УДК 621.313.333.2

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МДС КОРОТКОЗАМКНУТОЙ ОБМОТКИ РОТОРА

Канд. техн. наук, доц. ШАФРАНСКИЙ В. И.

Белорусская государственная политехническая академия

Обмотка короткозамкнутого ротора типа «беличья клетка» состоит из Z стержней, замкнутых с обеих сторон короткозамыкающими кольцами. Согласно [1], МДС стержня можно представить в виде пилообразной кривой с периодом 2π, уравнение которой

$$F_c = \frac{i}{2}\left(\frac{\varphi}{\pi} - 1\right), \qquad (1)$$

где i — ток стержня;

φ — угловая пространственная координата.

Представим кривую (1) в виде ряда Фурье

$$F_c = \frac{i}{2}\left(a_1 \cos\varphi + a_2 \cos 2\varphi + \ldots + a_\nu \cos \nu\varphi + b_1 \sin\varphi + b_2 \sin 2\varphi + \ldots + b_\nu \sin \nu\varphi\right),$$

где $\nu = 1, 2, 3, 4, \ldots$ — порядковый номер гармоник.

Найдем коэффициенты этого ряда:

$$a_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_c \cos \nu\varphi d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\varphi}{\pi} - 1\right)\cos \nu\varphi d\varphi = 0 ;$$

$$b_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_c \sin \nu\varphi d\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\varphi}{\pi} - 1\right)\sin \nu\varphi d\varphi = -\frac{2}{\pi\nu} .$$

Следовательно, МДС стержня

$$F_c = -\frac{i}{\pi}\left(\sin\varphi + \frac{1}{2}\sin 2\varphi + \ldots + \frac{1}{\nu}\sin \nu\varphi\right) = -\frac{i}{\pi}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin \nu\varphi . \qquad (2)$$

Угол сдвига между двумя соседними стержнями

$$\beta = \frac{2\pi}{Z} .$$

Приняв положение стержня с номером 0 за начало координат, угол между началом координат и любым стержнем с номером k можно представить в виде

$$\beta = \frac{2\pi}{Z}k , \qquad (3)$$

где $k = 0, 1, 2, ..., Z-1$ — порядковый номер стержней.

Пространственную координату φ целесообразно выразить в долях x от полного угла окружности

$$\varphi = 2\pi x. \tag{4}$$

Следовательно, если учесть (3) и (4), то МДС любого k-го стержня в принятой системе координат можно описать уравнением

$$F_{ck} = -\frac{i_k}{\pi}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin 2\pi\nu\left(x + \frac{k}{Z}\right). \tag{5}$$

При синусоидальном вращающемся магнитном поле с числом пар полюсов p ЭДС и токи двух соседних стержней будут сдвинуты относительно друг друга на угол $p\beta$. Если начало отсчета времени принять в тот момент, когда ток в стержне с номером 0 равен нулю, то мгновенный ток k-го стержня

$$i_k = I_m \sin(2\pi f_2 + p\beta_k) = I_m \sin 2\pi p\left(n_p t + \frac{k}{Z}\right), \tag{6}$$

где $f_2 = pn_p$ — частота тока в роторе;

n_p — частота вращения магнитного поля относительно ротора;

I_m — амплитуда тока.

Результирующую МДС ротора можно найти, просуммировав МДС всех Z его стержней. Следовательно, если учесть (6), то

$$F = -\frac{I_m}{\pi}\sum_{k=0}^{Z-1}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\sin 2\pi p\left(n_p t + \frac{k}{Z}\right)\sin 2\pi\nu\left(x + \frac{k}{Z}\right). \tag{7}$$

Произведение синусов в этом выражении преобразуем следующим образом:

$$\sin 2\pi p\left(n_p t + \frac{k}{Z}\right)\sin 2\pi\nu\left(x + \frac{k}{Z}\right) = \frac{1}{2}[\cos 2\pi(pn_p t - \nu x)\cos\frac{2\pi k}{Z}(p - \nu) - \\ - \sin 2\pi(pn_p t - \nu x)\sin\frac{2\pi k}{Z}(p - \nu) - \cos 2\pi(pn_p t + \nu x)\cos\frac{2\pi k}{Z}(p + \nu) + \\ + \sin 2\pi(pn_p t + \nu x)\sin\frac{2\pi k}{Z}(p + \nu)]. \tag{8}$$

