УДК 621.311.019.3:658.011.56

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОЛНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МНОГОУГОЛЬНИКА В ЭКВИВАЛЕНТНУЮ ЗВЕЗДУ

Канд. техн. наук, доц. АЛЕКСАНДРОВ О. И., студ. ПЕТРОВИЧ А. А.

Белорусская государственная политехническая академия

Широко известны преобразования «звезда—треугольник» и обратное ему «треугольник—звезда». Обобщение прямого преобразования многолучевой звезды в полный электрический многоугольник было предложено Розеном [1]:

$$y_{ij} = y_i y_j / y_\Sigma, \quad i, j = 1, 2, ..., n, \tag{1}$$

где y_{ij} — проводимость ветви полного n-угольника, включенная между узлами i и j;

$y_1, y_2, ..., y_n$ — проводимости n-лучевой звезды, которым присвоены номера в соответствии с номерами узлов n-угольника;

$$y_\Sigma = \sum_{k=1}^{n} y_k .$$

Что касается обратного преобразования Розена или преобразования полного n-угольника в эквивалентную n-лучевую звезду, то оно возможно лишь при определенных условиях. Одним из первых условия возможности обратного преобразования рассмотрел А. А. Горев [2]. Им предложены соответствующие формулы, в которых показано, что $n(n-1)/2$ проводимостей n-угольника должны быть попарными произведениями n чисел:

$$y_1 / \sqrt{y_\Sigma}\ ; \quad y_2 / \sqrt{y_\Sigma}\ ; ...; \quad y_k / \sqrt{y_\Sigma}\ ; ...; \quad y_n / \sqrt{y_\Sigma}\ .$$

Эти произведения в дальнейшем получили название постоянных узлов многоугольника [3]. Общее положение о зависимости проводимостей контура с четным количеством сторон было сформулировано А. П. Новиковым [4]. Им же была предложена формула для расчета постоянной узла N_i через проводимости двух ветвей, инцидентных рассматриваемому узлу i, и проводимость ветви y_{kj}, дополняющей указанные ветви до треугольника ветвей:

$$N_i = \sqrt{\frac{y_{ij} y_{ik}}{y_{kj}}} .$$

Проводимости эквивалентной звезды находятся здесь как

$$y_i = N_i N_\Sigma, \quad i = 1, 2, \ldots n, \tag{2}$$

где

$$N_\Sigma = \sum_{k=1}^{n} N_k \ .$$

Практическую ценность формул (2) снижает наличие в них n операций извлечения квадратного корня и такого же числа операций деления. В [5] предложена модификация формул Новикова, учитывающая уже упомянутую зависимость между постоянными двух узлов:

$$N_i N_j = y_{ij}.$$

Недостатком модифицированных формул (без применения дополнительных соотношений [5]) является использование всех $n(n—1)/2$ проводимостей многоугольника.

В. В. Филаретов получил формулы, не только лишенные избыточности, но и не требующие операций извлечения квадратного корня [6]:

для нечетного n

$$y_i = D(n)/d(i,n); \tag{3}$$

для четного n

$$y_i = \begin{cases} \Delta(n)/d(i, n-1), & i = 1, 2, \ldots, n-1; \\ \Delta(n) a_n / d(i, n+1), & i = n, \end{cases} \tag{4}$$

где $D(n)$ — функция определителя контура, зависящая от n;

$d(i, n)$ — то же, i-го узла контура, зависящая от i и n;

$$\Delta(n) = D(n-1) + a_n \, d(n-1, n-1);$$

a_n — n-я независимая проводимость.

Однако формул для определения функций $D(n)$ и $d(i,n)$ в [6] не предложено. Описан лишь неудобный алгоритм их нахождения с использованием графических иллюстраций (топологических представлений), который при всей его сложности вырождается в случае $n = 3$. Неопределенным образом были запрограммированы данные функции, так как отсутствует их конкретное математическое описание. В данной статье восполнен этот недостаток и получены необходимые формулы для нахождения функций $D(n)$ и $d(i,n)$, которые теперь позволят достаточно легко запрограммировать преобразование полного электрического многоугольника в n-лучевую звезду.

