МЕТАЛЛУРГИЯ

The article presents numerical solution of the problem of heating of plate form blanks by beaming at Stefan-Boltsman's law while heat interchange with the flow of heating gases in conditions of theoretical counterflow. The results of the numerical solution of the problem are used for development of a simplified (engineering) calculation procedure.

Ю. А. САМОЙЛОВИЧ, А. В. КАВАДЕРОВ, В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, И. А. ТРУСОВА, С. М. КОЗЛОВ, О. Г. ХОПОВА, БГПА

УДК 669.046:536.12:518.61

ЗАКОНОМЕРНОСТИ НАГРЕВА МАССИВНЫХ ТЕЛ ИЗЛУЧЕНИЕМ В ТЕОРЕТИЧЕСКОМ ПРОТИВОТОКЕ

В отечественной черной металлургии для нагрева стальных слитков и заготовок перед прокаткой получили распространение трехзонные методические печи, состоящие из методической зоны *I*, сварочной зоны *II* и зоны томления *III* (рис. 1). Для зон *I* и *II*, составляющих от 60 до 80% общей протяженности печи, теплообмен между греющими газами и нагреваемыми изделиями (слитками, заготовками) происходит по схеме противотока. Упрощенные методы расчетов нагрева металла в методических печах изложены в монографиях и учебных пособиях [1—4]. Обычно рекомендации по расчету нагрева металла в методических печах сводятся к раздельному расчету отдельных зон, для каждой из которых рекомендуется принимать определенное значение усредненной температуры теплоносителя ($t_г$ или $t_{печ}$) и коэффициента теплопередачи (α). Очевидно, что такой подход оправдан для сварочной и томильной зон печи, однако непригоден для методической зоны *I*, где температура греющих газов претерпевает существенное изменение — от 600—650 до 1250—1300°С. Строгая постановка задачи о теоретическом противотоке между газом и металлом с учетом теплообмена между ними по закону излучения Стефана—Больцмана приведена в работе С. Е. Ростковского [5]. Аналитическое решение задачи, полученное С. Е. Ростковским, относится к частному случаю нагрева изделий как "термически тонких тел" (термин Г. П. Иванцова [6]), для которых можно пренебречь перепадом температуры по сечению нагреваемой заготовки.

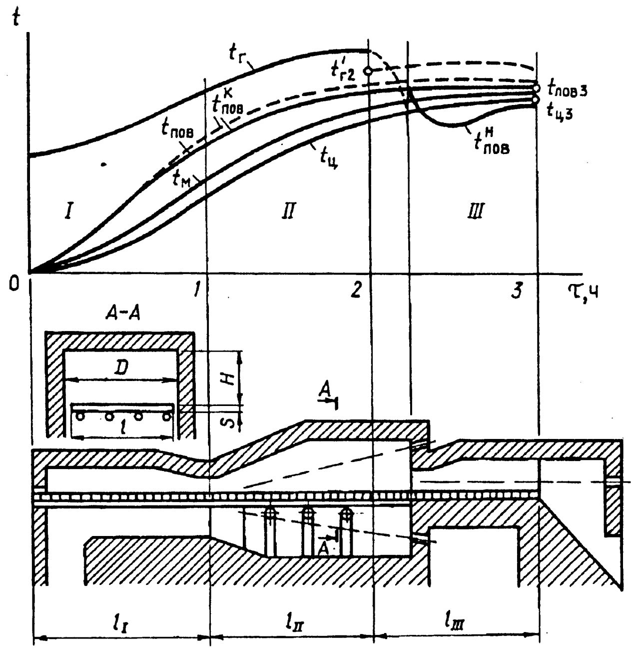

Рис. 1. Схема трехзонной методической печи и процесса нагрева металла: *I*, *II*, *III* – зоны печи; *1*, *2*, *3* – границы зон

Ниже приводятся постановка и результаты численного решения более общей задачи о нагреве излучением "термически массивных тел" (заготовок плоской формы) в теоретическом противотоке.

