

The article gives analytical solution to the ingot solidification problem based on the "equivalent sources method". Accuracy and correctness of the obtained final relations are proved.

Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, И. А. ТРУСОВА,
О. В. ДУБИНА, Днепродзержинский государственный технический университет,
БГПА, Криворожский металлургический комбинат

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ КРУПНЫХ СТАЛЬНЫХ СЛИТКОВ

УДК 621.746

Из ряда нелинейных задач теплопереноса наибольший интерес представляют задачи при наличии подвижных границ раздела фаз (затвердевание и охлаждение стальных слитков и заготовок). В [1—3] приведены аналитические способы расчетов процессов затвердевания, основанные на интегральных методах и методе конформных отображений. В данной работе исследование тепловых процессов затвердевания крупного слитка осуществлено на базе "метода эквивалентных источников" (МЭИ), хорошо зарекомендовавшем себя при решении широкого класса как линейных, так и нелинейных краевых задач теплопроводности (например, [4, 5]).

Математическую модель затвердевания цилиндрического слитка (рисунок) запишем в безразмерном виде:

$$\frac{1}{1-\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1-\xi) \frac{\partial \theta_j}{\partial \xi} \right] = K_a^{2-j} \frac{\partial \theta_j}{\partial \tau}, \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = Bi_1 \theta_1(0, \tau), \quad \theta_j(\xi, \tau) \Big|_{\xi=l(\tau)} = 1, \quad \left. \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0, \quad (2)$$

$$K_a Ko l(\tau) = \sum_{j=1}^2 (K_\lambda K_T)^{j-1} \left. \frac{\partial \theta_j}{\partial \xi} \right|_{\xi=l(\tau)}, \quad \theta_2(\xi, \tau_\phi^0) = \varphi(\xi), \quad (3)$$

где индекс j принимает значение 1 для затвердевшей оболочки и 2 — для жидкой сердцевины;

$$\theta_1(\xi, \tau) = \frac{T_1(\xi, \tau) - T_c}{T_\phi - T_c}; \quad \theta_2(\xi, \tau) = \frac{T_0 - T_2(\xi, \tau)}{T_0 - T_{лик}}; \quad \xi = \frac{r}{R}; \quad l(\tau) = \frac{L(t)}{R}; \quad \tau = Fo = \frac{a_2 t}{R^2};$$

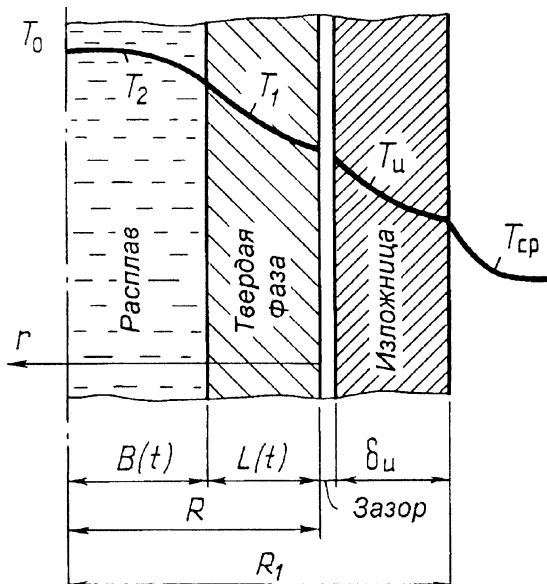


Схема расчета

$Bi_1 = \frac{\alpha_{зав} R}{\lambda_1}$; $Ko = \frac{q_\phi K_\gamma}{c_1(T_\phi - T_c)}$ — число Косовича (затвердевания);

$Po = \frac{q_\phi}{c_2(T_0 - T_{лик})}$ — число Постоляника (перегрева);

$K_\gamma = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$; $K_\lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$; $K_a = \frac{a_2}{a_1}$; $K_T = \frac{T_0 - T_{лик}}{T_\phi - T_c}$;

T_c — температура наружной среды, К; T_ϕ — температура затвердевания (солидуса), К; $T_{лик}$ — температура ликвидуса, К; r — координата, отсчитываемая от внешней поверхности слитка, м; R — полутолщина пластины или радиус цилиндра, шара, м; $L(t)$ — нарастающая толщина твердой корки слитка, м; t — время, ч; q_ϕ — скрытая теплота затвердевания, Дж/кг; $\alpha_{зав}$ — коэффициент теплообмена в зазоре между изложницей и слитком, Вт/(м²·К).

