Секция 1. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРИБОРЫ, ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА БЕЗОПАСНОСТИ

УДК 004.942

ФИЛЬТРАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ СТАТИСТИЧЕСКОЙ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПОВ САМООРГАНИЗАЦИИ

Артемьев В.М., Наумов А.О.

Институт прикладной физики НАН Беларуси
Минск, Республика Беларусь

Введение. Теория фильтрации случайных процессов при априорно известной статистике разработана достаточно полно, и ее результаты позволяют решать широкий круг задач. В тех случаях, когда априорная статистика известна не полностью, нахождение структур оптимальных фильтров существенно усложняется.

К настоящему времени опубликовано большое число результатов в этом направлении [1, 2], однако общей теории решения проблемы не существует. Среди этих исследований следует отметить направление, где сделана попытка решения задачи фильтрации в самой широкой постановке при практически полном отсутствии априорной информации на основе метода стохастической аппроксимации [3]. Полученные при этом вероятностные рекуррентные алгоритмы оказались слишком универсальными и неработоспособными из-за низкой скорости сходимости решения.

Формулировка задачи. Для решения задачи фильтрации на основе эвристической информации целесообразно использовать понятие самоорганизации в смысле, предложенном Д. Габором [4]. Согласно ему, в основе самоорганизации лежит принцип неокончательных решений. Его сущность в том, что в условиях неопределенности выбирают ряд простейших гипотез о структуре решения, исходя из имеющейся эвристической информации. Таким образом, предполагается наличие нескольких возможных решений с весовой оценкой каждой гипотезы, исходя из результатов текущих измерений. В условиях неопределенности различие между гипотезами невелико и случайно, если их структура неоптимальна, т.е. не соответствует характеристикам входного сигнала. По мере поступления новых результатов измерений структура гипотез (фильтров) должна усложняться, а их весовая оценка должна быть с учетом весов гипотез на предыдущем этапе. В итоге вес гипотезы, наиболее соответствующей характеристикам полезного сигнала будет увеличиваться. Однако, с некоторого этапа этот показатель начнет снижаться, и это говорит о том, что структура оптимального фильтра пройдена. В процессе решения задачи фильтрации должен быть выбран момент остановки поиска структуры, для чего может быть использован пороговый критерий. Результаты фильтрации (оценки) выдаются синхронно с моментами измерений на основе весового взвешивания выходов фильтров.

В начале из эвристических соображений выбирается критерий синтеза и класс структур, внутри которого ищется решение. Выбранный класс упорядочивается по степени сложности структуры, например порядку соответствующего уравнения [5]. Синтез начинается с рассмотрения наиболее простого ряда структур и оценки их качества по выбранному критерию синтеза. Размер этого ряда должен быть широким настолько, чтобы в его составе оказалась структура с наивысшим качеством, т.е. оптимальная на этом этапе синтеза. Вводится еще один критерий отбора структур, по которому выделяется их совокупность из области, близкой к оптимальной структуре, и меньшей по размеру, чем исходная. Для каждого элемента этой области находится соответствующий элемент из следующего, более сложного ряда структур. Для них производится операция, аналогичная описанной, и т.д. Процедура завершается на этапе, когда показатель качества оптимальной структуры будет ухудшаться с ростом числа этапов синтеза, т.е. будет найдена абсолютно оптимальная структура. В описанной процедуре используются эмпирические данные, на основе которых выбирается класс структур, критерии отбора и правило остановки эволюционного процесса.

Выбор класса фильтров. Пусть фильтрации подлежит векторная случайная последовательность $\boldsymbol{x}_k = \left[x_{1k}, x_{2k}, \ldots x_{mk}\right]^T$, где $k = 0,1,2,\ldots$ есть дискретное время, m – размерность вектора. Измерения осуществляются посредством линейного датчика с матрицей $\boldsymbol{H}_k$ размерности $m \times n$, где n – размерность сигнала на выходе датчика. Измерения происходят со случайными ошибками в виде центрированных аддитивных шумов $\boldsymbol{v}_k = \left[v_{1k}, v_{2k}, \ldots v_{nk}\right]^T$, в результате чего вектор измерений $\boldsymbol{z}_k = \left[z_{1k}, z_{2k}, \ldots z_{nk}\right]^T$ имеет вид:

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k . \qquad (1)$$

Считаем, что априорные статистические характеристики воздействий $\boldsymbol{x}_k$ и $\boldsymbol{v}_k$ известны, но, согласно эвристическим данным, дискретный вектор $\boldsymbol{x}_k$ имеет «гладкую» огибающую в смысле возможности ее аппроксимации на достаточно большом числе периодов линейными полиномами. Относительно шумов измерений полагаем, что их спектр значительно шире спектра полезного сигнала.