Предположим, что в методической зоне печи устанавливается некоторое тепловое равновесие между газом и металлом. Кроме того, допустим, что излучение вдоль печи отсутствует и из одного сечения в другое переносится лишь физическое тепло металла и газа. Далее используем предположение о том, что физические свойства излучателя (греющих газов) и металла (заготовок) сохраняются неизменными. При этом остается постоянным и "отношение водяных чисел" металла и газов [5] за все время нагрева:

$$m = \frac{G_м c_м}{B_г V_г c_г} = \text{const}. \tag{1}$$

Запишем систему уравнений для нагрева плоского слоя заготовок в теоретическом противотоке:

уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \tag{2}$$

граничные условия для верхней и нижней поверхностей плиты

$$\sigma\left(T_г^4 - T_{пов}^4\right) = \lambda_м\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=S} \quad \text{при} \quad x = S, \tag{3а}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \tag{3б}$$

уравнение теплового баланса металла и газов

$$dT_г = md\overline{T}_м, \qquad (4)$$

начальное условие

$$T_м = T_{нач} = \text{const} \ \text{при} \ \tau = 0. \qquad (5)$$

В уравнениях (1)—(5) приняты обозначения: $G_м$ — производительность печи; $c_м$, $\lambda_м$ — соответственно удельная теплоемкость и теплопроводность металла; $B_г$ — расход топлива; $V_г$ — удельный объем продуктов сжигания топлива; $T_г$, $T_{пов}$, $\overline{T}_м$ — соответственно температура газа, поверхности заготовки и среднемассовая температура металла.

Вводя безразмерные комплексы и симплексы: критерий Фурье $\text{Fo} = a\tau / S^2$;

критерий Старка $\text{Sk} = \dfrac{\sigma S}{\lambda} T_{г_2}^3$; $\theta_м = \dfrac{T_м}{T_{г2}}$, $X = \dfrac{x}{S}$,

$\overline{\theta}_м(\text{Fo}) = \int\limits_{x=0}^{x=1} \theta(x, \text{Fo})\, dx$, где $T_{г2}$ — температура отходящих из печи газов, приводим исходную систему уравнений (2) — (5) к виду

$$\frac{\partial\theta}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}, \qquad (6)$$

$$\text{Sk}\left(\theta_г^4 - \theta_{пов}^4\right) = \frac{\partial\theta}{\partial X} \ \text{при} \ X = 1, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial X} = 0 \ \text{при} \ X = 0, \qquad (8)$$

$$d\theta_г = md\overline{\theta}_м, \qquad (9)$$

$$\theta(X, 0) = \theta_0 \ \text{при} \ \text{Fo} = 0. \qquad (10)$$

Решение задачи (6)—(10) осуществлено численным конечно-разностным методом с использованием гидроинтегратора, описание которого приведено в работе А. В. Кавадерова [7]. В результате многовариантных расчетов установлена зависимость относительной (безразмерной) температуры в сечении плоской заготовки от основных критериев процесса:

$$\theta(X, \text{Fo}) = F(\text{Sk}, \text{Fo}, X, m, \theta_0).$$

При этом значения параметров m и θ_0 варьировали в следующих пределах: m = 0,2, 0,5, 0,8, 1,25 и 2,0; θ_0 = 0,3, 0,5 и 0,8, а значения критерия Старка в расчетах принимали равными: Sk = 0,1, 0,2, 0,5, 1,0 и 1,5, что соответствовало реальным условиям нагрева стальных заготовок в методических печах.

На рис. 2 и 3 показано изменение основных показателей участников теплообмена (металла, газа) в зависимости от критерия Фурье для двух параметров: m_0 = 0,5, Sk = 0,5 (рис. 2) и m_0 = 1,25, Sk = 0,2 (рис. 3) при задании θ_0 = 0,3.

Распределение температуры по сечению нагреваемой заготовки приведено на рис. 4 при задании m = 0,5, Sk =0,05, θ_0 = 0,3 для ряда значений крите-

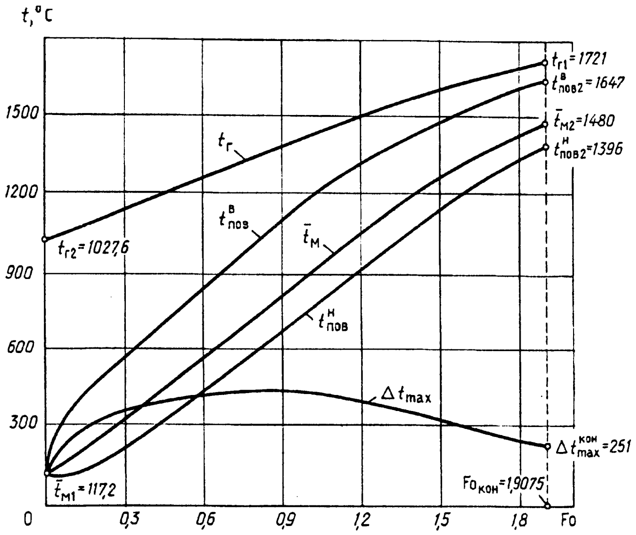

Рис. 2. Результаты расчета нагрева плиты излучением в противотоке при задании m = 0,5, Sk = 0,5, θ_0 = 0,3: $t_г$, $t_{пов}$, $\bar t_м$ — соответственно температуры греющих газов, поверхности металла и среднемассовая по сечению плиты