Поскольку при данной постановке задачи конвективным перемешиванием расплава пренебрегаем, то функцию $\varphi(\xi)$ в

выражении (3) находим как решение задачи теплопроводности с граничным условием III рода:

$$\varphi(\xi) = 1 - \frac{\text{Bi}_n}{2K_T} [1 - (1 - \xi)^2],$$

где $\text{Bi}_n = \frac{\alpha_\Sigma^H R}{\lambda_1}$; α_Σ^H — коэффициент теплообмена (суммарный) со стороны наружной поверхности изложницы, Вт/(м²·К).

Решение задачи (1) – (3) с использованием МЭИ имеет вид.

Распределение температуры в затвердевшем слое слитка:

$$\theta_1(\xi, \tau) = \theta_1^*(\xi, l) \left\{ 1 - \frac{V(l) [1 - \Phi(\xi, l) / \theta_1^*(\xi, l)]}{\text{Ko} [1 + \omega_1(l) + \omega_2(l)]} \right\}, \quad (4)$$

где

$$\theta_1^*(\xi, l) = \frac{(1 - m) + \text{Bi}_1 [1 - (1 - \xi)^{1-m}]}{(1 - m) + \text{Bi}_1 \{1 - [1 - l(\tau)]^{1-m}\}}; \quad \Phi(\xi, l) = \frac{2 + \text{Bi}_1 \xi (2 - \xi)}{2 + \text{Bi}_1 l(\tau) [2 - l(\tau)]};$$

$$V(l) = \frac{\text{Ko} \omega_1(l)}{\{1 + m[1 - l(\tau)]\} l(\tau)} \frac{1 + \frac{\text{Bi}_1 l(\tau) [1 - l(\tau)]}{2[3 + \text{Bi}_1 l(\tau)]}}{1 + \frac{\text{Bi}_1 l(\tau) [1 - l(\tau)]}{2 + \text{Bi}_1 l(\tau)}};$$

$$\omega_1(l) = \frac{2(1 - m) \text{Bi}_1 [3 + \text{Bi}_1 l(\tau)] \{1 + m[1 - l(\tau)]\} [1 - l(\tau)]^{1-m} l(\tau)}{3(1 + m) \text{Ko} [2 + \text{Bi}_1 l(\tau)] \{(1 - m) + \text{Bi}_1 - \text{Bi}_1 [1 - l(\tau)]^{1-m}\}};$$

$$\omega_2(l) = \frac{4[1 - l(\tau)]}{3(1 + m) \text{Po}}.$$

Положение фронта кристаллизации $l(\tau)$ в момент времени τ определяется следующей зависимостью:

$$H_*(l) [1 + \beta_1(l) + \beta_2(l)] = \frac{\tau - \tau_\Phi^0}{K_a \text{Ko}}, \quad (5)$$

где

$$H_*(l) = \frac{2 + \text{Bi}_1}{2(1 + m) \text{Bi}_1} \left\{ 1 - \frac{2(1 - m + \text{Bi}_1) [1 - l(\tau)]^{1+m} - (1 + m) \text{Bi}_1 [1 - l(\tau)]^2}{(1 - m)(2 + \text{Bi}_1)} \right\};$$

$$\beta_1(l) = \frac{4[2m + (1 + m) \text{Bi}_1]}{3 \text{Ko} \text{Bi}_1^2} \left\{ 1 - \frac{2(1 - m + \text{Bi}_1) [1 - l(\tau)]^{1+m} - (1 + m) \text{Bi}_1 [1 - l(\tau)]^2}{(1 - m)(2 + \text{Bi}_1)} \right\} \times$$

$$\times \left\langle l(\tau) - \frac{2}{\text{Bi}_1} \ln \left[1 + \frac{\text{Bi}_1 l(\tau)}{2} \right] + \frac{\text{Bi}_1 l^2(\tau)}{12(2 + \text{Bi}_1) [2m + (1 + m) \text{Bi}_1]} \left\{ 6[(1 + m) \text{Bi}_1^2 - (1 + 2m) \text{Bi}_1 - 2m] + 4 \text{Bi}_1 [m - (1 + 2m) \text{Bi}_1] l(\tau) + 3m \text{Bi}_1^2 l^2(\tau) \right\} \right\rangle;$$

$$\beta_2(l) = \frac{8 \left\{ (1 - m)(3 + \text{Bi}_1) - 3(1 - m + \text{Bi}_1) [1 - l(\tau)]^{2+m} + (2 + m) \text{Bi}_1 [1 - l(\tau)]^3 \right\}}{9 \text{Po} (2 + m) \left\{ (1 - m)(2 + \text{Bi}_1) - 2(1 - m + \text{Bi}_1) [1 - l(\tau)]^{1+m} + (1 + m) \text{Bi}_1 [1 - l(\tau)]^2 \right\}}.$$

