

А. А. ЛОБАТЫЙ, А. Ю. БУМАЙ, С. С. ПРОХОРОВИЧ

ПОЭТАПНЫЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АВТОПИЛОТА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Белорусский национальный технический университет

Рассматривается задача поэтапного синтеза математической модели автопилота беспилотного летательного аппарата (БЛА). На первом этапе производится аналитический синтез управляющего ускорения, приложенного к центру масс БЛА, для формирования заданной траектории его полёта. На основе использования полученных на первом этапе результатов на последующих этапах решается задача синтеза математической модели автопилота БЛА при заданных требованиях к обеспечению устойчивости и динамической точности управления БЛА. При реальных допущениях о соответствующем характере изменения параметров траектории и переменных, характеризующих движение БЛА в пространстве, обосновано использование линейной математической модели эволюции вектора состояния БЛА и его системы управления. При синтезе математической модели автопилота БЛА использован метод модального управления системой при заданной математической модели объекта. Для заданной модели движения и аэродинамических характеристик БЛА аналитически получен закон отклонения управляющей рулевой поверхности, зависящий от параметров поступательного и вращательного перемещения БЛА. Проведено компьютерное моделирование полученных аналитических результатов синтеза управления для заданных характеристик БЛА и конкретных условий применения, что наглядно показало работоспособность и перспективность использования данного подхода для синтеза системы управления БЛА различного предназначения и конструктивного исполнения.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, математическая модель, синтез, модальное управление, траектория.

Введение

Существует большое разнообразие методов решения задач синтеза систем управления (СУ) самодвижущимися техническими объектами, представляющими собой робототехнические мехатронные комплексы, получающие всё большее распространение в различных областях человеческой деятельности. Это разнообразие методов обусловлено различным назначением, конструктивными особенностями, особенностями построения математических моделей элементов систем управления и других составляющих синтезируемых робототехнических систем, а также – факторов, учитывающих как внутреннее состояние систем, так и внешнее воздействие.

Среди робототехнических мехатронных систем (комплексов) следует выделить интенсивно развивающиеся и получающие всё большее распространение беспилотные летательные аппараты (БЛА). Так как БЛА осуществляют перемещение в трехмерном

пространстве, имеют сложный характер траектории и различные условия применения, то разработанные для БЛА методы и способы синтеза систем управления во многих случаях могут быть применимы и к другим самодвижущимся техническим объектам (комплексам), обладающим элементами искусственного интеллекта.

Так как современные технические системы управления обладают большой сложностью, состоят из большого числа элементов и подсистем, построенных на различных принципах, то в основе применения различных методов синтеза их систем управления лежит использование математических моделей, описывающих как внутреннее состояние системы, так и эволюцию внешней среды.

Математическая модель БЛА включает в себя математические зависимости, описывающие движение БЛА в пространстве и выражения описывающие функционирование его элементов и подсистем [1, 2]. В данном случае

отдельно следует выделить математическую модель системы управления БЛА, включающую в общем случае модели измерительных и исполнительных элементов, вид которых определяется их предназначением и конструктивным исполнением.

Так как полная математическая модель БЛА может включать в себя десятки и сотни дифференциальных уравнений и других математических выражений, то аналитический синтез закона управления БЛА следует проводить в несколько этапов, начиная с решения наиболее общей задачи и постепенно переходя к решению частных задач.

Главная задача синтеза СУ БЛА – это синтез математической модели автопилота – конструктивного блока, который формирует закон управления БЛА. Результатом функционирования СУ БЛА является целенаправленное изменение вектора скорости его центра масс \vec{V} по направлению и по величине, что приводит к изменению траектории полета БЛА в соответствии с полетным заданием. Кроме того СУ БЛА должна обеспечить соответствующую ориентацию БЛА относительно центра масс.

На центр масс БЛА в общем случае действуют три вектора силы: сила гравитации \vec{G} , сила тяги \vec{P} и аэродинамическая сила \vec{R} , состоящая из подъемной силы \vec{Y} , боковой силы \vec{Z} и силы лобового сопротивления \vec{X} [3]. При этом вектором тяги \vec{P} производится в основном изменение вектора \vec{V} по модулю, а направление \vec{V} изменяется с помощью изменения составляющих вектора \vec{R} (аэродинамическое управление). В конечном итоге под законом управления летательного аппарата понимается функциональная зависимость изменения угла отклонения соответствующей аэродинамической поверхности от параметров полета БЛА: аэродинамических углов, линейных и угловых ускорений, измеряемых соответствующими датчиками.