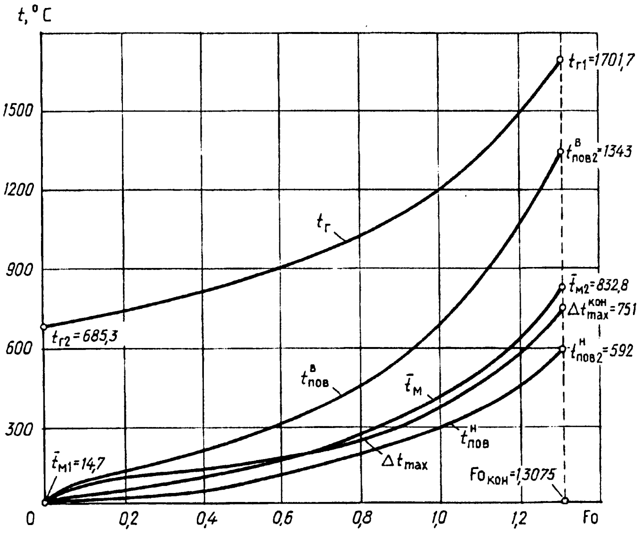

Рис. 3. То же, что на рис. 2 при задании m =1,25, Sk = 0,2, θ_0 = 0,3

рия Фурье: от 0,038 до 0,511. Следует отметить, что реальным условиям нагрева стальных изделий в печи соответствует лишь часть графиков, представленных на рис. 2 и 3, ограниченная значениями температуры поверхности заготовок $T_{пов} \le 1200$°С, чему соответствуют значения критерия Фурье: Fo = 1 (рис. 2) и Fo = 1,25 (рис. 3). Аналогично и для расчетных кривых распределения температуры по сечению заготовки при задании m = 0,5, Sk =0,05 и θ_0 = 0,3 реальным условиям отвечают значения Fo ≤ 0,2, когда $T_{пов} \le 1200$°С. Характер изменения во времени температур металла и греющих газов в значительной мере

зависит от отношения водяных чисел $m = \dfrac{G_м c_м}{B_г V_г c_г}$, (рис. 5—7).

Сложный характер динамики температурного поля заготовок для условий противотока оставляет

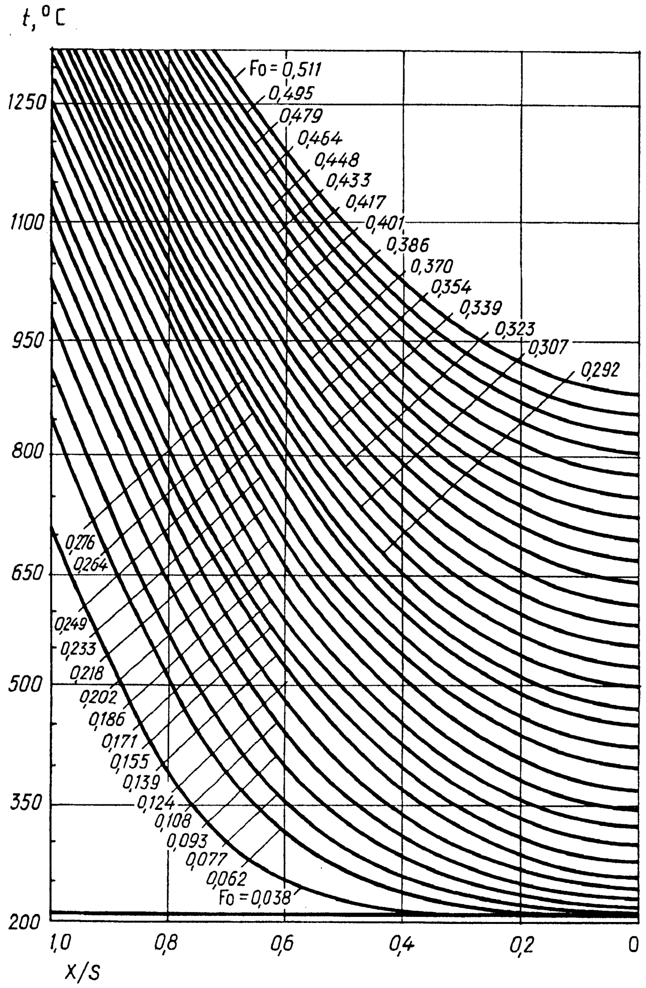

Рис. 4. Распределение температуры по сечению плиты при задании $m = 0{,}5$, $\mathrm{Sk} = 0{,}05$, $\theta_0 = 0{,}3$

