

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Информационно-измерительная  
техника и технологии»

# ФИЗИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ (сборник задач)

Учебно-методическое пособие  
для студентов специальностей

1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника»,

1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»,

1-54 01 02 «Методы и приборы контроля качества  
и диагностики состояния объектов»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию  
в области приборостроения и обеспечения качества*

Минск  
БНТУ  
2020

УДК 621.38(076.1)  
ББК 32.85я7  
Ф50

А в т о р ы:

*Л. И. Шадурская, Р. И. Воробей,  
О. К. Гусев, К. Л. Тявловский, А. И. Свистун*

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра Физики полупроводников и наноэлектроники БГУ;  
доцент кафедры микро- и наноэлектроника БГУИР,  
канд. физ.-мат. наук, доцент *В. А. Петрович*

**Физика** электронных приборов (сборник задач) : учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника», 1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности», 1-54 01 02 «Методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов» / Л. И. Шадурская [и др.]. – Минск: БНТУ, 2020. – 53 с.  
ISBN 978-985-583-544-9.

Учебно-методическое пособие содержит практические задачи, относящиеся к расчету параметров базовых структур электронных приборов и направлено на формирование навыков самостоятельной и научной работы студентов. Часть задач требует дать только качественные ответы, большая часть сопровождается пояснениями и числовыми решениями. Материалы пособия помогают детальнее понять принципы действия полупроводниковых приборов и возможности их практического применения.

ISBN 978-985-583-544-9

© Белорусский национальный  
технический университет, 2020

## ВВЕДЕНИЕ

Научно-технический прогресс предполагает повышение эффективности обучения. Как считают технологи и педагоги, технология обучения должна быть построена таким образом, чтобы происходило не только усвоение знаний, но и формирование способностей самостоятельного их освоения. Поэтому одной из главных задач обучения становится развитие познавательных способностей студентов, рациональных приемов овладения знаниями.

Цель данного учебно-методического пособия – помочь студенту, приступившему к изучению физики электронных приборов, приобрести теоретические и практические навыки решения конкретных задач. Пособие написано специально для организации процесса «обучения через труд» и направлено на формирование навыков самостоятельной и научной работы студентов.

Деятельность инженера по использованию достижений науки в прикладных целях, по сути дела, всегда сводится к решению разнообразных задач. Поэтому работа над задачами играет особую роль в процессе обучения. Решение задач позволяет перейти от накопления знаний к приобретению навыков и умений. Помещенные в пособие задачи органически связаны между собой. Большая их часть сопровождается пояснениями и числовыми решениями. В некоторых задачах требуется разобраться только в физической сущности явления и дать качественные ответы. Решение задач способствует более глубокому усвоению лекционного материала, прививает навыки использования теоретических знаний на практике, развивает мышление, помогает детальнее понять принципы действия полупроводниковых приборов и возможности их практического применения.

# 1. ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

## 1.1. Собственные и примесные полупроводники.

### Доноры и акцепторы

**1.1.1.** Известно, что кристалл кремния в качестве легирующей примеси содержит  $10^{-4}$  атомных процента мышьяка As. Затем он равномерно легируется  $3 \cdot 10^{16}$  ат/см<sup>3</sup> фосфора P и после этого равномерно легируется  $10^{18}$  ат/см<sup>3</sup> бора B. Вслед за этим термический отжиг полностью активирует все примеси.

а) Какой тип проводимости будет иметь образец кремния?

б) Чему будет равна концентрация основных носителей?

**Решение.**

Мышьяк – элемент V группы, поэтому он действует как донор. Так как кремний содержит  $5 \cdot 10^{22}$  ат/см<sup>3</sup>, концентрация примеси равная  $10^{-4}$  атомных процента, означает, что кремний легирован  $5 \cdot 10^{22} \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{16}$  ат/см<sup>3</sup>. Дополнительное легирование  $3 \cdot 10^{16}$  ат/см<sup>3</sup> увеличивает содержание доноров в кристалле до  $8 \cdot 10^{16}$  ат/см<sup>3</sup>.

Легирование атомами бора (III группа) превращает кремний из *n*-типа в *p*-тип, так как концентрация акцепторов теперь будет превосходить концентрацию доноров. Результирующая концентрация акцепторов будет, однако, меньше, чем концентрация атомов B вследствие компенсации донорами.

а) Следовательно, кремний будет иметь проводимость *p*-типа.

б) Концентрация дырок будет равна результирующей концентрации легирующих примесей

$$P = Na(B) - [N_D(As) + N_D(P)] = 10^{18} - (5 \cdot 10^{16} + 3 \cdot 10^{16}) = 9,2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}.$$

**1.1.2.** Образец кремния *n*-типа, находящийся в состоянии термодинамического равновесия при температуре 300 К, характеризуется следующими параметрами: удельное сопротивление 5 Ом·см, подвижность электронов 1600 см<sup>2</sup>/В·см, подвижность дырок 600 см<sup>2</sup>/В·см, собственная концентрация носителей заряда  $1,4 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup> и эффективная плотность состояний в зоне проводимости  $10^{19}$  см<sup>-3</sup>. Определите

а) концентрацию электронов и дырок;

б) положение уровня Ферми;

в) вероятность заполнения уровня  $E_c - E_d = 5$  Ом эВ электронами.

**Решение.**

а) Запишем уравнения, определяющие удельную проводимость, а также закон действующих масс

$$\sigma = q(\mu_n n + \mu_p p); \quad n \cdot p = n_i^2.$$

Объединяя две формулы, получаем

$$\sigma = q(\mu_n + \mu_p \frac{n_i^2}{n}),$$

то есть  $0,2 = 1,6 \cdot 10^{19} \left[ 1600 \cdot n + \frac{600(1,4 \cdot 10^{10})}{n} \right],$

откуда

$$n = 8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

Воспользовавшись законом действующих масс получаем

$$P = 2,45 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}.$$

б) Известно, что

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right).$$

Подставляя соответствующие значения, находим

$$8 \cdot 10^{14} = 10^{19} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right),$$

откуда  $E_C - E_F = 0,244$  эВ.

