## О ВОЗМОЖНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФРАКТАЛЬНОСТИ РАЗРЯДА В ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ<sup>\*</sup>

## ГЛАДКОВ В. С., МАСЛОВ В. И., НАУГОЛЬНЫЙ И. Н., ПАЩЕНКО А. В.

Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт «Молния» Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»

К настоящему времени накоплены данные и значительный экспериментальный материал по численному моделированию электрической прочности диэлектриков [1–6], которые широко применяются в качестве изоляции в высоковольтной импульсной технике. Удалось зарегистрировать при пробое диэлектриков возникновение плазменных каналов и структуру свечения.

Из результатов ряда экспериментальных работ (например, [1, 2]) следует, что процесс электрического разряда (пробоя) в диэлектриках имеет ярко выраженную структуру фрактального дерева. Поэтому использование представлений, связанных с введенным Б. Мандельбротом [7] понятием «фрактал», является адекватным экспериментальной ситуации. Фрактальность электрического разряда наблюдается также при компьютерном моделировании [3]. Однако нет ясного понимания механизмов формирования этого дерева.

Результаты экспериментов и компьютерного моделирования определяют тот феноменологический уровень представлений о пробое в диэлектрике, на основе которого можно строить его феноменологическую теорию. В настоящей статье мы представляем физическую модель процесса, который приводит к фрактальной структуре разряда в диэлектриках.

Рассматриваемый процесс разряда является процессом протекания электрического заряда от одного электрода ко второму вдоль сложного ветвистого набора каналов, составляющих фрактальное дерево. Процесс протекания электрического заряда сводится к чередованию:

• ламинарной стадии, в течение которой канал фрактального дерева эволюционно утолщается и удлиняется;

• стадии специфической неустойчивости течения электрического заряда, приводящей к запиранию тока через канал;

• эволюции состояния с виртуальным катодом, сопровождающейся диссипацией объемного заряда;

• сброса избыточного объемного заряда и процесса ветвления фрактального дерева.

Последовательность этих стадий представляет собой гистерезисный процесс.

Процесс ветвления происходит на фронте разряда, где действует разрушающая поток сила в поперечном направлении за счет объемного заряда

\* Публикуется в порядке обсуждения. - Ред.

Для построения феноменологической теории процесса ветвления рассмотрим модельную систему: движение некомпенсированного по заряду потока между двумя электродами, к которым приложена разность потенциалов  $\Delta \phi$ .

Особенно сильно разрушающая поток сила сказывается, когда канал удлиняется до того, что глубина провисания потенциала, т. е. глубина потенциальной ямы, достигает энергии частиц потока.

Эффект сброса избыточного заряда в потоке. В электрическом потоке, проходящем между двумя электродами, возможны стационарные состояния как с продольным пролетом частиц, так и с отражением части частиц потока [8–10] электрическим полем объемного заряда. При изменении параметров канала распространения зарядов вероятны резкие переходы между состояниями и имеет место гистерезис.

Состояния различаются по ряду параметров. В частности, они отличаются характером распределения поля объемного заряда, а число зарядов в потоке во втором состоянии больше, чем в первом. Поэтому переход из второго состояния в первое сопровождается сбросом избыточного заряда, а переход из первого состояния во второе – накоплением заряда и происходит при достижении порогового значения длины канала.

Далее проанализируем стационарные состояния потока частиц ь связи с эффектом накопления и сброса заряда.

Состояние с продольным прохождением частиц. Допустим, что в пространстве между плоскими электродами  $z_1 = 0$  и  $z_2 = L$  распространяется вдоль *z* ограниченный в поперечном направлении поток цилиндрической формы радиуса *R*. Плотность зарядов на входе (z = 0) равна  $n_0$ , скорость –  $u_0$ . Тепловой разброс предполагается малым,  $v_x \ll u_0$ .