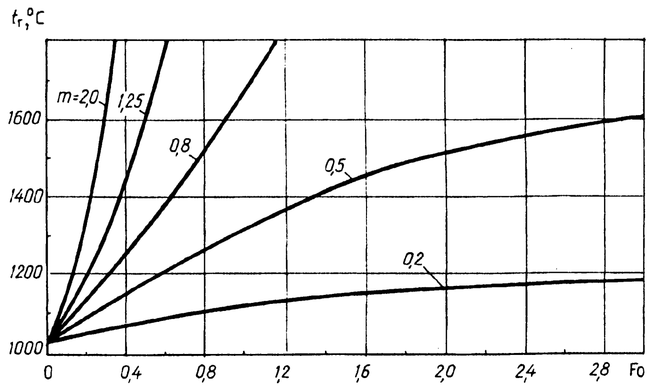

Рис. 5. Зависимость температуры газа от критерия Фурье при задании $\mathrm{Sk} = 0{,}5$, $\theta_0 = 0{,}5$ и нескольких значений параметра m

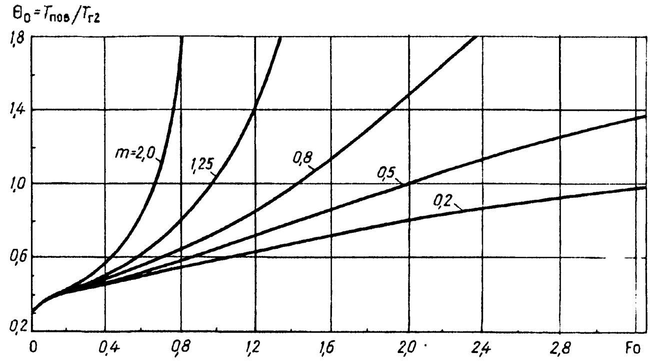

Рис. 6. Зависимость относительной температуры верхней поверхности плиты $\theta_0 = T_{пов}/T_{г2}$ от критерия Фурье при задании $\theta_0 = 0{,}3$, $\mathrm{Sk} = 0{,}2$ и нескольких значений параметра m

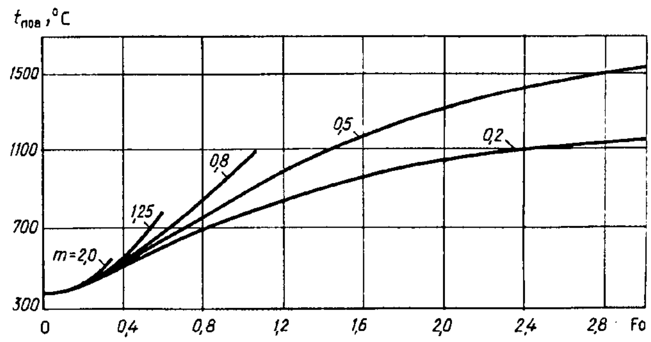

Рис. 7. Зависимость температуры нижней (адиабатической) поверхности плиты от критерия Фурье при задании $\theta_0 = 0{,}5$, $\mathrm{Sk} = 0{,}5$ и нескольких значений параметра m

мало возможностей для наглядного отражения указанной динамики в графической форме. В связи с этим представляется целесообразным разработка упрощенной (инженерной) методики расчета нагрева заготовок излучением в условиях противотока.

Используя выражение (1), разность расходов физического тепла потоков металла и газа представим в виде произведения "водяного" эквивалента на постоянную температуру ($T_с$):

$$T_г c_г V_г B_г - c_м G_м \overline{T}_м = c_г V_г B_г T_с = \mathrm{const},$$

откуда найдем

$$T_с = T_г - m\overline{T}_м = \mathrm{const}; \qquad (11)$$

или в безразмерных переменных

$$\theta_с = \theta_г - m\overline{\theta}_м. \qquad (12)$$

При нагреве металла в случае $m < 1$ температуры газа и металла сближаются между собой, стремясь к некоторой предельной относительной температуре

$$\theta_с = \frac{\theta_{г2} - m\overline{\theta}_{м2}}{1 - m} = \frac{1}{1 - m}.$$

Для термически тонких тел представление о предельной (постоянной) температуре $T_с$ впервые введено в работе С. Е. Ростковского [5]. Ниже излагается обобщение такого подхода для "термически массивных тел" (заготовок).