Синтез траекторного управления БЛА

В процессе полета БЛА при выполнении им поставленной задачи, как правило не предусматривается его энергичное маневрирование, системы БЛА не работают на предельных режимах, параметры его движения не достигают предельно допустимых значений. Кроме того угловые параметры, характеризующие

поступательное и вращательное движение БЛА, изменяются в небольших пределах, что позволяет соответствующим образом упростить представление тригонометрических функций, входящих в математическую модель движения БЛА. Гладкие дифференцируемые функциональные зависимости переменных, описывающих движение БЛА, позволяют провести линеаризацию этих зависимостей путем разложения их в ряд Тейлора. Всё это даёт возможность рассматривать математические модели движения БЛА разного уровня сложности в рамках линеаризованных уравнений [1, 2]. Кроме того разделение пространственного движения БЛА на два плоские движения – продольное и боковое (декомпозиция) позволяет достаточно полно описать динамику объекта управления посредством использования математического аппарата теории устойчивости и управления [4]. Таким образом, эволюция вектора $X(t)$ переменных, характеризующих перемещение БЛА в пространстве, представляется в виде линейного, в общем случае – нестационарного векторно-матричного дифференциального уравнения вида

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad (1)$$

где $U(t)$ – вектор управлений, $A(t)$ и $B(t)$ – матрицы переменных коэффициентов. Компоненты матриц $A(t)$ и $B(t)$ зависят от аэродинамических коэффициентов конкретного БЛА, которые в свою очередь зависят от скорости его полета. Так как диапазон изменения скоростей БЛА ограничен, то эти коэффициенты, как правило, в пределах заданного диапазона скоростей считаются постоянными ($A(t) = A$, $B(t) = B$). Это позволяет при синтезе управления БЛА использовать аппарат передаточных функций, что существенно упрощает решение задачи.

Первоначальный этап синтеза СУ БЛА определяется характером изменения траектории полета БЛА которая, как правило, состоит из трех основных участков: $R_1(t_0, t_1)$, $R_2(t_1, t_2)$, $R_3(t_2, t_k)$, R_1 – траектория полета БЛА в зону выполнения основной задачи, R_2 – траектория полета БЛА по выполнению основной задачи (например, мониторинг земной поверхности), R_3 – траектория полета БЛА к месту приземления, как правило, это возвращение его к месту старта, t_0 и t_k соответственно – момент старта

и момент приземления БЛА. Для аналитического синтеза СУ БЛА необходимо иметь математическую модель траектории полета БЛА. Заданную траекторию можно аппроксимировать различными математическими зависимостями. В некоторых случаях удобно для этой цели использовать полиномы, в частности, отдельные участки траектории БЛА аппроксимировать полиномами вида [5]

$$R(t) = \sum_{k=0}^n C_k t^k. \quad (2)$$

В выражении (2) $R(t)$ – изменение во времени одной из линейных координат БЛА, t – текущее время полета БЛА, C_k ($k = 1, n$) – заданные коэффициенты.

Достаточно распространенной и актуальной является задача формирования траектории пролета БЛА через заданные точки пространства. В работе [6] на основе решений, полученных в [7] методами вариационного исчисления синтезирован закон управления перегрузкой центра масс БЛА при полете его через заданные точки пространства. Применительно к вертикальной плоскости полета этот закон изменения управляющей перегрузки БЛА $a_y = a_y(t)$ будет иметь следующий вид:

$$a_y = -\frac{4v_y}{t_{\text{ост}}} - \frac{6(y - y_{\text{зад}})}{(t_{\text{ост}})^2} + g, \quad (3)$$

$$t_{\text{ост}} = \frac{D + D_{\text{ост}}}{|\dot{D}|}. \quad (4)$$

В выражении (3) v_y – значение проекции скорости БЛА на вертикальную ось Y соответствующей инерциальной (стартовой) системы координат в момент t_k окончания полета (окончания заданного участка траектории), $y_{\text{зад}}$ – вертикальная координата заданной точки траектории полета БЛА в момент t_k , $t_k - t = t_{\text{ост}}$ – время, которое необходимо для достижения БЛА очередной заданной точки пространства, g – гравитационное ускорение. В формуле (4) D – текущая дальность от БЛА до очередной заданной точки траектории. $D_{\text{ост}}$ – остаточная дальность до окончания полета БЛА в заданную точку пространства, при достижении которой при дальнейшем неуправляемом полете по прямой точность наведения БЛА в заданную точку является приемлемой. Применение

в законе управления выражения (4) позволяет избавиться от нежелательного деления на ноль в формуле (3).