Независимым проводимостям многоугольника — проводимостям ядер присвоены обозначения a_1, a_2, ..., a_n. В случае нечетного n в качестве ядра удобно выбрать контур a_1, a_2, ..., a_n, при прохождении которого по часовой стрелке последовательно встречаются 1-й, 2-й, ..., n-й лучи эквивалентной звезды, как показано на рис. 1а. Для четного n целесообразно использовать контур из $(n—1)$ ветвей и висячую ветвь a_n, что иллюстрирует рис. 1б.

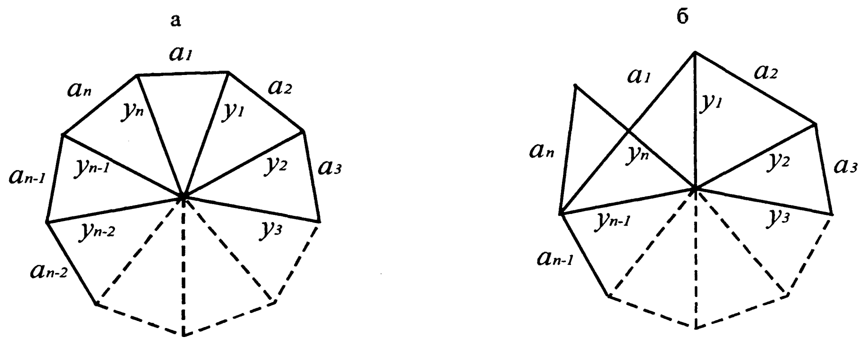

Рис. 1

Рассмотрим простейший случай при $n = 3$. Используя (1), можно записать:

$$\begin{cases} a_1 = y_1 y_3 / y_\Sigma; \\ a_2 = y_1 y_2 / y_\Sigma; \\ a_3 = y_2 y_3 / y_\Sigma, \end{cases}$$

где

$$y_\Sigma = y_1 + y_2 + y_3.$$

Решив систему относительно y_1, y_2, y_3, получим:

$$\begin{cases} y_1 = D(3)/\ a_3; \\ y_2 = D(3)/\ a_1; \\ y_3 = D(3)/\ a_2, \end{cases}$$

где

$$D(3) = a_1 a_3 + a_2 a_1 + a_3 a_2.$$

В случае, когда $n = 5$, опуская громоздкие выкладки, найдем проводимости лучей звезды:

$$\begin{cases} y_1 = D(5)/(a_3 a_5); \quad y_2 = D(5)/(a_4 a_1); \\ y_3 = D(5)/(a_5 a_2); \quad y_4 = D(5)/(a_1 a_3); \\ y_5 = D(5)/(a_2 a_4), \end{cases}$$

где

$$D(5) = a_1 a_3 a_5 + a_2 a_4 a_1 + a_3 a_5 a_2 + a_4 a_1 a_3 + a_5 a_2 a_4.$$

Для $n = 7$:

$$\begin{cases} y_1 = D(7)/(a_3 a_5 a_7); \quad y_2 = D(7)/(a_4 a_6 a_1); \\ y_3 = D(7)/(a_5 a_7 a_2); \quad y_4 = D(7)/(a_6 a_1 a_3); \\ y_5 = D(7)/(a_7 a_2 a_4); \quad y_6 = D(7)/(a_1 a_3 a_5); \\ y_7 = D(7)/(a_2 a_4 a_6), \end{cases}$$

где

$$D(7)=a_1a_3a_5a_7+a_2a_4a_6a_1+a_3a_5a_7a_2+a_4a_6a_1a_3+a_5a_7a_2a_4+a_6a_1a_3a_5+a_7a_2a_4a_6.$$

В соответствии с алгоритмом Филаретова $D(n)$ состоит из n слагаемых, каждое из которых представляет собой $(n+1)/2$ сомножителей, причем первому множителю соответствуют последовательно проводимости с индексами от 1 до n. Что касается остальных $(n-1)/2$ сомножителей, то каждый последующий индекс множителя больше предыдущего на 2. Это будет в том случае, когда номер полученной проводимости не превышает n. Если же последующий индекс превышает n, то множителю присваивается индекс, увеличенный по сравнению с предыдущим на $(2-n)$. На основании этих соображений получена обобщенная формула для нахождения функции определителя контура

$$D(n) = \sum_{k=1}^{n}(a_k \prod_{p=1}^{(n-1)/2} a_x), \tag{5}$$

где

$$x = \begin{cases} k+2p-1, & k \le n-2p+1; \\ k+2p-1-n, & k > n-2p+1. \end{cases}$$

