

коэффициентом контактного теплообмена, величина которого зависит от агрегатного состояния отливки: для условий контакта с расплавом, с коркой и затвердевшей отливкой.

На поверхности контакта ленты с колесом принимались граничные условия третьего рода с постоянным коэффициентом контактного теплообмена.

На внешней поверхности ленты и внутренней поверхности колеса принимались граничные условия третьего рода с коэффициентами конвективного теплообмена, постоянными для каждой из зон охлаждения ленты и колеса. На внешних боковых поверхностях ленты и колеса учитывался теплообмен с воздухом.

Начало координат принимали на пересечении оси симметрии $x = 0$ и оси $r = R_b$, где R_b — внутренний радиус колеса (рисунок, б).

Математическая модель теплообмена при формировании отливки имеет следующий вид:

уравнение теплопроводности системы тело — колесо, отливка, лента:

$$\rho_{1,2,3} c_{1,2,3} \frac{\partial T_{1,2,3}}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{1,2,3}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1,2,3}}{\partial r} \right) + \lambda_{1,2,3} \frac{\partial^2 T_{1,2,3}}{\partial x^2}, \quad (1)$$

начальные условия

$$T_1|_{\tau=0} = T_{\text{кол}}, \quad T_2|_{\tau=0} = T_{\text{зал}}, \quad T_3|_{\tau=0} = T_{\text{лнт}}. \quad (2)$$

Граничные условия вдоль оси Ox :

в зоне I формирования отливки (рисунок, б, расчетные области 1, 2, 3):

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_k-\delta_1} = \alpha_{1,c} (T_1 - T_{c1}) \Big|_{r=R_k-\delta_1}, \quad (3)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_k-\delta_2} = \alpha_{1,2} (T_1 - T_2) \Big|_{r=R_k-\delta_2} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_k-\delta_2}, \quad (4)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_k} = \alpha_{2,3} (T_2 - T_3) \Big|_{r=R_k} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=R_k}, \quad (5)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=R_k+\delta_3} = \alpha_{3,c} (T_3 - T_{c3}) \Big|_{r=R_k+\delta_3}; \quad (6)$$

в зоне II контакта колеса с лентой (рисунок, б, расчетные области 1, 3):

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_k-\delta_1} = \alpha_{1,c} (T_1 - T_{c1}) \Big|_{r=R_k-\delta_1}, \quad (7)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_k} = \alpha_{1,3} (T_1 - T_3) \Big|_{r=R_k} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=R_k}, \quad (8)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=R_k+\delta_3} = \alpha_{3,c} (T_3 - T_{c3}) \Big|_{r=R_k+\delta_3}; \quad (9)$$

граничные условия вдоль оси Ox :

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (10)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0,5l_k} = \alpha_b (T_1 - T_b) \Big|_{x=0,5l_k}, \quad (11)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0,5l_{II}} = \alpha_{1,2} (T_1 - T_2) \Big|_{x=0,5l_{II}} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0,5l_{II}}, \quad (12)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=0,5l_k} = \alpha_b (T_3 - T_b) \Big|_{x=0,5l_k}, \quad (13)$$

где $T_{\text{кол}}$, $T_{\text{зал}}$, $T_{\text{лнт}}$ — соответственно начальные температуры колеса, расплава и ленты; $\alpha_{1,c}$, $\alpha_{3,c}$ — коэффициенты конвективного теплообмена на внутренней поверхности колеса и внешней поверхности ленты с внешней средой; $\alpha_{1,2}$, $\alpha_{2,3}$ — соответственно коэффициенты контактного теплообмена между отливкой и колесом, отливкой и лентой.

Математическая модель охлаждения рабочего колеса в зоне Φ_3 представлена следующей системой уравнений: уравнение теплопроводности:

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \frac{\lambda_1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}. \quad (14)$$

Граничные условия вдоль оси Ox :

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_k-\delta_1} = \alpha_{1,c} (T_1 - T_{c1}) \Big|_{r=R_k-\delta_1}, \quad (15)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_k-\delta_2} = \alpha_b (T_1 - T_b) \Big|_{r=R_k-\delta_2}, \quad (16)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_k} = \alpha_b (T_1 - T_b) \Big|_{r=R_k}; \quad (17)$$

граничные условия вдоль оси Ox :

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (18)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0,5l_k} = \alpha_b (T_1 - T_b) \Big|_{x=0,5l_k}, \quad (19)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0,5l_{II}} = \alpha_b (T_1 - T_b) \Big|_{x=0,5l_{II}}. \quad (20)$$

Предполагается, что лента успевает охладиться на воздухе к моменту входа в контакт с расплавом до температуры, равной начальной $T_{\text{лнт}}$.

Для описания процесса затвердевания используется метод "размазывания" фронта фазового перехода, основанный на введении фиктивного интервала затвердевания в окрестности температуры кристаллизации. Этот метод позволяет уйти от прямого решения задачи Стефана для чистых металлов и узкоинтервальных сплавов [1]. При этом вместо c_2 вводится эффективная теплоемкость:

$$c_3(T_2) = \begin{cases} c_T = (T_2), & T_2 < T_c, \\ c_T = (T_2) - L \frac{\partial \psi}{\partial T_2}, & T_c \leq T_2 \leq T_n, \\ c_{ж} = (T_2), & T_2 > T_n, \end{cases} \quad (21)$$

где $c_T(T_2)$, $c_{ж}(T_2)$ — теплоемкость твердой и жидкой фаз отливки; $\partial \psi / \partial T_2$ — темп кристаллизации; ψ — доля твердой фазы в двухфазной зоне (по квазиравновесной модели); L — скрытая теплота кристаллизации.

Уравнения теплопроводности (1), (14) решали методом конечных разностей с использованием неявной схемы. Температурные поля определяли на основе метода прогонки [2, 3].

Толщина затвердевшей отливки в каждый момент времени определялась путем отслеживания положения солидуса по каждому из расчетных направлений (Ox и Oy).

Разработана программа POLOSA II, которая реализует математическую модель (1) — (21) и позволяет:

- 1) проследить динамику процесса затвердевания поперечного сечения полосы при меняющихся условиях теплообмена;
- 2) провести анализ температурных полей отливки, колеса и ленты в процессе формирования отливки и охлаждения кристаллизатора;
- 3) определить время снятия перегрева, появления корки, полного затвердевания отливки;
- 4) для любого момента времени найти долю корки в сечении отливки, а также долю твердой фазы в объеме двухфазной зоны;
- 5) определить скорость охлаждения отливки;
- 6) исследовать кинетику фронта затвердевания отливки на рабочих поверхностях в графическом режиме ПЭВМ.

Литература

1. Самойлович Ю. А. Формирование слитка. М.: Металлургия, 1978.
2. Калинин Н. М. Численные методы. М.: Наука, 1978.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1997.