в) Вероятность того, что донорный уровень заполнен

$$f(E_d) = \left[ 1 + \exp\left(\frac{E_d - E_F}{kT}\right) \right]^{-1}.$$

Так как  $E_C - E_F = 0,244$  эВ,  $E_C - E_d = 0,05$  эВ,  $E_d - E_F = 0,194$  эВ, откуда

$$f(E_d) = \left[ 1 + \exp\left(\frac{0,194}{0,026}\right) \right]^{-1} = 5,7 \cdot 10^{-4}.$$

**1.1.3.** Чистый монокристаллический германий содержит  $4,5 \cdot 10^{28}$  атомов/м<sup>3</sup>. При температуре 300 К один атом из каждых  $2 \cdot 10^9$  ионизирован. Подвижности электронов и дырок при этой температуре равны 0,4 и 0,2 м<sup>2</sup>в<sup>-1</sup>с<sup>-1</sup>. Определить проводимость чистого германия. Определить проводимость германия при 300 К, легированного элементом III группы, причем на каждые  $10^7$  атомов германия приходится один примесный атом.

**Решение.**

При 300 К один из  $2 \cdot 10^9$  атомов германия ионизирован. Поэтому, чтобы найти концентрацию собственных носителей заряда  $n_i$  в германии, надо разделить концентрацию атомов  $4,5 \cdot 10^{28}$  атомов/м<sup>3</sup> на  $2 \cdot 10^9$ , то есть

$$n_i = 4,5 \cdot 10^{28} / (2 \cdot 10^9) = 2,25 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Воспользуемся соотношением для удельной проводимости собственного полупроводника

$$\sigma_i = n_i q (\mu_n + \mu_p) = 2,25 \cdot 10^{19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (0,4 + 0,2) = 2,16 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}.$$

Мы получили значение удельной проводимости чистого германия (или собственную удельную проводимость) при температуре 300 К.

Германий, легированный элементов III группы периодической системы элементов Менделеева, является материалом  $p$ -типа проводимости. Концентрация акцепторов  $N_A$  равна

$$N_A = 4,5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}.$$

Электропроводность полупроводника  $p$ -типа рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_p &= q \left( N_A \mu_p + \frac{n_i^2 \mu_n}{N_A} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{4,5^2 \cdot 10^{12} \cdot 0,2 + 2,25^2 \cdot 10^{38} \cdot 0,4}{4,5 \cdot 10^{21}} = \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} (9 \cdot 10^{20} + 4,5 \cdot 10^{16}) = 144 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}. \end{aligned}$$

**1.1.4.** Определить при какой концентрации примесей удельная проводимость германия при температуре 300 К имеет наименьшее значение. Найти отклонение собственной удельной проводимости к минимальной при той же температуре.

$$n_i = 2,1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-1},$$

$$\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}, \quad \mu_p = 0,19 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}.$$

**Решение.**

Минимум удельной проводимости находим из условия

$$\frac{d\sigma_0}{dn_0} = 0.$$

Учитывая, что

$$\sigma_0 = en_0\mu_n + eP_0\mu_p = en_0\mu_n + \frac{en_i^2}{n_0}\mu_p,$$

после дифференцирования получим

$$e\mu_n - en_i^2 \frac{\mu_p}{n^2} = 0.$$

Решая это уравнение, находим

$$n_0 = n_i \sqrt{\mu_p / \mu_n}, \quad p_0 = n_i \sqrt{\mu_n / \mu_p}.$$

Для германия при 300 К получаем

$$n = 2,1 \cdot 10^{19} \sqrt{0,19 / 0,39} = 1,47 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3};$$

$$p = 2,1 \cdot 10^{19} \sqrt{0,39 / 0,19} = 3,01 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Таким образом, минимальную удельную проводимость имеет слаболегированный полупроводник  $p$ -типа.

Учитывая, что собственная удельная проводимость определяется уравнением

$$\sigma_i = en_i (\mu_n + \mu_p),$$

находим искомое решение

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{\min}} = \frac{\mu_n + \mu_p}{2\sqrt{\mu_n \mu_p}} = \frac{0,39 + 0,19}{2\sqrt{0,39 \cdot 0,19}} = 1,065.$$

**1.1.5.** Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в кремнии при  $T = 300$  К, если ширина запрещенной зоны  $\Delta E = 1,12$  эВ, а эффективные массы плотности состояний  $m_n = 1,05m_0$ ,  $m_p = 0,56m_0$ .

**Решение.**

Собственная концентрация носителей заряда

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2KT}\right).$$



Эффективная плотность состояний ( $\text{м}^{-3}$ ) для электронов в зоне проводимости определяется соотношением:

$$N_c = \frac{2(2\pi m_n KT)^{3/2}}{h^3} = \frac{2(2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{23} T)^{3/2}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 2,69 \cdot 10^{25} \left( \frac{T}{300} \right)^{3/2}.$$

Эффективная плотность состояний ( $\text{м}^{-3}$ ) для дырок в валентной зоне

$$N_v = \frac{2(2\pi m_p KT)^{3/2}}{h^3} = \frac{2(2 \cdot 3,14 \cdot 0,56 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{23} T)^{3/2}}{(6,62 \cdot 10^{-34})^3} = 1,05 \cdot 10^{25} \left( \frac{T}{300} \right)^{3/2}.$$

Отсюда следует, что при  $T = 300 \text{ К}$  собственная концентрация

$$n_i = 10^{25} \sqrt{2,69 \cdot 1,05} \exp\left(-\frac{1,12}{2 \cdot 8,625 \cdot 10^{-5} \cdot 300}\right) = 7 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}.$$

**1.1.6.** Найти равновесную концентрацию электронов и дырок, а также положение уровня Ферми (относительно положения уровня Ферми в собственном полупроводнике) в кремнии при  $T = 300 \text{ К}$ , если кремний содержит  $8 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  атомов бора.

