1. Правила устройства электроустановок (ПУЭ). – 6-е изд. – М.: Госэнергонадзор, 2000.

2. И н с т р у к ц и я по проверке трансформаторов тока, используемых в схемах релейной защиты. – 2-е изд. – М.: Энергия, 1977. – 89 с.

3. Сопьяник В. Х. Расчет и анализ переходных и установившихся процессов в трансформаторах тока и токовых цепях устройств релейной защиты. – Мн.: БГУ, 2000. – 143 с.

4. Сопьяник В. Х., Жук Е. И. Расчет и анализ на ПЭВМ процессов в трансформаторах тока с учетом их характеристик намагничивания и вторичных нагрузок // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2001. – № 5. – С. 33–29.

5. Применение и техническое обслуживание микропроцессорных устройств на электростанциях и в электросетях. Ч. 4: Испытательные установки для проверки устройств релейной защиты и автоматики (серия «РЕТОМ») / Сост. А. Н. Бирг, В. Н. Дмитриев, В. А. Герасимов, С. М. Кузьмин; Под ред. Б. А. Алексеева. – М.: Из-во НЦ ЭНАС, 2000. – 56 с.

6. Сопьяник В. Х., Жамойдин А. А., Ломоносов А. В. Математическая обработка цифровых осциллограмм электрических аналоговых параметров аварийного режима // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 1999. – № 4. – С. 16–21.

Поступила 28.01.2003

УДК 621.3.066.6

РАСЧЕТ НАГРЕВА ПЛОСКИХ КОНТАКТНЫХ СОЕДИНЕНИЙ В УСТАНОВИВШИХСЯ И ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ НА ОСНОВЕ ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

Канд. техн. наук ГЕРАСИМОВИЧ Д. А.

ПТООО «Сузор'е Льва»;

инж. КЛИМОВИЧ Ю. А.

Пинские электрические сети РУП «Брестэнерго»;

канд. техн. наук МИШКИНА М. А., инж. ЕЖЕНКОВ Г. Г.

Белорусский национальный технический университет

Контактные соединения должны удовлетворять требованиям устойчивой и надежной работы в нормальных режимах и режимах коротких замыканий. В указанных случаях температуры контактов не должны превышать нормируемые [1].

Температурное состояние контакта определяется выделяемой в нем джоулевой теплотой (тепловыделением), а также его тепловыми и электрическими свойствами. Существенные трудности в расчете температур возникают при определении временной и пространственной зависимостей тепловыделения в контакте, поскольку они определяются распределением параметров электромагнитного поля (плотности тока) в объеме соединения. Таким образом, задача расчета температурного поля контакта – комплексная и требует совместного решения уравнений электромагнитного и температурного полей. В данной работе при расчете тепловыделения предлагается использовать рассмотренный в [2, 3] метод анализа переходных электромагнитных процессов в многослойных структурах плоских контактных соединений. Соединение представляется многослойной средой, состоящей из трех характерных областей: 1, 3 – токоведущие части, прилегающие к контакту; 2 – собственно контактный узел (рис. 1а) [2, 4]. Расчет стационарных и переходных электромагнитных полей в такой структуре основан на решении уравнений Максвелла и подробно рассмотрен в [2...4]. Температурное поле областей описывается уравнением теплопроводности твердого тела [5]

$$c_{ij}\rho_{ij}\frac{\partial\Theta}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_{ij}\operatorname{grad}\Theta) + P_{ij}, \qquad (1)$$

где Θ – температура в сечении контактного соединения и прилегающих к нему проводников; c_{ij} , ρ_{ij} , λ_{ij} – удельные теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности *i*-го слоя *j*-й области многослойной структуры (рис. 1а).

Удельное тепловыделение P_{ij} в (1) представляет джоулевы потери в сечении контакта, а в точках поверхности контактного соединения оно учитывает также теплоотдачу в окружающее пространство.

Одномерная модель температурного поля контактных соединений. Применительно к рассматриваемой многослойной структуре температура функцией двух пространственных координат и времени. является Аналогичную размерность имеют и параметры электромагнитного поля. В связи с этим совместное решение (1) и дифференциальных уравнений Максвелла вызывает существенные трудности, и в настоящее время для контактов такие решения отсутствуют. При расчете температурного режима контактных узлов исходят из предположения равномерного распределения тепловыделения и температуры в их объеме, что может быть справедливо лишь для узлов незначительной длины. Для поэтапного решения поставленной задачи, оценки влияния таких допущений на реально возможные температуры и повышения точности расчетов учтем неравномерность тепловыделения в сечении контакта, в первую очередь по его длине. Расчеты, приведенные в [3], показывают, что при длинах контактов, превышающих их толщины, имеет место резко неравномерное распределение джоулевых потерь. Учет распределения тепловыделения по длине контакта можно осуществить на основе одномерной математической модели нагрева. Такая модель теплового состояния предполагает, что по толщине контакта значительно меньше перепады температур аналогичных перепадов по его длине, т. е. в ней принимается постоянство температуры по толщине соединения.