Задача синтеза

математической модели автопилота

Для решения задачи синтеза автопилота всю систему управления БЛА представим с помощью структурной схемы (Рис. 1).

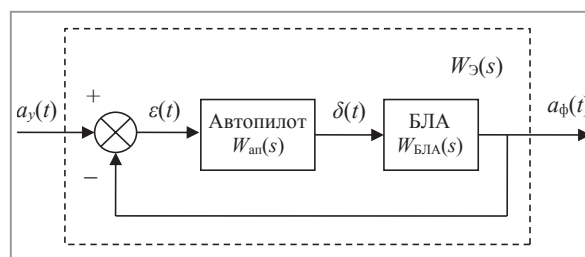


Рис. 1. Структурная схема системы управления БЛА

На Рис. 1 обозначено: $a_y(t)$ – управляющая перегрузка, вычисляемая по формуле (3); $a_ф(t)$ – фактическая перегрузка центра масс БЛА, определяемая его аэродинамическими характеристиками; $W_{\text{БЛА}}(s)$ – передаточная функция БЛА; $W_{\text{ан}}(s)$ – передаточная функция автопилота; $W_{\text{э}}(s)$ – эталонная передаточная функция замкнутой системы; $\delta(t)$ – угол отклонения рулевой поверхности; $\varepsilon(t) = a_y(t) - a_ф(t)$. Необходимо определить закон отклонения рулевой поверхности $\delta(t)$, реализуемый посредством $W_{\text{ан}}(s)$ и позволяющий обеспечить заданные свойства системы, определяемые эталонной передаточной функцией $W_{\text{э}}(s)$.

При заданной передаточной функции $W_{\text{БЛА}}(s)$ для определения $W_{\text{ан}}(s)$ необходимо задать $W_{\text{э}}(s)$ исходя из требований к системе в целом. В первую очередь необходимо обеспечить устойчивость синтезированной системы известными методами, среди которых наиболее распространенными являются алгебраический метод Рауса-Гурвица и частотный метод Найквиста-Михайлова [4].

После выполнения требований к обеспечению условий устойчивости эталонную передаточную функцию $W_{\text{э}}(s)$ выбирают исходя из требований, предъявляемых к точности системы при действии на неё полезных и возмущающих сигналов. Система, имеющая $W_{\text{э}}(s)$ должна фильтровать случайную помеху и обрабатывать полезный сигнал без ошибки в установившемся режиме. Фильтрация

случайных помех – отдельная задача, решаемая на основе так называемой «теоремы разделения» перед детерминированной постановкой задачи синтеза управления [4, 8].

Рассмотрим детерминированную задачу синтеза оптимального управления, предполагая, что задача фильтрации предварительно решена. Условием идеальной отработки входного сигнала без динамической ошибки является такая $W_3(s)$, которая обеспечивает точную передачу входного сигнала на любых частотах. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) такой системы $|W_3(j\omega)| = A_3(\omega)$ представляет собой идеальный фильтр (Рис. 2) в диапазоне полосы пропускания ω_0 системы.

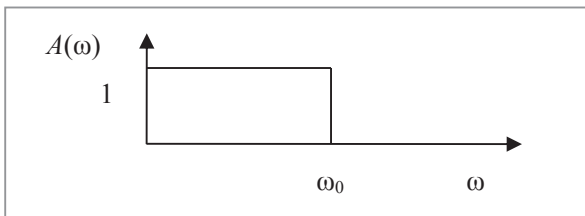


Рис. 2. АЧХ идеального фильтра

Поскольку $W_3(s)$ идеального низкочастотного фильтра физически не реализуема, то на практике используют аппроксимацию $|W_3(j\omega)|$ различными способами. Чаще всего для этой цели используют полиномы Баттерворса (в некоторых источниках – Баттерворта) [8], в основе которых лежит задание квадрата АЧХ $W_3(s)$ в виде

$$|W_3(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_0)^{2n}}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (5)$$