**Решение.**

Так как концентрация доноров As превосходит концентрацию акцепторов В, кристалл имеет проводимость  $n$ -типа. Результирующая концентрация легирующих примесей равна разности концентраций легирующих доноров  $8 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и акцепторов  $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и, следовательно, равна  $6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

Концентрация электронов равна результирующей концентрации легирующих примесей  $n = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Концентрацию дырок найдем из закона действующих масс

$$P = \frac{n_i^2}{n} = 3,5 \cdot 10^3 \text{ м}^{-3};$$

$$E_F - E_i = KT \ln \left( \frac{n}{n_i} \right) = 0,0258 \ln \left( \frac{6 \cdot 10^{16}}{1,45 \cdot 10^{10}} \right) = 0,396 \text{ эВ.}$$

Положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости может быть найдено с помощью уравнения

$$h = N_c \exp \left( -\frac{E_c - E_F}{KT} \right);$$

$$E_c - E_F = KT \ln \left( \frac{N_c}{n} \right) = 0,0258 \ln \left( \frac{2,8 \cdot 10^{19}}{6 \cdot 10^{16}} \right) = 0,159 \text{ эВ.}$$

**1.1.7.** В чистом германии при температуре 300 К имеется  $4,4 \cdot 10^{28}$  атомов/ $\text{м}^3$ . Чему равна концентрация дырок и электронов проводимости при этой температуре в примесном германии, содержащем атом донорных примесей на  $10^9$  атомов германия и такую же концентрацию акцепторных примесей.

Объясните прохождение использованных при вычислении выражений и дайте краткое обоснование всех сделанных допущений.

Ответ:  $5,39 \cdot 10^{19}$  электронов/ $\text{м}^3$ ;  $0,99 \cdot 10^{19}$  дырок/ $\text{м}^3$ .

**1.1.8.** В каких случаях удельная проводимость полупроводников уменьшается при увеличении суммарного содержания электрически активных примесей?

**1.1.9.** Определить ток через образец кремния прямоугольной формы размерами  $l \times b \times d = 5 \times 2 \times 1$  мм, если вдоль образца приложено напряжение 10 В. Известно, что концентрация электронов в полупроводнике  $n = 10^{21} \text{ м}^3$ , их подвижность  $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ .

Ответ:  $I = 89,6 \text{ мА}$ .

## 1.2. Зависимость концентрации носителей заряда и удельного сопротивления от температуры

**1.2.1.** При исследовании температурной зависимости концентрации носителей заряда для чистого кремния в области собственной электропроводимости получены следующие результаты: при температуре  $T_1 = 463$  К собственная концентрация  $n_{i1} = 10^{20} \text{ м}^{-3}$ , а при  $T_2 = 781$  К  $n_{i2} = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ . На основании этих данных рассчитать ширину запрещенной зоны при  $T = 300$  К, если коэффициент ее температурного изменения  $b = -2,84 \cdot 10^{-4}$  эВ/К.

### Решение.

Температурная зависимость собственной концентрации

$$\begin{aligned} n_i &= \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2KT}\right) = AT^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta E_0 + bT}{2KT}\right) = \\ &= BT^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta E_0}{2KT}\right), \end{aligned}$$

где  $A$  и  $B$  – постоянные, не зависящие от температуры;

$\Delta E_0$  – ширина запрещенной зоны при  $T = 0$  К.

Тогда для двух экспериментальных точек имеем

$$\ln \frac{n_{i1}}{T_1^{3/2}} = \ln B - \frac{\Delta E_0}{2KT_1}; \quad \ln \frac{n_{i2}}{T_2^{3/2}} = \ln B - \frac{\Delta E_0}{2KT_2}.$$

Вычитая из второго уравнения первое, после преобразований получаем

$$\begin{aligned} \Delta E_0 &= 2K \ln \left[ \frac{n_{i2} T_1^{3/2}}{n_{i1} T_2^{3/2}} \right] / \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \\ &= 2 \cdot 8,625 \cdot 10^{-5} \ln \left[ -\frac{10^{23} \cdot 463^{3/2}}{10^{20} \cdot 781^{3/2}} \right] / \left( \frac{1}{463} - \frac{1}{781} \right) = 1,201 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Ширина запрещенной зоны для  $T = 300$  К

$$\Delta E = \Delta E_0 + BT = 1,201 - 2,84 \cdot 10^{-4} \cdot 300 = 1,116 \text{ эВ.}$$

**1.2.2.** Сравните концентрации свободных электронов в чистых германии и кремнии при температурах 50 и 100 °С с концентрацией при комнатной температуре (300 К). Предположите, что эффективная плотность квантовых состояний в зонах проводимости и валентной зоне,  $N_c$  и  $N_v$ , не зависят от температуры. Ширину запрещенной зоны в германии и кремнии можно принять равной 0,7 и 1,1 эВ соответственно.

**1.2.3.** Вычислите значения удельного сопротивления при указанных выше температурах (зависимость подвижности от температуры можно не учитывать). Удельное сопротивление чистых образцов германия и кремния при комнатной температуре (300 К) можно принять равным 0,5 и 1000 Ом·м соответственно.

**1.2.4.** Приведите зависимости удельного сопротивления собственного кремния и германия от температуры при различных концентрациях легирующей примеси.

**Решение.**

Концентрация собственных носителей заряда  $n_i$  определяется выражением

$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{\Delta E}{KT}\right).$$

Поскольку эффективные плотности квантовых состояний  $N_c$  и  $N_v$  не зависят от температуры, величина  $N_c \cdot N_v = \text{const}$ .

Для германия  $\Delta E = 0,7$  эВ. При  $T = 300 \text{ К}$   $K \cdot T = 0,025$  эВ. При  $T_1 = 50 \text{ °С} = 323 \text{ К}$   $KT_1 = 50 \text{ °С} = 0,0269$  эВ. Следовательно, для германия отношение концентраций основных носителей заряда при 50 °С и комнатной температуре равно

$$\frac{n_i(323\text{K})}{n_i(300\text{K})} = \left[ \frac{\exp(-0,7 / 0,0269)}{\exp(-0,7 / 0,025)} \right]^{\frac{1}{2}} = 2,67.$$

Таким образом, для германия концентрация собственных носителей заряда при 50 °С (323 К) в 2,67 раза больше их концентрации при 300 К. Аналогичные вычисления для германия при 100 °С показывают, что это отношение равно 15,9.

