

СБОРНИК ВОПРОСОВ И ЗАДАЧ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ
ЗАНЯТИЙ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ФИЗИКЕ

Учебно-методическое пособие для студентов специальностей
1-38 01 01 «Механические и электромеханические приборы
и аппараты»; 1-38 01 02 «Оптико-электронные и лазерные приборы
и системы»; 1-38 01 04 «Микро- и наносистемная техника»;
1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника»;
1-38 02 02 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы»;
1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»;
1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства»;
1-54 01 01 «Метрология, стандартизация и сертификация»;
1-54 01 02 «Методы и приборы контроля качества
и диагностики состояния объектов»

В 2 частях

Часть 1

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
по образованию в области приборостроения*

Минск
БНТУ
2021

УДК 537.8:530.145 (076.5)(075.8)

ББК 22.33я7

Ю49

С о с т а в и т е л и:

*К. В. Юмашев, Д. С. Бобученко, Ю. А. Бумай, В. В. Красовский,
С. А. Манего, Л. П. Свирина, В. В. Черный*

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра физики УО «Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники», зав. кафедрой,
канд. физ.-мат. наук, доцент *А. А. Григорьев*;
зав. кафедрой физики и методики преподавания физики
УО «Белорусский государственный педагогический университет
им. М. Танка», д-р физ.-мат. наук, профессор *В. Р. Соболев*

Юмашев К. В.

Ю49 Сборник вопросов и задач для практических занятий и контрольных работ по физике для студентов специальностей 1-38 01 01 «Механические и электромеханические приборы и аппараты», 1-38 01 02 «Оптико-электронные и лазерные приборы и системы», 1-38 01 04 «Микро- и наносистемная техника», 1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 02 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности», 1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства», 1-54 01 01 «Метрология, стандартизация и сертификация», 1-54 01 02 «Методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов»: в 2 ч. / сост.: К. В. Юмашев [и др.]. – Минск: БНТУ, 2021. – Ч. 1. – 78 с.
ISBN 978-985-583-563-0 (Ч. 1).

Учебно-методическое пособие содержит задачи и вопросы по следующим разделам курса общей физики: Механика; Молекулярная физика; Электричество.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов инженерных специальностей, изучающих соответствующие разделы курса общей физики.

УДК 537.8:530.145 (076.5)(075.8)

ББК 22.33я7

ISBN 978-985-583-563-0 (Ч. 1)
ISBN 978-985-583-564-7

© Белорусский национальный
технический университет, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к выполнению контрольных работ	4
Разделы «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество» рабочей программы курса общей физики	6
Рекомендуемая литература	11
Учебные материалы	12
1. Физические основы классической механики	13
1.1. Основные понятия и формулы	13
1.2. Контрольные задачи к разделу 1	23
2. Молекулярная физика и термодинамика	36
2.1. Основные понятия и формулы	36
2.2. Контрольные задачи к разделу 2	43
3. Электростатика, постоянный ток	53
3.1. Основные понятия и формулы	53
3.2. Контрольные задачи к разделу 3	59
4. Таблицы вариантов контрольных работ	72
Приложение	74

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент-заочник представляет в учебное заведение, в зависимости от специальности, от двух до шести контрольных работ (по разделам «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество» – одну или две контрольные работы). Работа выполняется в период экзаменационной сессии или сдается на проверку до начала экзаменационной сессии.

2. Перед выполнением контрольных работ необходимо ознакомиться с материалом, указанным в рабочей программе, изучить соответствующие разделы рекомендованной учебной литературы. Необходимо иметь в виду, что формулы и основные положения, приведенные в данном пособии, носят справочный характер. За разъяснением трудно усваиваемых вопросов курса необходимо обратиться к лектору или преподавателю-консультанту на кафедру, осуществляющую преподавание физики для данной специальности. В период подготовки к выполнению контрольных работ и самопроверки рекомендуется решение задач из любого из рекомендованных сборников задач по курсу общей физики.

3. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов. Выбор номера варианта осуществляется по последней цифре номера персональной зачетной книжки. В отдельных случаях вариант назначается преподавателем индивидуально.

4. Контрольные работы нужно выполнять черными или синими чернилами в школьной тетради, на обложке которой привести необходимые сведения по следующему образцу:

Студент ***** факультета БНТУ
Ф. И. О.
Шифр специальности ***** Группа *****
Адрес: г. ***** , ул. ***** дом ***, кв. ***
Контрольная работа N *** по физике

5. Условия задач в контрольной работе необходимо переписывать полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя и работы над ошибками оставлять чистой страницу. Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы.

6. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики и решении задач (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог выяснить, откуда появилась та или иная формула, используемая при решении задачи, правильность ее понимания студентом, или указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы. Табличные значения физических величин, необходимых для решения большинства задач, приведены в конце пособия в приложении. Разрешается также использовать табличные значения величин из другой справочной литературы с обязательной ссылкой на нее при оформлении задачи.

7. Для специальностей, требующих представления нескольких контрольных работ в течение семестра, каждую из работ необходимо высылать на рецензию в отдельной тетради. Во избежание повторения одних и тех же ошибок очередную работу желательно высылать только после получения рецензии на предыдущую.

8. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными.

9. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

10. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный аккуратно, с помощью чертежных принадлежностей.

11. Решать задачу надо в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

12. После получения расчетной формулы, для проверки правильности, следует подставить в ее правую часть размерности величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом размерность является размерностью искомой величины, т. е. совпадает с размерностью левой части. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

13. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах системы СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения величин с одинаковой размерностью, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

14. Основные физические постоянные и некоторые параметры материалов, необходимые для вычислений, приведены в приложении.

15. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 4630 надо записать $4,63 \cdot 10^3$, вместо 0,00532 записать $5,32 \cdot 10^{-3}$ и т. п.

16. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений (см., например, приложение о приближенных вычислениях в «Задачнике по физике» А. Г. Чертова, А. А. Воробьева). Как правило, окончательный ответ следует записывать с количеством значащих цифр после запятой, соответствующих используемому при расчетах числу с наименьшим количеством значащих цифр после запятой. Это относится и к случаю, когда расчеты проводятся с применением калькуляторов, которые имеют большое количество разрядов.

РАЗДЕЛЫ «МЕХАНИКА», «МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА», «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО» РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Рабочая программа предназначена для специальностей инженерно-технического и инженерно-педагогического профиля.

Введение в дисциплину

Предмет физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Математика и физика. Важнейшие этапы истории физики. Роль физики в развитии техники и влияние техники на развитие физики. Физика как культура моделирования. Компьютеры в современной физике. Роль физики в становлении инженера. Общая структура и задачи курса физики.

Механика

Кинематика материальной точки. Кинематическое описание движения. Элементы векторной алгебры. Перемещение. Скорость. Вычисление пройденного пути. Ускорение. Ускорение при криволинейном движении. Нормальное и тангенциальное ускорение. Плоское вращение. Угловая скорость и ускорение. Связь между векторами скорости и угловой скоростью материальной точки. Степени свободы и обобщенные координаты. Число степеней свободы абсолютно твердого тела. Кинематическое описание движения жидкости.

Динамика материальной точки. Основная задача динамики. Понятие состояния в механике. Законы Ньютона. Система единиц СИ. Границы применимости классической механики. Импульс. Закон сохранения импульса. Применение закона сохранения импульса к абсолютно неупругому удару. Движение тел с переменной массой. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Момент силы. Основное уравнение динамики вращательного движения. Силы в природе. Четыре вида взаимодействий, обменная природа их. Силы сухого и вязкого трения. Упругая сила. Закон Гука. Консервативные и неконсервативные силы в механике. Потенциальная энергия. Работа силы. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике. Применение законов сохранения к абсолютно упругому удару. Законы сохранения в механике как следствие фундаментальных свойств пространства и времени. Закон всемирного тяготения. Движение в центральном поле. Космические скорости. Законы Кеплера.

Динамика абсолютно твердого тела. Уравнение движения абсолютно твердого тела. Центр масс. Примеры вычисления центра масс. Плоское вращение абсолютно твердого тела и его кинетическая энергия. Момент инерции тела и его физический смысл. Примеры вычисления момента инерции твердых тел. Теорема Штейнера. Момент импульса абсолютно твердого тела. Вектор угловой скорости и вектор момента импульса. Гироскопический эффект. Угловая скорость прецессии.

Элементы механики сплошных сред. Идеальная и вязкая жидкость. Гидростатика несжимаемой жидкости. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Гидродинамика вязкой жидкости. Коэффициент вязкости. Течение по трубе. Формула Пуазейля. Закон подобия. Формула Стокса. Турбулентность.

Колебания. Уравнение гармонического колебания и его основные параметры. Колебание груза под действием упругой силы. Энергия гармонического колебания. Физический и математический маятники. Приведенная длина и центр качания физического маятника. Уравнение затухающих гармонических колебаний. Декремент затухания. Действие периодической силы на затухающий гармонический осциллятор. Резонанс. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и направления. Векторная диаграмма. Сложение гармонических колебаний различной частоты. Биения. Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и взаимно перпендикулярного направления. Фигуры Лиссажу.

Волны. Уравнение плоской гармонической волны и ее основные параметры: длина волны; волновое число; фазовая скорость волны. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение. Фазовая скорость волны в твердых телах и жидкостях. Скорость звука в газах. Волны при большом изменении давления и от предметов, движущихся со сверхзвуковой скоростью. Передача информации с помощью волн. Групповая скорость волны. Дисперсия. Стоячие волны. Колебания струны. Громкость и высота тона звука. Эффект Доплера.

Молекулярная физика и термодинамика

Молекулярно-кинетическая теория газа. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Число степеней свободы. Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Внутренняя энергия идеального газа. Теплоемкость идеального газа при постоянном объеме и давлении. Зависимость теплоемкости газа от температуры и ее квантово-механическое объяснение. Статистические распределения. Вероятность и флуктуации. Распределение Максвелла. Средняя, среднеквадратичная и наиболее вероятная скорости газовых молекул. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Понятие о физической кинетике. Средняя длина свободного пробега, эффективный диаметр молекул и эффективное сечение рассеяния. Вязкость, теплопроводность и диффузия в газах. Ультразреженные газы.

Термодинамика. Обратимые и необратимые термодинамические процессы. Первое начало термодинамики. Простейшие термодина-

мические изопроцессы как частные случаи политропического процесса. КПД идеальной тепловой машины. Цикл Карно. Понятие термодинамической температуры. Энтропия и ее статистический смысл. Второе начало термодинамики.

Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса и перенасыщенный пар. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля-Томсона. Сжижение газов.

Фазовые равновесия и превращения. Фазовые переходы первого и второго рода. Кривая фазового равновесия. Фазовая диаграмма состояния вещества. Тройная точка. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса.

Жидкое состояние. Строение жидкостей. Силы поверхностного натяжения. Коэффициент поверхностного натяжения. Давление под изогнутой поверхностью жидкости. Формула Лапласа. Явления на границе жидкости и твердого тела. Краевой угол. Капиллярные явления.

Электричество

Электрическое поле в вакууме. Определение элементарного заряда. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряженность поля. Линии напряженности. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса и ее применение к расчету напряженности полей. Работа сил электрического поля при перемещении зарядов. Циркуляция вектора напряженности. Потенциальный характер электростатического поля. Потенциал. Потенциал точечного заряда, системы точечных зарядов. Эквипотенциальные поверхности. Потенциал диполя. Градиент потенциала. Связь между напряженностью и потенциалом.

Электрическое поле в диэлектриках. Проводники и диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Полярные и неполярные диэлектрики. Поляризация ориентационная и деформационная. Вектор поляризации. Напряженность поля в диэлектрике. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость и ее физический смысл. Электрическое поле на границе двух диэлектриков. Сегнетоэлектрики. Пьезоэлектрический и электрострикционный эффекты.

Проводники в электростатическом поле. Распределение зарядов в проводниках. Связь между напряженностью поля у поверхности

проводника и поверхностной плотностью заряда. Электроемкость проводников. Конденсаторы. Электростатический генератор.

Энергия электростатического поля. Энергия системы неподвижных точечных зарядов. Энергия заряженного проводника. Энергия электростатического поля. Пондеромоторные силы. Теория близко- и дальнего действия.

Постоянный электрический ток. Сила и плотность тока. Электродвижущая сила и напряжение. Классическая теория электропроводности. Вывод закона Ома из электронной теории. Закон Ома. Дифференциальная форма закона Ома. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Вывод законов Джоуля-Ленца и Видемана-Франца из электронной теории. Закон Джоуля-Ленца. Дифференциальная форма закона Джоуля-Ленца. Зависимость сопротивления металлов от температуры. Сверхпроводимость. Трудности классической теории. Законы Кирхгофа для разветвленных цепей. Определение заряда электрона. Опыт Милликена. Экспериментальные доказательства электронной природы тока в металлах. Опыты Манделъштама и Папалекси, Стюарта и Толмэна.