Рис. 1. а – многослойная структура плоского контактного соединения; б – одномерная модель расчета температур контакта; в – соответствующая ей разностная сетка

Тепловые свойства многослойного контакта (теплоемкость, коэффициент теплопроводности и плотность) для каждой из областей принимаются усредненными и постоянными в ее пределах. Интегрирование уравнения (1) по толщине δ многослойной структуры контакта с учетом принятых допущений приводит к уравнению температурного поля одномерной модели

$$\frac{1}{a_j}\frac{\partial\Theta(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2\Theta(x,t)}{\partial x^2} - \frac{k_j\eta_j}{\lambda_jd_j}(\Theta(x,t) - \Theta_0) + \frac{P_j(x,t,\Theta)}{\lambda_jd_j},$$
(2)

где для *j*-й области многослойной структуры контактного соединения имеем: $j = 1 - x \in (-\infty, 0]; j = 2 - x \in [0, l]; j = 3 - x \in [l, +\infty); a_j = \frac{\lambda_j}{c_j \rho_j}$ – экви-

а

валентный коэффициент температуропроводности *j*-й области; d_j – суммарная толщина металлических слоев *j*-й области (например, для области $2 - d_2 = \delta$; для плоского контакта при числе слоев n = 6 [4] $d_1 = \delta_1$, $d_3 = \delta_6$; для контакта рубящего типа при n = 11 [4] $d_1 = \delta_1 + \delta_{11}$, $d_3 = \delta_6$ и т. п.); k_j – результирующий коэффициент теплоотдачи с поверхности контактного соединения; η_j – количество поверхностей, с которых происходит теплоотдача в окружающее пространство (например, для области 2 $\eta_2 = 2$, для плоского контакта $\eta_1 = \eta_3 = 2$; для контакта рубящего типа $\eta_1 = 4$, $\eta_3 = 2$ и т. п.); Θ_0 – температура окружающей среды; $P_j(x, t, \Theta)$ – удельное тепловыделение в единице длины контакта, которое определяется распределением электромагнитного поля в сечении контактного узла и прилегающих к нему проводников.

Определение величин тепловыделения в плоском контактном соединении, как уже отмечалось, основано на расчете переходных электромагнитных процессов в многослойных структурах контактов. Для принятой одномерной модели тепловыделение в единице длины находится по выражению [6]

$$P_{j}(x,t,\Theta) = \sum_{i=1}^{n} \int_{0}^{\delta_{i}} \left(\frac{\sigma_{x\,ij}^{2}(x,z,t)}{\gamma_{x\,ij}(\Theta)} + \frac{\sigma_{z\,ij}^{2}(x,z,t)}{\gamma_{z\,ij}(\Theta)} \right) dz , \qquad (3)$$

где $\sigma_{xij}(x,z,t)$, $\sigma_{zij}(x,z,t)$ – мгновенные значения плотности тока в *i*-м слое *j*-й области многослойной структуры контактного узла, которые рассчитываются по разработанным в [2...4] методам; $\gamma_{xij}(\Theta)$, $\gamma_{zij}(\Theta)$ – электрические проводимости *i*-го слоя *j*-й области в направлении координат *x* и *z* соответственно [4].

Исследованиями [3] установлено, что распределение плотности тока в сечении контакта практически не зависит от характера изменения во времени тока переходного режима. Кроме того, что при значительном изменении проводимости слоев (например, при увеличении температуры) характер распределения плотности тока изменяется незначительно. Отмеченные обстоятельства позволяют не учитывать влияние распределения температуры на распределение электромагнитного поля, т. е. можно осуществить раздельное решение уравнений электромагнитного и температурного полей. Таким образом, для решения (2) используются уже имеющиеся методы и результаты расчета распределения плотности тока в сечении контактного соединения.

Электрические проводимости слоев в (3) существенно влияют на величину джоулевых потерь и заметно зависят от температуры. Эти зависимости при численном расчете тепловыделения могут быть заданы линейными, кусочно-линейными, в виде таблиц и пр. Эквивалентные тепловые свойства a_j и λ_j находятся усреднением свойств слоев при равномерном распределении температуры по толщине контакта:

$$\lambda_{j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} \delta_{ij}}{d_{j}}; \ a_{j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} \delta_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} c_{ij} \rho_{ij} \delta_{ij}}, \ j = 1, \ 2, \ 3.$$
(4)

Уравнение (2) описывает температурное поле в областях 1...3 контактного соединения. Для однозначной постановки задачи расчета температуры его необходимо дополнить значениями температуры на бесконечности $(x \to \pm \infty)$, условиями на границах раздела областей (x = 0 и x = l), а также начальными условиями (t = 0). Ниже рассматривается расчет начальных условий, который соответствует расчету температур установившегося режима $(\partial \Theta / \partial t = 0)$.