Определим количество тепла, переданного от потока газов к металлу на участке поверхности нагрева dF по формуле:

$$d\theta = \sigma\left(\theta_г^4 - \theta_{пов}^4\right)T_{г2}^4 dF,$$

или, учитывая, что, согласно (12), $\theta_г = \theta_с + m\overline{\theta}_м$, где σ — приведенный коэффициент излучения:

$$dQ = \sigma\left[\left(\theta_с + m\overline{\theta}_м\right)^4 - \theta_п^4\right]T_{г2}^4 dF. \qquad (13)$$

Перенос количества тепла приводит к приросту теплосодержания металла на величину

$$dQ = c_м G_м d\bar{\theta}_м T_{г2}. \tag{14}$$

Приравнивая правые части выражений (13) и (14), получаем

$$\frac{\sigma T_{г2}^3}{c_м G_м} dF = \frac{d\bar{\theta}_м}{\left(\theta_c + m\bar{\theta}_м\right)^4 - \theta_{пов}^4}. \tag{15}$$

Интегрируя обе части уравнения (15) и переходя к безразмерным переменным, имеем

$$\mathrm{Sk}\int_{\mathrm{Fo}_1}^{\mathrm{Fo}_2} d\mathrm{Fo} = \int_{\bar{\theta}_{м1}}^{\bar{\theta}_{м2}} \frac{d\bar{\theta}_м}{\left(\theta_c + m\bar{\theta}_м\right)^4 - \theta_{пов}^4}. \tag{16}$$

Допустим, что распределение температуры по сечению нагреваемых заготовок можно выразить формулой

$$\theta(X, \mathrm{Fo}) = \theta_{пов}(\mathrm{Fo}) - \Delta\theta_m(\mathrm{Fo}) df(X), \tag{17}$$

где $\Delta\theta_m$ — максимальная разность относительных температур по сечению заготовки. Используя формулу (17), найдем выражение среднемассовой температуры в сечении заготовки:

$$\bar{\theta}_м = \int_0^1 \theta dX = \int_0^1 \left[\theta_{пов} - \Delta\theta_m f(X)\right] dX,$$

или

$$\bar{\theta}_м = \theta_{пов} - \Delta\theta_m m_0, \tag{18}$$

где параметр m_0 равен:

$$m_0 = \int_0^1 f(X) dX.$$

Далее составим уравнение баланса тепла на поверхности нагрева с учетом теплообмена по закону Стефана—Больцмана

$$\sigma\left(T_г^4 - T_{пов}^4\right) = \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=S},$$

или в безразмерных переменных

$$\sigma T_{г2}^3\left(\theta_г^4 - \theta_{пов}^4\right) = \frac{\lambda}{S}\left|\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=1}.$$

С учетом выражения (17) находим

$$\mathrm{Sk}\left(1 - \theta_{пов}^4\right) = n_0 \Delta\theta_m, \tag{19}$$

где

$$n_0 = -\left|\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_{X=1}.$$

Параметры m_0 и n_0 характеризуют функцию распределения температуры по сечению заготовки $f(x/S)$. Отметим, что изменение во времени параметров m_0 и n_0 возможно лишь в том случае, если изменяется во времени вид функции $f(x/S)$. Для последующих выкладок весьма важно наблюдение за поведением функции $f(x/S)$ в процессе нагрева металла.

На рис. 8 представлено изменение функции $f(X)$ в зависимости от критерия Фурье, найденное путем численного решения задачи теплопроводности (6)—(10) при задании параметров $m = 0{,}8$, $\mathrm{Sk} = 0{,}2$, $\theta_0 = 0{,}3$ для нескольких характерных сечений заготовки: $X = 0{,}1$, 0,3, 0,5, 0,7 и 0,9.

Из рисунка следует, что по прошествии некоторого начального периода, определяемого величиной критерия $\mathrm{Fo} \cong 0{,}3$—0,4, значения функции $f(X)$ во всех указанных сечениях стабилизируются. К примеру, для сечения $X = 0{,}5$ стабилизированные значения функции $f(X)$ в зависимости от критерия Старка изменяются от 0,75 до 0,77 (рис. 9). Соответственно и значения параметров m_0 и n_0 (а также отношение m_0/n_0) принимают для стадии стабилизации (при $\mathrm{Fo} \geq 0{,}3$—0,4) некоторые неизменные значения, зависящие от величины критерия Старка (Sk) и отношения водяных чисел (m). На рис. 10, *а*, *б* представлена зависимость отношения m_0/n_0 и параметра n_0 от критерия Старка (при различных значениях m), найденная путем обработки результатов численного решения задачи теплопроводности (6)—(10).

