алгебраических уравнений, из которой определяются значения реакций.

## Литература

1. Гурвич Ю.А. Многокритериальное проектирование колесного транспортного средства на основе результатов идентификации процесса качения шин /Тезисы докладов международной конф.: Колебания и волны в экологии, технологических процессах и диагностике. Минск, 1993.— С.46.

2. Гурвич Ю.А. Проектирование автоколебательной системы управляемого моста автомобиля на основе результатов идентификации процесса качения шин /



тезисы докладов шестого Международного научно-технического совещания по динамике и прочности автомобиля. М., 1994, с 32–34.

3. Гурвич Ю.А. Проектирование автономной колебательной системы управляемого моста транспортных средств на основе новых критериев колебательных и аperiodических движений колес/ Тезисы докладов Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике «Механика-95».- Минск, 1995. — С.82–83.

4. Осуществить автоматизированный выбор совокупностей параметров системы рулевого привода управляемой оси для всех режимов движения автобуса: Отчет о НИР (заключительный) ГНТП «Белавоттракторостроение» / БГПА; Руководитель Ю.А. Гурвич. — № ГР 19992721/13.08.99-БелСА; инв. № ГНТП И-05808729.67-2000 — Минск, 2000. — С.46 .

5. Гурвич Ю.А. Оптимизация параметров шестизвенной рулевой трапеции трактора МТЗ-80 во всем диапазоне длин колеи / Материалы международной 51-й НТК БГПА — Минск, 1995. — Ч.2. — С.106.

6. Гурвич Ю.А. Критерии рационального решения задач статики составных конструкций // Вклад вузовской науки в развитие приоритетных направлений производственно-хозяйственной деятельности, разработку экономических и экологически чистых технологий и прогрессивных методов обучения: Тез. докл. 54-й международной НТК Минск, 2000 г./ БГПА — Минск, 2000 — Ч.7. — с.44.

7. Гурвич Ю.А., Павловский В.В., Гаврилов А.С., Курганович Д.М. Методика рационального решения задач статики системы двух тел. Там же. Минск, 2000 — Ч.7. — с.45.

8. Гурвич Ю.А. Методика рационального решения задач статики системы трех тел. Там же. Минск, 2000 — Ч.7. — с.46.

9. Гурвич Ю.А. Одно- и многокритериальный синтез статики составных конструкций. Там же. Минск, 2000. — Ч.1. — С.149.

10. Методические указания по курсу «Теоретическая механика. Кинематика» для проведения индивидуальных и контрольных работ с использованием методов идентификации и многокритериального выбора по теме «Сложное движение точки» для студентов всех специальностей/ Под общей редакцией Ю.А. Гурвича — Мн., БГПА 1992. — 16 с.

11. Безмашинный контроль знаний студентов по теме «Сложное движение точки» раздела «Кинематика» из курса «Теоретическая механика». Методическое пособие для проведения индивидуальных и контрольных работ с использованием методов идентификации и многокритериального выбора /Под общей редакцией Ю.А. Гурвича — Минск, БГПА 1992.— 32 с.

12. Гурвич Ю.А. Нетрадиционные задачи анализа кинематики сложного движения точки // Вклад вузовской науки в развитие приоритетных направлений производственно-хозяйственной деятельности, разработку экономических и экологически чистых технологий и прогрессивных методов обучения: Тез. Доклад 54-й международной НТК Минск, 2000 г./ БГПА — Минск, 2000 — Ч.1. — с.150.

13. Гурвич Ю.А., Муравейников А.М., Кохановская С.И. Синтез кинематики сложного движения точки. Там же. Минск, 2000. — Ч.1. — С.151.

14. Гурвич Ю.А. Обучающая и контролирующая программа синтеза кинематики сложного движения точки по критериям абсолютного ускорения точки // Состояние и перспективы развития науки и подготовки инженеров высокой квалификации в БГПА: Тезисы докладов 51-ой НТК. Минск, 1995 г./ БГПА — Минск -Ч.2.-С.185.

15. Левин М.А., Гурвич Ю.А., Атаманов Ю.Е. Лабораторный практикум по курсу «Испытание трактора» для студентов специальности 0513, специализации «Тракторы». Минск, 1977.— Ч.1. — 52 с.

16. Гурвич Ю.А. Синтез динамики относительного движения // Вклад вузовской науки в развитие приоритетных направлений производственно-хозяйственной деятельности, разработку экономических и экологически чистых технологий и прогрессивных методов обучения: Тез. Доклад 54-й международной НТК Минск, 2000 г./ БГПА — Минск, 2000- Ч.1. — с.152.

17. Гурвич Ю.А. Биомеханика вращения фигуриста. Там же. Минск 2000. — Ч.10. — с.187.

18. Гурвич Ю.А. Вращение фигуриста при вязком трении. Там же. Минск 2000. — Ч.10. — с.188.

19. Гурвич Ю.А., Терентьева Е. Г., Словеснов А. С. Вращение фигуриста при сухом трении. Там же. Минск 2000. — Ч.10. — с.189.

20. Гурвич Ю.А., Терентьева Е.Г., Словеснов А.С. Вращение фигуриста при одновременном действии вязкого и сухого трений Там же. Минск 2000. — Ч.10. — с.190.

21. Гурвич Ю.А. Закономерности вращения фигуриста при действии вязкого и сухого трения // Материалы II- го Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике «Механика -99», Минск, 1999. — с.22–23.

22. Гурвич Ю.А. Новые прикладные критерии колебательной и аperiodической устойчивости движения колес транспортных средств. Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике: Сб. науч. тр.- Минск, 2001.- с.148–162.

УДК 531.2:371.3

## **СИНТЕЗ СТАТИКИ СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

**Ю. А. Гурвич, Д. А. Копелев**

Известно, что задачи статики, предлагаемые студентам для решения, являются задачами анализа, в которых задается механико-математическая модель – балки, балки с шарнирами, опоры, различные виды нагрузок и т.д. Требуется определить реакции связей.