Элементы зонной теории твердых тел. Принцип Паули и энергетические зоны в кристаллах. Вырождение электронного газа. Понятие о статистике Ферми. Деление твердых тел на изоляторы, металлы, полупроводники. Основные свойства диэлектриков.

Электропроводность газов. Ионизация газа и рекомбинация ионов. Несамостоятельный и самостоятельный разряд. Газоразрядная плазма. Виды разрядов – тлеющий, дуговой, искровой, коронный.

Металлы, полупроводники. Квантовая теория электропроводности металлов. Полупроводниковые материалы. Собственная, электронная и дырочная проводимости. Дефекты кристаллической структуры и возникновение локальных энергетических уровней. Примеси и механизм проводимости. Фотопроводимость. Полупроводниковые приборы. Квантовая теория контактных явлений. Контактная разность потенциалов. Работа выхода. Законы Вольта. Термоэлектричество. Явление Пельтье и Томсона. Применение контактных явлений. Термоэлектронная эмиссия и ее практическое применение.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев, И. В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн. 1: учебное пособие для вузов / И. В. Савельев. – М.: АСТ Астрель, 2006. – 336 с.
2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учебное пособие для вузов. В 5 т. Т. 1. Механика / Д. В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005. – 559 с.
3. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учебное пособие для вузов. В 5 т. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика / Д. В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005. – 544 с.
4. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. В 5 т. Т. 3: Электричество, стер / Д. В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2004. – 656 с.
5. Трофимова, Т. И. Курс физики: учебное пособие / Т. И. Трофимова. – М.: Academia, 2006. – 352 с.
6. Детлаф, А. А. Курс физики: учебное пособие для вузов. – 4-е изд., испр. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высшая школа, 2002. – 718 с.
7. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1: Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск, Асар, 2010 – 232 с.
8. Чертов, В. Г. Задачник по физике. – 8 изд., перераб. и доп. / В. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2001. – 640 с.
9. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 3-е изд., испр. и доп. – СПб.: Книжный мир, 2002. – 328 с.
10. Яворский, Б. М. Основы физики. Т. 1–2 / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. – М.: Физматлит, 2003. – 1128 с.
11. Хайкин, С. Э. Физические основы механики / С. Э. Хайкин. – М.: Наука, 1971. – 752 с.
12. Кикоин, А. К. Молекулярная физика / А. К. Кикоин, И. К. Кикоин. – М.: Наука, 1978. – 478 с.
13. Зисман, Г. А. Курс общей физики. Т. 1–3 / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Киев: Дніпро, 1994. – 336 с.
14. Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. – М.: Физматлит, 2003. – 624 с.

15. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике. Т. 1–9 / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М.: Мир, 1965. – 478 с.
16. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М.: Бином, 1997. – 448 с.
17. Матвеев, А. Н. Курс физики. Т. 1–4 / А. Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 2003. – 432 с.
18. Китель, И. Берклеевский курс физики. Механика / И. Китель, У. Найт, М. Рудерман. – М.: Наука, 1971. – 481 с.
19. Петровский, И. И. Механика / И. И. Петровский. – Мн.: Изд. БГУ, 1973. – 325 с.
20. Яворский Б. М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М.: Оникс, 2006. – 1056 с.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

1.1. Основные понятия и формулы

Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твердого тела)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t),$$

где $\mathbf{r}(t)$ – зависимость радиуса-вектора точки от времени¹.

Мгновенная, средняя и средняя путевая скорости выражаются формулами

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}, \quad \langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где $\Delta \mathbf{r}$ – перемещение, Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt . Путь Δs не может убывать и принимать отрицательные значения, т. е. $\Delta s \geq 0$.

Мгновенное и среднее ускорения

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}, \quad \langle \mathbf{a} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

В случае прямолинейного равнопеременного ($a = \text{const}$) движения справедливы формулы

$$\Delta s = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad v = v_0 + at, \quad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s,$$

где $a > 0$ для случая равноускоренного движения и $a < 0$ для равнозамедленного.

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности имеет вид

$$\varphi = f(t).$$

¹ Здесь и далее жирным шрифтом обозначены **векторные** величины.

Угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловая скорость является псевдовектором (условным вектором). Она параллельна оси вращения точки или тела, а ее направление зависит от направления вращения (направления изменения угла φ) и определяется правилом правого винта.

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Направлено так же, как и угловая скорость, в случае ускоренного вращения и в противоположную – в случае замедленного.

В случае вращения по окружности с постоянным угловым ускорением ($\varepsilon = \text{const}$) справедливы формулы

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\varepsilon\varphi,$$

где $\varepsilon > 0$ для случая равноускоренного движения по окружности и $\varepsilon < 0$ для равнозамедленного.

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности:

$$v = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

где v – линейная скорость; a_τ и a_n – тангенциальное и нормальное ускорения; ω – угловая скорость; ε – угловое ускорение; R – радиус окружности.

Полное линейное ускорение точки, движущейся по окружности,

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad \text{или} \quad a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол между полным a и нормальным a_n ускорениями

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a_n}{a}\right).$$

Уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где x – смещение точки от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; ω – круговая или циклическая частота; φ – начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{и} \quad a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях

$$x = A_1 \cos(\omega t) \quad \text{и} \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi):$$

а) $y = \frac{A_2}{A_1} x$, если разность фаз $\varphi = 0$;

б) $y = -\frac{A_2}{A_1}x$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi$;

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$, если разность фаз $\varphi = \pm\pi/2$.

Уравнение плоской бегущей волны, распространяющейся в направлении оси x ,

$$\xi = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right],$$

где ξ – смещение из положения равновесия любой из точек среды с координатой x в момент времени t ; v – скорость распространения колебаний в среде; φ – начальная фаза.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний точек среды в волне с расстоянием Δx между ними, отсчитанным в направлении распространения колебаний

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

где λ – длина волны.

Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью v

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}.$$

Второй закон Ньютона

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad \text{или} \quad d\mathbf{p} = \mathbf{F}dt,$$

где \mathbf{F} – результирующая сила, действующая на материальную точку; $\mathbf{F}dt$ – импульс силы, вызвавшей изменение импульса $d\mathbf{p}$.

Одна из форм записи второго закона Ньютона для тел с постоянной массой

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины применяется также название – жесткость); x – абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g};$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

г) сила трения скольжения

$$F = fN,$$

где f – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса для системы из N материальных точек

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i = \text{const}$$

или для двух тел ($i = 2$)

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2,$$

где \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 – скорости тел в начальный момент времени (например, до соударения); \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 – скорости тех же тел в конечный момент времени (например, после соударения).

Центр масс (инерции) системы – точка, положение которой определяется радиусом-вектором

$$\mathbf{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i m_i}{\sum_{i=1}^N m_i},$$

где \mathbf{r}_i – радиус-вектор точки системы массой m_i .

Импульс системы равен произведению массы всей системы на скорость движения ее центра масс

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}_c.$$

В однородном поле силы тяжести центр масс совпадает с центром тяжести – точкой системы или тела, к которой приложена равнодействующая всех сил тяжести, действующих на систему или тело. Сумма моментов сил тяжести относительно центра тяжести равна нулю.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = \frac{mV^2}{2} \quad \text{или} \quad T = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

а) деформированной упругой пружины

$$\Pi = \frac{1}{2} kx^2;$$

б) гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -\frac{Gm_1m_2}{r};$$

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии (выполняется в поле консервативных сил)

$$E = \Pi + T = \text{const}.$$

Элементарная работа dA , совершаемая результирующей силой \mathbf{F} за бесконечно малый промежуток времени dt , определяется как скалярное произведение

$$dA = (\mathbf{F}d\mathbf{r}) = Fdr \cos \alpha,$$

где $d\mathbf{r}$ – перемещение тела за время dt , α – угол между направлениями силы и перемещения.

Работа A , совершаемая результирующей силой, может быть определена так же, как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

Мгновенная мощность определяется формулой

$$N = \frac{dA}{dt} = Fv \cos \alpha.$$

Момент силы материальной точки или тела относительно любой выбранной неподвижной точки (полюса) определяется как векторное произведение

$$\mathbf{M} = [\mathbf{r}\mathbf{F}],$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор, направленный от полюса к материальной точке или к точке приложения силы \mathbf{F} (для тела).

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки (полюса)

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}\mathbf{p}],$$

где \mathbf{p} – импульс точки.

В случае тела момент импульса равен векторной сумме моментов импульса всех N точек тела относительно полюса

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^N [\mathbf{r}_i \mathbf{p}_i].$$

Основное уравнение динамики вращательного движения тела относительно любой точки (полюса)

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt},$$

где \mathbf{M} – результирующий момент внешних сил, действующих на тело, относительно полюса; \mathbf{L} – момент импульса тела относительно полюса.

Основное уравнение динамики вращательного движения тела относительно неподвижной оси z записывается в форме

$$M_z = J_z \varepsilon, \quad \text{если } J_z = \text{const},$$

или $M_z dt = d(J_z \omega)$, если J_z изменяется со временем.

Здесь M_z – результирующий момент внешних сил, действующих на тело, относительно оси z (или проекция на ось z результирующего момента внешних сил \mathbf{M} относительно любой точки оси z); ε – угловое ускорение; J_z – момент инерции тела относительно оси вращения z .

Значение момента силы M_z определяется как

$$M_z = Fl,$$

где F – сила, действующая на тело, l – плечо силы, т. е. кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от оси вращения z до прямой, вдоль которой действует сила (линии действия силы).

Момент инерции материальной точки массой m относительно оси z

$$J_z = mr^2,$$

где r – радиус вращения точки вокруг оси z .

Момент инерции относительно оси z системы или тела, которые состоят из N материальных точек, равен сумме моментов инерции этих точек относительно данной оси

$$J_z = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2.$$

Моменты инерции некоторых однородных симметричных тел массой m относительно оси симметрии z , проходящей через центр масс:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину

$$J_z = \frac{1}{12} m l^2;$$

б) обруча (или тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (плоскости поперечного сечения цилиндра) и проходящей через его центр

$$J_z = m R^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра);

в) диска (однородного цилиндра) радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр

$$J_z = \frac{1}{2} m R^2;$$

г) шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр

$$J_z = \frac{2}{5} m R^2.$$

Момент инерции тела массой m относительно произвольной оси z , не проходящей через центр масс (теорема Штейнера):

$$J_z = J_c + md^2,$$

где J_c – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной оси z ; d – расстояние между этими осями.

Момент импульса относительно неподвижной оси z тела, вращающегося относительно данной оси с угловой скоростью ω (или проекция момента импульса L тела на ось z),

$$L_z = J_z \omega.$$

Закон сохранения момента импульса системы N тел, вращающихся вокруг неподвижной оси z ,

$$\sum_{i=1}^N L_{z,i} = \text{const.}$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z ,

$$T = \frac{J_z \omega^2}{2} \quad \text{или} \quad T = \frac{L_z^2}{2J_z}.$$

Период физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}},$$

где J – момент инерции физического маятника относительно горизонтальной оси, не проходящей через центр масс, d – расстояние от точки подвеса до центра масс.

Приведенная длина физического маятника

$$L_{\text{пр}} = \frac{J}{md}.$$

Период математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина математического маятника.

Период пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса маятника, k – жесткость пружины.

1.2. Контрольные задачи к разделу 1

1. С течением времени t скорость тела меняется по закону $v = A + Bt + Ct^2$, где $A = 2$ м/с, $B = 1$ м/с², $C = 3$ м/с³. Определить среднюю скорость за промежуток времени 5 секунд.

2. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью $v_1 = 18$ км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2 = 22$ км/ч, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью $v_3 = 5$ км/ч. Определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ велосипедиста.

3. Начальное значение радиуса-вектора равно $\vec{r}_1 = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 12\vec{k}$, конечное – $\vec{r}_2 = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Найти: а) приращение радиуса-вектора $\Delta\vec{r}$; б) модуль приращения $|\Delta\vec{r}|$; в) приращение модуля $\Delta|\vec{r}|$.

4. Материальная точка движется по окружности с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi/6$ рад/с. Во сколько раз путь Δs , пройденный точкой за время $t = 4$ с, будет больше модуля ее перемещения Δr ? Принять, что в момент начала отсчета времени радиус-вектор r , задающий положение точки на окружности, относительно исходного положения был повернут на угол $\phi_0 = \pi/3$ рад.

5. Тело брошено под углом к горизонту. Оказалось, что максимальная высота подъема $h = s/4$ (s – дальность полета) Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить угол, под которым тело брошено к горизонту.