Максимальную разность относительных температур по сечению плиты определим по формуле (19)

$$\Delta\theta_m = \frac{\mathrm{Sk}}{n_0}\left(\theta_г^4 - \theta_{пов}^4\right) \tag{20}$$

и подставим в формулу (18).

В результате выражение среднемассовой температуры по сечению плиты примет вид

$$\bar{\theta}_м = \theta_{пов} - \mathrm{Sk}\frac{m_0}{n_0}\left(\theta_г^4 - \theta_{пов}^4\right). \tag{21}$$

С учетом последнего выражения выполним интегрирование балансового уравнения (16) и получим общее решение задачи

$$\mathrm{Sk}(\mathrm{Fo}_2 - \mathrm{Fo}_1) = (\varphi_2 - \varphi_1) + \mathrm{Sk}\frac{m_0}{n_0}(\psi_2 - \psi_1), \tag{22}$$

где

$$\varphi = \varphi(\theta_{пов}) = \frac{1}{4}\left(m^2 + 1\right)\ln\frac{\theta_{пов}(m+1)+1}{\theta_{пов}(m-1)+1} - \frac{1}{2}m\ln\frac{\left(1 + m\theta_{пов}\right)^2 + \theta_{пов}^2}{\left(1 + m\theta_{пов}\right) - \theta_{пов}^2} - \frac{1}{2}\left(m^2 - 1\right)\mathrm{arctg}\frac{\theta_{пов}}{1 + m\theta_{пов}}; \tag{23}$$

$$\psi = \psi(\theta_{пов}) = \chi(m)\ln\left(1 - \theta_{пов}^4\right). \tag{24}$$

Коэффициент $\chi = \chi(m)$ зависит от параметра m, принимая ряд значений от 0,5 до 1,5 при изменении параметра m от 0,2 до 1,5.

Формулы (20)—(24) составляют основу упрощенной (инженерной) методики расчета нагрева заготовок плоской формы для условий нагрева излучением в теоретическом противотоке, характерном для методической зоны нагревательных печей. Последовательность вычислений при использовании упрощенной методики расчета сводится к выполнению следующих операций.

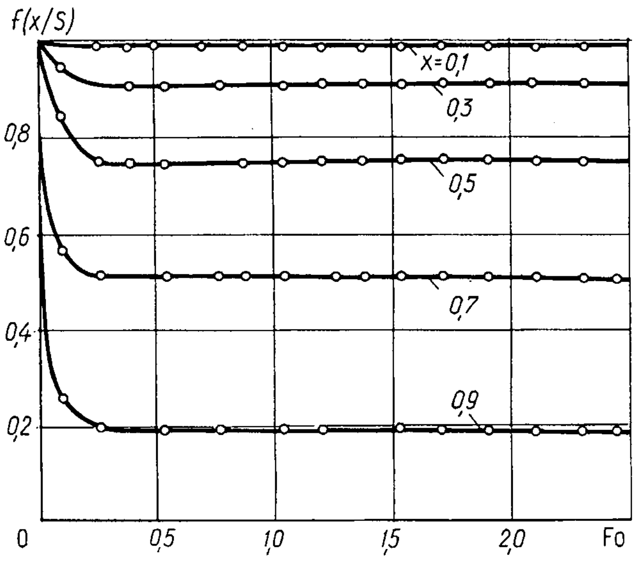

Рис. 8. Зависимость функции распределения $f(x/S)$ от критерия Фурье при задании $\theta_0 = 0{,}3$, $\mathrm{Sk} = 0{,}2$, $m = 0{,}8$ для нескольких сечений нагреваемой плиты ($X = 0{,}1$, $0{,}3$, $0{,}5$, $0{,}7$ и $0{,}9$)

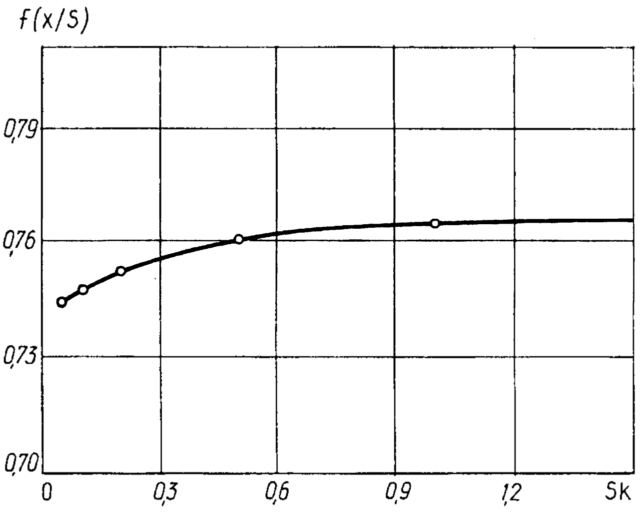

Рис. 9. Зависимость стабилизированных значений функции распределения от критерия Старка для сечения $X = 0{,}5$ (при $m = 0{,}8$, $q_0 = 0{,}3$)

