УДК 621.31

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ НЕПЛАТЕЖЕЙ В СФЕРЕ РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Канд. техн. наук ДУЛЕСОВ А. С.

Хакасский государственный университет

Проблема неплатежей за потребленную электрическую энергию продолжает оставаться на стадии разрешения. Электроснабжающая организация постоянно рискует потерять часть доходов от реализации своей продукции. К причинам, обусловливающим потери, относятся не только низкая платежеспособность потребителей и «жизненная» необходимость обеспечивать того или иного «нужного государству» потребителя, но и невозможность хранения электроэнергии на складе. По сути энергетики кредитуют своих потребителей, рискуя при этом понести убыток от несвоевременной и неполной оплаты за реализованный товар. Осознание потребности в изучении причин возникновения риска, разработка методов его оценки и внедрения в повседневную практику подготовки управленческих решений по его предупреждению и снижению, является актуальной задачей.

Естественным положением вещей является то, что предприятие постоянно стремится к получению наибольших доходов, которые могут быть достигнуты за счет повышения уровня электропотребления. Однако в силу нестабильности процессов, протекающих в экономике РФ, предприятия теряют доходы из-за неплатежей. Следовательно, в условиях формирования рыночных взаимоотношений речь, прежде всего, должна идти о снижении уровня неплатежей, величина которых связана с риском. Снизив риск (или сведя его к нулю, что практически маловероятно), можно достичь наилучших (оптимальных) результатов, для того чтобы потери были приемлемыми (или равными нулю).

Настоящая работа представляет собой краткое введение в современную теорию оценивания риска, на основании которой предлагается математическая модель оптимизации потерь, обусловленных риском неплатежей. Понятно, что в небольшой статье невозможно охватить не только все результаты, но и все направления этой развивающейся области знаний.

Прежде чем приступить к оценке риска неплатежей, дадим определение риску и связанному с ним портфелю инвестиций. Под риском будем понимать событие или группу родственных случайных событий, наносящих ущерб объекту [1]. Риски, обусловленные невозможностью оплатить за потребленный товар в срок и в полном объеме (неисполнение договорных обязательств контрагентом по сделке), относят к области взаимоотношений торговых партнеров, т. е. к классу коммерческих рисков.

Представляя электроснабжающую организацию в лице инвестора, предоставляемого товарный кредит потребителю, речь здесь можно вести о так называемом портфеле доходов или инвестиционном портфеле. Однако следует заметить, что по своему определению так называемый портфель доходов несет несколько иную смысловую нагрузку, нежели аналогичный, но используемый в сфере финансовых инвестиций. С понятийным механизмом описания последнего подробно можно ознакомиться в [2—4].

Электроснабжающее предприятие, ориентированное на покрытие своих издержек и, что естественно, получение прибыли, формирует портфель будущих доходов, который состоит из активов. Актив включает в себя величину дохода, которую ожидается получить за счет реализации планируемой продукции и установленного тарифа. По истечении некоторого фиксированного периода времени, например месяца, когда реализация продукции завершена и подведены итоги, величина дохода актива становится известной. На следующий период перед предприятием вновь стоит задача спланировать портфель таким образом, чтобы с наименьшим ущербом для себя иметь наибольший доход.

Исследуемый признак неплатежей есть случайная величина, зависящая от экономического состояния не только потребителя, но и от воздействия со стороны государственных структур на экономику страны. Ориентируясь на дальнейшее применение приемлемого механизма оценки риска и рассматривая признак в виде случайной дискретной величины, необходимо знать ее распределение и зависимость от другой случайной величины. Опыт работы и проводимые исследования показывают, что случайные переменные, обусловленные наличием риска, подчиняются нормальному закону распределения, характеризующегося математическим ожиданием и дисперсией, основывающегося на центральной предельной теореме [5]. Теорема утверждает, что математическое ожидание большого числа независимых выборок будет нормально распределено вне зависимости от действительного распределения данных при условии конечной дисперсии.