Тогда с учетом (8) МДС ротора

$$F = -\frac{I_m}{2\pi}\sum_{k=0}^{Z-1}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}[\cos 2\pi(pn_p t - \nu x)\cos\frac{2\pi k}{Z}(p - \nu) - \sin 2\pi(pn_p t - \nu x)\times \\ \times\sin\frac{2\pi k}{Z}(p - \nu) - \cos 2\pi(pn_p t + \nu x)\cos\frac{2\pi k}{Z}(p + \nu) + \sin 2\pi(pn_p t + \nu x)\times \\ \times\sin\frac{2\pi k}{Z}(p + \nu)]. \tag{9}$$

Согласно [2], можно записать:

$$\sum_{k=0}^{Z-1}\cos\frac{2\pi k}{Z}(p\pm\nu)=\frac{\sin\pi(p\pm\nu)\cos\dfrac{\pi(Z-1)(p\pm\nu)}{Z}}{\sin\dfrac{\pi(p\pm\nu)}{Z}}; \tag{10}$$

$$\sum_{k=0}^{Z-1}\sin\frac{2\pi k}{Z}(p\pm\nu)=\frac{\sin\pi(p\pm\nu)\cos\dfrac{\pi(Z-1)(p\pm\nu)}{Z}}{\sin\dfrac{\pi(p\pm\nu)}{Z}}. \tag{11}$$

Так как p и ν — целые положительные числа, $\sin\pi(p\pm\nu)=0$. Следовательно, выражения (10) и (11) могут быть не равны нулю лишь при $\sin\pi\dfrac{(p\pm\nu)}{Z}=0$, т. е. при $\dfrac{\pi(p+\nu)}{Z}=C$ $(C=0, 1, 2, 3, \ldots)$. В этом случае имеем неопределенность типа $\dfrac{0}{0}$. Раскрывая ее по правилу Лопиталя, получаем

$$\sum_{k=0}^{Z-1}\cos\frac{2\pi k}{Z}(p\pm\nu)=Z\,\frac{\cos\pi CZ\cos\pi C(Z-1)-(Z-1)\sin\pi CZ\sin\pi C(Z-1)}{\cos\pi C} \tag{12}$$

при $p\pm\nu=CZ$.

Последний член числителя (12) всегда равен нулю, так как Z и C целые числа (или нуль), а синус целого числа π равен нулю. В связи с этим

$$\sum_{k=0}^{Z-1}\cos\frac{2\pi k}{Z}(p\pm\nu)=Z\,\frac{\cos\pi CZ\cos\pi C(Z-1)}{\cos\pi C} \tag{13}$$

при $p\pm\nu=CZ$.

При $C=0$ или четном числитель и знаменатель в (13) равен 1. При нечетном C знаменатель равен -1. Числитель также равен -1, так как при четном Z первый сомножитель равен -1, второй сомножитель равен 1, а при нечетном Z — наоборот. Следовательно,

$$\sum_{k=0}^{Z-1}\cos\frac{2\pi k}{Z}(p\pm\nu)=Z \tag{14}$$

при $p\pm\nu=CZ$.

Аналогичным образом нетрудно установить, что

$$\sum_{k=0}^{Z-1}\sin\frac{2\pi k}{Z}(p\pm\nu)=0. \tag{15}$$

Таким образом, на основании (9), (14) и (15) результирующая МДС ротора может быть выражена уравнением

$$F = \frac{-I_m Z}{2\pi}\left[\sum \frac{1}{\nu}\cos 2\pi\left(pn_p t - \nu x\right) + \sum \frac{1}{\nu}\cos 2\pi\left(pn_p t + \nu x\right)\right] \quad (16)$$

при $p - \nu = CZ$ при $p + \nu = CZ$.