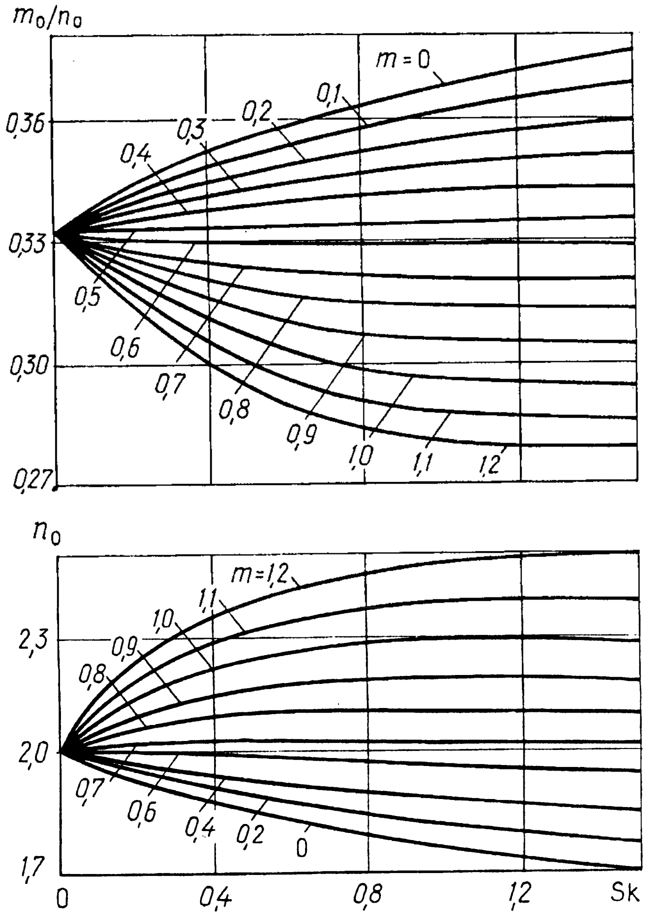

Рис. 10. Зависимость параметров функции распределения m_0/n_0 и n_0 от критерия Старка и отношения водяных чисел m для стабилизированного поля температур (при $\mathrm{Fo} \geq 0{,}3$)

1. Определяется значение температуры на поверхности заготовок в момент времени, соответствующий границе начала режима стабилизации температурного поля, т. е. при $\mathrm{Fo} = \mathrm{Fo}_1 = 0{,}4$. С этой целью можно использовать графики рис. 11, построенные на основании численного решения задачи (6)—(10).

2. Подсчитывается значение функций $\varphi_1 = \varphi(\theta_{\text{пов}1})$ и $\psi_1 = \psi(\theta_{\text{пов}1})$ по формулам (23) и (24) при значениях принятого отношения водяных чисел (m) и найденного ранее (по п.1) значения начальной относительной температуры поверхности заготовки ($\theta_{\text{пов}1}$).

3. Определяются значения параметров функции распределения m_0/n_0 и n_0 по графикам рис. 10 в зависимости от принятых значений критерия Старка (Sk) и отношения водяных чисел (m).

4. Подсчитываются значения среднемассовой температуры ($\bar{\theta}_m$) и перепада температур по сечению ($\Delta\theta_m$) по формулам (20) и (21) для начального момента времени (при $\mathrm{Fo} = \mathrm{Fo}_1$).

5. Принимается ряд значений относительной температуры поверхности заготовки $\theta_{\text{пов}} = \theta_{\text{пов}2}$, $\theta_{\text{пов}} = \theta_{\text{пов}3}$ и т. д., представляющие интерес для уточнения (определения) рациональных режимов нагрева металла в методической зоне печи.

6. По формулам (23) и (24) подсчитываются значения функций $\varphi_2=\varphi(\theta_{\text{пов}2})$ и $\psi_2=\psi(\theta_{\text{пов}2})$ при характерном для изучаемого процесса отношении водяных чисел (m).