6. Две автомашины движутся по дорогам, угол между которыми $\alpha = 30^\circ$. Скорость автомашин $v_1 = 54$ км/ч и $v_2 = 72$ км/ч. С какой скоростью v удаляются машины одна от другой?

7. Материальная точка начинает двигаться по окружности радиусом $r = 12,5$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 0,5$ см/с². Определить: 1) момент времени, при котором вектор ускорения a образует с вектором скорости v угол $\alpha = 45^\circ$; 2) путь, пройденный за это время движущейся точкой.

8. Тело брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v_0 = 30$ м/с. Каковы будут нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела через время $t = 1$ с после начала движения?

9. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где i, j – орты осей x и y . Определите для момента времени $t = 1$ с: 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.

10. Капля дождя при скорости ветра $v_1 = 11$ м/с падает под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. Определить, при какой скорости ветра v_2 капля будет падать под углом $\beta = 45^\circ$.

11. Точка движется по окружности радиусом $R = 30$ см с постоянным угловым ускорением ε . Определить тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что за время $t = 4$ с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение $a_n = 2,7$ м/с².

12. При β -распаде покоящегося первоначально нейтрона образуется протон, электрон и нейтрино. Импульсы протона и электрона p_1 и p_2 , угол между ними α . Вывести формулу для импульса нейтрино.

13. Человек массой $m_1 = 70$ кг, бегущий со скоростью $v_1 = 9$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2 = 190$ кг, движущуюся со скоростью $v_2 = 3,6$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

14. Граната, летящая со скоростью $v = 10$ м/с, разорвалась на два осколка. Большой осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в том же направлении, но с увеличенной скоростью $u = 25$ м/с. Найти скорость меньшего осколка.

15. Мяч, летящий со скоростью $v_0 = 15$ м/с, отбрасывается ракеткой в противоположную сторону со скоростью $v_1 = 20$ м/с. Найти изменение импульса, если изменение кинетической энергии $\Delta W = 8,75$ Дж.

16. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой $m_1 = 2,5$ кг под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту со скоростью $v = 10$ м/с. Какова будет начальная скорость v_0 движения конькобежца, если его масса $m_2 = 60$ кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

17. Снаряд массой $m = 100$ кг, летящий горизонтально со скоростью $v = 500$ м/с, попадает в вагон с песком, масса которого $M = 10$ т, и застревает в нем. Какова скорость движения вагона после попадания снаряда, если: а) вагон стоял неподвижно; б) вагон двигался со скоростью $u = 36$ км/ч в том же направлении, что и снаряд; в) вагон двигался со скоростью $u = 36$ км/ч в направлении, противоположном движению снаряда?

18. Дети бросили мяч вслед проехавшему мимо грузовому автомобилю. С какой скоростью v отскочит мяч от заднего борта грузовика, если скорость автомобиля $u = 7,0$ м/с, скорость v_0 мяча непосредственно перед ударом равна $15,0$ м/с и направлена по нормали к поверхности борта. Удар считать абсолютно упругим.

19. Масса платформы с орудием и снаряда $m_2 = 18$ т, масса снаряда $m_1 = 60$ кг. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha = 30^\circ$ к линии горизонта. Определить скорость u_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью $u_1 = 480$ м/с.

20. Водометный двигатель катера забирает воду из реки и выбрасывает ее со скоростью $u = 10,0$ м/с относительно катера назад. Масса катера $M = 1000$ кг. Масса ежесекундно выбрасываемой воды постоянна и равна $m = 10,0$ кг/с. Пренебрегая сопротивлением движению катера, определить скорость катера v спустя $t = 1,0$ мин после начала движения, и какой предельной скорости может достичь катер.

21. Тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами, стоит на полу. На одном конце доски стоит человек, его масса $m_1 = 60$ кг, масса доски $m_2 = 20$ кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со

скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес и трением пренебречь.

22. По реке движутся параллельными курсами навстречу друг другу две одинаковые лодки массами от $m = 200$ кг каждая (вместе с человеком и грузами, находящимися в лодках). Они движутся с одинаковыми скоростями $v = 1$ м/с. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают грузы массами $m_1 = 20$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 лодок после перебрасывания грузов.

23. Пуля массой $m_2 = 4$ г, летящая горизонтально, попадает в деревянный шар массой $m_1 = 8$ кг, подвешенный на нити длиной $l = 1,8$ м. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3^\circ$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

24. Определить КПД η неупругого удара бойка массой $m_1 = 0,5$ т, падающего на сваю массой $m_2 = 120$ кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

25. Определить КПД η удара, если по небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой $m_1 = 300$ кг, ударяет молот массой $m_2 = 8$ кг. Удар считать неупругим. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.

26. Ракета, масса которой в начальный момент времени $M = 2$ кг, запущена вертикально вверх. Относительная скорость выхода продуктов сгорания $u = 150$ м/с, расход горючего $\mu = 0,2$ кг/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить ускорение a ракеты через $t = 3$ с после начала ее движения. Поле силы тяжести считать однородным.

27. Шар массой $m_1 = 4$ кг движется со скоростью $v_1 = 5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2 = 6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $v_2 = 2$ м/с. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

28. Затвор пистолета массой $m_2 = 200$ г, при вылете пули массой $m_1 = 10$ г со скоростью $v = 300$ м/с, прижимается к стволу пружинной, жесткость которой $k = 25$ кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

29. Ветер действует на парус площадью S с силой $F = AS\rho(v_0 - v)^2/2$, где A – некоторая постоянная; ρ – плотность воздуха; v_0 –

скорость ветра; v – скорость лодки. Определить скорость лодки при максимальной мгновенной мощности ветра.

30. Из орудия производилась стрельба в горизонтальном направлении. Когда орудие было неподвижно закреплено снаряд вылетел со скоростью $v_1 = 600$ м/с, а когда орудию дали возможность свободно откатываться назад, снаряд вылетел со скоростью $v_2 = 580$ м/с. С какой скоростью откатилось при этом орудие?

31. Гирия массой $m = 0,5$ кг, привязанная к резиновому шнуру длиной l_0 , описывает в горизонтальной плоскости окружность, частота вращения гири $n = 2$ об/с. Угол отклонения резинового шнура от вертикали $\alpha = 30^\circ$. Жесткость шнура $k = 0,6$ кН/м. Найти длину l_0 нерастянутого резинового шнура.

32. Из шахты глубиной $h = 600$ м поднимают клеть массой $m_1 = 3,0$ т на канате, каждый метр которого имеет массу $m = 1,5$ кг. Какая работа A совершается при поднятии клетки на поверхность Земли? Каков коэффициент полезного действия η подъемного устройства?

33. Акробат прыгает на сетку с высоты $h = 8$ м. На какой предельной высоте над полом надо натянуть сетку, чтобы акробат не ударился об пол при прыжке? Известно, что сетка прогибается на $x_0 = 0,5$ м, если акробат прыгает на нее с высоты $h_1 = 0,5$ м.

34. Какую нужно совершить работу A , чтобы пружину жесткостью $k = 800$ Н/м, сжатую на $x = 6$ см, дополнительно сжать на $\Delta x = 8$ см?

35. Спортсмен с высоты $h = 12$ м падает на упругую сетку. Пренебрегая массой сетки, определить во сколько раз наибольшая сила давления спортсмена на сетку больше его силы тяжести, если прогиб сетки под действием только силы тяжести спортсмена $x_0 = 15$ см.

36. Груз массой $m = 1$ кг падает на чашку весов с высоты $h = 10$ см. Каковы показания весов F в момент удара, если после успокоения качаний чашка опускается на $x_0 = 0,5$ см.

37. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на $\Delta l = 3$ мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты $h = 8$ см?

38. К нижнему концу пружины жесткостью k_1 присоединена пружина жесткостью k_2 , к концу которой подвешен груз. Пренебрегая массой пружины, определить отношение их потенциальных энергий.

39. Цепь длиной $l = 2$ м лежит на столе, одним концом свисая со стола. Если длина свешивающейся части превышает $l/3$, то цепь соскальзывает со стола. Определить скорость v цепи в момент ее отрыва от стола.

40. Какая работа A должна быть совершена при поднятии с земли материалов для постройки цилиндрической дымоходной трубы высотой $h = 40$ м, наружным диаметром $D = 3,0$ м и внутренним диаметром $d = 2,0$ м? Плотность материала ρ принять равной $2,8 \cdot 10^3$ кг/м³.

41. Тело массой m падает с высоты H на стоящую вертикально на полу пружину жесткостью k и длиной L . Определить максимальную скорость тела.

42. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R = 50$ см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 6,4$ кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением $a = 2$ м/с². Определить: 1) момент инерции J вала; 2) массу m_1 вала.

43. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром $D = 75$ см и массой $m = 40$ кг приложена сила $F = 1$ кН. Определить угловое ускорение ϵ и частоту вращения n маховика через время $t = 10$ с после начала действия силы, если радиус r шкива равен 12 см. Силой трения пренебречь.

44. Нить с привязанными к ее концам грузами массами $m_1 = 50$ г и $m_2 = 60$ г перекинута через блок диаметром $D = 4$ см. Определить момент инерции J блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\epsilon = 1,5$ рад/с². Трением и скольжением нити по блоку пренебречь.

45. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2$ рад/с, $B = 0,2$ рад/с³. Определить вращающий момент M , действующий на стержень через время $t = 2$ с после начала вращения, если момент инерции стержня $J = 0,048$ кг·м².

46. По горизонтальной плоскости катится диск со скоростью $v = 8$ м/с. Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройдя путь $\Delta s = 18$ м.

47. Определить момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n = 12 \text{ с}^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t = 8 \text{ с}$. Диаметр блока $D = 30 \text{ см}$. Массу блока $m = 6 \text{ кг}$ считать равномерно распределенной по ободу.

48. Блок, имеющий форму диска массой $m = 0,4 \text{ кг}$, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,7 \text{ кг}$. Определить силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.

49. К краю стола прикреплен блок. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы. Один груз движется по поверхности стола, а другой – вдоль вертикали вниз. Определить коэффициент f трения между поверхностями груза и стола, если массы каждого груза и масса блока одинаковы и грузы движутся с ускорением $a = 3,6 \text{ м/с}^2$. Скольжением нити по блоку и силой трения, действующей на блок, пренебречь.

50. К концам легкой и нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены грузы массами $m_1 = 0,2 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,3 \text{ кг}$. Во сколько раз отличаются силы, действующие на нить по обе стороны от блока, если масса блока $m = 0,4 \text{ кг}$, а его ось движется вертикально вверх с ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$? Силами трения и скольжением нити по блоку пренебречь.

51. На скамье Жуковского сидит человек и держит на вытянутых руках гири массой $m = 5 \text{ кг}$ каждая. Расстояние от каждой гири до оси скамьи $l_1 = 70 \text{ см}$. Скамья вращается с частотой $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$. Как изменится частота вращения скамьи и какую работу A произведет человек, если он согнет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до $l_2 = 20 \text{ см}$? Момент инерции человека и скамьи (вместе) относительно оси $J = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

52. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 4 \text{ рад/с}$. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $J = 5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Длина стержня $l = 1,8 \text{ м}$, масса $m = 6 \text{ кг}$. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

53. Платформа в виде диска диаметром $D = 3 \text{ м}$ и массой $m_1 = 180 \text{ кг}$ может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой уг-

ловой скоростью ω_1 будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой $m_2 = 70$ кг со скоростью $v = 1,8$ м/с относительно платформы?

54. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы $m_1 = 280$ кг, масса человека $m_2 = 80$ кг.

55. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega_1 = 25$ рад/с. Ось колеса расположена вертикально и совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью ω_2 станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол $\alpha = 90^\circ$? Момент инерции человека и скамьи $J = 2,5$ кг·м², момент инерции колеса $J_0 = 0,5$ кг·м².

56. Однородный стержень длиной $l = 1,0$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно неупруго ударяет пуля массой $m = 7$ г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. Определить массу M стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол $\alpha = 60^\circ$. Принять скорость пули $v = 360$ м/с.

57. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин⁻¹, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин⁻¹. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

58. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром $D = 0,8$ м и массой $m_1 = 6$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m = 0,5$ кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r = 0,4$ м от оси скамьи. Скорость мяча $v = 5$ м/с.

59. Горизонтальная платформа массой $m_1 = 150$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n = 8$ мин⁻¹. Человек массой $m_2 = 70$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться плат-

форма, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека – материальной точкой.

60. Однородный стержень длиной $l = 1,0$ м и массой $M = 0,7$ кг подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. В точку, отстоящую от оси на $2/3 l$, абсолютно упруго ударяет пуля массой $m = 5$ кг, летящая перпендикулярно стержню и его оси. После удара стержень отклонился на угол $\alpha = 60^\circ$. Определить скорость пули.