Определитель i-го узла $d(i, n)$, как видно из рассмотренных случаев, представляет собой только одно слагаемое, состоящее из произведения $(n-1)/2$ сомножителей, причем номер первого сомножителя, т. е. индекс проводимости равен $(i + 2)$, если $(i + 2) \le n$, а при $(i + 2) > n$ индексу присваивается значение $(i + 2-n)$. Номер каждого последующего сомножителя (как и в случае с $D(n)$) будет больше на две единицы. Для данного индекса выполняются такие же условия. Из этих рассуждений можно записать обобщенную формулу для нахождения функции определителя i-го узла

$$d(i,n) = \prod_{q=1}^{(n-1)/2} a_z, \tag{6}$$

где

$$z = \begin{cases} i+2q, & i \le n-2q; \\ i+2q-n, & i > n-2q. \end{cases}$$

С помощью полученных формул (5) и (6), а также (3) и (4) без труда программно реализуется преобразование полного n-угольника в эквивалентную n-лучевую звезду (рис. 4). Алгоритмы нахождения функций $D(n)$ и $d(i,n)$ соответственно представлены на рис. 2 и 3. Само преобразование осуществляется по алгоритму, представленному на рис. 4.

Для практической реализации алгоритма преобразования была составлена программа на языке Pascal, по которой выполнены расчеты при различных значениях проводимостей и числе n. В качестве контрольных примеров рассмотрим преобразование многоугольников с четным и нечетным n.

