УДК 372.851

ПРИНЦИП РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА СМЕШЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Ковалёнок Н.В., старший преподаватель,
Чернявская С.В., к.ф.-м.н., доцент,
Арабей О.А., преподаватель
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация: в статье на примерах показывается общий подход к решению задач на неоднократное переливание жидкостей.

Ключевые слова: текстовые задачи, задачи на смеси и сплавы, смешение жидкостей.

THE PRINCIPLE OF SOLVING PROBLEMS FOR MIXING LIQUIDS

Kovalenok N.V., senior lecturer,
Chernyavskaya S.V., PhD,
Arabei O.A., lecturer
Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Summary: the article shows a general approach to solving problems of repeated pouring of liquids using examples.

Keywords: text problems, problems for mixtures and alloys, mixing liquids.

Среди задач наиболее трудными для учащихся являются, в том числе и, задачи на неоднократное переливание. Многие учащиеся и абитуриенты, встретившись с такой задачей, даже не пытаются ее решить, либо при решении делают нелепые ошибки, связанные с недопониманием материала, а ведь, если хорошо разобраться с математической природой таких задач и проиллюстрировать происходящие процессы, то можно избежать многих ошибок.

Цель данной статьи – показать на примерах решения задач разного уровня сложности и содержания общий подход к решению таких задач.

Рассмотрим подробно одну из стандартных задач. Прием, используемый для ее решения, будем применять и для последующих задач.

Задача 1. Из сосуда, вмещающего 20 л и наполненного спиртом, отлили часть спирта и долили сосуд водой. Потом опять отлили такое же количество смеси и снова долили водой. В результате в сосуде осталось 5 л чистого спирта. Сколько литров жидкости отливали каждый раз?

Решение.

Пусть x л спирта отлили в первый раз.

Происходящий процесс изобразим схематически (в верхней части записываем объем вещества, в нижней – процентную концентрацию данного вещества):

					вода		
V л	20	$-$	x	$+$	x	$\Rightarrow$	20
C %	100		10		0		?

Находим количество чистого вещества после первого переливания: $20\cdot 1 - x\cdot 1 + x\cdot 0 = 20 - x$.

Теперь найдем процентную концентрацию чистого вещества после первого переливания: $C\% = \dfrac{20-x}{20}\cdot 100\%$ (в данном случае дробь лучше не сокращать, так как в дальнейшем увидим закономерность, связанную с концентрацией).

Когда долили еще раз воды, процесс повторился:

					вода		
V л	20	$-$	x	$+$	x	$\Rightarrow$	20
C %	$\dfrac{20-x}{20}\cdot 100$		$\dfrac{20-x}{20}\cdot 100$		0		?

Находим количество чистого вещества после второго переливания:

$$20\cdot\frac{20-x}{20}-x\cdot\frac{20-x}{20}+x\cdot 0=\frac{20-x}{20}\cdot(20-x)=\frac{(20-x)^2}{20}.$$

В данной задаче концентрацию уже можно не находить, так как в условии сказано, что осталось 5 л чистого спирта. Составим уравнение:

$$\frac{(20-x)^2}{20}=5\Rightarrow(20-x)^2=100\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}20-x=10\\20-x=-10\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\\x=30\end{array}\right.,\ x\neq 30 \text{ (по смыслу задачи).}$$

Ответ: 10 л.

Задача 2. В первый сосуд емкостью 6 л налито 3 л 70% раствора кислоты, во второй сосуд той же емкости налито 4 л 90% раствора кислоты. Вначале второй сосуд долили доверху раствором из первого сосуда. Сколько литров раствора нужно затем перелить из второго сосуда в первый, чтобы в нем получился 80% раствор кислоты?

Решение.

Пусть x л перелили из второго сосуда в первый.

Изобразим процесс:

1 сосуд	3 70	−	2 70	⇒	1 70	+	x ?	⇒	$x+1$ 80
			↓				↑		
2 сосуд	4 90	+	2 70	⇒	6 ?	−	x ?		

Чистого вещества во втором сосуде: $4\cdot 0{,}9+2\cdot 0{,}7=5$.

Процентная концентрация во втором сосуде: $\frac{5}{6}\cdot 100\%$.

Чистого вещества в первом сосуде: $1\cdot 0{,}7+x\cdot\frac{5}{6}=(x+1)\cdot 0{,}8$.

Следовательно, $x = 3$.

Ответ: 3 л.

Задача 3. Из колбы, в которой содержится 80 г 10% раствора поваренной соли, отливают некоторую часть раствора в пробирку и выпаривают до тех пор, пока процентное содержание соли в пробирке не повысится втрое. После этого выпаренный раствор выливают обратно в колбу. В результате содержание соли в колбе повысилось на 2%. Сколько граммов раствора отлили из колбы в пробирку?

Решение.

Пусть x г раствора отлили из колбы в пробирку для выпаривания соли:

80	$-$	x	$+$	$\frac{1}{3}x$	$\Rightarrow$	$80-\frac{2}{3}x$
10		10		30		12

x г отправили в пробирку $\downarrow$ $\qquad$ $\uparrow$ 1/3 x г изъяли из пробирки

Происходящий в пробирке процесс:

до	x - 100% ? - 10%	$? = \frac{10x}{100} = 0.1x$
после	0,1x - 30% ? - 100%	$? = \frac{0.1x \cdot 100}{30} = \frac{1}{3}x$

Чистого вещества: $80 \cdot 0{,}1 - x \cdot 0{,}1 + \frac{1}{3}x \cdot 0{,}3 = 8$.

Процентная концентрация: $\frac{8}{80-\frac{2}{3}x} \cdot 100\%$.

Так как содержание соли увеличилось на 2%, запишем:

$$\frac{8}{80-\frac{2}{3}x} \cdot 100 = 12 \quad \Rightarrow x = 20.$$

Ответ: 20 г.