Для кремния ширина запрещенной зоны  $\Delta E = 1,1$  эВ и эти отношения равны 4,67 и 77,4 соответственно для температур 50 и 100 °С.

Удельное сопротивление чистого германия определяется выражением

$$\rho(300K) = \frac{1}{qn_i(\mu_n + \mu_p)} = 0,5 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Следовательно, полагая, что  $\mu_n$  и  $\mu_p$  не зависят от температуры, получаем

$$\frac{\rho(323K)}{\rho(300K)} = \frac{n_i(300K)}{n_i(323K)}.$$

При температуре 50 °С

$$\rho(323K) = \frac{n_i(300K)}{n_i(323K)} \cdot \rho(300K) = \frac{0,5}{2,67} = 0,19 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Аналогично находим значение  $\rho$  при температуре 100 °С

$$\rho(373K) = \frac{0,5}{15,64} = 0,032 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Подобным образом получаем для кремния

$$\rho(323K) = 214 \text{ Ом} \cdot \text{м} \quad \text{и} \quad \rho(373K) = 12,9 \text{ Ом} \cdot \text{м}.$$

Удельное сопротивление собственного полупроводника имеет экспоненциальную зависимость следующего вида:

$$\rho \sim \exp\left(\frac{\Delta E}{2KT}\right).$$

**1.2.5.** Значение удельного сопротивления чистого кремния при температуре 300 К равно  $2 \cdot 10^5$  Ом·см, а концентрация электронов проводимости составляет  $1,5 \cdot 10^{10}$  Ом·см<sup>-3</sup>. Чему равно при этой температуре удельное сопротивление кремния *n*-типа с концентрацией доноров  $10^{16}$  атомов/см<sup>3</sup>

Предположите, что подвижность электронов в три раза больше подвижности дырок, и это соотношение сохраняется как для чистого, так и для примесного полупроводника. Дайте качественное обоснование основным сделанным допущениям и опишите, каким образом они могут быть подтверждены количественно.

Ответ: 0,4 Ом·см.

**1.2.6.** Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в арсениде галлия при температуре 300 и 500 К, если эффективные массы электронов и дырок равны:  $m_n = 0,067m_0$ ,  $m_p = 0,48m_0$  соответственно, а температурное изменение ширины запрещенной зоны описывается выражением

$$\Delta E(T) = 1,522 - 5,8 \cdot 10^{-4} T^2 / (T + 300).$$

Ответ:  $n_i(300) = 1,72 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$ ;  $n_i(500) = 7,23 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$ .

**1.2.7.** В каких случаях удельная проводимость полупроводников уменьшается при увеличении суммарного содержания электрически активных примесей?

**1.2.8.** Доказать, что высокое, близкое к собственному удельное сопротивление полупроводникового материала не может однозначно свидетельствовать о высокой степени его чистоты.

## 2. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

### 2.1. Оптическое поглощение и фотопроводимость

**2.1.1.** Определить скорость оптической генерации  $g$  неравновесных носителей заряда в пластине кремния на глубине 100 мкм от освещаемой поверхности при освещении монохроматическим излучением интенсивностью  $I_0 = 10^{20} \text{ м}^{-2}\text{с}^{-1}$ , если коэффициент поглощения материала на длине волны излучения  $\alpha = 5 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$ , а коэффициент отражения излучения  $R = 0,3$ .

**Решение.**

Скорость оптической генерации, т. е. число носителей заряда, возбуждаемых светом в единицу времени в единице объема полупроводника, зависит от коэффициента поглощения и интенсивности излучения на заданной глубине  $X$ . Изменение интенсивности излучения подчиняется закону Бугера-Ламберта

$$I(x) = I_0(1 - R)\exp(-\alpha x).$$

Число квантов, поглощаемых в слое единичной площади толщиной  $dx$ , определяется выражением

$$dI = I(x)\alpha dx.$$

Скорость оптической генерации

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{dI}{dX} = \alpha I_0(1 - R)\exp(-\alpha x) = \\ &= 5 \cdot 10^4 \cdot 10^{20} (1 - 0,3) \exp(-5 \cdot 10^4 \cdot 100 \cdot 10^{-6}) = 2,36 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}\text{с}^{-1}. \end{aligned}$$

**2.1.2.** В момент времени  $t_1 = 10^{-4}$  с после выключения равномерной по объему генерации электронно-дырочных пар неравновесная концентрация носителей заряда оказалась в 10 раз больше, чем в момент  $t_2 = 10^{-3}$  с. Определить время жизни  $\tau$ , если уровень возбуждения невелик и рекомбинация идет через простые дефекты.

**Решение.**

Релаксация неравновесной концентрации описывается уравнением

$$\frac{d\Delta n}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau},$$

$$\Delta n(t) = \alpha\beta I\tau \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

$$\Delta n(t_1) = \alpha\beta I\tau \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right),$$

$$\Delta n(t_2) = \alpha\beta I\tau \exp\left(-\frac{t_2}{\tau}\right),$$

$$\frac{\Delta n(t_1)}{\Delta n(t_2)} = \frac{\exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right)}{\exp\left(-\frac{t_2}{\tau}\right)} = \exp\left(\frac{t_2 - t_1}{\tau}\right),$$

$$\tau = (t_2 - t_1) \ln \frac{\Delta n(t_1)}{\Delta n(t_2)} = (10^{-3} - 10^{-4}) \ln 10 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

**2.1.3.** Определить неравновесную концентрацию носителей заряда в эпитаксиальном слое кремния толщиной  $b = 20$  мкм при оптическом возбуждении монохроматическим излучением с интенсивностью света  $I_0 = 10^{21} \text{ м}^{-2}\text{с}^{-1}$ , если время жизни неравновесных носителей заряда  $\tau = 10$  мкс, а коэффициент собственного поглощения кремния на длине волны излучения  $\alpha = 2000 \text{ м}^{-1}$ . Квантовый выход внутреннего фотоэффекта  $\beta$  принять равным единице.