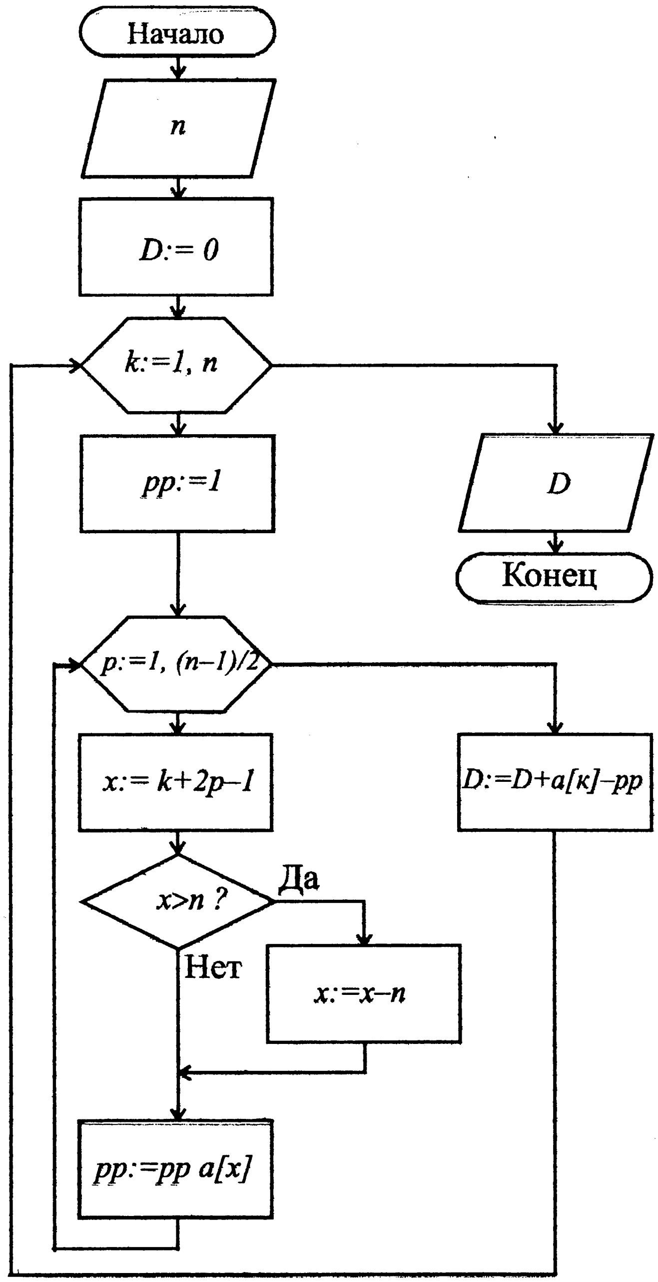

Рис. 2. Алгоритм нахождения функции определителя контура $D(n)$

Рассчитаем параметры эквивалентной девятилучевой звезды. Пусть независимые проводимости, образующие контур при $n = 9$ в полном девятиугольнике, имеют следующие значения (в сименсах): 0,92; 0,24; 0,48; 0,72; 0,9; 1,2; 1,56; 1,95; 3,45. По формуле (5) вычисляется значение $D(9) = 9{,}300096$ См^5, по (3) — искомые значения проводимостей звезды (в сименсах): 4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 23. Данные выше числовые последовательности упорядочены в соответствии с номерами индексов при символах a и y.

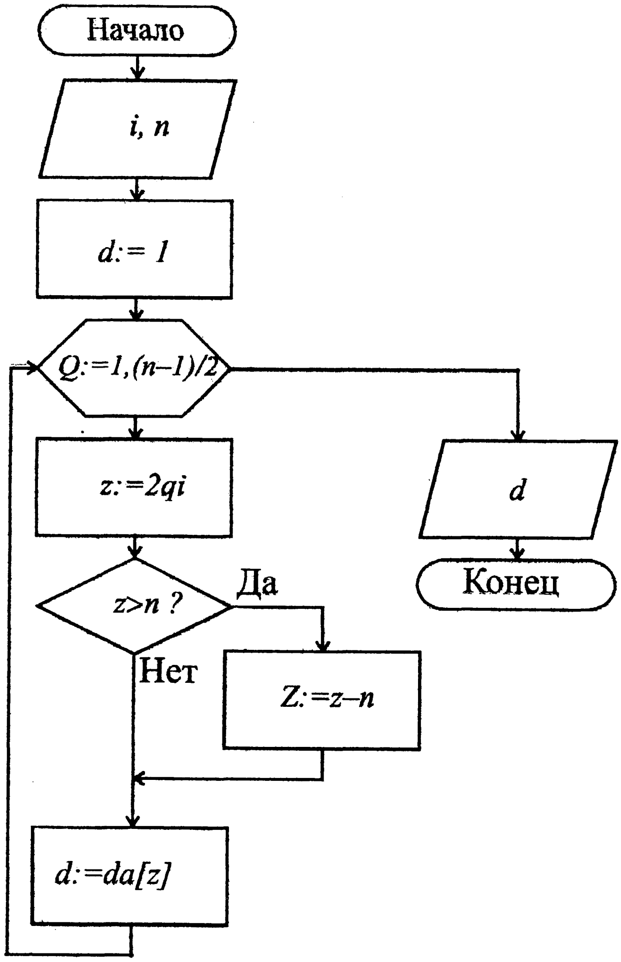

Рис. 3. Алгоритм нахождения функции определителя узла $d(i,\ n)$

Теперь рассчитаем параметры эквивалентной десятилучевой звезды. Пусть независимые проводимости, образующие контур при $n = 9$ с висячей ветвью a_{10} в полном десятиугольнике, имеют следующие значения (в сименсах): 0,64; 0,2; 0,3; 0,42; 0,63; 0,99; 1,32; 1,56; 2,08; 2,72. По (4) с использованием (5) вычисляются значение $D(10)$ = 2,0756756 См^5 и искомые величины проводимостей звезды (в сименсах): 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 16, 17.

Данные результаты оказались идентичными результатам, полученным с помощью известного прямого преобразования Розена [1], что говорит о корректности выведенных соотношений.

