

РАСЧЁТ ОПТИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ОПОР В МОСТОСТРОЕНИИ

Карнейко Антон Сергеевич, студент 2-го курса

кафедры «Мосты и тоннели»

(Научный руководитель – Федорако Е.И., старший преподаватель)

Республика Беларусь находится в географическом центре Европы, и площадь водной поверхности занимает примерно 2,23 процента. По нашей территории проходят русла многих рек, что может создавать определённые трудности для построения развитой инфраструктуры и устойчивого роста экономики. Именно эту проблему призваны решить мосты, ведь инфраструктура в XXI веке является одним из важнейших факторов успеха на мировой арене.

Но строительство мостов сопряжено с решением огромного числа инженерных, математических и многих других задач. Именно одну из типовых задач мы и решим сегодня.

Представим, что нам необходимо построить мост, состоящий из нескольких одинаковых пролётов, поставленных на опоры. Для строительства данного сооружения нам необходима смета, которая должна быть минимальна, не в ущерб прочности, конечно же. Нам нужно решить, какой длины должен быть пролёт или какое количество опор нам потребуется, чтобы стоимость строительства моста была наименьшей.

Для решения данной задачи у нас есть следующие данные: длина моста – L ; стоимость установки одной опоры – p_1 ; количество опор – n ; площадь поперечного сечения пролёта – S ; длина пролёта – l ; стоимость одного кубического метра пролёта моста – p_2 (Рис. 1).

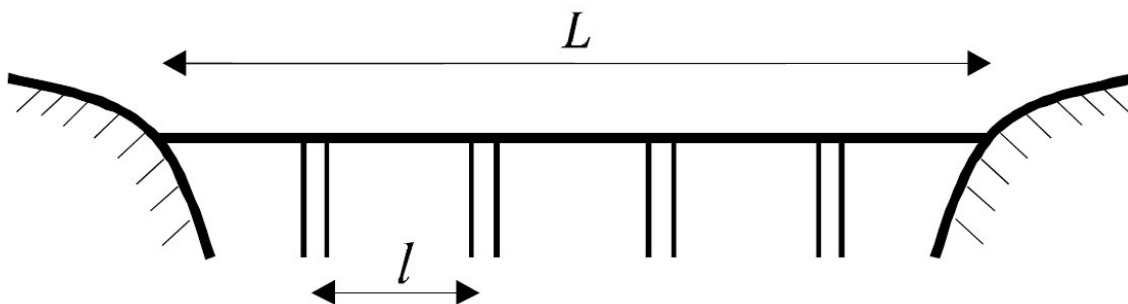


Рисунок 1 – Модель моста

Стоимость строительства моста состоит из стоимости пролётов и стоимости опор. Стоимость всех установленных опор равняется $p_{опор} = p_1 \cdot n$. Чем длиннее у нас будет пролёт l , тем больше должна быть его площадь поперечного сечения S . Зависимость $S(l)$ является достаточно сложной, но в приближении мы можем считать данную зависимость пропорциональной, т.е. $S = a \cdot l$. Таким образом, суммарная стоимость всех пролётов равна $p_{пролетов} = p_2 \cdot S \cdot L = p_2 \cdot a \cdot l \cdot L$. Если мы выразим длину пролёта через количество опор, то получим $l = \frac{L}{n+1}$. Тогда общая стоимость моста, записанная в виде зависимости от количества опор, примет вид:

$$p_{моста}(n) = p_{опор} + p_{пролетов} = p_1 \cdot n + p_2 \cdot \frac{a \cdot L^2}{n+1} \quad (1)$$

Осталось выбрать значение для натурального числа n так, чтобы величина $p_{моста}$ была наименьшей. Если мы возьмём число n достаточно большим, то второе слагаемое формулы (1) будет очень мало, зато первое слагаемое – велико, т.е. установить большое количество опор будет непомерно дорого. Если же мы примем число n слишком маленьким или равным нулю (построим мост вообще без опор, в один пролёт), то у нашего пролёта будет очень большая площадь поперечного сечения, а, следовательно, и цена. Получается, что количество опор должно быть оптимальным. Для удобства запишем формулу (1) в виде

$$p_{моста}(n) = p_1 \cdot (n+1) + p_2 \cdot \frac{a \cdot L^2}{n+1} - p_1 \quad (2)$$

Первые два слагаемых зависят от переменной $(n+1)$, а последнее слагаемое является постоянной. Применив неравенство между средним геометрическим и средним арифметическим к первым двум слагаемым, получим

$$p_1 \cdot (n+1) + p_2 \cdot \frac{a \cdot L^2}{n+1} \geq 2\sqrt{p_1 \cdot p_2 \cdot a \cdot L^2} \quad (3)$$

Получается, что минимальная стоимость строительства моста будет $2\sqrt{p_1 \cdot p_2 \cdot a \cdot L^2}$ и будет достигнута при $n = \frac{a \cdot p_2}{p_1} - 1$.

Данная задача была решена в общем виде, т.к. при строительстве мостов учитывается множество переменных: скорость течения реки; интенсивность движения по мосту; стоимость материалов и их вид; состояния дна реки; ширина реки и многое другое. К примеру: ширина реки Днепр, протекающей по территории

Беларуси, варьируется от 60 метров до 1,5 километра! В данную формулу мы можем подставить данные, подходящие к конкретному мосту в конкретном месте.

Литература:

1. Актершев С.П. Задачи на максимум и минимум. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 192с.
2. Pogoda.by [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.pogoda.by/315/gid.php?ind=3>
– Дата доступа: 10.06.2020.