Расчет распределения температуры установившегося режима. В установившемся режиме в уравнении одномерной модели (2) производная температуры по времени равна нулю, а сама температура и тепловыделение являются функциями только пространственной координаты x, т. е: $\Theta(x,t) = \Theta(x)$; $P_j(x,t,\Theta) = P_j(x,\Theta)$. Величина $P_j(x,\Theta)$ рассчитывается по (3) при подстановке действующих значений плотности тока. Граничные условия на бесконечности находятся из уравнения (2) при $\partial \Theta / \partial x \Big|_{x \to +\infty} = 0$:

$$\Theta(-\infty) = \Theta_0 + \frac{P_1(-\infty,\Theta)}{k_1\eta_1}; \ \Theta(+\infty) = \Theta_0 + \frac{P_3(+\infty,\Theta)}{k_3\eta_3},$$
(5)

а условия на границах раздела — из равенства температур и тепловых потоков при x = 0 и x = l:

$$\Theta(0_{-}) = \Theta(0_{+}); \quad \lambda_{1}d_{1}\frac{\partial\Theta(x)}{\partial x}\Big|_{x=0_{-}} + k_{2}(d_{2}-d_{1})(\Theta(0_{+})-\Theta_{0}) = \lambda_{2}d_{2}\frac{\partial\Theta(x)}{\partial x}\Big|_{x=0_{+}};$$

$$\Theta(l_{-}) = \Theta(l_{+}); \quad \lambda_{2}d_{2}\frac{\partial\Theta(x)}{\partial x}\Big|_{x=l_{-}} + k_{2}(d_{2}-d_{3})(\Theta(l_{-})-\Theta_{0}) = \lambda_{3}d_{3}\frac{\partial\Theta(x)}{\partial x}\Big|_{x=l_{+}}.$$
(6)

Составляющие $k_2(d_2 - d_1)(\Theta(0_+) - \Theta_0)$ и $k_2(d_2 - d_3)(\Theta(l_-) - \Theta_0)$ в (6) учитывают теплоотдачу с вертикальных боковых поверхностей контакта.

Решение (2), (5), (6) можно осуществить методом конечных разностей или аналитически. При этом в обоих случаях требуется применение итерационного алгоритма для уточнения зависимости тепловыделения от температуры.

Расчет температур установившегося режима методом конечных разностей основан на замене действительной области контактного соединения $x \in (-\infty, +\infty)$ разностной сеткой, а производных в (2), (6) – соответствующими разностными соотношениями [7]. При этом для областей 1, 3 бесконечные промежутки $x \in (-\infty, 0]$ и $x \in [l, +\infty)$ заменяются конечными $x \in [-l_1, 0]$ и $x \in [l, l_3]$. Длины этих промежутков выбираются такими, что-

бы при $x = -l_1$; $x = l_3$ с достаточной степенью точности выполнялись условия на бесконечности (5). Так как тепловыделение в областях, прилегающих к контактному узлу, распределено практически равномерно, их можно принять равными 4...5 постоянным распространения температуры по длине контакта, т. е.:

$$l_1 \ge 4\sqrt{\frac{\lambda_1 d_1}{k_1 \eta_1}}; \quad l_3 \ge 4\sqrt{\frac{\lambda_3 d_3}{k_3 \eta_3}}.$$
 (7)

Разобьем полученный промежуток $x \in [-l_1, l_3]$ с достаточно малым шагом Δx и заменим зависимости температуры $\Theta(x)$ и тепловыделения $P_j(x, \Theta)$ их значениями Θ_k и $P_{jk}(\Theta_k)$ в узлах сетки, где $k = 1, ..., S_1 + S + S_3 + 1; S_1 = l_1 / \Delta x; S = l / \Delta x; S_3 = l_3 / \Delta x; x_k = -l_1 + (k-1)\Delta x$ (рис. 1в).

После замены производных конечными разностями [7] уравнению (2) в установившемся режиме будет соответствовать разностный аналог:

$$-\Theta_{k-1} + \left(2 + \frac{k_j \eta_j \Delta x^2}{\lambda_j d_j}\right) \Theta_k - \Theta_{k+1} = \frac{k_j \eta_j \Delta x^2}{\lambda_j d_j} \Theta_0 + \frac{P_{jk}(\Theta_k) \Delta x^2}{\lambda_j d_j}$$

$$(j = 1; \ k = 2, ..., S_1), \ (j = 2; \ k = S_1 + 2, ..., S_1 + S),$$

$$(j = 3; \ k = S_1 + S + 2, ..., S_1 + S + S_3).$$
(8)