Процедуры преобразования электрического многоугольника в эквивалентную звезду имеют широкое практическое применение, в частности при решении различных задач по ускоренным расчетам режимов ЭЭС, эквивалентированию схем электрических систем, разрешению оперативных заявок на отключение электрооборудования, практической оценке надежности схем. Например, в [7] при решении задачи определения надежности электроснабжения узлов потребления использовалась процедура квазиэквивалентирования любого замкнутого контура (многоугольника) в радиальную схему с одним источником питания.

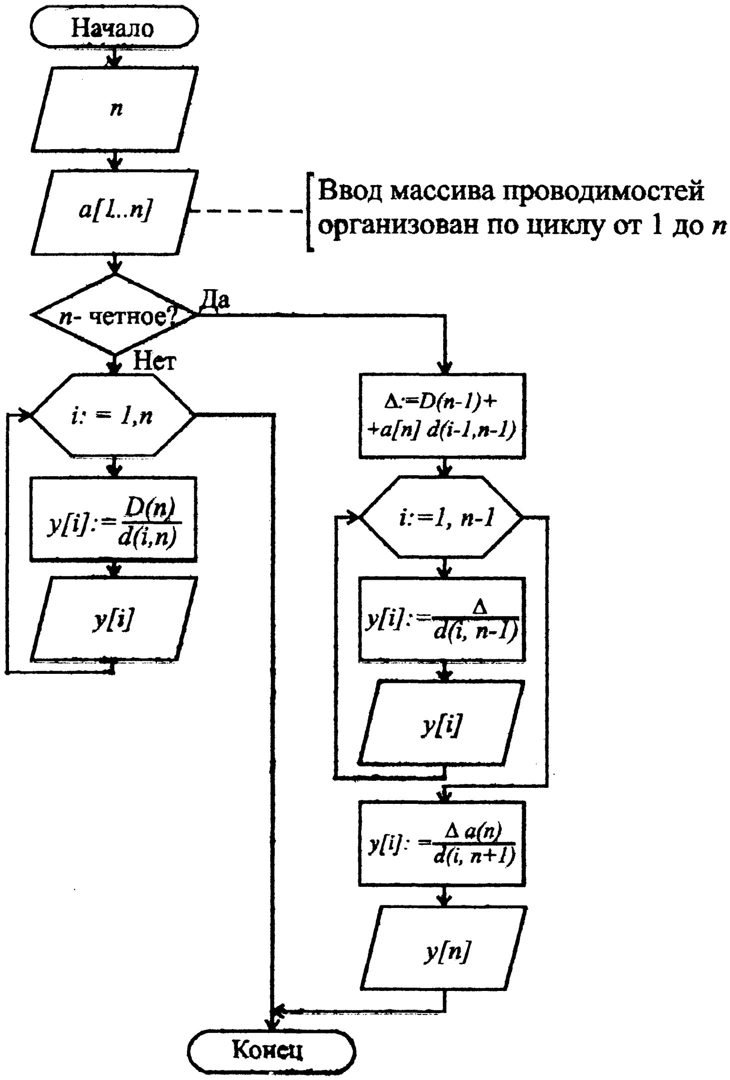

Рис. 4. Алгоритм преобразования

В задаче определяются показатели бесперебойности электроснабжения потребительских узлов нагрузки. Эти показатели рассчитываются для каждого варианта проектируемой сети. В ряде случаев целесообразно использовать возможность двусторонней оценки вероятностей возникновения перерыва электроснабжения узла в течение периода T или его обесточенного состояния в заданный момент времени непосредственно с помощью имеющихся списков P и S соответственно всех путей, связывающих заданный узел с каким-либо источником, и всех сечений, отделяющих узел от источников. Если вероятность нарушения бесперебойного электроснабжения узла обозначить через $p(\overline{A})$, то

$$\prod_{i=1}^{n}(1-\prod_{\gamma\in P_i} q_{\gamma}) \le p(\overline{A}) \le 1-\prod_{k=1}^{m}(1-\prod_{\mu\in S_k} p_{\mu}),$$

где $\gamma \in p_i$; $\mu \in S_k$ — соответственно γ-й и μ-й элементы системы, входящие в путь P_i и сечение S_k. В некоторых случаях этой оценки оказывается достаточно для проверки выполнения нормативных требований к вероятности возникновения перерыва электроснабжения узла. Если p_i^* — нормативное значение этой вероятности и

$$\prod_{i=1}^{m} p(\overline{P_i}) \geq p_i^*,$$

то проверяемый вариант схемы системы отбрасывается. Если же

$$1 - \prod_{k=1}^{m} p(S_k) \leq p_i^*,$$

то вариант удовлетворяет нормативным требованиям.