61. Определить напряженность G_m гравитационного поля на высоте $h = 1000$ км над поверхностью Земли. Считать известными ускорение g свободного падения у поверхности Земли и ее радиус R . Напряженность гравитационного поля численно равна силе, действующей со стороны этого поля на тело единичной массы $G_m = F/m$.

62. Какая работа A будет совершена силами гравитационного поля при падении на Землю тела массой $m = 2$ кг: 1) с высоты $h = 1000$ км; 2) из бесконечности?

63. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой $m = 30$ кг. Определить работу A , которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными (см. приложение).

64. С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью $v = 5$ км/с. На какую высоту она поднимется?

65. По круговой орбите вокруг Земли обращается спутник с периодом $T = 90$ мин. Определить высоту спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными (см. приложение).

66. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

67. Спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте $h = 520$ км. Определить период обращения спутника. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными.

68. Определить линейную и угловую скорости спутника Земли, обращающегося по круговой орбите на высоте $h = 1000$ км. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус R считать известными (см. приложение).

69. Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно $3,84 \cdot 10^8$ м?

70. Во сколько раз средняя плотность земного вещества отличается от средней плотности лунного? Принять, что радиус R_3 Земли в 390 раз больше радиуса R_1 Луны и вес тела на Луне в 6 раз меньше веса тела на Земле.

71. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых груза: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T гармонических колебаний данного физического маятника. Массой стержня пренебречь.

72. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x = A_1 \sin \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 t$, где $A_1 = 8$ см, $A_2 = 4$ см, и $\omega_1 = \omega_2 = 2$ с⁻¹. Написать уравнение траектории и построить ее. Показать направление движения точки.

73. Точка совершает простые гармонические колебания, уравнение которых $x = A \sin \omega_1 t$, где $A = 5$ см, $\omega = 2$ с⁻¹. В момент времени, когда точка обладала потенциальной энергией $\Pi = 0,1$ мДж, на нее действовала возвращающая сила $F = 5$ мН. Найти этот момент времени t .

74. Определить частоту ν простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

75. Определить период T простых гармонических колебаний диска радиусом $R = 40$ см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

76. Определить период T колебаний математического маятника, если модуль его максимального перемещения $\Delta r = 18$ см и максимальная скорость $v_{\max} = 16$ см/с.

77. Материальная точка совершает простые гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение $x_0 = 4$ см,

а скорость $v_0 = 10$ см/с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ колебаний, если их период $T = 2$ с.

78. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega_2(t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 3$ см, $\omega_1 = \omega_2 = \pi$ с⁻¹, $\tau = 0,5$ с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$ с.

79. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой $M = 200$ г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью $k = 500$ Н/м. В шар попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $v = 300$ м/с, и застревает в нем. Пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебаний шара.

80. Шарик массой $m = 60$ г колеблется с периодом $T = 2$ с. В начальный момент времени смещение шарика $x_0 = 4,0$ см и он обладает энергией $E = 0,02$ Дж. Записать уравнение гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

81. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Закон ее движения выражается уравнением $s = A + Bt^2$, где $A = 8$ м, $B = -2$ м/с². Определить момент времени t , когда нормальное ускорение a_n точки равно 9 м/с². Найти скорость v , тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в тот же момент времени t .

82. Две материальные точки движутся согласно уравнениям: $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$ и $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$, где $A_1 = 4$ м/с, $B_1 = 8$ м/с², $C_1 = -16$ м/с³, $A_2 = 2$ м/с, $B_2 = -4$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости v_1 и v_2 точек в этот момент.

83. Шар массой $m_1 = 10$ кг сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг. Скорость первого шара $v_1 = 4$ м/с, второго $v_2 = 12$ м/с. Найти общую скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

84. В лодке массой $M = 240$ кг стоит человек массой $m = 60$ кг. Лодка плывет со скоростью $v = 2$ м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $u = 4$ м/с (относительно

лодки). Найти скорость лодки после прыжка человека: 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки.

85. Человек, стоящий в лодке, сделал шесть шагов вдоль нее и остановился. На сколько шагов передвинулась лодка, если масса лодки в два раза больше (меньше) массы человека?

86. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой $m = 5$ г. Жесткость пружины $k = 1,25$ кН/м. Пружина была сжата на $\Delta l = 8$ см. Определить скорость пульки при вылете ее из пистолета.

87. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64 % своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар является прямым и центральным. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

88. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра $m_1 = 12$ кг. На цилиндр намотали шнур, к которому привязали гирию массой $m_2 = 1$ кг. С каким ускорением будет опускаться гирия? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

89. Через блок, выполненный в виде колеса, перекинута нить, к концам которой привязаны грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г. Массу колеса $M = 200$ г считать равномерно распределенной по ободу, массой спиц пренебречь. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силы натяжения нити по обе стороны блока.

90. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость $\omega = 63$ рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения маховик остановился через одну минуту, а второй – сделал до полной остановки $N = 360$ оборотов. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?

91. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой $h = 90$ см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости?

92. На верхней поверхности горизонтального диска, который может вращаться вокруг вертикальной оси, проложены по окружности радиусом $r = 50$ см рельсы игрушечной железной дороги. Масса диска $M = 10$ кг, его радиус $R = 60$ см. На рельсы неподвижного диска был поставлен заводной паровозик массой $m = 1$ кг и выпущен из рук. Он начал двигаться относительно рельсов со скоростью $v = 0,8$ м/с. С какой угловой скоростью будет вращаться диск?

93. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n_1 = 14 \text{ мин}^{-1}$. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до $n_2 = 25 \text{ мин}^{-1}$. Масса человека $m = 70 \text{ кг}$. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

94. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте $h = 3200 \text{ км}$ над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника.

95. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5 \text{ см}$, скорость ее $v = 20 \text{ см/с}$ и ускорение $a = -80 \text{ см/с}^2$. Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний.

96. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \sin \omega t$, где $A = 5 \text{ см}$, $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$. Найти момент времени (ближайший к началу отсчета), в который потенциальная энергия точки $\Pi = 10^{-4} \text{ Дж}$, а возвращающая сила $F = +5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$. Определить также фазу колебаний в этот момент времени.

97. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой, имеющих одинаковые амплитуды и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

98. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выраженных уравнениями $x = A_1 \cos \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = 4 \text{ см}$, $\omega_1 = \pi \text{ с}^{-1}$, $A_2 = 8 \text{ см}$, $\omega_2 = \pi \text{ с}^{-1}$, $\tau = 1 \text{ с}$. Найти уравнение траектории и на чертить ее с соблюдением масштаба.

99. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 15 \text{ м/с}$. Период колебаний точек шнура $T = 1,2 \text{ с}$. Определить разность фаз $\Delta \phi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20 \text{ м}$ и $x_2 = 30 \text{ м}$.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. Основные понятия и формулы

Количество вещества – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т. п.), содержащихся в теле или системе. Количество вещества выражается в молях. Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C . Количество вещества тела (системы)

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т. п.), составляющих тело (систему). Постоянная Авогадро

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Молярная масса вещества

$$\mu = \frac{m}{\nu},$$

где m – масса однородного тела (системы); ν – количество вещества (число молей) этого тела (системы). Выражается в единицах г/моль (или кг/моль).

Единица массы, равная 1/12 массы атома углерода ^{12}C , называется **атомной единицей массы (а.е.м.)**. Массы атомов или молекул, деленные на одну атомную единицу массы, называют соответственно **относительной атомной** или **относительной молекулярной массой вещества** (это безразмерные величины). Относительная молекулярная масса вещества состоит из относительных атомных масс химических элементов, составляющих молекулу вещества. Относительные атомные массы химических элементов приводятся в таблице Д. И. Менделеева (см. также табл. 8 приложения данного пособия).

Молярная масса вещества численно равна относительной атомной или молекулярной массе данного вещества, если размерность а.е.м. заменить на размерность г/моль.

Количество вещества смеси n газов

$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{N_1}{N_a} + \frac{N_2}{N_a} + \dots + \frac{N_n}{N_a}$$

или

$$v = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где v_i , N_i , m_i , μ_i – соответственно количество вещества, число молекул, масса и молярная масса i -го компонента смеси ($i = 1, 2, \dots, n$).

Уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT,$$

где m – масса газа, μ – молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная, ν – количество вещества, T – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева-Клапейрона, для изопроцессов:

а) закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$pV = \text{const}$ или для двух состояний газа, обозначенных цифрами 1 и 2, $p_1V_1 = p_2V_2$;

б) закон Гей-Люссака (изобарический процесс: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const} \text{ или для двух состояний } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

в) закон Шарля (изохорический процесс: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{p}{T} = \text{const} \text{ или для двух состояний } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

г) объединенный газовый закон ($m = \text{const}$)

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \text{ или для двух состояний } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

Под нормальными условиями понимают давление $p_0 = 1 \text{ атм}$ ($1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$), температуру 0°C ($T = 273 \text{ К}$).

Закон Дальтона, определяющий давление смеси n газов

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p_i – парциальные давления компонентов смеси ($i = 1, 2, \dots, n$).

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси n газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n}.$$

Массовая доля i -го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах)

$$w_i = \frac{m_i}{m},$$

где m – масса смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{\mu},$$

где N – число молекул, содержащихся в данной системе; ρ – плотность вещества в системе; V – объем системы.

Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для реального газа

$$(p - \nu^2 \frac{a}{V^2})(V - \nu b) = \nu RT,$$

где a и b – коэффициенты Ван-дер-Ваальса.

Для идеального газа уравнение Ван-дер-Ваальса переходит в уравнение Менделеева-Клапейрона.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle,$$

где $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия молекулы с жесткими связями, включающая кинетическую энергию поступательного и вращательного движения, выражается

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы (поступательных и вращательных).

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT.$$

Зависимость давления газа p от высоты h в гравитационном поле (барометрическое распределение)

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{m_0 g h}{kT}\right) = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right),$$

где p_0 – давление газа на высоте, условно принятой за начало отсчета ($h = 0$), m_0 – масса молекулы газа, μ – молярная масса, T – температура газа.

Скорости молекул:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad \text{— средняя квадратичная;}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \quad \text{— средняя арифметическая;}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \quad \text{— наиболее вероятная,}$$

где m_0 — масса одной молекулы.

Относительная скорость молекулы, движущейся со скоростью v ,

$$u = \frac{v}{v_B}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и постоянном давлении (c_p)

$$c_V = \frac{i R}{2 \mu} \quad \text{и} \quad c_p = \frac{i + 2 R}{2 \mu}.$$

Связь между удельной c и молярной C теплоемкостями

$$c = \frac{C}{\mu}.$$

Уравнение Майера

$$C_p - C_V = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} C_V T.$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – теплота, сообщенная системе; ΔU – изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершенная системой против внешних сил.

Работа расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \text{ – в общем случае;}$$

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ – при изотермическом процессе;}$$

$$A = p(V_2 - V_1) \text{ – при изобарическом процессе;}$$

$$A = 0 \text{ – при изохорическом процессе;}$$

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] \text{ – при адиабатическом}$$

процессе, где $\gamma = C_p/C_V$ – показатель адиабаты.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}, \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}.$$

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика (нагревателя); Q_2 – теплота, переданная рабочим телом теплопри-

емнику (холодильнику); T_1 и T_2 – термодинамические температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

Изменение энтропии при переходе системы из состояния 1 в состояние 2 определяется формулой

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где dQ – элементарное количество теплоты, полученное или переданное системе в каком-либо процессе; T – температура системы при этом процессе.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

где $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул; $\langle z \rangle$ – среднее число столкновений молекулы в единицу времени; d – эффективный диаметр молекулы; n – число молекул в единице объема (концентрация молекул).

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\alpha = \frac{F}{l} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l , ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади ΔS поверхности этой пленки.

Формула Лапласа, выражающая давление p , создаваемое сферической поверхностью жидкости,

$$p = \frac{2\alpha}{R},$$

где R – радиус сферической поверхности.

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g R},$$

где θ – краевой угол ($\theta = 0$ при полном смачивании стенок трубки жидкостью; $\theta = \pi$ при полном несмачивании); R – радиус канала трубки; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными друг другу плоскостями

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g d},$$

где d – расстояние между плоскостями.

2.2. Контрольные задачи к разделу 2

101. Определить количество вещества ν и число N молекул кислорода массой $m = 0,5$ кг.

102. Сколько атомов содержится в ртути: 1) количеством вещества $\nu = 0,2$ моль; 2) массой $m = 1$ г?

103. Вода при температуре $t = 4$ °С занимает объем $V = 1$ см³. Определить количество вещества ν и число N молекул воды.