В этом случае $W_3(s)$ задается в виде $W_3(s) = W_B(s) = 1/D(s)$, где $D(s)$ – полином Баттерворса $D(s) = 1 + d_1s + d_2s^2 + d_3s^3 + \dots + s^n$. Коэффициенты полиномов d_1, d_2, \dots, d_{n-1} , вычисляются известными способами и приведены в соответствующих источниках, например: при $n = 2, d_1 = 1.41421$; при $n = 3, d_1 = 2, d_2 = 2, d_3 = 1$; при $n = 4, d_1 = 2.61313, d_2 = 3.41421, d_3 = 2.61313, d_4 = 1$, и т.д.

Синтез модального управления БЛА

Если математическая модель, используемая для синтеза СУ БЛА, задана в виде системы обыкновенных линейных стационарных дифференциальных уравнений или передаточных функций, то для синтеза СУ удобно применить

так называемый метод модального управления (синтез модальных регуляторов), который заключается в изменении мод (собственных чисел матрицы объекта), с целью достижения желаемых целей управления. При этом необходимо определить матрицу коэффициентов динамической обратной связи, обеспечивающей замкнутой системе требуемое расположение мод [4].

Рассмотрим задачу синтеза скалярного управления БЛА в предположении наличия математической модели полностью измеряемого вектора состояния. Пусть синтезированный аналитически закон управления перегрузкой БЛА представляется в виде выражения (3) а уравнения движения БЛА в вертикальной плоскости имеют вид [1]

$$a_y = \frac{1}{m}(C_y^\alpha S_q \alpha - C_x S_a q + P \cos \alpha), \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{1}{J_{zz}}(m_z^\alpha \alpha + m_z^\omega \omega_z + m_z^\delta \delta) S_a q l_\alpha. \quad (7)$$

В выражениях (6) – (7) a_y – ускорение БЛА по оси Y , ω_z – угловая скорость вращения БЛА в вертикальной плоскости относительно оси Z , m – масса БЛА, J_{zz} – момент инерции БЛА, S_a – площадь аэродинамической поверхности, создающей подъёмную силу, l_a – характерный линейный размер (хорда крыла), α – угол атаки, $q = \frac{\rho V^2}{2}$ – скоростной напор, $C_y^\alpha, C_x, m_z^\alpha, m_z^\omega, m_z^\delta$ – известные аэродинамические коэффициенты конкретного БЛА.

Считая угол атаки α малым ($\cos \alpha \approx 1, \sin \alpha \approx \alpha$), учитывая, что $\dot{\alpha} = \omega_z - \frac{1}{mV}(C_y^\alpha \alpha S q)$, проинтегрировав выражение (6) по времени и, обозначив $a_y = x_1, \omega_z = x_2, \delta = u$, перепишем выражения (6) и (7) в виде [9]:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \quad x_1(t_0) = x_{10}, \quad (8)$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + bu, \quad x_2(t_0) = x_{20}, \quad (9)$$

$$\text{где } a_{11} = -\frac{(C_y^\alpha S q + P)}{mV} = -1.54,$$

$$a_{12} = \frac{1}{m}(C_y^\alpha S q - C_x S q) = 75,$$

$$a_{21} = \frac{m_z^\alpha \cdot l \cdot m}{I_{yy}(C_z^\beta - C_x)} = -0.55,$$

$$a_{22} = \frac{m_z^\omega \cdot S \cdot l \cdot q}{I_{zz}} = -17,$$

$$b = \frac{m_z^{\delta} \cdot S \cdot l \cdot q}{I_{zz}} = -170.$$

Коэффициенты a_{ij} и b рассматривались для конкретного БЛА [9] при его высоте полета 1000 м, скорости $V = 50$ м/с, массой $m = 50$ кг, $I_{zz} = 15$ кг м², $S_a = 1$ м², $l_a = 1$ м, при тяге двигателя $P = 100$ н.

В соответствии с выражениями (1), (8), (9) уравнение состояния объекта управления (БЛА) имеет вид:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \quad X(t_0) = X_0, \quad (10)$$

где матрицы A и B в данном случае имеют вид: $A = \begin{bmatrix} -1,54 & 75 \\ -0,55 & -17 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -170 \end{bmatrix}$.