**Решение.**

Так как

$$b \ll \frac{1}{\alpha},$$

то скорость оптической генерации  $g$  практически постоянна по всему объему эпитаксиального слоя.



Неравновесная концентрация носителей заряда в установившемся режиме

$$\Delta n = \tau \cdot g = \tau \cdot \alpha \cdot \beta \cdot I = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 10^{21} = 2 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

**2.1.4.** Известно, что некоторый полупроводник прозрачен для света с длиной волны меньше 1,1 мкм. Пусть тонкий образец освещается импульсами света с длиной волны 0,7 мкм. Во время освещения удельное сопротивление образца падает от своего нормального значения 26 Ом·см до 17 Ом·см. Через 10 мкс после выключения источника света удельное сопротивление равно 23 Ом·см. Определить ширину запрещенной зоны полупроводника и время жизни неравновесных носителей заряда.

Ответ: 1,13 эВ; 7 мкс.

## 2.2. Неравновесные процессы

**2.2.1.** В образце кремния *n*-типа при температуре  $T = 300$  К время жизни неосновных носителей заряда  $\tau_p = 5$  мкс, их подвижность  $\mu_p = 0,04$  м<sup>2</sup>/В·с. В одну из плоскостей образца вводится и поддерживается постоянной во времени неравновесная концентрация дырок  $\Delta P_0 = 10^{19}$  м<sup>-3</sup>. Определить плотность диффузионного тока в непосредственной близости от этой плоскости. На какой глубине концентрация дырок составит  $10^{18}$  м<sup>-3</sup>? Считать, что толщина образца значительно больше.

**Решение.**

Из соотношения Эйнштейна находим коэффициент диффузии дырок:

$$D_p = \mu_p KT / q = 0,04 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 / 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Диффузионная длина неосновных носителей заряда

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{1,03 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 7,19 \cdot 10^{-5} \text{ м} \approx 72 \text{ мкм}.$$

Распределение дырок по толщине образца при одномерной диффузии характеризуется уравнением

$$\Delta P = \Delta P_0 \exp(-X / L_p),$$

где  $X$  – расстояние от поверхности.

Плотность диффузионного тока при одномерной диффузии

$$j_p = -qD_p \frac{d\Delta P}{dX} = \frac{qD_p}{L_p} \Delta P(X).$$

Для  $X = 0$  (то есть в непосредственной близости от поверхности)

$$j_p = \frac{qD_p}{L_p} \Delta P_0 = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,03 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{19}}{7,2 \cdot 10^{-5}} = 23 \text{ А/м}^2.$$

Глубина  $X_1$ , на которой достигается заданная концентрация неосновных носителей заряда,

$$X_1 = -L_p \ln \frac{\Delta P_1}{\Delta P_0} = -72 \ln \frac{10^{18}}{10^{19}} = 166 \text{ мкм.}$$

**2.2.2.** Покажите, в чем состоит различие между дрейфовым и диффузионным токами в полупроводнике, и рассмотрите, какую роль играет каждый из них в работе полупроводникового прибора. Докажите, что коэффициент диффузии  $D$  для любого типа носителей заряда дается выражением

$$D = \frac{KT}{q} \mu.$$

**Решение.**

Если полупроводниковый образец находится во внешнем электрическом поле с напряженностью  $E$ , то через него течет ток плотностью

$$j = qn\mu E.$$

Ток  $I = qn\mu EA$  называют дрейфовым током, где  $A$  – площадь полупроводника, через которую течет ток.

При инжекции неравновесных носителей заряда с одной стороны образца образуется высокая, а с противоположной стороны – низкая концентрация неравновесных носителей заряда. Поэтому носители диффундируют из области с высокой концентрацией в область с низкой концентрацией.

Для плотности электронного и дырочного тока имеем

$$j_n = qD_n \frac{d\Delta n}{dX} \quad \text{и} \quad j_p = -qD_p \frac{d\Delta P}{dX}.$$

Следовательно, диффузионные электронный и дырочный токи записываются в виде

$$I_n = qD_n A \frac{d\Delta n}{dX} \quad \text{и} \quad I_p = -qD_p \frac{d\Delta P}{dX} A,$$

где  $D_n$  и  $D_p$  – коэффициенты диффузии электронов и дырок ( $\text{м}^2/\text{с}$ ).

В общем случае электроны и дырки могут перемещаться посредством дрейфа и диффузии. При этом плотность электронного тока имеет вид

$$j_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{d\Delta n}{dX},$$

а плотность дырочного тока

$$j_p = qp\mu_p E - qD_p \frac{d\Delta P}{dX}.$$

Эти уравнения называют диффузионно-дрейфовыми.

В обоих уравнениях члены, описывающие дрейфовый ток положительны, так как противоположно заряженные частицы в электрическом поле, двигаясь в разные стороны, создают ток одного и того же направления.

Члены, описывающие диффузионный ток, имеют противоположные знаки, поскольку градиент концентрации заставляет оба вида частиц диффундировать в одном направлении. А в силу того,

что заряды частиц имеют разные знаки, токи, создаваемые их диффузией, текут в противоположных направлениях.

В условиях термодинамического равновесия

$$j_p = 0, \quad qp\mu_p E = qD_p \frac{d\Delta P}{dX}.$$

Подставляя

$$E = -\frac{dV}{dX}$$

и разделяя переменные, получаем уравнение

$$\frac{d\Delta P}{\Delta P} = \left( -\frac{\mu_p}{D_p} \right) dV.$$

Интегрирование этого уравнения и соответствующее преобразование дают

$$\Delta P = A \exp\left( -\frac{\mu_p V}{D_p} \right),$$

где  $A$  – константа.

