



There are offered the integral characteristics of the thermostressed state of detail, built on the thermoelasticity parameters (relative and shear deformations, direct and tangential stresses) and proportion of detail elements. Computer calculations of three-dimensional deformations and stresses of the detail «Bowl» with the transient spatial sizes are made on the basis of balance and thermal conduction equations.

О. И. ЧИЧКО, В. Ф. СОБОЛЕВ, Белорусский национальный технический университет

О НОВЫХ МЕТОДАХ КОМПЬЮТЕРНЫХ САМ ДЛЯ АНАЛИЗА НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ДЕТАЛЕЙ, ПОДВЕРГНУТЫХ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

УДК 669.27:519

Известно, что процесс термической обработки сопровождается развитием деформаций и напряжений, различающихся в пространственных точках детали. Чем сложнее пространственная конфигурация детали, тем сложнее физическая картина термонапряжений, которую необходимо учитывать разработчикам технологического процесса. В связи с этим большую роль приобретают методы компьютерного моделирования, позволяющие оптимизировать термические режимы обработки детали. Для моделирования напряжений и деформаций в промышленной детали используются сеточные методы, с помощью которых можно проследить эволюцию деформаций любого пространственного элемента детали. Развитие вычислительных методов и компьютеров с большой оперативной и дисковой памятью открывает новые возможности в расчетах термонапряжений сложных пространственных деталей. Однако системный анализ напряжений требует не только качественного (что обеспечивается визуализацией полей напряжений) и количественного анализов, но и новых интегральных методов сравнения термонапряженных состояний. В качестве характеристик для таких методов предлагается использовать функции распределения элементов детали по деформациям и напряжениям, которые вычисляются на основе полей термонапряжений.

Целью настоящей работы является компьютерный расчет деформаций и напряжений пространственной детали типа "Вал", охлаждаемой во внешней среде, и определение на этой основе интегральных характеристик термонапряженного состояния.

Для моделирования характеристик термоупругости детали была использована система уравнений, включающая в себя деформации, напряжения и температуры для сплошной среды [1-3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sigma_x = E \epsilon_x = \frac{E}{(1+\alpha)\theta} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \alpha \theta \right) \\ \sigma_y = E \epsilon_y = \frac{E}{(1+\alpha)\theta} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \alpha \theta \right) \\ \sigma_z = E \epsilon_z = \frac{E}{(1+\alpha)\theta} \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \alpha \theta \right) \\ \tau_{xy} = G \gamma_{xy} = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \varphi_z \right) \\ \tau_{yx} = G \gamma_{yx} = G \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \varphi_z \right) \\ \tau_{yz} = G \gamma_{yz} = G \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \varphi_x \right) \\ \tau_{zy} = G \gamma_{zy} = G \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x \right) \\ \tau_{zx} = G \gamma_{zx} = G \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y \right) \\ \tau_{xz} = G \gamma_{xz} = G \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \varphi_y \right) \end{cases} \quad (3)$$

где $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ — нормальные деформации по осям x, y, z ; $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{xz}$ — тангенциальные деформации; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — нормальные напряжения элементов структуры по осям x, y, z ; $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{yx}, \gamma_{zy}, \gamma_{xz}$ — тангенциальные напряжения; u, v, w — перемещения точек среды по осям x, y, z ; ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z — тангенсы углов поворота точек среды вокруг своей оси в плоскостях x, y, z ; E — модуль Юнга; G — модуль сдвига; θ — остаточная температура; α — коэффициент линейного расширения.

Поле температур вычислялось на основе нестационарного уравнения теплопроводности, учитывающего тепловыделения вблизи температур фазовых превращений:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{c(T)\rho} \left(\frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} + F \right) \quad (4)$$

где τ — время; x, y, z — декартовы координаты; ρ — плотность материала; T — температура; $\lambda(T)$ — коэффициент теплопроводности материала; $c(T)$ — удельная теплоемкость материала; F — функция объемной плотности мощности выделения теплоты при изменении структуры кристалла (фазового перехода) [4].