Оптимизацию структуры неплатежей рассмотрим на следующем примере. Пусть имеется предприятие, снабжающее электрической энергией потребителей. Каждый потребитель i ($i = 1, 2, ..., n$) включен в инвестиционный портфель (портфель заявок) на поставку электроэнергии. Он представляет собой набор активов i ($i = 1, 2, ..., n$), количество которых равно числу потребителей. В активе присутствует заявка или заявки на поставку товара потребителю i (или группе потребителей, объединенных по ряду характерных признаков). В портфеле количественно учитывается риск по каждому активу и между активами, доход по каждому активу в отдельности, а также риск и доход для портфеля в целом.

Как было отмечено ранее, в сфере реализации электрической энергии не всегда удается получить номинальный доход на момент окончания периода оплаты за потребленный товар, поэтому стоимость актива может быть меньшей, чем требуется исходя из заявки. Здесь речь может идти не о доходности, а об убытке, который характеризует уровень платежеспособности потребителей на рассматриваемый момент времени. Он определяется по выражению $\Delta = D^0 - D = P_{ср}\, t\, T - D$, где D^0 и D — соответственно номинальный заявленный и фактический доходы; $P_{ср}$ — средняя величина активной мощности, заявленной потребителем на планируемый период времени t; T — тариф на поставку единицы мощности. Если учесть все факторы, влияющие на величину будущего дохода, то можно добиться $\Delta = 0$. Для наиболее полного учета потерь от риска неплатежей в последующем будем опираться на получение величины дохода.

Поскольку инвестиционный период задан (обычно месяц или квартал) и есть набор активов, составляющих портфель, можно определить номинальный заявленный доход портфеля в стоимостном выражении на начало

$$D^0 = \sum_{i=1}^{n} D_i^0$$

и оценить ожидаемый доход соответственно на конец этого периода

$$D^1 = \sum_{i=1}^{n} D_i^1 .$$

Здесь $D^0{}_i$ и $D^1{}_i$ – соответственно номинальный заявленный и ожидаемый доход по активу i на начало и конец периода инвестирования.

Примем в качестве признака X степень участия потребителей в формировании портфеля. Элементом $x_i \in X$ считается вес актива i, т. е. доля заявленного дохода по активу в суммарном объеме заявок всего портфеля, $x_i = D^0{}_i / D^0$; $\sum x_i = 1$

Для удобства в дальнейшем будем оперировать понятием доходности портфеля и актива. Ожидаемая доходность актива i $R_i = D^1{}_i / D^0{}_i$ и доходность портфеля $R_p = \sum_i R_i x_i$. Величина $R_i = 1$ в случае, когда номинальный заявленный доход актива по окончании инвестиционного срока будет оплачен потребителем полностью.

Будущая доходность представляет собой ожидаемую случайную величину, не известную заранее точно и однозначно. Поэтому доходность как отдельного актива, так и портфеля в целом может принимать какие-то значения с определенной долей вероятности. В качестве формализованного представления понятия «доходность» используют математическое ожидание, а в качестве меры риска – либо дисперсию, либо стандартное отклонение, имеющие ту же размерность, что и доходность.

Выделим некоторые положения, позволяющие сформулировать модель, описывающую формирование портфеля доходов:

число активов в портфеле конечно, и доходность в них для заданного фиксированного периода времени считается случайной величиной;

при наличии информации о распределении случайной величины можно получить оценку ожидаемых значений доходностей и их попарных ковариаций;

допустимы любые для данной модели портфели, доходности которых также случайные величины;

портфель сравнивается по двум критериям: по математическому ожиданию доходности (как мере повышения доходов) и по дисперсии (как мере риска);

предприятие-поставщик не склонно к риску: из двух портфелей с одинаковыми доходностями он выбирает портфель с меньшим риском;

наилучшим считается портфель, риск которого равен нулю (дисперсия равна нулю и доходности всех активов равны единице).

