

ПРОБЛЕМА ОБРАЩЕНИЯ ЯКОБИ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПРИЛОЖЕНИЙ ИЗ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Крушевский Е.А.

Белорусский национальный технический университет

Классическая проблема обращения Якоби [1] для римановой поверхности с краем, реализация которой представлена как пространственная многосвязная область с h «дырками», решается векторной тэта-функцией Римана $\theta(\mathbf{w}(z) - i\mathbf{e}) = \sum_{n \in \mathbb{Z}^h} \exp\{-\pi \cdot {}^t \mathbf{n} \mathbf{B} \mathbf{n} + 2\pi i \cdot {}^t \mathbf{n} (\mathbf{w}(z) - i\mathbf{e})\}$, которая возникает при подстановке векторного аргумента $\mathbf{w}(z) - i\mathbf{e}$ в качестве аргумента в классическую тэта-функцию, где $\mathbf{w}(z) = (w_1(z), \dots, w_h(z))$ – вектор базисных абелевых дифференциалов 1-го рода, $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_h)$ – вектор т.н. римановых констант, \mathbf{B} – матрица B -периодов, а верхний индекс t обозначает операцию транспонирования матрицы, записанной после него. Нули такой тэта-функции Римана ([2], [3]) дают решение стандартной проблемы обращения Якоби.

Проблема обращения Якоби (известная также как проблема обращения эллиптических интегралов) применяется в теории солитонов, исследовании кноидальных волн (химия), механики сплошных сред и многих других научных направлений.

Следует отметить, что многие приложения существенно используют только те случаи римановых поверхностей, уравнения которых достаточно хорошо изучены (например, гиперэллиптические поверхности). Приложение результатов для римановых поверхностей самого общего (абстрактного вида) сопряжено со значительными трудностями в получении уравнений гармонических мер граничных кривых, на основы которых можно выписать базис абелевых интегралов такой поверхности.

Литература

1. Чеботарев Н.Г., Теория алгебраических функций, М.: Гостехиздат, 1948, 400 с.
2. Зверович Э.И., Проблема обращения Якоби, ее аналоги и обобщения – В сб. Актуальные проблемы современного анализа, Гродно, 2009, с. 69-83.
3. Зверович Э.И., Долгополова О.Б., Крушевский Е.А. Вещественный аналог проблемы обращения Якоби на римановой поверхности с краем, его обобщения и приложения – Сиб. Мат. Ж., Том 57, № 2 (336), Новосибирск, Изд-во Института Математики, 2016, с. 312-331.