Узлам k = 1 и $k = S_1 + S + S_3 + 1$ соответствуют условия на бесконечности:

$$\Theta_{1} = \Theta_{0} + \frac{P_{11}(\Theta_{1})}{k_{1}\eta_{1}}; \quad \Theta_{S_{1}+S+S_{3}+1} = \Theta_{0} + \frac{P_{3S_{1}+S+S_{3}+1}(\Theta_{S_{1}+S+S_{3}+1})}{k_{3}\eta_{3}}.$$
 (9)

Разностные уравнения для узлов $k = S_1 + 1$ и $k = S_1 + S + 1$ (границы раздела) составляются на основе аппроксимации (2), (6) для этих узлов. Использование (2) позволяет учесть тепловыделение на стыках областей (а именно в этих точках оно максимально). С учетом отмеченного на границах раздела используются следующие уравнения:

$$-\lambda_{1}d_{1}\Theta_{k-1} + (\lambda_{1}d_{1} + \lambda_{2}d_{2} + (k_{1}\eta_{1} + k_{2}\eta_{2})\Delta x^{2} + k_{2}(d_{2} - d_{1})\Delta x)\Theta_{k} - \lambda_{2}d_{2}\Theta_{k+1} = = ((k_{1}\eta_{1} + k_{2}\eta_{2})\Delta x^{2} + k_{2}(d_{2} - d_{1})\Delta x)\Theta_{0} + (P_{1k}(\Theta_{k}) + P_{2k}(\Theta_{k}))\Delta x^{2}; k = S_{1} + 1; -\lambda_{2}d_{2}\Theta_{k-1} + (\lambda_{2}d_{2} + \lambda_{3}d_{3} + (k_{2}\eta_{2} + k_{3}\eta_{3})\Delta x^{2} + k_{2}(d_{2} - d_{3})\Delta x)\Theta_{k} - \lambda_{3}d_{3}\Theta_{k+1} = = ((k_{2}\eta_{2} + k_{3}\eta_{3})\Delta x^{2} + k_{2}(d_{2} - d_{3})\Delta x)\Theta_{0} + (P_{2k}(\Theta_{k}) + P_{3k}(\Theta_{k}))\Delta x^{2}; k = S_{1} + S + 1.$$
(10)

Уравнения (8)...(10) образуют систему линейных алгебраических уравнений (ЛАУ), решение которой позволяет найти распределение температуры по длине контактного соединения. Эта система удовлетворяет условиям хорошей обусловленности, а ее решение осуществляется методом прогонки [7], так как в матрице коэффициентов отличны от нуля только элементы главной диагонали и смежные с ними.

Как уже отмечалось, тепловыделение в каждой точке контактного соединения зависит от температуры, поэтому для расчета температур дополнительно используется итерационный алгоритм, позволяющий уточнить тепловыделение и температуру. Первоначально температура в контакте принимается равной Θ_0 или ожидаемой (например, допустимой 70 °C). При принятой температуре по (3) рассчитывается тепловыделение и уточняется распределение температуры на основе решения (8)...(10). Затем повторно рассчитывается тепловыделение в каждой точке для новых значений температур. Итерационный расчет повторяется до выполнения условия окончания (достаточно малое отличие температур на смежных итерациях).

Численно-аналитический расчет температур установившегося режима. Аналитические выражения для расчета температур находятся как сумма частного решения $\Theta_{j*}(x)$ неоднородного уравнения (2) для установившегося режима и решения $\Theta_{j0}(x)$ соответствующего однородного уравнения при $\Theta_0 = 0$; $P_j(x,\Theta) = 0$. Частные решения неоднородного уравнения находятся по теореме наложения при условии, что на границах раздела они принимают значения температуры окружающей среды Θ_0 . Для области 1 такое решение запишется в следующем виде [8]:

$$\Theta_{1*}(x) = \Theta_0 + g(0)q(x) + \int_0^x g'(\varepsilon)q(x-\varepsilon)d\varepsilon = \Theta_0 - \frac{p_1}{k_1\eta_1}\int_0^x P_1(x-\varepsilon,\Theta)e^{p_1\varepsilon}d\varepsilon, \quad (11)$$

где
$$g(x) = \frac{\lambda_1 d_1}{k_1 \eta_1} (1 - e^{p_1 x}); q(x) = \frac{P_1(x, \Theta)}{\lambda_1 d_1}; p_1 = \sqrt{\frac{k_1 \eta_1}{\lambda_1 d_1}}.$$