Аналогично находим

$$\Delta n = B \exp\left( -\frac{\mu_n V}{D_n} \right).$$

Сравнивая последние выражения для  $\Delta P$  и  $\Delta n$  с выражениями

$$\Delta P = n_i \exp\left( -\frac{qV}{KT} \right) \quad \text{и} \quad \Delta n = n_i \exp\left( \frac{qV}{KT} \right)$$

получаем соотношение Эйнштейна

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{q}{KT},$$

или в общем виде

$$D = \frac{KT\mu}{q}.$$

**2.2.3.** Выведите уравнение диффузии

$$D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial X^2} = \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau_n}.$$

Найдите общее решение этого уравнения и покажите, что частное решение имеет вид

$$\Delta n(X) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{X}{L_n}\right),$$

где  $\Delta n = \Delta n(0)$  при  $X = 0$  и  $\Delta n = 0$  при  $X = \infty$ .

Вычислите диффузионную длину электронов в дырочном материале и дырок в электронном материале. Предположите, что время жизни неосновных носителей заряда  $\tau_n = \tau_p = 10^{-4}$  с.

**Решение.**

Рассмотрим длинный образец дырочного материала с неравномерной концентрацией неосновных носителей (электронов)  $\Delta n(0)$  на одном из торцов образца. При диффузии из этой области электроны рекомбинируют с дырками, но поскольку электроны непрерывно пополняются из внешней цепи, вдоль образца поддерживается градиент концентрации. Следовательно, в любой точке образца скорости рекомбинации и диффузии одинаковы.

Число электронов, поступающих в единицу времени из внешней цепи в образец с площадью сечения  $A$ , равно

$$-D_n \left( \frac{\partial \Delta n}{\partial X} \right) A,$$

а число электронов, покидающих образец в единицу времени, определяется выражением

$$-D_n \frac{\partial \Delta n}{\partial X} - D_n \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial \Delta n}{\partial X} \right) \Delta X \cdot A = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial X^2} \Delta X \cdot A.$$

Скорость увеличения числа электронов равна разности скоростей их поступления и ухода из образца, то есть

$$D_n \left( \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial X^2} \right) \Delta X \cdot A \text{ электронов/с.}$$

Скорость изменения концентрации электронов вследствие рекомбинации равна

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau_n}.$$

Число электронов, теряемых в секунду внутри образца при рекомбинации

$$\Delta n \cdot \Delta X \cdot A / \tau_n.$$

При равновесии обе эти скорости равны, то есть

$$D_n \left( \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial X^2} \right) \Delta X \cdot A = \frac{\partial \Delta n}{\partial t} \Delta X \cdot A.$$

Следовательно,

$$D_n \left( \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial X^2} \right) = \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau_n}.$$

Откуда получаем

$$\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial X^2} = -\frac{\Delta n}{D_n \tau_n} = -\frac{\Delta n}{L_n^2}.$$

Общее решение этого уравнения для  $\Delta n$  имеет вид

$$\Delta n(X) = A \exp\left(\frac{X}{L_n}\right) + B \exp\left(-\frac{X}{L_n}\right),$$

где  $L_n$  – диффузионная длина электронов в дырочном материале;

$A$  и  $B$  – константы.

Для определения  $A$  и  $B$  используем граничные условия  $\Delta n(\alpha) = \Delta n(0)$  при  $X=0$  и  $\Delta n(\infty) = 0$  при  $X = \infty$ .

Подставив эти условия в уравнение для  $\Delta n(X)$ , получаем

$$0 = A \exp(\infty) + B \exp(-\infty),$$

то есть  $A = 0$ ,  $B = \Delta n(0)$ .

Таким образом, частное решение уравнения диффузии для электронов имеет вид

$$\Delta n(X) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{X}{L_n}\right).$$

Подобным образом получаем частное решение для дырок

$$\Delta P(\alpha) = \Delta P(0) \exp\left(-\frac{X}{L_p}\right).$$

Из выражения  $D_n \tau_n = L_n^2$ , подставляя исходные данные, вычисляем  $L_n$

$$L_n = (D_n \cdot \tau_n)^{1/2} = (93 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4})^{1/2} = 0,97 \text{ мм.}$$

Аналогично находим для дырок

$$L_p = (D_p \cdot \tau_p)^{1/2} = (44 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-4})^{1/2} = 0,66 \text{ мм.}$$

### 2.3. Фоторезисторы

**2.3.1.** Известно, что в фоторезисторах из собственного сульфида кадмия фототок создается, главным образом, электронами. Докажите, что отношение числа электронов, проходящих во внешней цепи под действием внешнего поля, к числу носителей заряда, возбуждаемых светом в полупроводнике, определяется выражением

$$G = \frac{\tau_n}{t},$$

где  $\tau_n$  – время жизни электронов;

$t$  – время их дрейфа между электродами.

#### Решение.

Для упрощения анализа рассмотрим случай слабого поглощения, когда скорость оптической генерации неравновесных носителей заряда практически постоянна во всем объеме полупроводника. Тогда

$$G = \frac{I / q}{gV},$$

где  $V = \ell \cdot s \cdot d$  – объем полупроводника,

$\ell$  – расстояние между электродами,

$g$  – скорость генерации неравновесных носителей заряда.

Пренебрегая темновым током, получаем выражение для тока в освещенном фоторезисторе



$$I_{\Phi} = \sigma_{\Phi} \frac{U}{\ell} \cdot \epsilon \cdot d = q \Delta n \mu_n \epsilon \cdot d \cdot E,$$

где  $\Delta n = \tau_n \cdot g$ .

Тогда

$$G = \frac{\tau_n g \mu_n \epsilon \cdot d E}{g \cdot \ell \cdot \epsilon \cdot d} = \frac{\tau_n v_{др}}{\ell} = \frac{\tau_n}{t},$$

где  $v_{др}$  – дрейфовая скорость неравновесных носителей заряда.

Аналогично можно решить задачу и для случая неравномерного поглощения света.

