УДК 519.211

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА В ИНЖЕНЕРНОМ ДЕЛЕ

Люкевич В.В.,Пальчастая А.А.
Научный руководитель – Королева М.Н., старший преподаватель

Теория вероятностей и математическая статистика приобрели сейчас настолько огромное практическое значение в инженерном деле, что в современных учреждениях образования подготовки бакалавров по техническим направлениям этой дисциплине отводится весьма значительная роль. Знание вероятностных закономерностей, свободное владение методами построения вероятностных моделей профессиональных задач является необходимым элементом подготовки конкурентоспособных инженеров, востребованных на рынке труда.

Такие темы как математическое ожидание дискретной СВ, дисперсияСВ, распределение Пуассона, показательное распределение и другие используют в инженерном деле. Например, в энергетике используют законы распределения СВ при анализе расчета районных электрических сетей. Для примера рассмотрим такой закон распределения как распределение Пуассона.Этот метод используют в инженерии для определения вероятностипоявления некоторого числа событий (отказов) на заданном интервале временипри условии независимости и совместности событий (отказов).

Распределение Пуассона используется в тех случаях, когда на определенном интервале от 0 до t случайное событие vвозникает с небольшой вероятностью, которая равна p.

Существует три простых свойства, которыми обладают потоки событий:

1. Поток событий называется стационарным, когда вероятность попадания того или иного количества событий на период времени протяженностьюτ зависит только от длины участка и не зависит от того, в каком месте на оси 0t находится участок.

2. Поток событий называется потоком без последействия, в том случае, когда для любых неперекрывающихся периодов времени число событий, попадающих на один из них, не зависит от количества событий, попадающих на другие.

3. Поток событий называется ординарным, если вероятность попадания на элементарный периодΔt двух или более событий пренебрежимо мало если сравнивать с вероятностью попадания одного события.

В том случае, если поток событий обладает всеми тремя качествами (т.е. стационарный, ординарный и не имеет последствий), то он называется простейшим и описывается выражением:

$$P_m = \frac{A^m}{m!} e^{-A}$$

где P_m — вероятность появления m событий v в заданном интервале t;

A -математическое ожидание событий в том же интервале времени t.

Среднее количество отказов изделия в установленномпромежутке времени t в теории надежности называется показателем надежности.

Для простейшего потока отказов принимают$A = \lambda t$, тогда

$$P_m = \frac{(\lambda t)^m}{m!} e^{-\lambda t}$$

где λ — интенсивность случайного события (параметр закона Пуассона).

Главные характеристики распределения Пуассона:

1.Дисперсия $\sigma^2(v) = \lambda t$,причем $M(v) = \sigma^2(v)$ - особенность данного распределения;

2. Математическое ожидание $M(v) = \lambda t$.

Распределение Пуассона рассматривается как один из случаев биномиального распределения, когда вероятность p стремится к нулю(т.е. q = 1- p→ 1), на практике это совпадение принимаемо при p < 0,1.Однако, в отличие от самого биномиального распределения, при котором величина m ≤ N, враспределении Пуассона на m сверху не накладывается ограничение (m ≥ 0).

Приm = 0, можно получить вероятность безотказной работы за период времениt:

$$P_0 = P(t) = \exp(-\lambda t)$$

Таким образом экспоненциальный закон надежности является частным случаем распределения Пуассона.

Биномиальное распределение используют для любого p, а распределение Пуассона — только для невеликого p. По этой причине в математическом смысле закон распределения Пуассона уже биномиального распределения, но в физическом значении он шире из-за своего применения. Например, для ремонтируемой РЭС после завершения периода приработки, когда $\lambda = \frac{1}{T_{cp}} = const$, случайное количество отказов в процессе эксплуатации распределено согласно закону Пуассона, а вероятность возникновения событий будет одинакова:

$$P_m(t) = \frac{1}{m!} (\frac{t}{T_{cp}})^m e^{-t/T_{cp}}$$

Литература:

1. Гук Ю. Б. Теория надежности. Введение: учеб.пособие / Ю. Б. Гук, В. В. Карпов, А. А. Лапидус. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2009. – 171 с.

2. Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2005. -296 с.