104. Найти молярную массу μ и массу m_0 одной молекулы поваренной соли (NaCl).

105. Определить массу m_0 одной молекулы углекислого газа.

106. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящегося в сосуде вместимостью $V = 2$ л. Количество вещества ν кислорода равно 0,2 моль.

107. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объемом $V = 3$ л, если концентрация молекул газа в сосуде $n = 2 \cdot 10^{18}$ м⁻³.

108. В баллоне вместимостью $V = 3$ л содержится кислород массой $m = 10$ г. Определить концентрацию n молекул газа.

109. Плотность газа ρ при давлении $p = 96$ кПа и температуре $t = 0$ °С равна 1,35 г/л. Найти молярную массу μ газа.

110. Определить количество вещества ν и число N молекул азота массой $m = 0,2$ кг.

111. В цилиндр длиной $l = 1,6$ м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0 , начали медленно вдвигать поршень площадью основания $S = 200$ см³. Определить силу F , действующую на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1 = 10$ см от дна цилиндра.

112. В баллоне находится газ при температуре $T_1 = 400$ К. До какой температуры T_2 надо нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в 1,5 раза?

113. Баллон вместимостью $V = 20$ л заполнен азотом при температуре $T = 400$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 200$ кПа. Определить массу Δm израсходованного газа. Процесс считать изотермическим.

114. В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится аргон под давлением $p_1 = 600$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 400$ кПа, а температура установилась $T_2 = 260$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

115. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1 = 2$ МПа и температура $T_1 = 800$ К, в другом $p_2 = 2,5$ МПа, $T_2 = 200$ К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры $T = 200$ К. Определить установившееся в сосудах давление p .

116. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением $p = 2$ МПа и имеющего температуру $T = 400$ К.

117. Определить относительную молекулярную массу M_r газа, если при температуре $T = 154$ К и давлении $p = 2,8$ МПа он имеет плотность $\rho = 6,1$ кг/м³.

118. Найти плотность ρ азота при температуре $T = 400$ К и давлении $p = 2$ МПа.

119. В сосуде вместимостью $V = 40$ л находится кислород при температуре $T = 300$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 100$ кПа. Определить массу Δm израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

120. Определить плотность ρ водяного пара, находящегося под давлением $p = 2,5$ кПа и имеющего температуру $T = 250$ К.

121. Определить внутреннюю энергию U водорода, а также среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ молекулы этого газа при температуре $T = 300$ К, если количество вещества ν этого газа равно 0,5 моль.

122. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде вместимостью $V = 3$ л под давлением $p = 540$ кПа.

123. Количество вещества гелия $\nu = 1,5$ моль, температура $T = 120$ К. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул этого газа.

124. Молярная внутренняя энергия U_m некоторого двухатомного газа равна 6,02 кДж/моль. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

125. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ одной молекулы водяного пара при температуре $T = 500$ К.

126. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью $V = 2$ л под давлением $p = 200$ кПа. Масса газа $m = 0,3$ г.

127. Водород находится при температуре $T = 300$ К. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию E_k всех молекул этого газа; количество водорода $\nu = 0,5$ моль.

128. При какой температуре средняя кинетическая энергия $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle$ поступательного движения молекулы газа равна $4,14 \cdot 10^{-21}$ Дж?

129. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки равна $6 \cdot 10^{-10}$ г. Газ находится при температуре $T = 400$ К. Определить средние квадратичные скорости $\langle v_{\text{кв}} \rangle$, а также средние кинетические энергии $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle$ поступательного движения молекулы азота и пылинки.

130. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle$ поступательного движения и $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения молекулы азота при температуре $T = 1$ К. Определить также полную кинетическую энергию E_k молекулы при тех же условиях.

131. Определить молярную массу μ двухатомного газа и его удельные теплоемкости c_p и c_v , если известно, что разность удельных теплоемкостей этого газа $c_p - c_v = 260$ Дж/(кг·К).

132. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях $1,43 \text{ кг/м}^3$. Найти его удельные теплоемкости c_p и c_V . Определить среднеквадратичную скорость молекул газа при тех же условиях.

133. Определить удельную теплоемкость c_V смеси газов, содержащей 5 л водорода и 3 л гелия. Газы находятся при одинаковых условиях.

134. Трехатомный газ под давлением 120 кПа и температуре 20°C занимает объем 5 л. Определить теплоемкость этого газа при постоянном давлении и при постоянном объеме.

135. Вычислить удельную теплоемкость смеси двух газов (гелия массой $m_1 = 6 \text{ г}$ и азота массой $m_2 = 10 \text{ г}$) при постоянном объеме.

136. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_p смеси неона и водорода. Массовые доли газов соответственно $\omega_1 = 0,8$ и $\omega_2 = 0,2$. Если для неона (одноатомный газ) $i_1 = 3$, $M_1 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Для водорода (двухатомный газ) $i_2 = 5$, $M_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

137. Смесь газа состоит из кислорода (O_2) с массовой долей $\omega_1 = 85\%$ и озона (O_3) с массовой долей $\omega_2 = 15\%$. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p этой газовой смеси.

138. Молекула газа состоит из двух атомов. Разность удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме равна $260 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$. Найти молярную массу газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p .

139. Определить давление p_1 и p_2 газа, содержащего $N = 10^9$ молекул и имеющего объем $V = 1 \text{ см}^3$ при температуре $T_1 = 3 \text{ К}$ и $T_2 = 990 \text{ К}$.

140. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p газообразной окиси углерода CO .

141. Средняя длина пробега молекулы водорода между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами $l = 1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Определите длительность промежутка времени между двумя последовательными столкновениями при нормальных условиях ($t = 0^\circ\text{C}$, $p = 10^5 \text{ Па}$).

142. Оценить, сколько раз за 1 с в 1 см^3 воздуха сталкиваются молекулы азота друг с другом и молекулы азота с молекулами кислорода (см. приложение, табл. 7).

143. Определить длину свободного пробега молекулы азота в воздухе при нормальных условиях. Радиус молекул азота и кислорода принять равным $0,18 \text{ нм}$.

144. В сосуде находится смесь двух газов. В единице объема смеси содержится n_1 молекул одного газа и n_2 молекул другого газа. Радиус молекул соответственно R_1 и R_2 . Оцените длину свободного пробега молекул этих газов.

145. Определите среднюю длину пробега молекул газа между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами, если их диаметр $d = 3 \cdot 10^{-10}$ м, а концентрация $n = 3 \cdot 10^{25}$ м⁻³.

146. Определите размер молекулы воды в жидком состоянии при нормальных условиях.

147. Определите среднюю длину пробега молекулы углекислого газа между последовательными столкновениями с другими молекулами при нормальных условиях ($t = 0$ °С, $p = 10^5$ Па), если число столкновений каждой молекулы с другими в среднем за 1 секунду $\nu = 9 \cdot 10^9$. Молярная масса углекислого газа $\mu = 44$ г/моль.

148. Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна 60 нм. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle v \rangle$ молекул и число z соударений, которые испытывает молекула в 1 с.

149. Баллон вместимостью $V = 10$ л содержит водород массой $m = 10$ г. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул (см. приложение).

150. Определить среднее время $\langle \tau \rangle$ свободного пробега молекул кислорода при температуре $T = 250$ К и давлении $p = 100$ Па.

151. Газ при давлении 730 мм рт. ст., и температуре 27 °С находится в сосуде. Определить концентрацию молекул и среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы.

152. Газ, занимавший объем 20 л при нормальных условиях ($t = 0$ °С, $p = 10^5$ Па), был изобарически нагрет до 80 °С. Определить работу расширения газа.

153. Азот массой 2 кг охлаждают при постоянном давлении от 400 до 300 К. Определить изменение внутренней энергии, внешнюю работу и количество выделенной теплоты.

154. Молекулярный пучок кислорода ударяется о неподвижную стенку. После соударения молекулы отражаются от стенки с той же по модулю скоростью. Определить давление пучка на стенку, если скорость молекул 500 м/с и концентрация молекул в пучке $5 \cdot 10^{24}$ м⁻³.

155. Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м³ и находится под давлением $p_1 = 0,2$ МПа. Газ был нагрет сначала при по-

стоянном давлении до объема $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 0,5 \text{ МПа}$. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и количество теплоты Q , переданное газу. Построить график процесса.

156. Кислород массой 32 г находится в закрытом сосуде под давлением 0,1 МПа при температуре 290 К. После нагревания давление в сосуде увеличилось в 4 раза. Определить: 1) объем сосуда; 2) температуру, до которой газ нагрели; 3) количество теплоты, сообщенное газу.

157. При изобарном нагревании некоторого идеального газа ($\nu = 2$ моль) на $\Delta T = 90 \text{ К}$ ему было сообщено 5,25 кДж теплоты. Определить: 1) работу, совершаемую газом; 2) изменение внутренней энергии газа; 3) величину $\gamma = c_p/c_v$.

158. Кислород объемом 1 л находится под давлением 1 МПа. Определить, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы: 1) увеличить его объем вдвое в результате изобарного процесса; 2) увеличить его давление вдвое в результате изохорного процесса.

159. Для расширения идеального газа водорода потребовалось совершить работу $A = 2 \text{ кДж}$. Определить количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал: 1) изотермически; 2) изобарно.

160. Кислород массой 160 г нагревают при постоянном давлении от 320 до 340 К. Определить количество теплоты, поглощенное газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

161. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $1,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 260 К. Найти КПД машины, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

162. Рабочее тело – идеальный газ теплового двигателя совершает цикл, состоящий из последовательных процессов: изобарного, адиабатного и изотермического. В результате изобарного процесса газ нагревается от $T_1 = 300 \text{ К}$ до $T_2 = 600 \text{ К}$. Определить термический КПД теплового двигателя.

163. Идеальный газ совершает цикл Карно. Газ получил от нагревателя количество теплоты 5,5 кДж и совершил работу 1,1 кДж. Определить: 1) термический КПД цикла; 2) отношение температур нагревателя и холодильника.

164. Температура нагревателя тепловой машины 500 К. Температура холодильника 400 К. Определить КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, и полезную мощность машины, если нагреватель каждую секунду передает ей 1675 Дж теплоты.

165. При давлении 10^5 Па 0,2 моля двухатомного газа занимает объем 10 л. Газ изобарно сжимают до объема 4 л, затем сжимают адиабатно, после чего газ изотермически расширяется до начального объема и давления. Построить график процесса в координатах p, V . Найти работу, совершенную газом за один цикл; температуру; давление и объем в характерных точках процесса; количество теплоты, полученное газом от нагревателя и отданное газом холодильнику, а также термический КПД цикла.

166. Многоатомный идеальный газ совершает цикл Карно, при этом в процессе адиабатного расширения объем газа увеличивается в 4 раза. Определить термический КПД цикла.

167. Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объем идеального газа изменяется в $n = 10$ раз. Рабочим веществом является азот.

168. Двигатель работает как машина Карно и за цикл получает от нагревателя $Q_1 = 700$ кал. Температура нагревателя $T_1 = 600$ К, температура холодильника $T_2 = 300$ К. Найти совершаемую за цикл работу и количество теплоты, отдаваемое холодильнику.

169. Кислород, масса которого $m = 200$ г, нагревают от температуры $t_1 = 27$ °С до $t_2 = 127$ °С. Найти изменение энтропии, если известно, что начальное и конечное давления одинаковы и близки к атмосферному.

170. В результате изотермического расширения объем 8 г кислорода увеличился в 2 раза. Определить изменение энтропии газа.

171. Определить добавочное давление p внутри мыльного пузыря диаметром $d = 10$ см. Определить также работу A , которую нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь. Поверхностное натяжение мыльной пленки принять $\sigma = 40 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

172. В стеклянном капилляре диаметром $d = 100$ мкм вода поднимается на высоту $h = 30$ см. Определите поверхностное натяжение мыльного раствора, если его плотность $\rho = 1$ г/см³.

173. По горизонтальной трубе переменного сечения течет вода. Площади поперечных сечений трубы на разных ее участках соответственно равны $S_1 = 10$ см² и $S_2 = 20$ см². Разность уровней воды

Δh в вертикальных трубках одинакового сечения составляет 20 см. Определите объем воды, проходящей за 1 с через сечение трубы.

174. Давление воздуха внутри мыльного пузыря на 200 Па больше атмосферного. Определите диаметр пузыря. Поверхностное натяжение мыльного раствора $\sigma = 0,043$ Н/м.

175. В сосуд с ртутью опущен открытый капилляр, внутренний диаметр которого $d = 3$ мм. Разность уровней ртути в сосуде и в капилляре $\Delta h = 3,7$ мм. Чему равен радиус кривизны ртутного мениска в капилляре? Плотность ртути $\rho = 13,6$ г/см³, поверхностное натяжение $\sigma = 0,5$ Н/м.