Системы уравнений (1)–(2) описывают трехмерное распределение напряжений и деформаций при охлаждении детали, система (3) — среду Гука, а уравнение (4) определяет распределение температур. Причем остаточную температуру находили из состояния теплового поля:

$$\theta = T - T_0, \quad (5)$$

где T_0 — температура начала моделирования.

В качестве объекта исследования были выбраны детали с различной толщиной стенок. Каждая из этих деталей была предварительно нагрета до $T=1100^\circ\text{C}$ и помещена в масло с $T=20^\circ\text{C}$. Для каждой из этих деталей проводили компьютерный расчет возникающих термических напряжений и деформаций. Учитывая, что в качестве материала детали была выбрана сталь, то, кроме термических напряжений, в ней возникали структурные превращения, характеризующиеся переходом аустенита в мартенсит и аустенита в перлит.

Деталь как геометрический объект состояла из трех полых цилиндров, соединенных между собой (рис. 1, а). Для первой детали (малый вал) разность между внешним и внутренним радиусами малого цилиндра составляла 6 мм. Его длина равнялась 30 мм. Разность между внешним и внутренним радиусами среднего цилиндра составляла 16 мм, а длина — 15 мм. Внутренний радиус у обоих цилиндров составлял 4 мм. У третьего цилиндра внутренний радиус равен 8 мм, а внешний — 15 мм при длине 25 мм. Для второй детали (средний вал) величины всех внешних радиусов были увеличены на 6 мм и они соот-

ветственно стали равными 16, 26 и 21 мм при сохраненных величинах внутренних радиусов и длин цилиндров. У третьей детали толщина стенок была увеличена еще на 6 мм, в результате чего величина внешних радиусов цилиндров стала равной соответственно 22, 32 и 27 мм.

В качестве начальных условий для детали использовали $T=1100^\circ\text{C}$, а в качестве температуры среды (масло) принималась температура $T_0=20^\circ\text{C}$. При расчете полей деформаций и напряжений были приняты следующие граничные условия: $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = 0$, $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{xz} = 0$. Температурные зависимости теплопроводности, теплоемкости, коэффициента термического расширения, модуля Юнга, модуля сдвига, плотности для стали 95X18 были взяты из [5].

Моделируемое пространство было разбито с помощью равномерной сетки на кубические элементы, количество которых изменялось в зависимости от размера вала: для малого вала использовалось $31 \times 31 \times 32 = 30\,752$ элемента, для среднего — $33 \times 33 \times 28 = 30\,492$ элемента, для большого — $34 \times 34 \times 25 = 28\,900$ элементов. В зависимости от его пространственного расположения каждому элементу присваивали физические свойства (теплопроводность, теплоемкость, плотность, коэффициенты сдвига, расширения, вязкость и т. д.).

Численное моделирование проводили в два этапа. На первом этапе, используя конечно-разностное представление формул (4), вычисляли изменяющиеся во времени поля температур внутри детали. На втором этапе, используя конечно-разностное представление формул (1)–(3), определяли поля деформаций и напряжений [6] для полученного температурного распределения.

Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2 и в табл. 1, 2. На основе этих данных были получены следующие функциональные зависимости: $E_i = f(x, y, z, \tau)$, где $i = x, y, z$, $\sigma_i = f(x, y, z, \tau)$, $i = x, y, z$ (E_i, σ_i — относительные деформации и напряжения для i -й координаты); $\sigma(+), \sigma(-) = f(x, y, z, \tau)$, где $\sigma(+)$ и $\sigma(-)$ — соответственно напряжения растяжения и сжатия; $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{yx}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{zy} = f(x, y, z, \tau)$ — относительные тангенциальные деформации; $\sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yx}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{zy} = f(x, y, z, \tau)$ — тангенциальные напряжения в различных плоскостях; $T = f(x, y, z, \tau)$ — распределение температур в детали. Для перечисленных зависимостей были условно выделены три промежутка времени $\tau = 10, 20$ и 30 с после начала охлаждения, для которых производили анализ изменения термоупругих характеристик деталей.