**2.3.2.** Пластина германия *n*-типа длиной  $\lambda = 10$  мм, шириной  $a = 2$  мм и толщиной  $\epsilon = 0,5$  мм имеет продольное сопротивление  $R = 2$  кОм. Время жизни неравновесных носителей заряда  $\tau = 100$  мкс. На образец нормально к поверхности падает монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda = 0,546$  мкм. На этой длине волны световой эквивалент потока излучения  $K_{\lambda} = 625$  лм/Вт. Считая, что весь падающий на образец световой поток полностью расходуется на генерацию электронно-дырочных пар, определить при какой освещенности образца его сопротивление уменьшится в два раза. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта  $\beta$  принять равным единице, а подвижность электронов  $\mu_n$  и дырок  $\mu_p$  соответственно  $0,39$  и  $0,19$  м<sup>2</sup>/(В·с). При данной температуре собственная концентрация носителей  $n_i = 2,1 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>. Поверхностной рекомбинацией пренебречь.

**Решение.**

Найдем удельное сопротивление германия

$$\rho_0 = Ra \cdot \epsilon / \ell = 2 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 / 10^{-2} = 0,2 \text{ Ом} \cdot \text{см}.$$

Удельное сопротивление связано с концентрацией носителей заряда соотношением

$$\frac{1}{\rho_0} = q(n_0 \mu_n + P_0 \mu_p) = q \left( n_0 \mu_n + \frac{n_i^2}{n} \mu_p \right).$$

Отсюда получаем уравнение для равновесной концентрации электронов

$$n_0^2 - \frac{n_0}{q\mu_n\rho_0} + \frac{n_i^2\mu_p}{\mu_n} = 0.$$

Подставляя в него значения из условия задачи, имеем

$$n_0^2 - \frac{n_0}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,39 \cdot 0,2} + \frac{(2,1 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,19}{0,39} = 0$$

или

$$n_0^2 - 8 \cdot 10^{19} n_0 + 2,15 \cdot 10^{38} = 0.$$

Решением этого уравнения является

$$n_0 = 7,72 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Равновесная концентрация дырок

$$P_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{(2,1 \cdot 10^{19})^2}{(7,72 \cdot 10^{19})} = 5,7 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}.$$

При поглощении света в образце генерируется равное число неравновесных электронов  $\Delta n$  и дырок  $\Delta p$ . Поэтому удельная проводимость освещенного образца

$$\Delta\sigma = q(\Delta n + n_0)\mu_n + q(\Delta p + P_0)\mu_p = \frac{2}{\rho_0} = 10 \text{ Ом} \cdot \text{м}^{-1}$$

или

$$10 = 1,6 \cdot 10^{-19} \Delta n (0,39 + 0,19) + \frac{1}{0,2}.$$

Отсюда

$$\Delta n = \Delta p = 5,4 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}.$$

Общее число неравновесных электронов и дырок, создаваемых при поглощении фотонов во всем объеме образца  $V$

$$\Delta n_{\Sigma} = \Delta p_{\Sigma} = \Delta n \cdot V = 5,4 \cdot 10^{19} (10 \cdot 2 \cdot 0,5) \cdot 10^{-9} = 5,4 \cdot 10^{11}.$$

Вследствие рекомбинации число электронно-дырочных пар в образце уменьшается со скоростью

$$R = \frac{\Delta n_{\Sigma}}{\tau} = \frac{5,4 \cdot 10^{11}}{10^{-4}} = 5,4 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}.$$

Чтобы в образце поддерживалось необходимое динамическое равновесие, то есть неизменное число неравновесных носителей заряда, должно выполняться условие

$$R = \beta N_{\phi},$$

где  $N_{\phi}$  – число фотонов, ежесекундно поглощаемых в объеме полупроводника. Требуемый световой поток

$$\Phi = N_{\phi} \frac{hc}{\lambda} K_{\lambda} = \frac{5,4 \cdot 10^{15} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 625}{0,546 \cdot 10^{-6}} = 1,23 \text{ лм}.$$

Тогда освещенность образца

$$F = \frac{\Phi}{S} = 1,23 / (10 \cdot 2 \cdot 10^{-6}) = 6,15 \cdot 10^4 \text{ лк}.$$

**2.3.3.** На пластину полупроводника размерами  $\lambda \cdot \nu \cdot d$  перпендикулярно плоской поверхности падает поток монохроматического

излучения интенсивностью  $I_0$ . Коэффициент преломления полупроводника  $n_0$ , коэффициент оптического поглощения  $\alpha$ . Полагая, что в создании фототока  $I_\Phi$  принимают участие только электроны и, пренебрегая темновым током, доказать, что

$$I_\Phi = q\mu_n\tau_n\beta\frac{e}{\ell}I_0\frac{4n_0U}{(n_0+1)^2}(1-e^{-\alpha d}),$$

где  $\tau_n$  – время жизни электронов;

$\beta$  – квантовый выход внутреннего фотоэффекта;

$d$  – размер полупроводниковой пластины (в направлении падения света);

$U$  – напряжение, приложенное вдоль пластины (по размеру  $\lambda$ ).

**Решение.**

В соответствии с законом Бугера-Ламберта изменение интенсивности излучения при удалении от поверхности вглубь полупроводника

$$I(x) = I_0(1 - R)\exp(-\alpha x).$$

При нормальном падении световых лучей коэффициент отражения

$$R = (n_0 - 1)^2 / (n_0 + 1)^2.$$

Выделим тонкий слой толщиной  $dx$ , в пределах которого интенсивность излучения можно считать постоянной. Тогда в стационарных условиях для неравновесной концентрации электронов справедливо выражение

$$\Delta n(x) = g(x) \cdot \tau_n = \alpha\beta\tau_n I_0(1 - R)\exp(-\alpha x),$$

где  $g(x)$  – скорость оптической генерации носителей заряда.

Электрический ток, протекающий в слое  $dx$  на глубине  $x$

$$dI_\Phi = \sigma(x)E \cdot v dx = qv\Delta n(x)\mu_n\frac{U}{\ell} dx.$$

Суммируя проводимости всех слоев и переходя к интегралу, найдем полный фототок.

$$I_{\Phi} = q\mu_n \varepsilon \frac{U}{\ell} \int_0^d \Delta n(x) dx = q\mu_n \tau_n \beta U \frac{\varepsilon}{\ell} I_0 \frac{4n_0}{(n_0 + 1)^2} (1 - e^{-\alpha d}).$$

**2.3.4.** С помощью справочных данных, определить пороговую длину волны собственного поглощения арсенида галлия при температуре кипения жидкого азота.