Если предприятие-инвестор не располагает в полной мере статистической информацией о финансовом состоянии плательщиков за потребленную электрическую энергию, то охарактеризовать портфель можно исходя из теории вероятностей. Здесь возможны три подхода: классический, эмпирический и субъективный. Наиболее приемлемым можно считать субъективный. Согласно этому подходу вероятность определяется как степень уверенности в наступлении того или иного события. Оценивая субъективную вероятность, например методом экспертных оценок, где в качестве лиц, принимающих решения, выступают риск-менеджеры, можно определить математическое ожидание (случайной дискретной величины) и дисперсию доходности актива. Математическое ожидание доходности актива i

$$M(R_i) = \sum_{j=1}^{m} R_{ij} p_j \quad (j = \overline{1,m}), \quad (i = \overline{1,n}),$$

дисперсия доходности актива i (на примере двух независимых случайных событий)

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{m} (R_{ij} - M(R_i))^2 p_j,$$

где m — количество состояний (например, $m = 3$: подъем, стационарное состояние, спад), в которых может находиться потребительский рынок; p_j — субъективная вероятность нахождения рынка в состоянии j; R_{ij} — доходность актива i в случае нахождения рынка в состоянии j.

Чтобы измерить риск портфеля, необходимо знать не только вариацию доходностей по отдельным активам, но и меру связи между ними, т. е. ковариацию. Так, для двух активов портфеля она определяется как

$$\operatorname{cov}(R_1, R_2) = \sum_{j=1}^{2} (R_{1j} - M(R_1)(R_{2j} - M(R_2)) p_j.$$

Риск портфеля, измеряемый через дисперсию, рассчитывается как взвешенная сумма ковариаций всех пар активов в портфеле. Здесь каждая ковариация умножена на произведение весов каждой пары соответствующих активов, и дисперсия рассматривается как ковариация актива с самим собой. Следовательно, при построении портфеля и определении его общего риска должны рассматриваться ковариации в каждой паре потенциальных для портфеля активов.

Так как доходы по рисковому активу являются случайными переменными, доходность по портфелю — это средняя взвешенная по уровню заявленных доходов величина доходности по отдельным активам, т. е.

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} M(R_i) x_i. \tag{1}$$

Поскольку из-за средних квадратических отклонений отдельных доходов математическое ожидание доходности портфеля вряд ли будет равно взвешенной величине заявленных доходов, должна быть оценена ковариация в каждой паре активов. Для иллюстрации этого среднее квадратическое отклонение портфеля можно записать как

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1, k \neq i}^{n} x_i x_k (\mathrm{cov}_{ik}), \tag{2}$$

где x_i — вес активов i в портфеле; σ_i^2 — дисперсия доходностей по активу i; cov_{ik} — ковариация в портфеле между парами активов (иначе, $\mathrm{cov}(R_i, R_k)$).

Для портфеля активов с 1-го по n-й (2) можно записать в матричной форме следующим образом:

$$Z = [x_1, x_2, \ldots, x_n] \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \mathrm{cov}_{12} & \ldots & \mathrm{cov}_{1n} \\ \mathrm{cov}_{21} & \sigma_{22}^2 & \ldots & \mathrm{cov}_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathrm{cov}_{n1} & \mathrm{cov}_{n2} & \ldots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{bmatrix},$$

где σ_{11}^2, σ_{22}^2, ..., σ_{nn}^2 — дисперсия доходностей по активу соответственно 1, 2, ..., n (то же, что и σ_i^2 в (2)).

Учитывая взаимосвязь между доходностью (1) и риском (2), определим задачу оптимизации портфеля. Она заключается в необходимости определения веса каждого из активов, т. е. доли портфеля, отведенной для каждой из инвестиций. При этом величина ожидаемой доходности и уровень риска должны оптимально соответствовать целям предприятия-поставщика.

Естественным образом следует предположить, что поставщик ориентируется на минимизацию риска при ожидаемом доходе не ниже некоторого допустимого уровня, например такого, чтобы покрыть прямые издержки. Таким образом, задача состоит в минимизации дисперсии портфеля при каком-то минимальном уровне доходности.

Поставленная задача является задачей квадратического программирования и может быть формально записана как:

$$Z = [x]^T [\Omega] [x] \to \min; \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1; \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} M(R_i) x_i \geq R; \tag{5}$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = \overline{1, n}),$$

где R — минимально приемлемый уровень доходности; $[x]^T$ и $[x]$ — вектор-строка и вектор-столбец переменной x_i; $[\Omega]$ — квадратная симметричная матрица ковариаций.