Необходимо синтезировать для заданной системы модальный регулятор, который обеспечивал бы замкнутой системе желаемый спектр. Для синтеза модального управления БЛА, описываемого стационарным дифференциальными уравнениями (10) применим методу, изложенную в [8].

1) Проверяем управляемость системы, вычисляя ранг матрицы управляемости.

$$M_y = [b \quad Ab] = \begin{bmatrix} 0 & -1275 \\ -170 & -890 \end{bmatrix}, \quad \text{rank } M_y = 2,$$

следовательно, система второго порядка управляема.

2) Определяем характеристический полином матрицы A , который имеет вид:

$$\begin{aligned} \varphi_A(s) &= \det(A - sI) = \\ &= \det \begin{bmatrix} -1,54 - s & 75 \\ -0,55 & -17 - s \end{bmatrix} = s^2 + a_1s + a_0, \end{aligned}$$

где $-$ единичная матрица, $a_1 = 18,54$, $a_0 = 67,43$.

3) Сопровождающая матрица полинома $\varphi_A(s)$ определяется следующим образом:

$$\tilde{M}_y = [\tilde{b} \quad \tilde{A} \cdot \tilde{b}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -18,54 \end{bmatrix},$$

$$\text{где } \tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

4) Находим матрицу преобразования Q согласно формуле $Q = \tilde{M}_y \cdot M_x^{-1}$. Подставив значения элементов матрицы \tilde{M}_y и обратной матрицы M_x^{-1} , получим:

$$Q = \begin{bmatrix} -0,0000784 & 0 \\ 0,000121 & -0,00588 \end{bmatrix}.$$

5) Определяем желаемый характеристический полином. В данном случае для системы второго порядка полином Баттерворса имеет вид: $\varphi^*(s) = s^2 + \alpha_1^*s + \alpha_0^*$, где $\alpha_1^* = 1,41$, $\alpha_0^* = 1$.

6) Вычисляем коэффициенты регулятора для преобразованной системы по формуле $\tilde{K}^T = [\tilde{K}_1 \quad \tilde{K}_2]$, где $\tilde{K}_1 = a_0 - \alpha_0^* = 66,43$, $\tilde{K}_2 = a_1 - \alpha_1^* = 17,13$.

7) Находим коэффициенты модального регулятора в исходном базисе по формуле

$$K^T = \tilde{K}^T Q = [-0,03141 \quad -0,101].$$

8) Проверяем, что замкнутая система имеет требуемый спектр.

$$\text{Имеем } A + bK^T = \begin{bmatrix} -0,54 & 75 \\ -0,016 & 0,13 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \varphi_{A+bK^T}(s) &= \det(A + bK^T - sI) = \\ &= \det \begin{bmatrix} -1,54 - s & 75 \\ -0,016 & 0,13 - s \end{bmatrix} = s^2 + 1,41s + 1 \end{aligned}$$

Сравнивая характеристический полином спроектированной замкнутой системы с желаемым полиномом убеждаемся, что регулятор (автопилот) спроектирован верно ($\varphi_{A+bK^T}(s) = \varphi^*(s)$). Таким образом, аналитически получен закон управления БЛА, который с учетом введенных обозначений имеет вид

$$\delta = -0,003141a_y - 0,101\omega_z. \quad (11)$$

Данный закон управления (11) обеспечивает необходимую устойчивость БЛА и точность обработки управляющей перегрузки БЛА, при реализации которой БЛА осуществляет полет по заданной траектории.

В качестве примера рассмотрено математическое моделирование данной задачи в среде Mathcad. Требуемая перегрузка БЛА определялась на основе выражений (3) – (4) при следующих заданных значениях условий применения: $v = 50$ м/с = const, $D_{\text{ост}} = 50$ м. Были заданы следующие координаты точек пространства, через которые должен пролететь БЛА: $x_1 = 0$ м, $y_1 = 500$ м; $x_2 = 850$ м, $y_2 = 200$ м. Результаты математического (компьютерного) моделирования в виде графиков изменения во времени переменных, характеризующих полет БЛА, представлены на Рис. 4.

