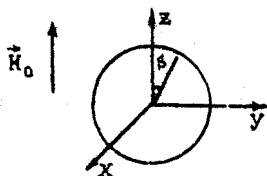


ВЛИЯНИЕ ОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ
НА ФОРМУ КАПЛИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

В ряде работ [1,2] исследовалась форма капли магнитной жидкости в однородном магнитном поле при линейном законе намагничивания, который охватывает только начальный участок кривой намагничивания. Поэтому представляет интерес рассмотрение этой задачи для жидкости, находящейся в состоянии насыщения.

Пусть в неограниченный объем магнитной жидкости с намагниченностью \vec{M}_e , находящейся в однородном магнитном поле с напряженностью \vec{H}_0 , помещают сферическую каплю жидкости с намагниченностью \vec{M}_i . Вся система находится в состоянии насыщения, причем $(M_e + M_i)/H_0 \ll 1$. Определим, как будет изменяться форма капли. Для решения введем сферическую систему координат с началом в центре капли (рис.1). Будем считать, что поле внутри капли однородно и параллельно \vec{H}_0 . Тогда



$$H_{i\Gamma} = B \cos \theta,$$

$$H_{i\theta} = -B \sin \theta,$$

где Γ — некоторая константа. Поле вне капли получим из уравнений Максвелла

Рис.1

$$\nabla(\vec{H}_e + \vec{M}_e) = 0, \quad \nabla \times \vec{H}_e = 0, \quad \vec{M}_e = (M_e/H_e) \vec{H}_e.$$

Уравнение $\nabla \times \vec{H}_e = 0$ удовлетворяется тождественно, если \vec{H}_e искать в виде $\vec{H}_e = -\nabla \psi_e$.

Для решения уравнения

$$\nabla(\vec{H}_e + \vec{M}_e) = \nabla(\vec{H}_e [1 + M_e/H_e]) = 0$$

разложим \vec{H}_e в ряд по $M_e/H_0 = \alpha$:

$$H_{ez} = H_0 + \alpha H_{1z} + \alpha^2 H_{2z} + \dots,$$

$$H_{ex} = \alpha H_{1x} + \alpha^2 H_{2x} + \dots,$$

$$H_{ey} = \alpha H_{1y} + \alpha^2 H_{2y} + \dots$$

Ограничившись членами первого порядка по α , можно получить уравнения для \vec{H}_1 :

$$\nabla \vec{H}_1 = 0$$

С учетом аксиальной симметрии получаются следующие значения напряженности поля в этом приближении:

$$H_{zr} = \left(H_0 - \frac{2A}{r^3} \right) \cos \theta, \quad H_{e\theta} = -(H_0 + A/r^3) \sin \theta$$

Постоянные A и B определяются из граничных условий на поверхности капли ($r=R$):

$$H_{e\theta} = H_{i\theta}, \quad H_{er} + M_{er} = H_{ir} + M_{ir}$$

Отсюда $A = \frac{1}{3} \Delta M R^3$, $B = H_0 + \frac{1}{3} \Delta M R^3$, где $\Delta M = M_e - M_i$.

Распределение давления вне капли p_e получим, используя уравнение феррогидростатики $\nabla p = \mu_0 M \nabla H$:

$$p_e = \text{const}_e + \mu_0 M_e H_0 + \frac{1}{3} \mu_0 M_e \Delta M \frac{R^3}{r^3} (1 - 3 \cos^2 \theta)$$

С учетом скачка на поверхности капли давление внутри нее p_i будет

$$p_i = p_e + \frac{2\alpha}{R} + \frac{1}{2} \mu_0 ((\vec{M}_e \vec{n})^2 - (\vec{M}_i \vec{n})^2)$$

где \vec{n} - внешняя нормаль к поверхности капли. Отсюда получаем окончательное выражение для p_i :

$$p_i = \text{const}_e + \mu_0 M_e H_0 + \frac{2\alpha}{R} + \frac{1}{3} \mu_0 M_e \Delta M (1 - 3 \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} \mu_0 \Delta M (M_i + M_e) \cos^2 \theta$$

Для удобства обозначим сумму первых трех слагаемых через D :

$$D = \text{const}_e + \mu_0 M_e H_0 + \frac{2\alpha}{R}$$

Найдем перепад давлений Δp_i между боковой ($\theta = \frac{\pi}{2}$) и верхней ($\theta = 0$) точками поверхности капли:

$$p_i|_{\theta=0} - p_i|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = D + \frac{1}{6} \mu_0 \Delta M (3M_i - M_e)$$

$$p_i \Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = D + \frac{1}{3} \mu_0 \Delta M M_e$$