В режиме с продольным пролетом частиц поток описывается системой гидродинамических уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} - vu = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - E_0; \qquad (1)$$

$$\partial n/\partial t + \partial (nu)/\partial z = 0;$$
 (2)

$$\Delta \varphi = \alpha n \tag{3}$$

для скорости, плотности и потенциала, обезразмеренных величинами  $u_0$ ,  $n_0$  и  $mu_0^2/e$ . Координата обезразмерена величиной L, время –  $L/u_0$ . Параметр  $\alpha$  определим по:

$$\alpha = \omega_p^2 L^2 / u_0^2; \quad \omega_p^2 = 4\pi e^2 n_0 / m \,. \tag{4}$$

Третье слагаемое в левой части уравнения (1) определяет торможение потока средой. Однако влияние среды на этом не ограничивается, а приводит к тому, что заряды распространяются в виде пальцев или каналов. Существует несколько механизмов, обеспечивающих не однородное протекание тока, а по каналам: 1) самофокусировка зарядов в диэлектрической среде; 2) шнурование тока при больших его значениях. Детальнее вопроса формирования каналов касаться не будем.

Для стационарного случая система (1)-(3) имеет решение:

$$u = (2(\beta + 1))^{1/2}; \ n = (2(\beta + 1))^{-1/2}; \ \varphi = \beta,$$
(5)

где В находится из уравнения

$$\partial^2 \beta / \partial z^2 + \Delta_\perp \beta = \alpha (2\beta)^{-1/2} . \tag{6}$$

Второе слагаемое в левой части (1) описывает ослабление продольного поля вследствие его трехмерного распределения. В первом состоянии это слагаемое качественно не меняет результат. Поэтому β находится из уравнения

$$\beta = \eta^2 / 2, (z - 1/2) \operatorname{sign}(z - 1/2) g(\alpha/2)^{1/2} = (\eta - \eta_a)^{3/2} / 3 + \eta_a (\eta - \eta_a)^{1/2}, \quad (7)$$

а  $\eta_a$  – из уравнения

$$g(3/2)(\alpha/2)^{1/2} = (1 - \eta_a)^{1/2} (1 + 2\eta_a),$$
(8)

где *g* – коэффициент порядка единицы.

Из (8) следует, что второе состояние реализуется при

$$\alpha \ge 8/9g^2 \,. \tag{9}$$

Состояние со сбросом избыточного заряда. На движущиеся между электродами заряды действуют два поля. Во-первых, продольное, направленное от одного электрода ко второму. Во-вторых, сильное влияние оказывает поперечная компонента поля пространственного заряда, расталкивающая заряды в поперечном направлении. Когда длина токового канала увеличивается до определенного значения, первое состояние становится неустойчивым, и происходит качественное изменение динамики каналов. В одномерном случае без внешнего электрического поля при этом происходили бы их отражение от виртуального катода и накопление заряда в системе. Однако просто отражение в трехмерном случае в отсутствие внешнего магнитного поля и малых поперечных размерах канала – не общий случай. Общий случай – это накопление с расширением канала распространения [11]. Сброс избыточного заряда трехмерным полем происходит с расширением в поперечном направлении. В режиме с формированием узких каналов распространения тока сброс происходит не однородно по азимутальному углу, а со шнурованием и разветвлением каналов тока.

Процесс сброса избыточного заряда переводит систему в стационарное состояние с большим числом каналов, обладающих меньшими полями

объемного заряда и меньшей потенциальной энергией, так что каналу становится энергетически более выгодно разветвиться при его удлинении до некоторой критической длины.

Процесс разветвления имеет вероятностный характер, в частности по направлению новых ветвей. Поэтому пробой диэлектрика служит примером процесса случайного роста.

Устойчивость каналов распространения тока. Известно, что потоки частиц при определенных условиях могут быть неустойчивыми. Так, в [12] исследовалась неустойчивость потока электронов, скомпенсированного положительным зарядом, в [13] рассмотрен неустойчивый поток электронов при инжекции в полуограниченное пространство, в [14] получено дисперсионное уравнение для неустойчивых колебаний потоков без отражения частиц, исследовано самосогласованное состояние потока, являющееся граничным между режимом с отражением и режимом со сквозным пролетом частиц.

Ветви квазистационарного дерева разряда могли бы быть неустойчивыми относительно неустойчивости типа Пирса, если бы параметр α был больше определенной величины. Однако ветви при формировании дерева размножаются так, что этот параметр остается ниже порога неустойчивости Пирса.

Но при эволюции канала, находящегося на вершине фрактального дерева, смена стадии распространения заряда и стадии с виртуальным катодом осуществляется посредством развития неустойчивости типа Пирса.

Начальная стадия нелинейного процесса сброса избыточного заряда также представляет собой неустойчивость этого типа.