Как видно из рисунков, результаты моделирования свидетельствуют о работоспособности данной методики синтеза законов

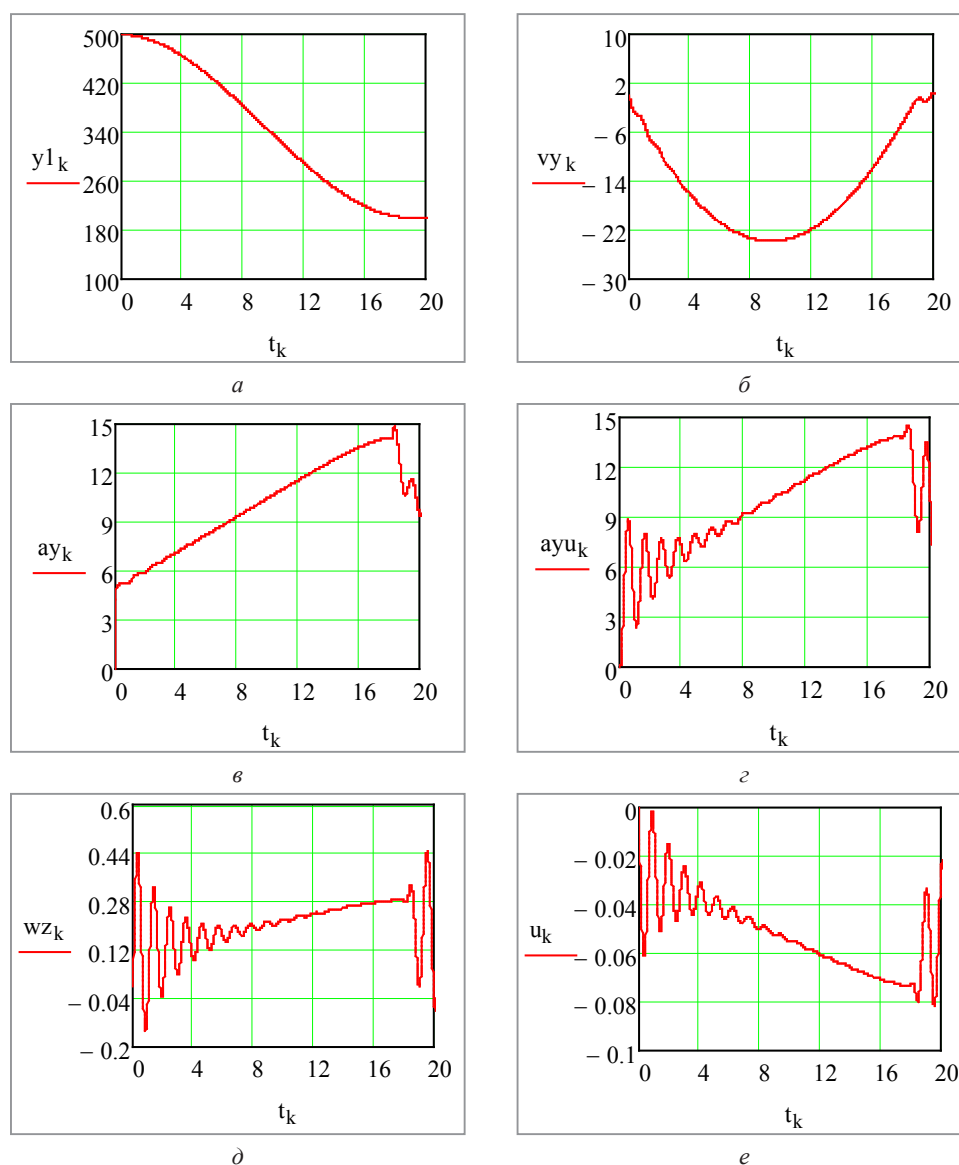


Рис. 4. Результаты компьютерного моделирования
 а – график изменения высоты (траектории) БЛА; б – вертикальная скорость БЛА;
 в – потребная перегрузка БЛА; г – фактическая перегрузка БЛА;
 д – угловая скорость вращения БЛА; е – угол отклонения управляющей рулевой поверхности.

управления БЛА. Полученные виды переходных процессов обусловлены приближенным заданием математической модели объекта управления, величины параметров переходных процессов не превышают допустимых значений. Следует заметить, что при практической реализации полученных алгоритмов эти переходные процессы будут сглажены инерционностью реальных элементов системы управления БЛА (приводов рулей, измерителей и т. д.).