Проиллюстрируем возможные варианты получения решения задачи (3)–(5) при $n = 2$ (рис. 1). Рассмотрим некоторые особенности формирования портфеля (получения искомого решения). Известно, что ожидаемая доходность портфеля $R_p = \sum_{i=1}^{n} M(R_i)x_i$. Пусть $M_{\max} = \max M(R_i)$ и $M_{\min} = \min M(R_i)$. Введем условие: $M_{\min} \le R \le M_{\max}$, которое означает, что приемлемый уровень доходности портфеля не превышает ожидаемой доходности лучшего из активов и не может быть ниже худшего из активов, входящих в планируемый портфель. Следовательно, прямая 2 будет пересекать прямую 1 (рис. 1) и решение задачи x_i достижимо. В случае, когда $R \succ M_{\max}$ (прямая 2 располагается выше и правее 1), задача не имеет решений, так как ограничения задачи несовместны. Если $R \prec M_{\min}$ (прямая 2 проходит ниже и левее 1), то ограничение (5) теряет свое предназначение и задача сводится к виду:

$$Z = [x]^T[\Omega][x] \to \min; \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1; \tag{7}$$

$$x_i \ge 0 \quad (i = \overline{1,n}). \tag{8}$$

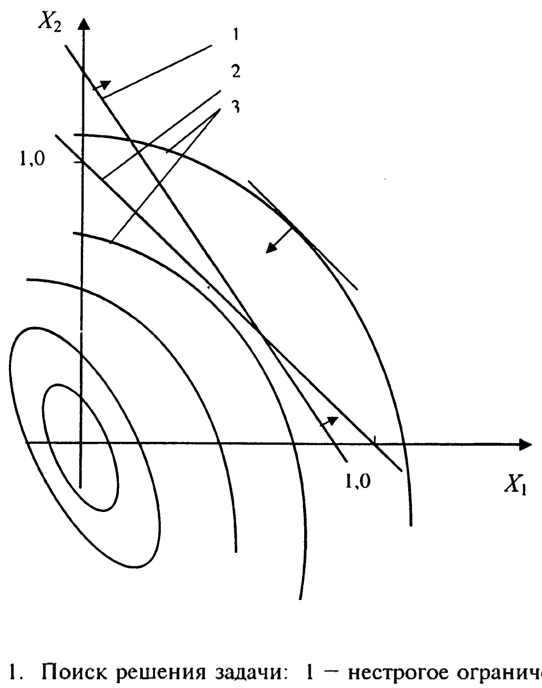

Рис. 1. Поиск решения задачи: 1 – нестрогое ограничение вида (5); 2 – строгое равенство вида (4); 3 – линии равного уровня целевой функции (3)

Задача (6)–(8), а также те, в которых все ограничения, представленные в виде равенств, могут быть решены с использованием множителей Лагранжа

$$L(x,\lambda) = [x]^T[\Omega][x] - \lambda(\sum_i x_i - 1),$$

где λ — множитель Лагранжа.

Частные производные:

$$\partial L / \partial x_i = 2[\Omega][x] - [\lambda] = 0;$$
$$\partial L / \partial \lambda = \sum_i x - 1 = 0.$$

Имея $n + 1$ уравнений с $n + 1$ неизвестными, решение этой линейной системы можно осуществить, используя матричную алгебру, например, методом Гаусса.

Таким образом, представленная в работе модель (3)—(5) и ее частный случай (6)—(8) позволяют строить оптимальные портфели заявок на реализацию электрической энергии потребителям, входящим в данный портфель.