Отсюда получаем выражение для $\Delta p_i = p_i \Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}} - p_i \Big|_{\theta=0}$:

$$\Delta p_i = \frac{1}{2} \mu_0 (\Delta M)^2$$

Таким образом, независимо от того, находится ли капля магнитной жидкости в немагнитной или, наоборот, существует постоянный (относительно замены $M_i \leftrightarrow M_e$) перепад давления, из-за которого капля растягивается вдоль направления поля \vec{H}_0 . Этот результат качественно не отличается от аналогичного, полученного для линейного закона намагничивания, но в рассмотренном случае оказывается, что перепад давления Δp_i для капли немагнитной жидкости в магнитной такой же, как и для капли магнитной жидкости в немагнитной. По исследованию формы невесомой капли магнитной жидкости (МЖ)

в однородном магнитном поле были проведены эксперименты. Условия гидроневесомости создавались в результате помещения капли в раствор глицерина с плотностью, равной плотности МЖ. В экспериментах использовались магнитные жидкости МК-18 и МК-23, кривые намагничивания которых представлены на рис. 2, а свойства приведены в таблице, где M_s — намагниченность насыщения, ρ — плотность, σ — коэффициент поверхностного натяжения при температуре 20°C.

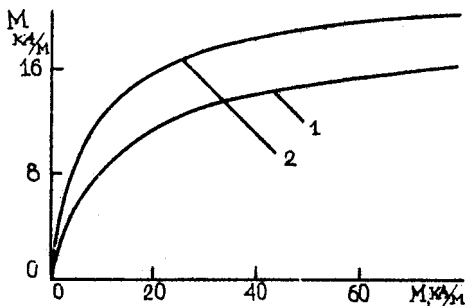


Рис. 2. Зависимость намагниченности от напряженности магнитного поля: 1 — МК-18, 2 — МК-23

Форма капли, помещенной в однородное магнитное поле, регистрировалась по фото пленке и представлена на рис. 3 (жидкость МК-23). Оси Oz и Ox направлены соответственно вдоль наибольшей и наименьшей осей симметрии, начало координат находится в центре капли, l и a — ее длина и ширина (размеры вдоль осей Oz и Ox).

В отсутствие поля капля имеет форму шара диаметром $d_0 =$

Тип жидкости:	Феррофаза:	Жидкость-носитель:	Намагниченность насыщения M_s , кА/м:	Плотность ρ , кг/м ³ :	Коэффициент поверхностного натяжения σ , Н/м:
МК-18	магнетит	керосин	18,0	1073	$11,8 \cdot 10^{-3}$
МК-23	"	"	22,9	1147	$12,0 \cdot 10^{-3}$

$= 2,86 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ (на рисунке кривая 1). Из рисунка видно, что при небольших значениях напряженности магнитного поля ($H < 5 \text{ кА/м}$) отклонение формы капли от эллипсоида вращения незначительно (кривая 2). При дальнейшем увеличении поля капля продолжает вытягиваться вдоль его силовых линий. При больших значениях напряженности магнитного поля ($H > 10 \text{ кА/м}$) удлинение капли происходит в основном за счет заострения в верхней и нижней точках, тогда как ее ширина почти не меняется. Форма капли в центральной ее части близка к цилиндрической, поле направлено практически по касательной к поверхности, поэтому в этих точках естественно незначительное влияние изменений величины поля на форму капли (кривые 3 и 4).

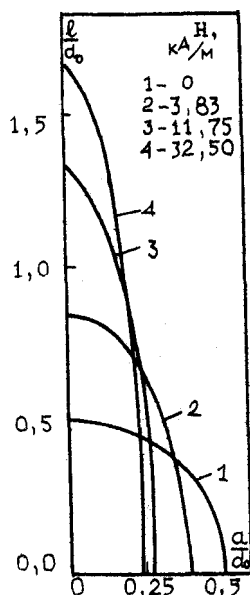


Рис. 3

Зависимости длины капли от напряженности магнитного поля H при различных начальных размерах представлены на рис. 4. Видно, что с ростом поля скорость удлинения капли уменьшается, причем в области малых полей наблюдается наиболее сильная зависимость длины капли от напряженности магнитного поля. Кривые, соответствующие большим начальным размерам, расположены выше. Это связано с тем, что силы поверхностного натяжения обратно пропорциональны радиусу, поэтому большая капля легче меняет форму.