Аналогичным образом получаются частные решения для областей 2 и 3:

$$\Theta_{2^{*}}(x) = \Theta_{0} + \frac{p_{2}}{k_{2}\eta_{2}\operatorname{sh}(p_{2}l)} \left(\int_{0}^{x} P_{2}(x-\varepsilon,\Theta) (\operatorname{ch}(p_{2}(l-\varepsilon)) - \operatorname{ch}(p_{2}\varepsilon)) d\varepsilon - \frac{\operatorname{sh}(p_{2}x)}{\operatorname{sh}(p_{2}l)} \int_{0}^{l} P_{2}(l-\varepsilon,\Theta) (\operatorname{ch}(p_{2}(l-\varepsilon)) - \operatorname{ch}(p_{2}\varepsilon)) d\varepsilon \right); \quad p_{2} = \sqrt{\frac{k_{2}\eta_{2}}{\lambda_{2}d_{2}}}; \quad (12)$$
$$\Theta_{3^{*}}(x) = \Theta_{0} + \frac{p_{3}}{k_{3}\eta_{3}} \int_{l}^{x} P_{3}(l+x-\varepsilon,\Theta) e^{p_{3}(l-\varepsilon)} d\varepsilon; \quad p_{3} = \sqrt{\frac{k_{3}\eta_{3}}{\lambda_{3}d_{3}}}.$$

Решения однородного уравнения $\Theta_{j0}(x)$ имеют вид [8]:

$$\Theta_{10}(x) = C_1 e^{p_1 x}; \quad \Theta_{20}(x) = C_1 \frac{\operatorname{sh}(p_2(l-x))}{\operatorname{sh}(p_2 l)} + C_2 \frac{\operatorname{sh}(p_2 x)}{\operatorname{sh}(p_2 l)}; \quad \Theta_{30}(x) = C_2 e^{p_3(l-x)}, \quad (13)$$

где C_1 , C_2 – неизвестные постоянные интегрирования.

Выражения (11), (12) удовлетворяют граничным условиям на бесконечности (5). Постоянные интегрирования находятся из условий на стыках областей 1, 2 и 2, 3. Подставив (11)...(13) в (6), получим систему ЛАУ относительно C_1 , C_2 :

$$\left(\lambda_{1}d_{1}p_{1} + k_{2}(d_{2} - d_{1}) + \lambda_{2}d_{2}p_{2}\frac{\operatorname{ch}(p_{2}l)}{\operatorname{sh}(p_{2}l)} \right) C_{2} - \frac{\lambda_{2}d_{2}p_{2}}{\operatorname{sh}(p_{2}l)} C_{3} = \frac{\lambda_{1}d_{1}p_{1}}{k_{1}\eta_{1}} P_{1}(0_{-},\Theta) + \\ + \frac{\lambda_{2}d_{2}p_{2}}{k_{2}\eta_{2}\operatorname{sh}(p_{2}l)} \left(P_{2}(0_{+},\Theta)(\operatorname{ch}(p_{2}l) - 1) - \frac{p_{2}}{\operatorname{sh}(p_{2}l)} \int_{0}^{l} P_{2}(l - \varepsilon,\Theta)(\operatorname{ch}(p_{2}(l - \varepsilon)) - \operatorname{ch}(p_{2}\varepsilon))d\varepsilon \right) \right) \\ - \frac{\lambda_{2}d_{2}p_{2}}{\operatorname{sh}(p_{2}l)} C_{2} + \left(\lambda_{3}d_{3}p_{3} + k_{2}(d_{2} - d_{3}) + \lambda_{2}d_{2}p_{2}\frac{\operatorname{ch}(p_{2}l)}{\operatorname{sh}(p_{2}l)} \right) C_{3} = \frac{\lambda_{3}d_{3}p_{3}}{k_{3}\eta_{3}} P_{3}(l_{+},\Theta) -$$
(14)
$$- \frac{\lambda_{2}d_{2}p_{2}}{k_{2}\eta_{2}\operatorname{sh}(p_{2}l)} \left(P_{2}(0_{+},\Theta)(\operatorname{ch}(p_{2}l) - 1) - p_{2}\int_{0}^{l} P_{2}(l - \varepsilon,\Theta)(\operatorname{sh}(p_{2}(l - \varepsilon)) - \operatorname{sh}(p_{2}\varepsilon))d\varepsilon - \\ - \frac{P_{2}\operatorname{ch}(p_{2}l)}{\operatorname{sh}(p_{2}l)} \int_{0}^{l} P_{2}(l - \varepsilon,\Theta)(\operatorname{ch}(p_{2}(l - \varepsilon)) - \operatorname{ch}(p_{2}\varepsilon))d\varepsilon \right) \right)$$

Выражения (11)...(13) являются аналитическими решениями краевой задачи (2), (5), (6). Интегралы в (11), (12), (14) вычисляются численными методами, так как тепловыделение в контактном узле, найденное из расчета электромагнитного поля, задано численной зависимостью, т. е. рассмотренный метод расчета температуры является численно-аналитическим. При его применении также используется рассмотренный выше итерационный алгоритм уточнения тепловыделения и температур в контактном соединении.