Анализ функциональных зависимостей для характеристик термонапряженного состояния показал, что одним из эффективных параметров, описывающих состояние детали, является распределение числа элементов детали для перечисленных выше характеристик. Поэтому на следующем этапе для фиксированного временного промежутка ($\tau = \text{const}$)

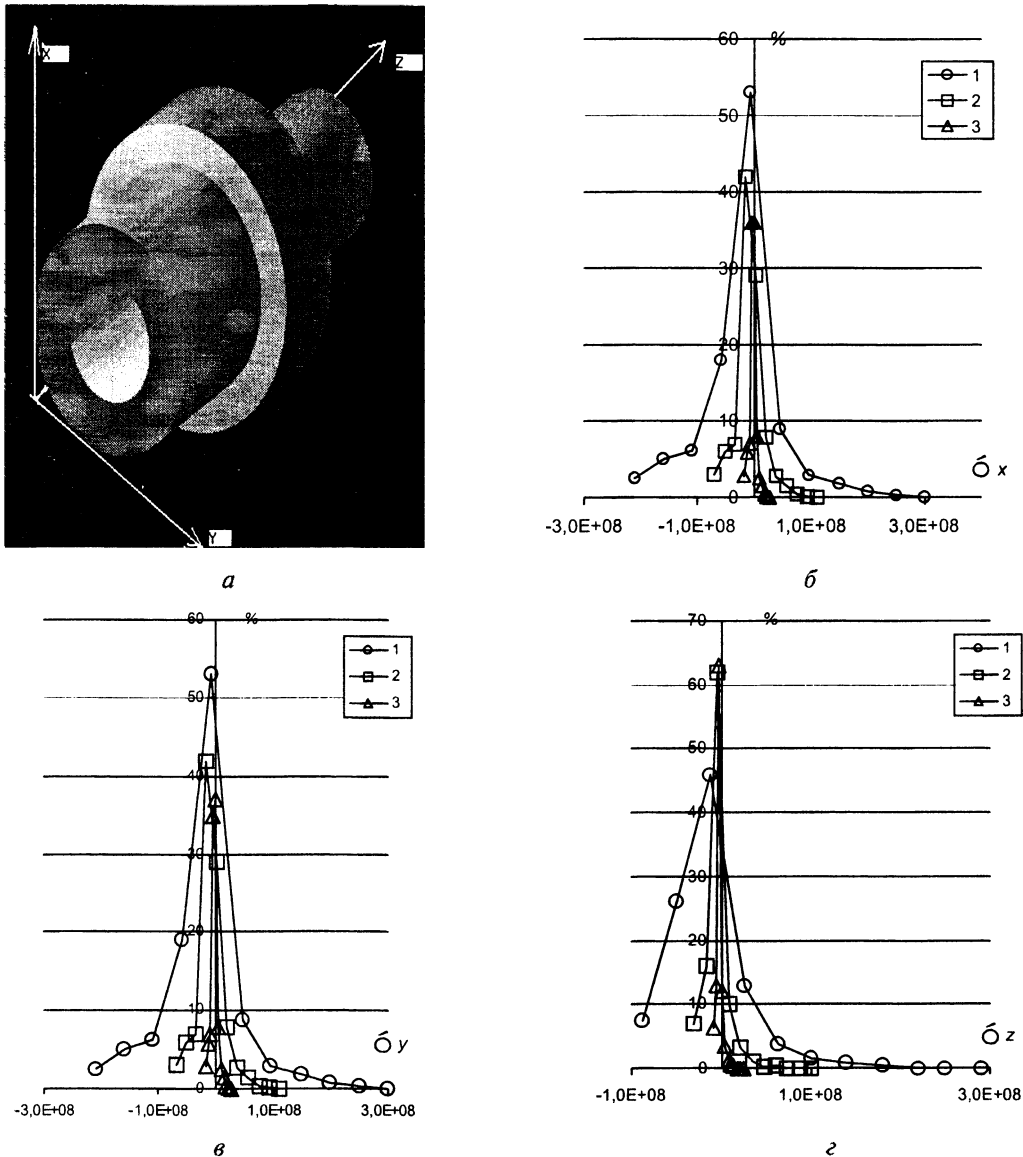


Рис. 1. Расчетное распределение количества элементов вала (а) из стали по компонентам напряжений (б, в, з) для различных времен охлаждения в масле: 1 — $\tau=10$ с; 2 — 20; 3 — 30 с

были рассчитаны зависимости $N_{iPx} = f(P_x)$ (N_{iPx} — число элементов детали, имеющих значения, принадлежащие интервалу $[P_x^{\min}, P_x^{\max}]$). Величины параметров P_x соответствуют $E_x, \sigma_x, \gamma_{ij}, \tau_{ij}$. Таким образом, была сформирована матрица для всех характеристик деформаций и напряжений, строками которой являлись характеристики термонапряженного состояния в различных интервалах. Например, деформация E_x разбивалась на десять интервалов в промежутке $[E_x^{\min}, E_x^{\max}]$, и для каждого промежутка подсчитывалось количество элементов детали. Этим самым конкретному промежутку P_x по физическому параметру ставилось в соответствие значение числа элементов (табл. 1).

На рис. 1, б–г представлены относительные распределения числа элементов по напряжениям $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ для различных временных промежутков. Кривые носят ярко выраженный гауссовый характер с несимметричными ветвями в стороны положительных и отрицательных напряжений. Увеличе-

ние времени охлаждения для всех трех компонентов уменьшает ширину пиков $N_x = f(\tau_x), N_y = f(\tau_y), N_z = f(\tau_z)$ и смещает максимум кривой распределения к нулю.

На рис. 2 показаны сжимающие и растягивающие напряжения для малого, среднего и большого валов. Как видно из рис. 2, а, кривая распределения элементов вала для напряжения растяжения проходит выше для большого вала по сравнению с малым и средним. Причем эта картина не изменяется с увеличением времени охлаждения (рис. 2, в). При этом растет число элементов, имеющих малые деформации. В то же время для напряжений сжатия (рис. 2, б, з) кривая распределения для валов носит более сложный характер. При этом распределение числа элементов отклоняется от закона гиперболы для большого вала, что приводит к небольшому максимуму на кривой $N = f(\sigma(-))$. Для малых времен охлаждения ($\tau = 10$ с) (рис. 2, б) характер зависимостей