Как видно из (16), порядок гармоник ν_n, вращающихся в положительном направлении (первое слагаемое), отвечает условию

$$p - \nu_n = CZ \quad (C = 0, 1, 2, 3, \ldots). \quad (17)$$

Порядок гармоник ν_0, вращающихся в обратном направлении, отвечает условию

$$p + \nu_0 = CZ \quad (C = 1, 2, 3, \ldots). \quad (18)$$

Магнитное поле статора, кроме основной гармоники с числом пар полюсов p, может содержать и высшие гармоники порядка μ с числом пар полюсов $p_\mu = \mu p$, поэтому в общем случае «беличья клетка» создает МДС, в кривой которой содержатся гармоники ν, отвечающие условию

$$\mu p \pm \nu = CZ \quad (C = 1, 2, 3, \ldots). \quad (19)$$

С помощью (17)–(19) можно определить гармонический состав кривой МДС и произвести анализ их влияния на технико-экономические показатели асинхронного двигателя, и в случае необходимости изменить его конструктивные параметры. Покажем это на примере однофазного асинхронного двигателя ЭД-24, имеющего p = 1, числа пазов ротора Z = 28, статора Z_c = 24. В табл. 1 представлены гармоники МДС ротора, определенные по (17)–(19) для основной гармоники статора и высших μ = 3, 5, а также зубцовых гармоник $\mu_z = \frac{Z_c}{p} \pm 1$.

Таблица 1

Гармоники МДС ротора ЭД-24

$p\mu = 1$		$p\mu = 3$		$p\mu = 5$		$p\mu = 23$		$p\mu = 25$	
$\nu_п$	ν_0	$\nu_п$	ν_0	$\nu_п$	ν_0	$\nu_п$	ν_0	$\nu_п$	ν_0
1; 29	27; 55	3; 31	25; 53	5; 33	23; 51	23; 51	5; 33	25; 53	3; 31

Анализируя табл. 1, можно заметить, что у двигателя ЭД-24 имеются гармоники МДС статора и ротора одного порядка, но возникшие независимо друг от друга. Например, p_μ = 3 и ν_0 = 3, возникшая от p_μ = 25, p_μ = 5 и ν_0 = 5, возникшая от p_μ = 23 и др. Как известно [3], такие гармоники создают синхронные паразитные моменты. Этим и объясняется тот факт, что пусковой момент этого двигателя в зависимости от положения ротора изменяется на ± 15 % по отношению к среднему значению, что ухудшает пусковые свойства двигателя. Для устранения этого недостатка необходимо изменить соотношение чисел пазов статора и ротора или снизить амплитуду высших гармоник статора 3, 5, 23, 25, уменьшив их обмоточный коэффициент.

ВЫВОДЫ

1. Обмотка типа «беличья клетка» создает большой спектр высших и низших гармоник по отношению к индуктировавшему их магнитному полю.

2. Порядок этих гармоник зависит от соотношения числа полюсов магнитного поля и числа стержней «беличьей клетки».

3. Гармоники ротора, взаимодействуя с гармониками статора, создают паразитные синхронные и асинхронные моменты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кучера Я., Гапл Й. Обмотки электрических вращательных машин. — Изд-во Чехословацкой АН, 1963. – 683 с.

2. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений. — М.: Гостехиздат, 1951. – 547 с.

3. Вольдек А. И. Электрические машины. – М.: Энергия, 1974. – 832 с.

Представлена кафедрой
электроснабжения

Поступила 14.02.2000

УДК 621.313

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭНЕРГОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОКООРДИНАТНОГО ШАГОВОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Докт. техн. наук, проф. ФИЛОНОВ И. П.,
канд. техн. наук КУРЧ Л. В.,
асп. ВЕРИГО Е. Б., студ. МОЩЕНСКИЙ Д. Н.

Белорусская государственная политехническая академия

Основное применение шаговые электроприводы находят в гибком автоматизированном производстве. Повышение требований к энергосбережению ставит задачу поиска оптимальных связей между энергетическими и механическими характеристиками шаговых электроприводов.

В связи с быстрым развитием в области шагового электропривода в настоящее время появилась возможность проектирования гибких производственных систем с использованием широкой серии модулей движения различного типа (линейных, планарных, поворотных и т. д.) на базе шаговых электродвигателей со встроенными датчиками и индивидуальной системой микропроцессорного управления. Из таких разнообразных