Заключение

Таким образом, представленная методика поэтапного аналитического синтеза закона

управления БЛА является основой для формирования структуры построения автопилота БЛА в виде закона изменения угла отклонения рулевой поверхности (рулей по каждому каналу управления) в виде функциональной зависимости $\delta_y = f(a_y, p_i, t)$, в которой $p_i = p_i(t)$ – измеряемые датчиками БЛА параметры, характеризующие его пространственное перемещение.

В зависимости от вида математических моделей, описывающих пространственное перемещение БЛА, в том числе и относительно центра масс для синтеза элементов СУ БЛА применяются различные известные методы синтеза регуляторов систем управления. Так как

невозможно абсолютно точно описать математически все процессы, протекающие в БЛА и влияющие на его состояние, то на заключительных этапах синтеза системы управления БЛА, как и любой другой сложной технической системы, приходится производить коррекцию регулируемых параметров автопилота (параметрическую оптимизацию) под конкретную конструкцию БЛА и конкретные условия его применения.

При использовании математических моделей БЛА более высокой размерности приведенная выше методика остается справедливой. При этом отличия будут состоять в определении желаемого спектра (характеристического полинома) замкнутой системы. Его построение целесообразно проводить в классе низкочастотных фильтров Баттерворса, принцип построения которых основан на аппроксимации

амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) эталонной системы в заданной частотной области функционирования. Для аппроксимации АЧХ могут быть использованы также полиномы Чебышева или полиномы Лежандра.

Данный подход в определении управляющего сигнала автопилота по отклонению рулевой поверхности БЛА может быть применён и для решения пространственной задачи управления БЛА. Это может производиться отдельным решением двух плоских задач с последующим их объединением, или решением задачи в новой введенной вращающейся системе координат, связанной с вектором дальности БЛА до очередной точки пространства с последующим разделением по каналам управления БЛА с помощью матрицы преобразования координат (матрицы направляющих косинусов).

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский А. А. Системы автоматического управления летательных аппаратов / А. А. Красовский А. А., Ю. А. Вавилов, А. И. Сучков. – М.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1986. – 477 с.
2. Моисеев В. С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами / В. С. Моисеев. – Казань: ГБУ РЦМКО, 2013. – 768 с.
3. Дмитриевский А. А. Внешняя баллистика / А. А. Дмитриевский, Л. Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.
4. Красовский А. А. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
5. Красильщиков М. Н. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Серебрякова. – М.: Физматлит, 2009. – 556 с.
6. Лобатый А. А. Формирование оптимальных параметров траектории пролета беспилотного летательного аппарата через заданные точки пространства / А. А. Лобатый, А. Ю. Бумай, Ду Цзюнь // Доклады БГУИР, 2019. № 7–8. С. 50–57.
7. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-ши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
8. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т. 3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 616 с.
9. Лобаты, А. А. Аналитический синтез управления беспилотным летательным аппаратом / А. А. Лобатый, А. А. Антаневич, Ю. Ф. Икуас // Сборник статей ВА РБ. – 2009. – № 17. – С. 62–66.

REFERENCE

1. Krasovskij A. A. Sistemy avtomaticheskogo upravlenija letatelnyh apparatov / A. A. Krasovskij A. A., Ju. A. Vavilov, A. I. Suchkov. – М.: VVIA im. N. E. Zhukovskogo, 1986. – 477 s.
2. Moiseev V. S. Prikladnaja teorija upravlenija bespilotnymi letatelnyimi apparatami / V. S. Moiseev. – Kazan: GBU RCMKO, 2013. – 768 s.
3. Dmitrievskij A. A. Vneshnjaja ballistika / A. A. Dmitrievskij, L. N. Lysenko. – М.: Mashinostroenie, 2005. – 608 s.
4. Krasovskij A. A. Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija / pod red. A. A. Krasovskogo. – М.: Nauka, 1987. – 712 s.
5. Krasilshhikov M. N. Sovremennye informacionnye tehnologii v zadachah navigacii i navedenija bespilotnyh manevrennyh letatel'nyh apparatov / pod red. M. N. Krasilshhikova, G. G. Serebrjakova. – М.: Fizmatlit, 2009. – 556 s.
6. Lobaty A. A. Formirovanie optimalnyh parametrov traektorii proleta bespilotnogo letatel'nogo apparata cherez zadannye tochki prostranstva / A. A. Lobaty, A. Y. Bumai, Du Jun // Doklady BGUIR, 2019. Vol. 7–8. pp 50–57.
7. Brajson A. Prikladnaja teorija optimal'nogo upravlenija / A. Brajson, Ho Ju-shi. – М.: Mir, 1972. – 544 s.
8. Pupkov K. A. Metody klassicheskoi i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija: Uchebnik v 5-ti tt.; 2-e izd, pererab. i dop. T.3: Sintez reguljatorov sistem avtomaticheskogo upravlenija / Pod red. K. A. Pupkova i N. D. Egupova. – М.: Izdatel'stvo MGTU im. N. Je. Baumana, 2004. – 616 s.
9. Lobaty A. A. Analiticheskij sintez upravlenija bespilotnym letatelnyim apparatom / A. A. Lobaty, A. A. Antanovich, Ju. F. Ikuas // Sbornik statej VA RB. – 2009. Vol. 17. pp 62–66.