Оценка погрешности рассмотренных методов проведена на модельной задаче при заданном экспоненциальном законе тепловыделения в области 2 контакта. В этом случае существуют аналитические решения (2), (5), (6). Результаты аналитического расчета, расчетов по (8)...(10) и (11)...(14) по-казали, что точность метода конечных разностей значительно выше точности численно-аналитического. Так, максимальные расхождения в температурах, полученных методом конечных разностей и аналитически, составили 0,25...0,27 °C, а при численно-аналитическом решении – 2,02...2,19 °C. Таким образом, в расчетах температур предпочтительней использовать метод конечных разностей. Повышение точности численно-аналитического метода возможно при применении более точного численного интегрирования (в расчетах использовался метод трапеций).

Расчет распределения температуры в переходном режиме. В переходном режиме пренебрегают явлением теплоотдачи, поскольку постоянная времени теплоотдачи $a_j k_j \eta_j / \lambda_j d_j$ значительно превышает длительность переходного режима короткого замыкания T_{nn} , т. е. в уравнении (2) принимается $k_j \eta_j (\Theta(x,t) - \Theta_0) / \lambda_j d_j = 0$. Равными нулю принимаются и слагаемые в (6), соответствующие теплоотдаче. Граничные условия на бесконечности в переходном режиме имеют вид:

$$\Theta(-\infty, t) = \Theta(-\infty, 0) + \frac{a_1}{d_1 \lambda_1} \int_0^t P_1(-\infty, t, \Theta) dt;$$

$$\Theta(+\infty, t) = \Theta(+\infty, 0) + \frac{a_3}{d_3 \lambda_3} \int_0^t P_3(+\infty, t, \Theta) dt,$$
(15)

а начальные условия определяются из расчета установившегося режима

$$\Theta(x,0) = \Theta(x), \qquad (16)$$

где $\Theta(x)$ – распределение температуры установившегося режима.

Уравнения (2) и (6), (15), (16) при отсутствии теплоотдачи образуют дифференциальную задану расчета температур переходного режима. Ее решение, как и для установившегося режима, осуществляется методом конечных разностей. При этом используются уже полученные результаты. Так, для областей 1, 3 бесконечные промежутки заменяются конечными. Их длины выбираются из условия распространения теплоты за время существования переходного режима T_{nn} :

$$l_1 \ge 4\sqrt{a_1 T_{nn}}; \quad l_3 \ge 4\sqrt{a_3 T_{nn}}.$$
 (17)

Замена непрерывного промежутка $x \in [-l_1, l_3]$ дискретным аналогична замене для установившегося режима. Временной интервал $t \in [0, T_{nn}]$ разбивается с шагом Δt , и каждому (k, m)-му узлу пространственновременной сетки с x_k , t_m $(x_k = -l_1 + (k-1)\Delta x, k = 1, ..., S_1 + S + S_3 + 1;$ $t_m = (m-1)\Delta t$, m = 1, ..., L+1, $L = T_{nn} / \Delta t$) соответствуют температура Θ_{km} и тепловыделение $P_{jkm}(\Theta_{km})$. Производные аппроксимируются разностями [7], и их замена приводит к уравнениям:

$$-\Theta_{k-1m} + \left(2 + \frac{\Delta x^2}{a_j \Delta t}\right) \Theta_{km} - \Theta_{k+1m} = \frac{\Delta x^2}{a_j \Delta t} \Theta_{km-1} + \frac{P_{jkm}(\Theta_{km})\Delta x^2}{\lambda_j d_j} \quad (m=1, ..., L+1),$$

$$(j=1; k=2, ..., S_1), \ (j=2; \ k=S_1+2, ..., S_1+S), \ (j=3; \ k=S_1+S+2, ..., S_1+S+S_3).$$
(18)

Узлам сетки с $x = -l_1$ и $x = l_3$ согласно (15) соответствуют выражения:

$$\Theta_{1m} = \Theta_{1m-1} + \frac{a_1}{d_1\lambda_1} P_{11m}(\Theta_{1m})\Delta t;$$

$$\Theta_{S_1+S+S_3+1m} = \Theta_{S_1+S+S_3+1m-1} + \frac{a_3}{d_3\lambda_3} P_{3S_1+S+S_3+1m}(\Theta_{S_1+S+S_3+1m})\Delta t.$$
(19)