7. Используя известные значения критериев Sk и Fo_1, а также параметров m_0/n_0 (см. рис. 10), подсчитываются значения правой части общего решения (22), а затем и значение критерия

$$\mathrm{Fo}_2 = \mathrm{Fo}_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\mathrm{Sk}} + \frac{m_0}{n_0}(\psi_2 - \psi_1). \tag{25}$$

8. При известных значениях коэффициента температуропроводности материала $a=\lambda/(\rho c)$ находится значение момента времени $\tau_2 = \frac{S^2}{a_m}\mathrm{Fo}_2$, соответствующее принятому в подсчетах значению относительной температуры поверхности плиты ($\theta_{\text{пов}2}$).

9. Для принятого значения относительной температуры поверхности плиты ($\theta_{\text{пов}2}$) по формулам

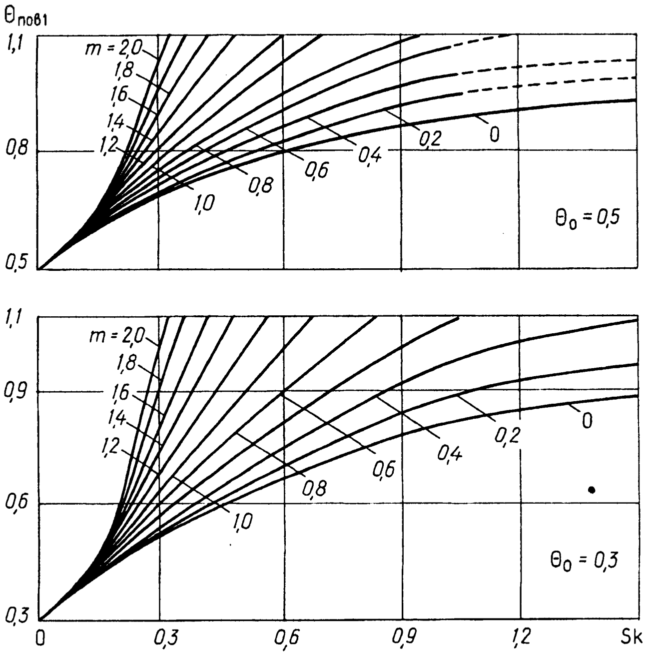

Рис. 11. Зависимость относительной температуры поверхности плиты ($\theta_{п1}$) от критерия Старка и величины параметра m при задании Fo = 0,4 для двух значений относительной начальной температуры (θ_0 = 0,3 и 0,5)

(20) и (21) подсчитываются соответствующие значения максимальной разности температур по сечению и среднемассовая температура плиты, а также относительная температура греющих газов

$$\theta_г = \theta_c + m\bar{\theta}_m \ .$$

Аналогичные подсчеты повторяются для других значений относительной температуры на поверхности нагреваемых заготовок.

В заключение следует отметить, что изложенная упрощенная (инженерная) методика расчета нагрева металла излучением в теоретическом противотоке является обобщением аналогичной методики, опубликованной ранее [8, 9] и относящейся к заданию в расчетах неизменной температуры греющих газов при теплообмене на поверхности нагреваемых изделий путем излучения и конвекции.

Литература

1. Тайц Н. Ю., Розенгарт Ю. И. Методические нагревательные печи. 2-е изд., М.: Металлургиздат, 1964.
2. Зобнин Б. Ф. Нагревательные печи (теория и расчет). М.: Машиностроение, 1964.
3. Справочник конструктора печей прокатного производства / А. Л. Бергауз, В. Л. Гусовский и др. М.: Металлургия. Т. 1. 1970.
4. Теплотехнические расчеты металлургических печей. 2-е изд. / Под ред. А. С. Телегина. М.: Металлургия, 1982.
5. Ростковский С. Е. Передача тепла излучением при противотоке (к теории методических нагревательных печей) // Теплотехника слитка и печей: Тр. ЦНИИЧМ. М.: Металлургиздат. Вып. 2 (5). 1953.
6. Иванцов Г. П. Нагрев металла (теория и методы расчета). Свердловск; М.: Металлургиздат, 1948.
7. Кавадеров А. В. Тепловая работа пламенных печей. М.: Металлургиздат, 1956.
8. Кавадеров А. В., Блохин Е. П., Самойлович Ю. А. Расчет нагрева массивных тел при постоянной температуре излучателя // Сб. тр. Нагрев металла и работа нагревательных печей. Свердловск, 1960. №6.
9. Кавадеров А. В., Самойлович Ю. А. О расчетах нагрева массивных тел излучением // Сб. тр. Горение, теплообмен и процессы нагрева металла в печах. Свердловск, 1963. №10.