На рис. 5 представлена зависимость величин l/d_0 и a/d_0 от безразмерного комплекса $S = \mu_0 M_s^2 d_0 / \sigma$. Кривые для относитель-

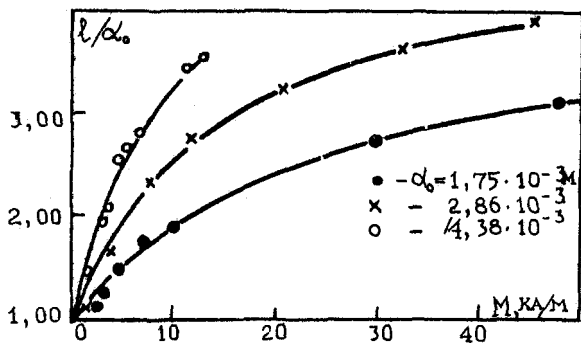


Рис.4. Зависимость относительной длины капли МК-23 от напряженности поля

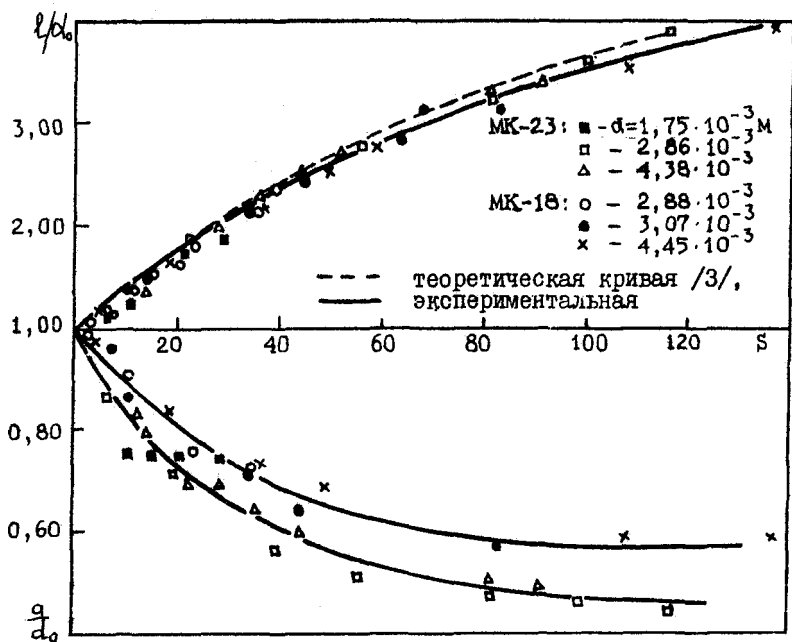


Рис.5. Зависимость относительного удлинения капли от безразмерного параметра S

ного удлинения, соответствующие различным магнитным жидкостям и начальным размерам капли, практически совпадают. Это говорит о том, что параметр капли ϵ/d_0 полностью определяется величиной S , представляющей собой отношение магнитного скачка давления к давлению сил поверхностного натяжения. Однако относительную ширину капли параметр S полностью не определяет, так как наблюдаются разные зависимости для МК-18 и МК-23.

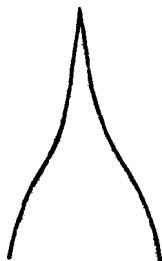


Рис.6. Форма пика на поверхности капли

Нужно отметить, что приведенные результаты были получены в диапазоне полей от нуля до $H_{кр} \sim 100$ кА/м. При большей напряженности магнитного поля на вершине капли возникает неустойчивость поверхности, выражающаяся в появлении тонкого и острого пика, длина которого возрастает с дальнейшим увеличением поля. Характерный вид пика изображен на рис.6. Началом пика можно считать точку перегиба, в которой поверхность переходит из выпуклой в вогнутую. Интересно, что пик является довольно устойчивым образованием и сохраняется при уменьшении поля от закритических до очень малых значений. Таким образом, при напряженности магнитного поля меньше критической форма капли определена неоднозначно: она может быть с пиками и без них, т.е. наблюдается явление гистерезиса.

но считать точку перегиба, в которой поверхность переходит из выпуклой в вогнутую. Интересно, что пик является довольно устойчивым образованием и сохраняется при уменьшении поля от закритических до очень малых значений. Таким образом, при напряженности магнитного поля меньше критической форма капли определена неоднозначно: она может быть с пиками и без них, т.е. наблюдается явление гистерезиса.

Л и т е р а т у р а

1. Архипенко В.И., Барков Ю.Д., Баштовой В.Г. Исследование формы капли намагничивающейся жидкости в однородном магнитном поле. - Магнитная гидродинамика, 1978, № 3, с.131-134.
2. Архипенко В.И., Барков Ю.Д., Баштовой В.Г. Некоторые особенности поведения капли намагничивающейся жидкости в магнитных полях. - Магнитная гидродинамика, 1980, № 3, с.3-10.
3. Блум Э.Я., Михайлов Ю.А., Озол Р.Я. Тепло- и массообмен в магнитном поле. - Рига: Зинатне, 1980. - 354 с.