В условиях априорной статистической неопределенности об условиях работы, наиболее эффективными является подход на основе метода наименьших квадратов. В нем для оценки текущего состояния в виде вектора $\hat{\boldsymbol{x}}_k = \left[\hat{x}_{1k}, \hat{x}_{2k}, \ldots \hat{x}_{mk}\right]^T$ помимо измерений $\boldsymbol{z}_k$ используются экстраполированные значения оценки $\tilde{\boldsymbol{x}}_k^{\upsilon} = \left[\tilde{x}_{1k}^{\upsilon}, \tilde{x}_{2k}^{\upsilon}, \ldots \tilde{x}_{mk}^{\upsilon}\right]^T$, полученные на основе υ предыдущих оценок $\hat{x}_{k-i}$, $i = \overline{1,\upsilon}$. Эти значения непосредственно вводятся в состав критерия оптимальности, что определяет υ-ый порядок фильтра. Квадратичный критерий оптимальной фильтрации имеет вид:

$$J_k(\hat{\boldsymbol{x}}_k) = (1-\alpha)\left(z_k - \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_k\right)^T \left(z_k - \boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_k\right) + \\ +\alpha\left(\hat{\boldsymbol{x}}_k - \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{\upsilon}\right)^T \left(\hat{\boldsymbol{x}}_k - \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{\upsilon}\right). \quad (2)$$

Решение уравнения оптимальности приводит к линейному фильтру наименьших квадратов

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k = \boldsymbol{K}_{1k} \tilde{\boldsymbol{x}}_k^{\upsilon} + \boldsymbol{K}_{0k} \boldsymbol{z}_k \quad (3)$$

с коэффициентами усиления:

$$\boldsymbol{K}_{0k} = (1-\alpha)\left[\alpha \boldsymbol{I} + (1-\alpha)\boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{H}_k\right]^{-1} \boldsymbol{H}_k^T, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{K}_{1k} = \alpha\left[\alpha \boldsymbol{I} + (1-\alpha)\boldsymbol{H}_k^T \boldsymbol{H}_k\right]^{-1}. \quad (5)$$

Величина υ определяет порядок фильтра и с ее ростом сложность фильтра возрастает. Параметр α зависит от неизвестного отношения сигнала к шумам и при постоянной величине υ определяет разнообразие фильтров заданной структуры.

Выбор функции экстраполяции. Функцию экстраполяции $\tilde{x}_k^{\upsilon}$ целесообразно выбирать в классе линейных полиномиальных функций для каждой составляющей. Используем один из методов экстраполяции, основанный на интерполяции последовательности $\hat{x}_{k-\upsilon}; \hat{x}_{k-\upsilon+1}; \hat{x}_{k-1}$ полиномом υ-ой степени на интервале времени от $(k-\upsilon)$ до $(k-1)$. Введем относительное время $\tau = \overline{1,\upsilon}$, при котором $\tau = 1$ соответствует моменту $(k-\upsilon)$; $\tau = 2$ – моменту $(k-\upsilon+1)$ и т.д. до момента $\tau = \upsilon$, соответствующего моменту $(k-1)$. Тогда оценка $\hat{x}_{k-1}$ получит обозначение: $\hat{x}_{k-\upsilon} = \overline{x}_1$; $\hat{x}_{k-\upsilon-1} = \overline{x}_2$; $\ldots \hat{x}_{k-1} = \overline{x}_{\upsilon}$. Экстраполированная оценка, соответствующая моменту $\tau = \upsilon + 1$, примет обозначение $\hat{x}_k = \tilde{\overline{x}}_{\upsilon+1}$.

При сделанных предположениях экстраполированное значение оценки будет равно

$$\tilde{x}_k = f_{\upsilon+1} = c_0 + c_1(\upsilon+1) + \ldots + c_{\upsilon-1}(\upsilon+1)^{\upsilon-1}. \quad (6)$$

Коэффициенты полинома (6) находятся путем решения системы υ линейных уравнений, в матричной форме имеющий вид:

$$\overline{\boldsymbol{x}}^{\upsilon} = \boldsymbol{A}^{\upsilon} \boldsymbol{c}^{\upsilon}, \quad (7)$$

где вектор оценок $\overline{\boldsymbol{x}}^{\upsilon} = \left[\overline{x}_1, \overline{x}_2, \ldots \overline{x}_{\upsilon}\right]^T$ и вектор коэффициентов полинома $\boldsymbol{c}^{\upsilon} = \left[c_0, c_1, \ldots c_{\upsilon-1}\right]^T$.

Матрица Вандермонда $\boldsymbol{A}^{\upsilon}$ размерности $\upsilon \times \upsilon$ имеет вид:

$$\boldsymbol{A}^{\upsilon} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & 2^2 & 2^3 & \cdots & 2^{\upsilon-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ (\upsilon-1) & (\upsilon-1)^2 & (\upsilon-1)^3 & \cdots & (\upsilon-1)^{\upsilon-1} \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Решение уравнения (7) относительно вектора коэффициентов $\boldsymbol{c}^{\upsilon}$ равно:

$$\boldsymbol{c}^{\upsilon} = \left(\boldsymbol{A}^{\upsilon}\right)^{-1} \overline{\boldsymbol{x}}^{\upsilon}. \quad (9)$$

Экстраполированное значение оценки находится из выражения (6).

Заключение. В работе принципы эвристической самоорганизации используются для решения задачи фильтрации дискретных случайных процессов при отсутствии априорных сведений об их статистических характеристиках. Отсутствие априорных данных усложняет решение задачи и делает целесообразным использование принципов самоорганизации, поскольку структура и параметры фильтра находятся из эвристических данных и текущих измерений.

Литература

1. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Сов. радио, 1977.
2. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределённости. – М.: Наука, 1977.
3. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. – М.: Наука, 1968.
4. Ивахненко А.Г. Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. – К.: «Техніка», 1971.
5. Ивахненко А.Г., Мюллер Й.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. – К.: «Техніка», 1985.