Для оценки показателей бесперебойности электроснабжения узлов потребления задается неориентированный граф работоспособности ЭЭС в виде (U, G). Здесь U—множество вершин; G — множество ребер графа. Кроме того, $U = R \bigcup T$, где R — множество источников (электростанций, генераторов, котлоагрегатов или гидротурбин); T — множество стоков (узлов потребления). Рассматривается задача: для каждого $\gamma \in U \bigcup G$ задана некоторая вероятность $p(\gamma)$ работоспособного состояния, и необходимо для каждого стока $x_j \in T$ определить вероятность p_j работоспособной связи хотя бы с одним из источников $x_k \in R$ (задаваемые величины $p(\gamma)$ определяются на основе статистических данных повреждаемости оборудования по алгоритмам, зависящим от смысла искомых показателей p_j). Выполняется преобразование многоугольника в многолучевую звезду.

Исходный граф работоспособности (U, G) преобразуется в граф (X, Γ) с единственным источником r таким образом, что

$$X = U \bigcup G\{r\};\quad \Gamma = G \bigcup \Delta G;\quad \Delta G = \{g_k = (r, x_k) \mid x_k \in R\};$$

$$p(r) = 1;\quad \forall(\gamma_k \in \Delta G)(p(\gamma_k) = 1).$$

Искомые вероятности p_j могут быть вычислены в результате преобразования графа (X, Γ) в граф (X^k, Γ^k) радиальной структуры, если при преобразовании многостороннего контура (Y, H) в многолучевую звезду $(Y \bigcup \Delta X, \Delta\Gamma)$ существует способ приписывания значений вероятностям работоспособного состояния $p(\gamma)$ для всех $\gamma \in \Delta X \bigcup \Delta\Gamma$, обеспечивающий выполнение условия инвариантности. Таким образом, приведенные в [7] формулы обеспечивают переход от вершин и ребер любого контура к вершинам и ребрам многолучевой звезды. В этих формулах роль вершин выполняют узлы генерации и потребления, а роль ребер — вероятность работоспособного состояния произвольного структурного элемента. В случае контура с числом вершин и ребер $k = 3$ полученные соотношения вырождаются в известные в теоретической электротехнике формулы и обеспечивают точное выполнение условия инвариантности.

ВЫВОДЫ

1. Формулы Филаретова (3) и (4) совместно с формулами определения их составляющих (5) и (6) обеспечивают прямой и лишенный иррациональностей путь от n проводимостей полного n-угольника к n проводимостям эквивалентной n-лучевой звезды.

2. Формулы такого преобразования можно использовать при решении многих практических задач, в частности для оперативной оценки надежности схем электроснабжения потребительских узлов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rozen A. A new network theorem // Journal of the Institution of Electrical Engineers (London). — 1924. — Vol. 62.

2. Горев А. А. Приведение сложных сетей к простейшим эквивалентным схемам: Сб. тр. Ленинградского индустриального ин-та.—Л.: КУБУЧ, 1934. — № 3(5).

3. Максимович Н. Г. Линейные электрические цепи и их преобразования.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961. — 264 с.

4. Новиков А. П. Преобразование электрического многоугольника в эквивалентную звезду // Электричество. — 1946. — № 10.

5. Горев А. А., Костенко М. В. Приведение сложных сетей к простейшим эквивалентным схемам // Электричество. — 1948. — № 3.

6. Филаретов В. В. Топологические формулы для преобразования полного электрического многоугольника в эквивалентную звезду // Электричество. — 1995. — № 11. — С. 50—55.

7. Александров О. И. Режимно-топологическая оценка надежности электроэнергетической системы с переменной структурой // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). — 1996. — № 1—2. — С. 3—10.

Представлена кафедрой
электротехники и электроники

Поступила 17.01.2000