Поступила
23.01.2021

После доработки
23.01.2021

Принята к печати
01.03.2021

LOBATY A. A., BUMAI A. Y., PROHOROVITH S. S.

STEP-BY-STEP ANALYTICAL SYNTHESIS OF THE MATHEMATICAL MODEL OF AUTOMOTIVE UNMANNED AIRCRAFT

The problem of the stage-by-stage synthesis of the mathematical model of the autopilot of an unmanned aerial vehicle (UAV) is considered. At the first stage, an analytical synthesis of the control acceleration applied to the center of mass of the UAV is performed to form a specified trajectory of its flight. On the basis of the results received at the first stage, at the subsequent stages, the problem of synthesizing a mathematical model of the UAV autopilot is solved with the specified requirements for ensuring the stability and dynamic accuracy of UAV control. Under actual assumptions about the corresponding nature of changes in the trajectory parameters and variables that characterize the motion of the UAV in space, the use of a linear mathematical model of the evolution of the state vector of the UAV and its control system is substantiated. When synthesizing a mathematical model of the UAV autopilot, the method of modal control of the system was used for a specified mathematical model of the object. For a specified model of motion and aerodynamic characteristics of the UAV, the law of deviation of the control steering surface is analytically received, which depends on the parameters of the translational and rotational movements of the UAV. Computer simulation of the analytically received results of control synthesis for the specified characteristics of UAVs and specific using conditions was carried out, which clearly showed the efficiency and prospects of using this approach for the synthesis of control systems for UAVs of various purposes and design.

Keywords: *unmanned aerial vehicle, mathematical model, synthesis, modal control, trajectory.*



Лобатый Александр Александрович, доктор технических наук, профессор. С 2000 года возглавляет кафедру «Информационные системы и технологии» Белорусского национального технического университета. Проводит исследования в области анализа и синтеза систем управления, в том числе – беспилотными летательными аппаратами. Автор и соавтор множества статей в научных журналах и конференциях, автор ряда книг и учебных пособий. Тел: +375 (29) 346–82–56. E-mail: lobaty@bntu.by

Lobaty A. A., doctor of Science, Professor. From 2000 he heads of the department «Information Systems and Technologies» at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the areas of analysis and synthesis of

control systems including unmanned aerial vehicles. He is the author and co-author of many articles in scientific journals, conferences and books.



Бумай Андрей Юрьевич, аспирант кафедры «Информационные системы и технологии» Белорусского национального технического университета. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических систем управления применительно к беспилотным летательным аппаратам.

E-mail: andrei.bumai@bntu.by

Bumai A. Y., PhD student of «Information Systems and Technologies» department of Belarusian National Technical University. Conducts research in the areas of analysis and synthesis of stochastic control systems applying to unmanned aerial vehicles.



Прохорович Сергей Сергеевич, аспирант кафедры «Робототехнические системы» Белорусского национального технического университета. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических систем управления применительно к беспилотным летательным аппаратам.

E-mail: Sergeyprohorovich@gmail.com

Prohorovith S. S., PhD student of « Information Systems and Technologies» department of Belarusian National Technical University. Conducts research in the areas of analysis and synthesis of stochastic control systems applying to unmanned aerial vehicles.