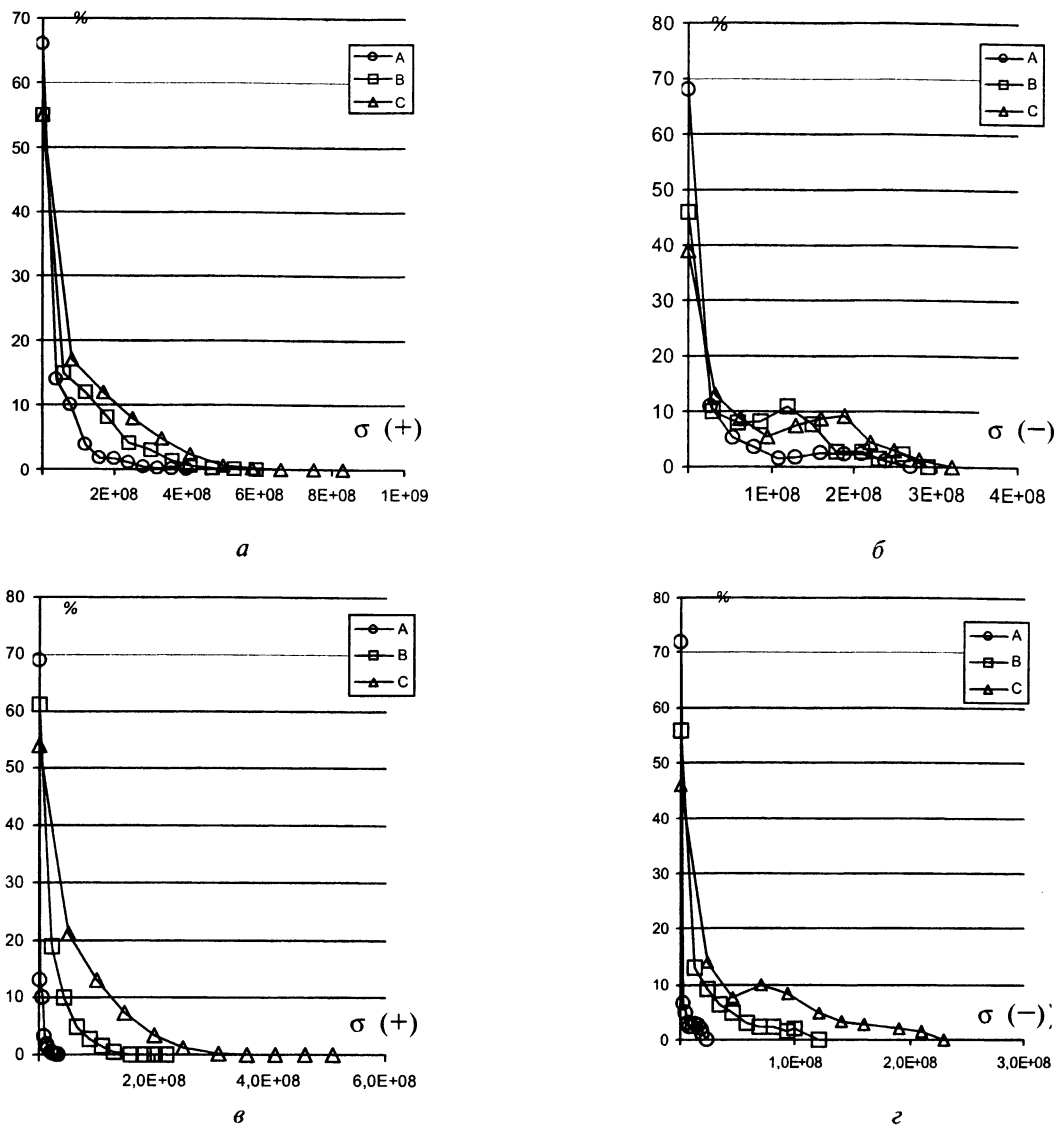


Рис. 2. Расчетные распределения количества элементов валов с различными диаметрами (A — малый вал; B — средний вал; C — большой вал) по растягивающим и сжимающим напряжениям для различных времен охлаждения: а, б — $\tau = 10$ с; в, г — $\tau = 30$ с

Таблица 1. Расчетное распределение относительной деформации в деталях "Вал" по количеству элементов для времени охлаждения $\tau = 30$ с

Тип вала	$E_{1-}, \times 10^{-6}$	%	$E_{2-}, \times 10^{-6}$	%	$E_{3-}, \times 10^{-6}$	%	$E_{4-}, \times 10^{-6}$	%	$E_{5-}, \times 10^{-6}$	%
A	-92,00	2,8	-92,00	2,8	-42,00	6,4	0,00	69	0,00	72
	-69,00	5,9	-69,00	5,8	-25,00	13	18,00	14	12,00	6,5
	-46,00	6,9	-46,00	6,9	-8,80	63	37,00	10	24,00	4,9
	-23,00	35	-23,00	34	7,90	12	55,00	3,3	36,00	3
	0,64	37	0,58	38	25,00	3,6	74,00	1,6	47,00	2,2
	24,00	8	24,00	8	41,00	1,3	92,00	1,2	59,00	2,3
	47,00	2,5	47,00	2,5	58,00	0,59	110,00	0,57	71,00	2,8
	70,00	1,5	70,00	1,5	75,00	0,37	130,00	0,29	83,00	2,6
	94,00	0,39	94,00	0,4	91,00	0,031	150,00	0,24	95,00	2,1
120,00	0,14	120,00	0,14	110,00	0,059	170,00	0,09	110,00	1,1	