Условия на стыках областей 1, 2 и 2, 3 по аналогии с (10) аппроксимируются уравнениями:

$$-\lambda_{1}d_{1}\Theta_{k-1m} + \left(\lambda_{1}d_{1} + \lambda_{2}d_{2} + \left(\frac{\lambda_{1}d_{1}}{a_{1}} + \frac{\lambda_{2}d_{2}}{a_{2}}\right)\frac{\Delta x^{2}}{\Delta t}\right)\Theta_{km} - \lambda_{2}d_{2}\Theta_{k+1m} =$$

$$= \left(\frac{\lambda_{1}d_{1}}{a_{1}} + \frac{\lambda_{2}d_{2}}{a_{2}}\right)\frac{\Delta x^{2}}{\Delta t}\Theta_{km-1} + \left(P_{1km}(\Theta_{km}) + P_{2km}(\Theta_{km})\right)\Delta x^{2}, \quad k = S_{1} + 1;$$

$$-\lambda_{2}d_{2}\Theta_{k-1m} + \left(\lambda_{2}d_{2} + \lambda_{3}d_{3} + \left(\frac{\lambda_{2}d_{2}}{a_{2}} + \frac{\lambda_{3}d_{3}}{a_{3}}\right)\frac{\Delta x^{2}}{\Delta t}\right)\Theta_{km} - \lambda_{3}d_{3}\Theta_{k+1m} =$$

$$= \left(\frac{\lambda_{2}d_{2}}{a_{2}} + \frac{\lambda_{3}d_{3}}{a_{3}}\right)\frac{\Delta x^{2}}{\Delta t}\Theta_{km-1} + \left(P_{2km}(\Theta_{km}) + P_{3km}(\Theta_{km})\right)\Delta x^{2}, \quad k = S_{1} + S + 1.$$

$$(20)$$

Система уравнений (18)...(20), дополненная начальными условиями (16), образует неявную разностную схему для расчета температур переходного режима. Ее решение для каждого момента времени полностью аналогично решению (8)...(10) и осуществляется методом прогонки. Для уточнения тепловыделения и температуры в каждый момент времени используется рассмотренный итерационный алгоритм. Таким образом, разработанный метод решения задачи нагрева позволяет рассчитывать температуры контактов в установившихся и переходных режимах на основе одномерной модели температурного поля при предварительно выполненном расчете распределения плотности тока в сечении контакта в этих режимах.

Исследование температур контактных соединений в установившемся режиме и режиме короткого замыкания. Разработанные алгоритмы исследования температур контактов реализованы на ЭВМ. Расчеты температур были проведены на примере плоских контактных соединений и контактов рубящего типа из алюминиевых проводников толщиной 0,01 м с хромоникелевыми защитными покрытиями. Толщины хромоникелевых слоев и переходного слоя приняты, как и в [3], а их тепловые и электрические свойства в соответствии с данными [9, 10]. Расчеты нагрева установившегося режима выполнены при протекании в контактных соединениях допустимого рабочего тока, линейная плотность которого (ток на единицу ширины контакта) составляла 16 кА/м (действующее значение). Ток короткого замыкания, протекающий по контактному узлу, принят на основе эквивалентной схемы сети, состоящей из системы бесконечной мощности и турбогенератора. Выражение для расчета его линейной плотности в контакте заимствовано из [11] при амплитуде периодического тока установившегося режима от ветви системы, в четыре раза превышающей амплитуду ветви генератора:

$$i_{\Sigma}(t) = J_{m} \left(\sin(\omega t + \pi/2) + 0.281e^{-8.33t} \sin(\omega t + \pi/2) + 0.135 \times e^{-1.75t} \sin(\omega t + \pi/2) + 0.078e^{-0.833t} \sin(\omega t + \pi/2) - 1.494e^{-22.2t} \right),$$
(21)

где J_m – суммарная амплитуда линейной плотности периодического тока установившегося режима короткого замыкания ветвей генератора и системы, принятая равной 500 кА/м.

Длительность существования режима короткого замыкания в соответствии с [1] принята равной 4,0 с. Расчеты распределений температуры по длине контактных соединений выполнены для моментов времени: 1 - 0 с (установившийся режим); 2 - 0,25 с; 3 - 1,0 с; 4 - 2,0 с; 5 - 4,0 с; 6 - 6,0 с (остывание контакта после отключения короткого замыкания). На рис. 2 представлено распределение относительных величин тепловыделения установившегося режима (за единицу принято тепловыделение в области 1) и температур в указанные моменты времени для плоских контактных соединений различной длины. Аналогичные результаты для контактов рубящего типа приведены на рис. 3.



Рис. 2. Распределение относительных величин тепловыделения установившегося режима и температур в различные моменты времени короткого замыкания (1 - 0 c; 1 - 0.25 c; 1 - 1.0 c; 1 - 2.0 c; 1 - 4.0 c; 1 - 6.0 c) по длине плоских контактных соединений из алюминиевых проводников: а, r - l = 0.02 м; б, d = 0.04 м; в, e = 0.08 м

Как следует из зависимостей рис. 2, 3, тепловыделение в контакте распределено резко неравномерно, со значительными максимумами на его краях. Однако в установившемся режиме температура контактных узлов и

прилегающих проводников (кривые 1, рис. 2, 3) распределена практически равномерно, так как в данном случае коэффициент теплопроводности значительно превышает коэффициент теплоотдачи. При этом температуры для плоских контактов несколько превышают температуры токоведущих частей на бесконечности (для приведенных примеров на 2...3 °C). Для контактов рубящего типа установившиеся температуры принимают промежуточные значения между $\Theta(-\infty)$ и $\Theta(+\infty)$. Таким образом, температуры установившегося режима плоских контактных соединений с достаточной точностью можно определять по температурам прилегающих к контакту токоведущих частей (например, если требуется расчет допустимой токовой нагрузки плоского контакта).