176. Глицерин поднялся в капиллярной трубке диаметром канала $d = 1$ мм на высоту $h = 20$ мм. Определить поверхностное натяжение α глицерина. Считать смачивание полным.

177. В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром канала $d = 1$ мм. Определить массу m воды, вошедшей в трубку.

178. На сколько давление p воздуха внутри мыльного пузыря больше нормального атмосферного давления p_0 , если диаметр пузыря $d = 5$ мм?

179. Воздушный пузырек диаметром $d = 2,2$ мкм находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность ρ воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью воды находится при нормальных условиях.

180. Две капли ртути радиусом $r = 1,2$ мм каждая слились в одну большую каплю. Определить энергию E , которая выделится при этом слиянии. Считать процесс изотермическим.

181. Определить давления p_1 и p_2 газа, содержащего $N = 10^9$ молекул и имеющего объем $V = 1$ см³, при температурах $T_1 = 3$ К и $T_2 = 1000$ К.

182. При температуре $t = 35$ °С и давлении $p = 708$ кПа плотность некоторого газа $\rho = 12,2$ кг/м³. Определить относительную молекулярную массу M_r газа.

183. Какой объем V занимает смесь азота массой $m_1 = 1$ кг и гелия массой $m_2 = 1$ кг при нормальных условиях?

184. В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится смесь, содержащая $m_1 = 10$ г водорода, $m_2 = 54$ г водяного пара и $m_3 = 60$ г оксида углерода. Температура смеси $t = 27$ °С. Определить давление.

185. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре $t = 27^\circ\text{C}$.

186. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p газообразного оксида углерода CO .

187. Смесь газа состоит из кислорода O_2 с массовой долей $w_1 = 85\%$ и озона O_3 с массовой долей $w_2 = 15\%$. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p этой газовой смеси.

188. Газовая смесь состоит из азота массой $m_1 = 3$ кг и водяного пара массой $m_2 = 1$ кг. Принимая эти газы за идеальные, определить удельные теплоемкости c_V и c_p газовой смеси.

189. Молекула газа состоит из двух атомов; разность удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме равна 297 Дж/(кг·К). Найти молярную массу газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p .

190. Найти среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекулы водорода при $p = 133$ МПа и $t = -173^\circ\text{C}$.

191. Один киломоль двухатомного идеального газа совершает замкнутый цикл, график которого в координатах p, V представляет собой прямоугольник. Координаты вершин данного прямоугольника равны: $p_1 = 1,2$ МПа, $V_1 = 2$ м³; $p_2 = 1,6$ МПа, $V_2 = 2$ м³; $p_3 = 1,6$ МПа, $V_3 = 3$ м³; $p_4 = 1,2$ МПа, $V_4 = 3$ м³. Изобразить процесс на рисунке. Определить: 1) теплоту Q_1 , полученную от теплоотдатчика; 2) теплоту Q_2 , переданную теплоприемнику; 3) работу A , совершаемую газом за один цикл; 4) термический КПД η цикла.

192. Водород занимает объем $V = 10$ м³ при давлении $p_1 = 0,1$ МПа. Его нагрели при постоянном объеме до давления $p_2 = 0,3$ МПа. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа, работу A , совершенную газом, и теплоту Q , сообщенную газу.

193. Кислород при неизменном давлении $p = 80$ кПа нагревается. Его объем увеличивается от $V_1 = 1$ м³ до $V_2 = 3$ м³. Определить изменение ΔU внутренней энергии кислорода, работу A , совершенную им при расширении, а также теплоту Q , сообщенную газу.

194. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу $m = 0,6$ кг и занимающий объем $V_1 = 1,2$ м³, при температуре $T_1 = 560$ К. В результате расширения газ занял объем $V_2 = 4,2$ м³, причем температура осталась неизменной. Найти изменение ΔU

внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q , сообщенную газу.

195. В бензиновом автомобильном двигателе степень сжатия горючей смеси равна 6,2. Смесь засасывается в цилиндр при температуре $t_1 = 15$ °С. Найти температуру t_2 горючей смеси в конце такта сжатия. Горючую смесь рассматривать как двухатомный идеальный газ, процесс считать адиабатическим.

196. Найти изменение энтропии при превращении 10 г льда, находящегося при температуре -20 °С, в пар при 100 °С.

197. Какую энергию надо затратить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром $d = 12$ см? Каково будет добавочное давление внутри этого пузыря?

198. На нижнем конце трубки диаметром $d = 0,2$ см повисла шарообразная капля воды. Найти диаметр этой капли.

199. Какой наибольшей скорости v может достичь дождевая капля, падающая во время дождя, диаметром $d = 0,3$ мм, если вязкость воздуха $\eta = 1,2 \cdot 10^{-5}$ Па·с?

3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА, ПОСТОЯННЫЙ ТОК

3.1. Основные понятия и формулы

Закон Кулона

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

где F – сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды; ϵ_0 – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля и потенциал

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}, \quad \varphi = \frac{\Pi}{q},$$

где Π – потенциальная энергия точечного заряда q , находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

Сила, действующая на точечный заряд q , находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad \Pi = q\varphi.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей),

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

где \mathbf{E}_i , φ_i – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого i -м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой (с зарядом q) радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

$$\text{а) } E = 0, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \quad (\text{при } r < R);$$

$$\text{б) } E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \quad (\text{при } r = R);$$

$$\text{в) } E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \quad (\text{при } r > R).$$

Линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{q}{l}.$$

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой распределенных зарядов, находят, разбивая систему на точечные заряды и используя принцип суперпозиции электрических полей (т. е. проводя интегрирование).

Для расчета электростатических полей сложных заряженных объектов используется также теорема Гаусса:

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \quad (\text{в вакууме});$$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \sum q_i, \quad (\text{при наличии диэлектрика}),$$

где $\mathbf{D} = \epsilon\epsilon_0 \mathbf{E}$ – электрическое смещение, S – замкнутая поверхность, окружающая заряды q_i , $\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S}$ и $\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S}$ – потоки векторов \mathbf{E} и \mathbf{D} через поверхность S .

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной прямой линией или бесконечно длинным цилиндром

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где r – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, в которой определяется напряженность поля.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Связь потенциала с напряженностью:

а) $E = -\text{grad}\varphi$ или $E = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k}\right)$ – в общем случае

($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные векторы, направленные вдоль осей X, Y, Z , соответственно);

б) $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d$ – в случае однородного поля;

в) $E = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}$ – в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией.

Электрический момент диполя

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

где q – заряд, l – плечо диполя (векторная величина, направленная от отрицательного заряда к положительному и численно равная расстоянию между зарядами).

Момент силы, действующей на диполь во внешнем электрическом поле

$$\mathbf{M} = [\mathbf{pE}] \quad \text{или} \quad M = pE \sin \alpha.$$

Потенциальная энергия диполя во внешнем электрическом поле

$$\Pi = -(\mathbf{pE}) \quad \text{или} \quad \Pi = -pE \cos \alpha,$$

где α – угол между \mathbf{p} и \mathbf{E} .

Работа сил поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Емкость

$$C = q/\varphi \quad \text{или} \quad C = q/U,$$

где φ – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); U – разность потенциалов пластин конденсатора.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь пластины (одной) конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Емкость батареи N конденсаторов:

а) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$ – при последовательном соединении;

б) $C = \sum_{i=1}^N C_i$ – при параллельном соединении.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2}, \quad W = \frac{CU^2}{2}, \quad W = \frac{q^2}{2C}.$$

Сила постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t .

Плотность тока

$$I = \frac{I}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle v \rangle$ направленного движения заряженных частиц

$$j = qn\langle v \rangle,$$

где q – заряд частицы; n – концентрация заряженных частиц.

Закон Ома:

а) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ – для однородного участка цепи (не содержащего ЭДС), где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R – сопротивление участка;

б) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm E}{R}$ – для неоднородного участка цепи (участка, содержащего ЭДС), где E – ЭДС источника тока; R – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) $I = \frac{E}{R + r}$ – для замкнутой (полной) цепи, где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление цепи.

Правила Кирхгофа:

а) $\sum_i I_i = 0$ – первое правило;

б) $\sum_i I_i R_i = \sum_i E_i$ – второе правило, где $\sum_i I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле; $\sum_i I_i R_i$ – алгебраическая сумма

произведений сил токов на сопротивления участков в замкнутом контуре; $\sum_i E_i$ – алгебраическая сумма ЭДС в замкнутом контуре.

Сопротивление R и проводимость G проводника

$$R = \frac{\rho l}{S}, \quad G = \frac{\gamma S}{l},$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление; γ – удельная электрическая проводимость; l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы проводников:

а) $R = \sum_i R_i$ – При последовательном соединении;

б) $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ – при параллельном соединении,

где R_i – сопротивление i -го проводника.

Работа тока:

$$A = IUt = I^2 R t = \frac{U^2 t}{R}.$$

Мощность тока:

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 R t.$$

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E},$$

где γ – удельная электрическая проводимость;
 \mathbf{E} – напряженность электрического поля;
 \mathbf{j} – плотность тока.

3.2. Контрольные задачи к разделу 3

201. Точечные заряды $q_1 = 20$ мк·Кл, $q_2 = -10$ мк·Кл находятся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на $r_1 = 3$ см от первого и на $r_2 = 4$ см от второго зарядов. Определить также силу F , действующую в этой точке на точечный заряд $q = 1$ мк·Кл.

202. Три одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторонами $a = 10$ см. Определить модуль и направление силы F , действующей на один из зарядов со стороны двух других.

203. Два положительных точечных заряда q и $9q$ закреплены на расстоянии $d = 100$ см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения зарядов возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

204. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Шарик погружают в масло. Какова плотность ρ масла, угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_0 = 1,5 \cdot 10^3$ кг/м³, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2,2$.

205. Четыре одинаковых заряда $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 40$ нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Найти силу F , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

206. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r = 30$ см. Сила притяжения F_1 шаров равна 90 мкН. После того как шары были приведены в соприкосновение и удалены друг от друга на прежнее расстояние, они стали отталкиваться с силой $F_2 = 160$ мкН. Определить заряды Q_1 и Q_2 , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

207. Точечные заряды $q_1 = 30$ мк·Кл и $q_2 = -20$ мк·Кл находятся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определить напряженность

электрического поля E в точке, удаленной от первого заряда на расстоянии $r_1 = 30$ см, а от второго – на $r_2 = 15$ см.

208. В вершинах правильного треугольника со стороной $a = 10$ см находятся заряды $q_1 = 10$ мк·Кл, $q_2 = 20$ мк·Кл и $q_3 = 30$ мк·Кл. Определить силу F , действующую на заряд q_1 со стороны двух других зарядов.

209. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 8 \cdot 10^{-10}$ Кл. Какой отрицательный заряд q нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

210. На расстоянии $d = 20$ см находятся два точечных заряда: $q_1 = -50$ нКл и $q_2 = 100$ нКл. Определить силу F , действующую на заряд $q_3 = -10$ нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d .

211. Расстояние d между двумя точечными зарядами $q_1 = 2$ нКл и $q_2 = 4$ нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

212. Тонкий бесконечный прямолинейный стержень несет равномерно распределенный заряд $\tau = 0,1$ мк·Кл/м. На расстоянии $d = 0,4$ м от стержня находится точечный заряд $q = 0,01$ мк·Кл. Определить напряженность E электрического поля в точке, расположенной на одинаковом расстоянии от стержня и заряда $d_1 = 0,2$ м.

213. Два параллельные бесконечные прямолинейные стержня заряжены с линейными плотностями $\tau_1 = +1$ мк·Кл/м и $\tau_2 = -2$ мк·Кл/м. Расстояние между ними равно $d = 0,5$ м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого стержнями в точке, находящейся на расстоянии $d_1 = 1$ м от каждого из стержней.

214. Две бесконечные прямолинейные параллельные нити находятся на расстоянии $d = 0,5$ м друг от друга. Линейные плотности электрического заряда на них составляют $\tau_1 = 3$ мк·Кл/м и $\tau_2 = -2$ мк·Кл/м. Найти силу, действующую на единицу длины нитей.

215. Две бесконечные параллельные прямолинейные нити расположены на расстоянии $d = 0,1$ м. Линейные плотности электрического заряда на них составляют $\tau_1 = \tau_2 = 10$ мк·Кл/м. Определить

напряженность E электрического поля, создаваемого нитями в точке, находящейся на расстоянии $d_1 = 0,1$ м от каждой из нитей.

216. Тонкая бесконечная нить согнута под углом 90° . Нить несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 1$ мк·Кл/м. Определить силу F , действующую на точечный заряд $Q = 0,1$ мк·Кл, расположенный на продолжении одной из сторон и удаленный от вершины угла на $a = 50$ см.