Таблица 1. Продолжение

B	-510,00	2,6	-510,00	2,6	-320,00	11	0,00	61	0,00	57
	-380,00	5,4	-380,00	5,4	-190,00	21	120,00	20	67,00	13
	-260,00	7,5	-260,00	7,6	-66,00	40	240,00	10	130,00	8,9
	-130,00	31	-130,00	30	62,00	19	370,00	4,7	200,00	6,5
	-5,50	39	-5,80	39	190,00	4,6	490,00	2,4	270,00	4,4
	120,00	9,4	120,00	9,4	320,00	2,5	610,00	1,5	330,00	2,9
	250,00	3,1	240,00	3,1	440,00	0,99	730,00	0,42	400,00	2,2
	370,00	1,5	370,00	1,5	570,00	0,53	860,00	0,086	470,00	2,5
	500,00	0,83	490,00	0,83	700,00	0,37	980,00	0,09	530,00	1,4
	620,00	0,34	620,00	0,37	820,00	0,11	1100,00	0,05	600,00	1,9
C	-1100,00	2,9	-1100,00	2,9	-1000,00	8,4	0,00	54	0,00	49
	-830,00	6,9	-830,00	6,8	-650,00	20	310,00	22	160,00	12
	-540,00	14	-540,00	14	-270,00	38	620,00	13	320,00	10
	-250,00	35	-260,00	35	110,00	21	940,00	6,8	490,00	8,1
	33,00	24	31,00	24	490,00	7,4	1200,00	3,2	650,00	7,4
	320,00	11	320,00	11	870,00	3	1600,00	0,59	810,00	4,2
	610,00	4,7	600,00	4,7	1300,00	1,3	1900,00	0,21	970,00	2,9
	890,00	1,6	890,00	1,6	1600,00	0,52	2200,00	0,12	1100,00	2,2
	1200,00	0,7	1200,00	0,69	2000,00	0,18	2500,00	0,076	1300,00	2
	1500,00	0,18	1500,00	0,19	2400,00	0,035	2800,00	0,017	1500,00	1,6

Таблица 2. Значения интегральных характеристик (S_{P_k}) термонапряженных состояний малого (A), среднего (B) и большого (C) валов для разных времен охлаждения

Обозначение P_k	$S_{P_k}(\tau = 10 \text{ c})$			$S_{P_k}(\tau = 30 \text{ c})$		
	A	B	C	A	B	C
$E_{xy} \times 10^{-3}$	-18,947	-26,646	-36,455	-1,295	-6,489	-15,514
$E_{yz} \times 10^{-3}$	-18,864	-26,577	-34,727	-1,266	-6,417	-15,873
$E_{zx} \times 10^{-3}$	-10,291	-24,462	-40,461	-0,839	-6,211	-20,148
$E(+), \times 10^{-3}$	16,766	44,651	63,822	1,184	9,154	26,957
$E(-), \times 10^{-3}$	18,830	44,781	66,248	1,278	9,410	27,534
$\sigma_{xy} \times 10^{-9}$	-2,214	-3,650	-3,989	-0,246	-1,154	-2,262
$\sigma_{yz} \times 10^{-9}$	-2,250	-3,662	-3,997	-0,242	-1,145	-2,277
$\sigma_{zx} \times 10^{-9}$	-1,565	-3,058	-4,259	-0,164	-1,116	-2,798
$\sigma(+), \times 10^{-9}$	2,934	6,648	8,428	0,226	1,695	4,619
$\sigma(-), \times 10^{-9}$	2,858	6,000	7,712	0,243	1,694	4,334
γ_{xy}	-0,649	-0,683	-0,560	-0,186	-0,889	-1,050
γ_{yz}	-1,725	-1,488	-0,556	-1,927	-1,995	-1,765
γ_{yx}	-2,047	-1,017	-1,075	-3,375	-1,829	-2,134
γ_{zy}	-3,553	-2,836	-2,068	-3,950	-4,049	-3,414
γ_{zx}	-0,013	-0,022	-0,028	-0,001	-0,006	-0,013
γ_{xz}	-0,019	-0,031	-0,045	-0,001	-0,008	-0,021
$\tau_{xy} \times 10^{12}$	-45,039	-34,946	-27,992	-11,610	-46,502	-57,618
$\tau_{yz} \times 10^{12}$	-122,890	-76,177	-13,799	-142,830	-119,170	-97,751
$\tau_{zx} \times 10^{12}$	-190,690	-63,583	-46,053	-250,650	-137,370	-108,060
$\tau_{yx} \times 10^{12}$	-244,690	-137,960	-15,701	-290,910	-226,570	-185,610
$\tau_{zy} \times 10^{12}$	-0,767	-0,772	-0,828	-0,079	-0,304	-0,532
$\tau_{xz} \times 10^{12}$	-1,213	-1,222	-1,570	-0,100	-0,467	-0,973