Фрактальность дерева каналов распространения тока разряда. На каждом этапе размножения каналов распространения тока этот процесс происходит подобным образом с определенными свойствами автомодельности, что приводит к формированию фрактального дерева каналов. Это дерево обладает следующим свойством автомодельности: структура ветвей дерева совпадает со структурой самого дерева.

Структура разряда может характеризоваться фрактальной размерностью. Последняя связана со структурой дерева следующим образом. Фрактальная размерность D измеряется путем подсчета числа ветвей N(R), содержащихся в сфере радиуса R:  $N(R) = R^{D}$ . Отсюда следует, что плотность ветвей  $\rho(r)$  удовлетворяет закону подобия  $\rho(r) \sim r^{-(d-D)}$ , где d – размерность пространства, в котором расположен фрактал.

Фрактальная размерность зависит от физических свойств процесса пробоя диэлектрика и, следовательно, является числовой характеристикой физических процессов пробоя. Она определяет коэффициент подобия распределения полного заряда потока на фрактале, а также характеризует электрическую емкость фрактального дерева, т. е. степень электрического взаимодействия ветвей дерева при данном неоднородном распределении зарядов на нем. Степень взаимодействия ветвей является в свою очередь важной характеристикой для процесса разряда.

Ток, протекающий по токовым каналам у одного электрода, распределяется по многим ветвям дерева каналов при движении его ко второму электроду

$$\sum_{k=1}^{N_1} n_{1k} v_{1k} S_{1k} = \sum_{k=1}^{N_2} n_{2k} v_{2k} S_{2k} .$$
 (10)

Здесь  $n_i$ ,  $v_i$  – плотность и скорость зарядов в канале;  $S_i$  – сечение канала;  $N_i$  – число каналов у *i*-го электрода.

## вывод

В работе рассматривается гипотеза о возможной физической сущности процессов, обусловливающих фрактальную природу пробоя диэлектриков, в ходе которого осуществляется протекание электрического заряда по фрактальному дереву от одного электрода ко второму. Изучен процесс усложнения структуры ветвей фрактального дерева. Режим с продольным прохождением зарядов обеспечивает удлинение ветвей фрактального дерева. Пороги ветвления определяются достижением условий сброса избыточного заряда.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Яншин Е. В., Овчинников Я. Г., Вершинин Ю. Н. // ЖТФ. – 1973. – Т. 43, № 10. – С. 2065–2074.

2. Климкин В. Ф., Пономаренко А. Г. // ЖТФ. – 1979. – Т. 49, № 9. – С. 1896– 1904.

3. F r a c t a l s in Physics. Chapt. 5. Proc. of the Six Trieste Intern. Symp. on Fractals in n Physics. ICTP, Trieste, Italy, July 9–12, 1985. – Ed. by L. Pietronero and E. Tosatti. – North-Holland, 1986.

4. Овчинников И.Т., Яншин К.В., Яншин Э.В. // ЖТФ. – 1978. – Т. 52, № 2. – С. 2592–2689.

5. Кучинский Г. С., Морозов Е. А. // Письма в ЖТФ. – 1982. – Т. 8, № 24. – С. 1526–1531.

6. Кучинский Г. С., Морозов Е. А.// ЖТФ. – 1983. – Т. 53, № 6. – С. 1215–1217. 7. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М., 1982.

8. Пащенко А. В., Руткевич Б. Н. // Физика плазмы. – 1977. – Т. 3, № 4. – С. 774–779.

9. Пащенко А. В., Руткевич Б. Н. // Радиотехника и электроника. – 1979. – Т. 24, № 1. – С. 152–157.

10. Пащенко А. В., Руткевич Б. Н., Федорченко В. Д., Мазалов Ю. П. // ЖТФ. – 1983. – Т. 53, № 1. – С. 75–80.

11. М а с л о в В. И. Активные космические эксперименты с пучками частиц: Тр. междунар. совещ. – Липецк, 1990.

12. Pierce J. J. // Appl Phys. - 1944. - V. 15. - P. 721.

13. Блиох П. В., Файнберг Я. Б. // ЖТФ. - 1956. - Т. 26. - С. 530.

14. Буц В. А. // ЖТФ. – 1974. – Т. 44. – С. 1656.

Представлена научно-техническим Советом

Поступила 30.05.2002