Пример. Пусть имеется портфель, состоящий из двух активов. Потребительский рынок может находиться в одном из трех состояний: подъем, стационарное и спад. Эксперты (риск-менеджеры) оценивают возможное появление каждого из состояний с вероятностью соответственно: 0,3; 0,6; 0,1. Доходности по каждому активу (в о. е.) известны (табл. 1). Для решения задачи дополнительно введем фиктивный актив с нулевой доходностью для всех состояний рынка. Исходные данные представлены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные задачи

Состояние	Вероятность	Доходность R_1 1-го актива	Доходность R_2 2-го актива	Доходность R_3 3-го фикт. актива
Подъем	0,3	1,00	0,94	0
Стационарное	0,6	0,95	0,93	0
Спад	0,1	0,90	0,90	0

Определим математические ожидания:

$$M(R_1) = 1,0 \times 0,3+0,95 \times 0,6+0,9 \times 0,1=0,96;$$
$$M(R_2) = 0,94 \times 0,3+0,93 \times 0,6+0,9 \times 0,1=0,93;$$
$$M(R_3) = 0.$$

Установим

$$R = 0,95; \quad M(R_2) \le R \le M(R_1).$$

Определим дисперсию и ковариацию:

$$\sigma_{11}^2 = \mathrm{cov}(R_1, R_1) = (1,0 - 0,96)^2 \times 0,3 + (0,95 - 0,96)^2 \times 0,6 + + (0,9 - 0,96)^2 \times 0,1 = 0,0009;$$

$$\sigma_{22}^2 = \mathrm{cov}(R_2, R_2) = (0,94 - 0,93)^2 \times 0,3 + (0,93 - 0,93)^2 \times 0,6 + +(0,9 - 0,93)^2 \times 0,1 = 0,00012;$$

$$\mathrm{cov}(R_1, R_2) = (1,0-0,96)(0,94 - 0,93) \times 0,3 + (0,95 - 0,96)(0,93 - 0,93) \times \times 0,6 + (0,9 - 0,96)(0,9 - 0,93) \times 0,1 = 0,0003;$$

$$\text{cov}(R_1, R_2) = 0;\ \text{cov}(R_2, R_3) = 0;\ \sigma_{33}^2 = 0.$$

Минимизируем

$$Z = \sigma_{11}^2 x_1^2 + \sigma_{22}^2 x_2^2 + \sigma_{33}^2 x_3^2 + 2\,\text{cov}(R_1, R_2) x_1 x_2 +$$

$$+ 2\,\text{cov}(R_1, R_3) x_1 x_3 + 2\,\text{cov}(R_2, R_3) x_2 x_3$$

при $x_1 + x_2 + x_3 = 1$,

$$M(R_1)x_1 + M(R_2)x_2 + M(R_3)x_3 \ge R.$$

Подставляя известные параметры в данное уравнение, запишем:

$$Z = 0{,}0009 \cdot x^2{}_1 + 0{,}00012 \cdot x^2{}_2 + 0 \cdot x^2{}_3 + 2 \cdot 0{,}0003 \cdot x_1 x_2 +$$
$$+ 2 \cdot 0 \cdot x_1 x_3 + 2 \cdot 0 \cdot x_2 x_3;$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1;$$

$$0{,}96 \cdot x_1 + 0{,}93 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 \ge 0{,}95.$$

Решая последнее уравнение методом сопряженного градиента посредством Excel 7.0 [6], получим (при начальном приближении: $x_1 = x_2 = x_3 = 0$): $x^*{}_1 = 0{,}67$; $x^*{}_2 = 0{,}33$; $x^*{}_3 = 0$; $Z = 0{,}000547$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хохлов Н. В. Управление риском. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 1999.
2. Беренс В., Хавранек П. М. Руководство по оценке эффективности инвестиций. – М.: Интерэксперт, ИНФРА – М., 1995.
3. Норткотт Д. Принятие инвестиционных решений. – М.: Банки и биржи, 1997.
4. Трояновский В. М. Математическое моделирование в менеджменте. – М.: Русская Деловая Литература, 1999.
5. Уотшем Т. Дж., Паррамоу К. Количественные методы в финансах/ Пер с англ.; Под ред. М. Р. Ефимовой. – М.: Финансы, изд. об-ние «ЮНИТИ», 1999.
6. Курицкий Б. Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0. – СПб.: BNV. – Санкт-Петербург, 1997.

Представлена кафедрой
экономической информатики

Поступила 30.03.2000