$N = f(\sigma(-))$ подобен для большого и среднего вала. Для малого вала максимум кривой распределения более размыт и смещен в сторону больших сжимающих напряжений.

Для всех перечисленных параметров термонапряженного состояния были вычислены интегральные характеристики (табл. 2). Значения интегральных характеристик рассчитывали по формуле:

$$S_{P_x} = \sum_{i=1}^{10} P_{xi} N_i,$$

где N_i — доля элементов детали, для которых физический параметр P_x попадает в интервал $[P_{xi}, P_{xi+1}]$. Фактически S_{P_x} характеризует среднее значение параметра P_x с учетом долевого объема детали. Как видно из таблицы, значения S_{P_x} изменяются для различных валов. Например, переход от вала A к валу B и далее к валу C характеризуется увеличением деформации по компонентам E_x, E_y, E_z . Причем направление этой деформации противоположно положительной оси. Сложный характер зависимости от размера вала имеют тангенциальные деформации по оси OX . Анализируя приведенные характеристики в таблице, можно комплексно оценить напряжение деформированного состояния детали при данном режиме охлаждения. Это значит, что, используя перечисленные характеристики для фиксированных временных промежутков, для различных температурных режимов и сред охлаждения можно выбирать оптимальные технологические режимы, обеспечивающие минимизацию напряженного состояния деталей. Этот подход может быть использован для оценки оста-

точных напряжений в детали после термической обработки.

Выводы

1. На основе уравнений равновесия и теплопроводности с использованием начальных и граничных условий проведены компьютерные расчеты трехмерных деформаций и напряжений (построение тензора напряжений) детали "Вал" с изменяющимися пространственными размерами.

2. Предложены интегральные характеристики термонапряженного состояния детали, построенные на учете величин физических параметров термоупругости (относительные и сдвиговые деформации, нормальные и тангенциальные напряжения) и доли элементов детали, имеющих это значение. Показана "чувствительность" таких характеристик к пространственным параметрам детали.

Литература

1. Боли Б., Уэйнер Дж.. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964.
2. Лурье А. И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Изд-во Техничко-теоретической литературы, 1955.
3. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: Физматгиз, 1963.
4. Чичко А. Н., Яцкевич Ю. В. Новый метод выбора размеров питателей литниковой системы на основе трехмерного компьютерного моделирования // Докл. НАН Беларуси. 1999. №1. С. 130—133.
5. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справ. М.; Л.: Энергия, 1967.
6. Чичко А. Н., Яцкевич Ю. В., Соболев В. Ф. Трехмерное математическое моделирование термонапряженного состояния стальной детали // Литье и металлургия. 2001. № 4. С. 82—84.