Продолжительность полного затвердевания слитка находим по выражению

$$\bar{\tau}_\phi = \tau_\phi - \tau_\phi^0 = \tau_\phi^* (1 + \bar{\beta}_1 + \bar{\beta}_2), \quad (6)$$

где

$$\tau_\phi^* = \frac{(2 + Bi_1) K_a K_o}{2(1 + m) Bi_1};$$

$$\bar{\beta}_1 = \frac{4}{3KoBi_1^2(2 + Bi_1)} \left\{ \left[(1 + m)Bi_1^2 + 2(1 + 2m)Bi_1 + 4m \left[1 - \frac{2}{Bi_1} \ln \left(1 + \frac{Bi_1}{2} \right) \right] \right] + \frac{Bi_1}{12} \left[(2 + m)Bi_1^2 - 2(3 + 4m)Bi_1 - 12m \right] \right\};$$

$$\bar{\beta}_2 = \frac{8(3 + Bi_1)}{9(2 + m)(2 + Bi_1)Po}.$$

Продолжительность охлаждения перегретого расплава τ_ϕ^0 до момента начала процесса кристаллизации рассчитывается следующим образом:

$$\tau_\phi^0 = \frac{1}{3(1 + m)Bi_2} \left\{ \left(1 + \frac{Bi_2}{4} \right) - \frac{2 + 3Bi_2 + Bi_2^2}{Bi_2} \ln \left(1 + \frac{Bi_2}{2} \right) + (3 + Bi_2) \ln(1 + K_T) \right\}.$$

С использованием приведенной методики осуществлен тестовый пример по определению продолжительности затвердевания цилиндрической латунной отливки в тонкостенной медной изложнице (по данным А. И. Вейника [6]). При исходных данных $2R = 0,15$ м; $T_0 = 1413$ К; $T_\phi = 1208$ К; $T_c = 293$ К А. И. Вейником получена продолжительность полного затвердевания $\tau_{затв} = 0,0386$ ч. При расчете по формуле (6) имеем $\tau_{затв} = 0,0376$ ч. Таким образом, очевидно, что расхождение составляет 2,6% и является вполне допустимым для инженерных расчетов.

В дальнейшем произведен расчет времени полного затвердевания 8-тонного бьюмингового слитка, разливаемого в условиях Днепровского металлургического комбината им. Дзержинского. Исходные данные: Сталь 45; размеры слитка — $0,734 \times 0,655$ м; толщина стенки изложницы — 0,37 м; начальная температура расплава $t_0 = 1530$ °С; температура ликвидуса $t_{лик} = 1490$ °С; температура солидуса $t_{сол} = t_\phi = 1420$ °С; температура подогрева изложницы $t_{н}^0 = 150$ °С; температура окружающего воздуха $t_c = 30$ °С. Расчетное время полного затвердевания 8-тонного бьюмингового слитка составляет 2,76 ч, по данным промышленных экспериментов [7] имеем $\tau_{затв} = 2,75$ ч. Расхождение расчетных и экспериментальных данных в конкретном случае составляет 0,4%, что дает основание рекомендовать данную методику для расчетов процессов затвердевания и охлаждения слитков и заготовок.

В заключение отметим, что предложенные формулы для практических расчетов процессов затвердевания (4)—(6) представляется возможным выразить в графическом виде, что значительно упрощает методику расчета.

Литература

1. Самойлович Ю. А., Тимошпольский В. И. Расчеты затвердевания отливок цилиндрической формы по методу Лейбсзона // ИФЖ. 1987. Т. 52, № 3.
2. Тимошпольский В. И. Теплотехнологические основы металлургических процессов и агрегатов высшего технического уровня. Мн.: Наука і техника, 1995.
3. Тимошпольский В. И., Трусова И. А., Бродский С. С., Дубина О. В. Аналитические способы расчетов процесса затвердевания слитков и заготовок // Литье и металлургия. 1999. № 4.
4. Постольник Ю. С. Приближенное исследование процесса симметричного затвердевания отливок при конвективном охлаждении // Изв. вузов. Черная металлургия. 1976. № 6.
5. Постольник Ю. С. Аналитический расчет температурного поля затвердевающей отливки // Изв. вузов. Машиностроение. 1973. № 1.
6. Вейник А. И. Теория затвердевания отливки. М.: Mashgiz, 1960.
7. Анисимов Л. А., Тимошпольский В. И., Трусова И. А. и др. Совершенствование режимов нагрева слитков в регенеративных колодцах бьюминга 1150 // Сталь. 1999. № 7.