Рис. 3. Распределение относительных величин тепловыделения установившегося режима и температур в различные моменты времени короткого замыкания (1 − 0 с; 1 − 0,25 с; 1 − 1,0 с; 1 − 2,0 с; 1 − 4,0 с; 1 − 6,0 с) по длине контактных соединений рубящего типа из алюминиевых проводников: а, г − l = 0,02 м; б, д − 0,04 м; в, е − 0,08 м

В режиме короткого замыкания проявляется неравномерное распределение температуры, вызванное максимумами тепловыделения на стыках областей контакта. Наибольшие температуры приходятся на края контакта и заметно превышают температуры прилегающих к нему проводников. Так, для плоских контактных соединений в зависимости от их длины превышения температур над температурой проводников на бесконечности составляют при: t = 0,25 с - 34...39 °C; 1,0 с - 44...60 °C; 2,0 с - 48...85 °C; 4,0 с - 47...132 °C. Для рассмотренных контактов рубящего типа аналогичные превышения по результатам расчетов составили при: t = 0,25 с - 16...28 °C; 1,0 с - 24...43 °C; 2,0 с - 26...52 °C; 4,0 с - 20...58 °C. Причем меньшие превышения соответствуют более длинным контактам (l = 0,08 м), т. е. увеличение длины контактного соединения позволяет заметно снизить его перегрев (особенно при длительном протекании тока короткого замыкания) и тем самым повысить термическую стойкость контакта.

исчезновения тока короткого замыкания распределение температуры в контактном узле начинает сглаживаться, а превышения температуры контакта над температурами токоведущих частей уменьшаются. Для рассмотренных примеров эти превышения при t = 6,0 с составляют уже 19...105 °C для плоских контактов и 0...15 °C для контактов рубящего типа (кривые 6, рис. 2, 3).

выводы

1. Предложена расчетная одномерная модель температурного поля плоских контактных соединений и получены численные решения уравнений модели в установившихся и переходных режимах с учетом распределения тепловыделения в них на основе использования расчета переходных электромагнитных процессов в многослойных структурах контактов.

2. Исследования температур плоских контактов и контактов рубящего типа показали, что в установившемся режиме температура по длине контакта распределена практически равномерно и определяется, в первую очередь, тепловым режимом прилегающих к контакту токоведущих частей. В переходном режиме возможен значительный перегрев контактного соединения по отношению к токоведущим частям (для рассмотренных примеров до 20...130 °C), который следует учитывать при оценке термической стойкости контактных соединений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Правила устройства электроустановок. – М.: Эгергоатомиздат, 1987.

2. Метод расчета переходных электромагнитных процессов в многослойных структурах плоских контактных соединений / А. Н. Герасимович, Д. А. Герасимович, М. А. Мишкина и др. // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2002. – № 6. – С. 27–35.

3. Электромагнитные характеристики плоских контактных соединений разъединителей в переходных режимах / А. Н. Герасимович, Д. А. Герасимович, М. А. Мишкина и др. // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2003. – № 3. – С. 12–17.

4. Герасимович А. Н., Герасимович Д. А., Яковлев Г. В. Обобщенная модель электромагнитных процессов в плоских многослойных контактных соединениях // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2001. – № 3. – С. 37–47.

5. Годунов С.К. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1971.

6. Электрические характеристики алюминиевых и железных плоских контактных соединений / А. Н. Герасимович, Д. А. Герасимович, Г. В. Яковлев и др. // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2001. – № 6. – С. 3–9.

7. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. – М.: Наука, 1973. – 400 с.

8. Анго Андре. Математика для электро- и радиоинженеров / Пер: с фр. – М.: Наука, 1965. – 780 с.

9. Лариков Л. Н., Юрченко Ю. Ф. Структура и свойства металлов и сплавов // Тепловые свойства металлов и сплавов: Справ. – Киев.: Наукова думка, 1985. – 436 с.

10. Ш м а т к о О. А., У с о в Ю. В. Структура и свойства металлов и сплавов // Электрические и магнитные свойства металлов и сплавов: Справ. – Киев: Наукова думка, 1987. – 581 с.

11. Герасимович А. Н., Герасимович Д. А., Носайрат Фаиз. Нагрев многополосных шинопроводов при коротких замыканиях // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2002. – № 1. – С. 9–19.

Представлена 56-й международной НТК профессоров, преподавателей, научных работников и аспирантов БНТУ

Поступила 29.04.2003