217. Бесконечный прямолинейный тонкий стержень несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau = 0,5$ мк·Кл/м. В точку A , удаленную от стержня на расстояние $a = 20$ см, помещен точечный электрический заряд. В результате напряженность поля в точке B , находящейся на одинаковых расстояниях от точки A и от стержня, равных 10 см, оказалась равной нулю. Найти величину заряда.

218. С какой силой на единицу длины отталкиваются две одноименно заряженные бесконечные параллельные прямолинейные нити, если линейная плотность заряда на них составляет $\tau = 0,2$ мк·Кл/м, а расстояние между нитями равно $d = 5$ см.

219. Сила, действующая на точечный заряд $q = -20$ мк·Кл со стороны двух бесконечных прямых параллельных нитей, заряженных с одинаковой линейной плотностью $\tau = 0,1$ мк·Кл/м, равна 10 мН. Найти расстояние между нитями, если оно совпадает с расстоянием от заряда до каждой из нитей.

220. На расстоянии $R = 10$ см от каждой из двух бесконечных прямолинейных нитей, заряженных положительно с одинаковыми линейными плотностями, находится точечный электрический заряд $q = 0,05$ мк·Кл. Определить линейную плотность заряда на нитях, если модуль силы, действующей на заряд равен $F = 15$ мН. Расстояние между нитями $d = 10$ см.

221. Точечный заряд $q = 10$ нКл находится на расстоянии $d = 1,5$ м от каждой из двух параллельных прямолинейных нитей, заряженных с одинаковой линейной плотностью $\tau = 0,01$ мк·Кл/м. Определить силу, действующую на заряд, если расстояние между нитями $d_1 = 0,5$ м.

222. На расстоянии $R = 10$ см от бесконечной прямолинейной нити находится точечный заряд $q = -20$ мк·Кл. Линейная плотность заряда на нити $\tau = 0,2$ мк·Кл/м. Определить напряженность E элект-

рического поля в точке, находящейся на одинаковом расстоянии 5 см от нити и заряда.

223. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 , соответственно.

1) Используя теорему Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I ($0 < r < R$), II ($R < r < 2R$) и III ($r > 2R$). Принять $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$;

2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r_0 , и указать направление вектора E для значений $\sigma = 30 \text{ нКл/м}^2$, $r_0 = 1,5R$;

3) построить график $E(r)$.

224. См. условие задачи **223**. Принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$; $\sigma = 0,1 \text{ мк}\cdot\text{Кл/м}^2$, $r_0 = 3R$.

225. См. условие задачи **223**. Принять $\sigma_1 = -4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$, $r_0 = 1,5R$.

226. См. условие задачи **223**. Принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; $\sigma = 0,1 \text{ мк}\cdot\text{Кл/м}^2$, $r_0 = 3R$.

227. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 , соответственно. Плоскости ортогональны оси X и пересекают ее в точках $x = 0$ и $x = a$ ($a > 0$).

1) Используя теорему Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: I ($x < 0$), II ($0 < x < a$) и III ($x > a$). Принять $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; $\sigma = 40 \text{ нКл/м}^2$;

2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной слева от плоскостей ($x < 0$), и указать направление вектора E ;

3) построить график $E(x)$.

228. См. условие задачи **227**. Принять $\sigma_1 = -4\sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma$; $\sigma = 40 \text{ нКл/м}^2$, точку расположить между плоскостями ($x = 0,5a$).

229. См. условие задачи **227**. Принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma$; $\sigma = 20 \text{ нКл/м}^2$, точку расположить справа от плоскостей ($x = 1,5a$).

230. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 , соответственно.

1) Используя теорему Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния r от общей оси для трех областей: I ($0 < r < R$), II ($R < r < 2R$) и III ($r > 2R$). Принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$;

2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r_0 , и указать направление вектора E для значений $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$, $r_0 = 1,5 R$;

3) построить график $E(r)$.

231. См. условие задачи **230**. Принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$, $\sigma = 60 \text{ нКл/м}^2$, $r_0 = 3R$.

232. См. условие задачи **230**. Принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 4\sigma$, $\sigma = 30 \text{ нКл/м}^2$, $r_0 = 4R$.

233. Два точечных заряда $q_1 = 6 \text{ нКл}$ и $q_2 = 3 \text{ нКл}$ находятся на расстоянии $d = 60 \text{ см}$ друг от друга. Какую работу необходимо совершить внешним силам, чтобы уменьшить расстояние между зарядами вдвое?

234. Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром, потенциал которого 300 В . Под действием электрического поля шара заряд $q = 0,2 \text{ мк}\cdot\text{Кл}$ перемещается вдоль прямой, проходящей через центр шара, причем начальная точка 1 находится на расстоянии $2R$ от центра шара, а конечная точка 2 – на расстоянии $4R$ (R – радиус шара). Определить работу сил поля по перемещению заряда $q = 0,2 \text{ мк}\cdot\text{Кл}$ из точки 1 в точку 2.

235. Электрическое поле создано зарядами $q_1 = 2 \text{ мк}\cdot\text{Кл}$ и $q_2 = -2 \text{ мк}\cdot\text{Кл}$, находящимися в точках A и B соответственно ($AB = a = 10 \text{ см}$). Точка C находится на прямой AC перпендикулярной AB ($AC = 2a$). Точка D находится на продолжении отрезка AB ($AD = 3a$, $BD = 2a$). Определить работу сил поля, совершаемую при перемещении заряда $q = 0,5 \text{ мк}\cdot\text{Кл}$ из точки C в точку D .

236. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности заряда которых $\sigma_1 = 2 \text{ мк}\cdot\text{Кл/м}^2$ и $\sigma_2 = -0,8 \text{ мк}\cdot\text{Кл/м}^2$, находятся на расстоянии $d = 0,6 \text{ см}$ друг от друга. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

237. Диполь с электрическим моментом $p = 100 \text{ пКл}\cdot\text{м}$ свободно установился в электрическом поле напряженностью $E = 200 \text{ кВ/м}$. Определить работу внешних сил, которую необходимо совершить для поворота диполя на угол 180° .

238. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала 10 В, сливаются в одну. Каков потенциал ϕ образовавшейся капли?

239. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R = 10$ см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 800$ нКл/м. Определить потенциал в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии $h = 10$ см от его центра.

240. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом $p = 200$ пКл·м. Определить разность потенциалов U между двумя точками, расположенными на оси диполя симметрично относительно его центра, на расстоянии $r = 40$ см от центра диполя.

241. Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой $\tau = 20$ пКл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии $r_1 = 8$ см и $r_2 = 12$ см.

242. Тонкое кольцо равномерно заряжено с линейной плотностью заряда $\tau = 200$ пКл/м. Определить потенциал поля в центре кольца.

243. Пылинка массой $m = 0,2$ мкг, несущая на себе заряд $q = 40$ нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $U = 200$ В пылинка имела скорость $v = 10$ м/с. Определить скорость v_0 пылинки до того, как она влетела в поле.

244. Электрон, обладавший кинетической энергией $T = 10$ эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов $U = 8$ В?

245. Найти отношение скоростей ионов Cu^{++} и K^+ , прошедших одинаковую разность потенциалов.

246. Электрон с энергией $T = 400$ эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом $R = 10$ см. Определить минимальное расстояние a , на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее $q = -10$ нКл.

247. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 105$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 8$ мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда σ на пластине.

248. Пылинка массой $m = 5$ нг, несущая на себе $N = 10$ электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ МВ. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость v приобрела пылинка?

249. Какой минимальной скоростью v_{\min} должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженного до потенциала $\phi = 400$ В металлического шара? Протон движется по прямой, проходящей через центр шара из точки, удаленной на расстояние $r = 4R$ от центра шара (R – радиус шара).

250. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м влетает (вдоль силовой линии) электрон со скоростью $v_0 = 2$ Мм/с. Определить расстояние l , которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равна половине начальной.

251. Электрическое поле создано бесконечной заряженной прямой нитью с равномерно распределенным зарядом ($\tau = 10$ нКл/м). Электрон движется перпендикулярно к этой линии. Определить кинетическую энергию T_2 электрона в точке, находящейся на расстоянии a от линии, если в точке, находящейся на расстоянии $3a$, его кинетическая энергия $T_1 = 200$ эВ.

252. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\phi_1 = 100$ В электрон имел скорость $v_1 = 6$ Мм/с. Определить потенциал ϕ_2 точки поля, дойдя до которой электрон потеряет половину своей скорости.

253. Два электрона, находящиеся на большом расстоянии, друг от друга, сближаются с относительной начальной скоростью $v = 10$ Мм/с. Определить минимальное расстояние r_{\min} , на которое они могут подойти друг к другу. *Указание: решение провести в системе отсчета, связанной с центром масс.*

254. Определить напряженность E и потенциал ϕ поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p = 4$ пКл·м на расстоянии $r = 10$ см от центра диполя, в направлении, составляющем угол $\alpha = 60^\circ$ с вектором электрического момента.

255. Два диполя с электрическими моментами $p_1 = 1$ пКл·м и $p_2 = 4$ пКл·м находятся на расстоянии $r = 2$ см друг от друга. Найти силу их взаимодействия, если оси диполей лежат на одной прямой.

256. Эбонитовая плоскопараллельная пластина помещена в однородное электрическое поле напряженностью $E_0 = 2$ МВ/м. Грани

пластины перпендикулярны линиям напряженности. Определить поверхностную плотность σ' связанных зарядов на гранях пластины.

257. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 мм, разность потенциалов $U = 1,8$ кВ. Диэлектрик – стекло. Определить диэлектрическую восприимчивость χ стекла и поверхностную плотность σ' поляризационных (связанных) зарядов на поверхности стекла.

258. Эбонитовый сплошной шар радиусом $R = 5$ см несет свободный заряд, равномерно распределенный с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м³. Определить напряженность E и смещение D электрического поля в точках: 1) на расстоянии $r_1 = 3$ см от центра шара; 2) на поверхности шара; 3) на расстоянии $r_2 = 10$ см от центра шара. Построить графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$.

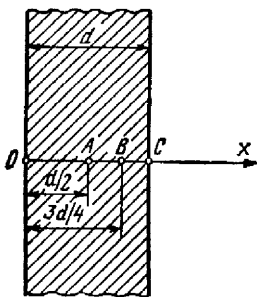


Рис. 1

259. Лист стекла толщиной $d = 2$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 1$ мкКл/м³. Определить напряженность E и смещение D электрического поля в точках A, B, C (рис. 1). Построить график зависимости $E(x)$ (ось x координат перпендикулярна поверхности листа стекла).

260. Сплошной парафиновый шар радиусом $R = 10$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho = 1$ мкКл/м³.

Определить потенциал ϕ электрического поля в центре шара и на его поверхности. Построить график зависимости $\phi(r)$.

261. Конденсаторы емкостью $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 10$ мкФ заряжены до напряжений $U_1 = 60$ В и $U_2 = 100$ В соответственно. Определить напряжение на обкладках конденсаторов после их соединения обкладками, имеющими одноименные заряды.

262. Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U = 10$ В. Определить заряд на обкладках этого конденсатора после того, как параллельно ему был подключен другой, незаряженный, конденсатор емкостью $C_2 = 20$ мкФ.

263. Конденсаторы емкостями $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 5$ мкФ и $C_3 = 10$ мкФ соединены последовательно и находятся под напряжением $U = 850$ В. Определить напряжение и заряд на каждом из конденсаторов.

264. Два конденсатора емкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 5$ мкФ заряжены до напряжений $U_1 = 100$ В и $U_2 = 150$ В соответственно. Определить напряжение на обкладках конденсаторов после их соединения обкладками, имеющими разноименные заряды.

265. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью $C = 100$ пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, на сколько (ΔC) изменится емкость C батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином.

266. Два конденсатора емкостями $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 8$ мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС = 80 В. Определить заряды q_1 и q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

267. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R = 10$ см каждая. Расстояние между пластинами $d = 2$ мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжения $U = 80$ В. Определить заряд q и напряженность E поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик – воздух; б) диэлектрик – стекло.

268. Два металлических шарика радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 10$ см имеют заряды $q_1 = 40$ нКл и $q_2 = -20$ нКл соответственно. Найти энергию W , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

269. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: стекла толщиной $d_1 = 0,2$ см и слоем парафина толщиной $d_2 = 0,3$ см. Разность потенциалов между обкладками $U = 300$ В. Определить напряженность E поля и падение потенциала в каждом из слоев.

270. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 200$ см² каждая заряжен до разности потенциалов $U = 2$ кВ. Расстояние между пластинами $d = 2$ см. Диэлектрик – стекло. Определить энергию W поля конденсатора и объемную плотность энергии w поля.

271. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением $r = 4$ кОм. Амперметр показывает силу тока $I = 0,3$ А, вольтметр – напряжение $U = 120$ В. Определить сопротивление R катушки. Определить относительную погрешность, которая будет допущена при измерении сопротивления, если пренебречь силой тока, текущего через вольтметр.

272. Вычислить сопротивление R графитового проводника, изготовленного в виде прямого кругового усеченного конуса высотой $h = 20$ см и радиусами оснований, $r_1 = 12$ мм и $r_2 = 8$ мм. Температура t проводника равна 20°C .

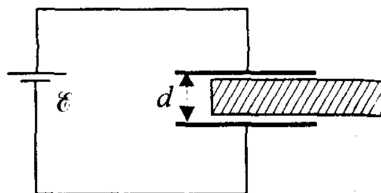


Рис. 2

274. На одном конце цилиндрического медного проводника сопротивлением $R_0 = 10$ Ом (при 0°C) поддерживается температура $t_1 = 20^\circ\text{C}$, на другом — $t_2 = 400^\circ\text{C}$. Найти сопротивление R проводника, считая градиент температуры вдоль его оси постоянным.

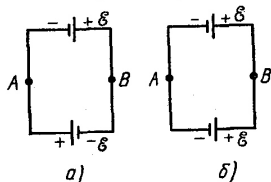


Рис. 3

276. Имеется N одинаковых гальванических элементов с ЭДС E_i и внутренним сопротивлением r_i каждый. Из этих элементов требуется собрать батарею, состоящую из нескольких параллельно соединенных групп, содержащих по n последовательно соединенных элементов. При каком значении n сила тока I во внешней цепи, имеющей сопротивление R , будет максимальной? Чему будет равно внутреннее сопротивление R_i батареи при этом значении n ?

277. При внешнем сопротивлении $R_1 = 8$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0,8$ А, при сопротивлении $R_2 = 15$ Ом сила тока $I_2 = 0,5$ А. Определить силу тока $I_{\text{кз}}$ короткого замыкания источника ЭДС.

278. Аккумулятор с ЭДС = 12 В заряжается от сети постоянного тока с напряжением $U = 15$ В. Определить напряжение на клеммах аккумулятора, если его внутреннее сопротивление $r = 10$ Ом.

273. В плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого $d = 5$ мм (рис. 2), вдвигают стеклянную пластину ($\epsilon = 7$) с постоянной скоростью $v = 50$ мм/с. Ширина пластины $b = 4,5$ мм. ЭДС батареи $E = 220$ В. Определить силу тока в цепи.

275. Два одинаковых источника тока с ЭДС $\epsilon = 1,2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом соединены, как показано на рис. 3. Определить силу тока I в цепи и разность потенциалов U между точками A и B в первом и втором случаях.

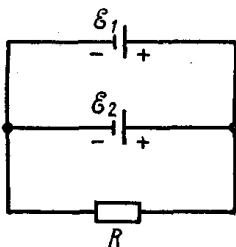


Рис. 4

279. Два источника с ЭДС $E_1 = 2$ В и $E_2 = 1,5$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,5$ Ом и $r_2 = 0,4$ Ом (рис. 4) включены параллельно сопротивлению $R = 2$ Ом. Определить токи I_1, I_2, I .

280. ЭДС батареи 80 В, внутреннее сопротивление $r = 5$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 100$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление R .

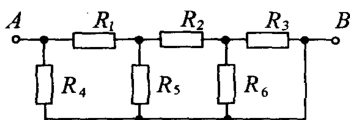


Рис. 5

281. Определить сопротивление цепи (рис. 5), если $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 2$ Ом, $R_5 = 4$ Ом, $R_6 = 2$ Ом.

282. От батареи, ЭДС которой 600 В, требуется передать энергию на расстояние $l = 1$ км. Потребляемая мощность $P = 5$ кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 0,5$ см.

283. ЭДС батареи 24 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{\max} = 10$ А. Определить максимальную мощность P_{\max} , которая может выделяться во внешней цепи.

284. От источника с напряжением $U = 800$ В необходимо передать потребителю мощность $P = 10$ кВт на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10 % от передаваемой мощности?

285. При включении электромотора в сеть с напряжением $U = 220$ В он потребляет ток $I = 5$ А. Определить мощность, потребляемую мотором, и его КПД, если сопротивление R обмотки мотора равно 6 Ом.

286. В сеть с напряжением $U = 100$ В подключили катушку с сопротивлением $R_1 = 2$ Ом и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $U_1 = 80$ В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Определить сопротивление R_2 другой катушки.

287. ЭДС батареи 12 В. При силе тока $I = 4$ А КПД батареи 0,6. Определить внутреннее сопротивление r батареи.

288. За время $t = 20$ с при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума в проводнике сопротивлением $R = 5$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 4$ кДж. Определить скорость нарастания силы тока, если сопротивление проводника $R = 5$ Ом.

289. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \exp(-\alpha t)$, где $I_0 = 20$ А, $\alpha = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время $t = 10^{-2}$ с.

290. При получении алюминия электролизом раствора Al_2O_3 в расплавленном криолите проходил ток $I = 20$ кА при разности потенциалов на электродах $U = 5$ В. За какое время τ выделится масса $m = 1$ т алюминия? Какая энергия W при этом будет затрачена?

291. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном возрастании силы тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

292. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти заряд q , проходящий через поперечное сечение проводника за время t , равное половине периода T , если амплитуда силы тока $I_0 = 10$ А, циклическая частота $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$.

293. Во сколько раз катод из вольфрама, покрытый слоем тория, при $T = 1800$ К дает бóльшую удельную эмиссию, чем катод из чистого вольфрама при той же температуре? Эмиссионная постоянная для чистого вольфрама $B_1 = 0,6 \cdot 10^6 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$, а для торрированного вольфрама $B_2 = 0,3 \cdot 10^7 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$.

294. При какой температуре T_1 катод из вольфрама, покрытого торием, будет давать такую же удельную эмиссию, как и катод из чистого вольфрама при $T_2 = 2500$ К? Эмиссионная постоянная для чистого вольфрама $B_1 = 0,6 \cdot 10^6 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$, а для торрированного вольфрама $B_2 = 0,3 \cdot 10^7 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$.

295. Определить количество теплоты Q , выделившееся за время $t = 10$ с в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом, если сила тока в нем, равномерно уменьшаясь, изменилась от $I_1 = 10$ А до $I_2 = 0$ А.

296. Сила тока в цепи изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время, равное четверти периода (от $t_1 = 0$ до $t_2 = T/4$, где $T = 10$ с). Амплитуда силы тока $I_0 = 5$ А.

297. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 \exp(-\alpha t)$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом за время, в течение которого ток уменьшится в e (2,718) раз. Коэффициент α принять равным $2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, $I_0 = 5 \text{ А}$.

298. Два шарика массой $m = 1$ г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити $l = 10$ см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол 60° ?

299. Расстояние между зарядами $q_1 = 100$ нКл и $q_2 = -50$ нКл равно $d = 10$ см. Определить силу F , действующую на заряд $q_3 = 1$ мк·Кл, отстоящую на $r_1 = 12$ см от заряда q_1 и на $r_2 = 10$ см от заряда q_2 .

300. Тонкий стержень длиной $l = 10$ см равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 1,5$ нКл/см. На продолжении оси стержня на расстоянии $d = 12$ см от его конца находится точечный заряд $q = 0,2$ мк·Кл. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

4. ТАБЛИЦЫ ВАРИАНТОВ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Номера задач для специальностей, учебными планами которых предусмотрено изучение общей физики по разделам «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество» следует взять из таблиц 1 и 2.

2. Номера задач для специальностей, учебными планами которых предусмотрено изучение общей физики по разделам «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика» следует взять из таблицы 1.

3. Номера задач для специальностей, учебными планами которых предусмотрено изучение общей физики по разделу «Электричество» следует взять из таблицы 3.

Варианты 11*, 12* являются дополнительными и могут быть назначены преподавателем индивидуально.

Таблица 1

Вариант	Номера задач							
	0	10	30	50	80	120	140	160
1	1	21	41	71	111	131	151	161
2	2	22	42	72	112	132	152	162
3	3	23	43	73	113	133	153	163
4	4	24	44	74	114	134	154	164
5	5	25	45	75	115	135	155	165
6	6	26	46	76	116	136	156	166
7	7	27	47	77	117	137	157	167
8	8	28	48	78	118	138	158	168
9	9	29	49	79	119	139	159	169
11*	81	84	90	96	181	187	190	195
12*	82	85	91	99	182	188	191	196

Таблица 2

Вариант	Номера задач			
0	200	220	230	250
1	201	221	231	261
2	202	222	232	252
3	203	223	233	253
4	204	224	234	254
5	205	225	235	260
6	206	226	240	261
7	207	227	241	262
8	208	228	242	263
9	209	229	243	264
11*	289	291	236	255
12*	290	292	244	265

Таблица 3

Вариант	Номера задач							
0	210	220	230	240	250	260	270	280
1	201	211	221	231	241	251	261	271
2	202	212	222	232	242	252	262	272
3	203	213	223	233	243	253	263	273
4	204	214	224	234	244	254	264	274
5	205	215	225	235	245	255	265	275
6	206	216	226	236	246	256	266	276
7	207	217	227	237	247	257	267	277
8	208	218	228	238	248	258	268	278
9	209	219	229	239	249	259	269	279
11*	281	283	285	287	289	291	293	295
12*	282	284	286	288	290	292	294	296

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические постоянные (округленные значения), используемые в разделах 1, 2

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\{\text{кг} \cdot \text{с}^2\}$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Молярный объем газа (нормальные условия)	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Элементарный заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м ³	Твердое тело	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$0,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м ³	Жидкость	Плотность, кг/м ³
Бензол	$0,88 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,20 \cdot 10^3$	Спирт	$0,79 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$	Керосин	$0,80 \cdot 10^3$

5. Некоторые физические свойства воды (льда)

Наименование	Значение
Удельная теплоемкость воды при 20 °С	$4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
Удельная теплоемкость льда	$2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
Удельная теплота плавления льда	$3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг
Удельная теплота парообразования воды	$2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг
Температура плавления льда (замерзания воды) при нормальном давлении	0 °С
Температура кипения воды при нормальном давлении	100 °С
Плотность воды при 4 °С	$1,00 \cdot 10^3$ кг/м ³
Плотность льда при 0 °С	$0,9 \cdot 10^3$ кг/м ³
Коэффициенты Ван-дер-Ваальса для воды (водяного пара)	$a = 0,555$ Дж·м ³ /моль $b = 3,05 \cdot 10^{-5}$ м ³ /моль

6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

7. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

8. Относительные атомные массы A_r (округленные значения) и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

**9. Диэлектрическая
проницаемость**

**10. Удельное сопротивление
металлов (при 0 °С)**

Вещество	ϵ	Металл	ρ , Ом·м
Воск	7,8	Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$
Вода	81	Графит	$3,9 \cdot 10^{-8}$
Керосин	2	Железо	$8,7 \cdot 10^{-8}$
Масло	2,2	Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Парафин	2,0	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Слюда	6	Ртуть	$9,4 \cdot 10^{-7}$
Стекло	6	Свинец	$2,2 \cdot 10^{-7}$
Фарфор	6	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Эбонит	2,6	Сталь	$1,0 \cdot 10^{-7}$

**11. Множители и приставки для образования десятичных
кратных и дольных единиц и их наименования**

Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санتي	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

12. Греческий алфавит

Обозначения букв	Названия букв	Обозначения букв	Названия букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η,	эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	йота	Φ, φ	фи
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	ми	Ω, ω	омега

Учебное издание

ЮМАШЕВ Константин Владимирович
БОБУЧЕНКО Дмитрий Степанович
БУМАЙ Юрий Александрович и др.

**СБОРНИК ВОПРОСОВ И ЗАДАЧ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ
ЗАНЯТИЙ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ФИЗИКЕ**

Учебно-методическое пособие для специальностей
1-38 01 01 «Механические и электромеханические приборы
и аппараты»; 1-38 01 02 «Оптико-электронные и лазерные приборы
и системы»; 1-38 01 04 «Микро- и наносистемная техника»;
1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника»;
1-38 02 02 «Биотехнические и медицинские аппараты и системы»;
1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»;
1-52 02 01 «Технология и оборудование ювелирного производства»;
1-54 01 01 «Метрология, стандартизация и сертификация»;
1-54 01 02 «Методы и приборы контроля качества
и диагностики состояния объектов»

В 2 частях

Часть 1

Редактор *Е. О. Германович*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 04.01.2021. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 4,59. Уч.-изд. л. 3,59. Тираж 100. Заказ 613.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.