Ответ:  $\lambda = 0,82$  мкм.

**2.3.5.** Вычислить минимальную длину световой волны, для которой арсенид галлия, имеющий ширину запрещенной зоны 1,43 эВ при температуре 300 К, является оптически прозрачным. Как будет изменяться эта граничная длина волны с понижением температуры?

Ответ:  $\lambda_{\min} = 869$  нм.

**2.3.6.** Какие причины обуславливают нелинейное изменение фотопроводимости полупроводников в зависимости от интенсивности облучения?

**2.3.7.** На одной стороне образца германия  $n$ -типа имеется инжектирующий контакт. При некотором напряжении смещения концентрация дырок у контакта увеличивается до  $10^{20}$  м<sup>-3</sup>. Кроме того, заданы следующие параметры образца: удельное сопротивление  $\rho = 2 \cdot 10^{-2}$  Ом·м, время жизни носителей  $\tau = 10^{-4}$  с, подвижности электронов и дырок  $\mu_n = 0,36$  и  $\mu_p = 0,17$  м<sup>2</sup>/В·с и концентрация собственных носителей  $1,3 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>. Вычислите:

а) отношение концентраций основных и неосновных носителей заряда;

б) диффузионную длину для дырок;

в) плотность дырочного тока.

Ответ: а)  $4,5 \cdot 10^3$ ; б)  $6,5 \cdot 10^{-4}$  м; в)  $104$  А/м<sup>2</sup>.

**2.3.8.** Плотность электронного тока в полупроводнике определяется выражением

$$q\mu nE + qD \frac{d\Delta U}{dx}.$$

Опишите физические явления, которые объясняют происхождение каждого члена этого выражения и обсудите условия равновесия. Используя условие равновесия, выведите соотношение Эйнштейна, связывающее коэффициент диффузии и подвижность электронов.

**2.3.9.** Образец дырочного антимонида индия имеет подвижность электронов  $6,2 \text{ м}^2 \text{ в}^{-1} \text{ с}^{-1}$  при 290 К. Вычислите диффузионную длину неосновных носителей заряда, если их время жизни  $\tau = 3 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ .

Ответ:  $0,86 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ .

**2.3.10.** Определить отношение удельных проводимостей пленки сульфида кадмия *n*-типа толщиной 100 мкм в темноте и при однородном оптическом возбуждении  $\sigma_c$  монохроматическим излучением интенсивностью  $I_0(1-R) = 10^{20} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$ , если равновесная концентрация электронов в образце  $n_0 = 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , коэффициент поглощения  $\alpha = 10^2 \text{ м}^{-1}$ , а время жизни неравновесных носителей заряда  $\tau_n = 10 \text{ нс}$ . Вкладом дырок в фотопроводимость пренебречь. Квантовый выход внутреннего фотоэффекта положить равным единице.

Ответ:  $\frac{\sigma_c}{\sigma_T} = 11$ .

**2.3.11.** При температуре 300 К для монохроматического излучения с длиной волны 1 мкм коэффициент поглощения кремния  $\alpha = 10^4 \text{ м}^{-1}$ , а коэффициент отражения  $R = 0,3$ . Определить, какая доля потока излучения  $\Phi(h)$  пройдет через пластину кремния толщиной  $h = 300 \text{ мкм}$  при нормальном падении лучей.

Ответ:  $\Phi(h)/\Phi_0 = 3,5 \%$ , где  $\Phi_0$  – поток излучения, падающий на пластину.

**2.3.12.** Свет падает на образец кремния, легированный донорами с концентрацией  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ . При этом генерируется  $10^{21} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$  электронно-дырочных пар. Генерация происходит равномерно во всем объеме образца. Имеется  $10^{13} \text{ см}^{-3}$  объемных центров рекомбинации с энергией  $E_i$ . Сечения захвата электронов и дырок равны  $10^{-14} \text{ см}^2$ .

а) Рассчитать установившиеся концентрации электронов и дырок после выключения света.

б) В момент  $t = 0$  свет выключается. Рассчитать время установления суммарной концентрации дырок и найти время жизни. Тепловая скорость носителей равна  $10^7 \text{ см/с}$ . Ток в образце отсутствует.

Ответ: а)  $n = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $p = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ; б) 10 нс.

**2.3.13.** Диффузионная длина электронов в кристаллах кремния, арсенида галлия и германия равна 1 мм. Используя справочные данные приложения, определить время жизни электронов в этих материалах при комнатной температуре.

Ответ:  $\tau_n(\text{Si}) = 276 \text{ мкс}$ ;  $\tau_n(\text{GaAs}) = 40 \text{ мкс}$ ;  $\tau_n(\text{Ge}) = 99 \text{ мкс}$ .

**2.3.14.** На полупроводниковый фотодетектор площадью  $0,5 \text{ мм}^2$  падает поток монохроматического излучения ( $\lambda = 0,565 \text{ мкм}$ ) плотностью  $20 \text{ мкВт/м}^2$ . Определить:

а) число электронно-дырочных пар, ежесекундно генерируемых в объеме полупроводника, полагая, что каждый фотон создает лишь одну пару носителей заряда;

б) во сколько раз изменится скорость генерации, если плотность потока излучения уменьшится вдвое;

в) как изменится скорость оптической генерации, если длина волны  $\lambda$  уменьшится вдвое.

Ответ: а)  $2,84 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-1}$ ; б) уменьшится в два раза; в) не изменится, поскольку энергия падающего излучения возрастает в два раза.

### 3. ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В *p-n* ПЕРЕХОДЕ. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ДИОДЫ

#### 3.1. Контактная разность потенциалов, *p-n*-переход

**3.1.1.** Имеется германиевый *p-n*-переход с концентрацией примесей  $N_D = 10^3 N_A$ , причем на каждые  $10^8$  атомов германия приходится один атом акцепторной примеси. Определить контактную разность потенциалов при температуре  $T = 300$  К. Концентрация атомов германия  $N = 4,4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , собственная концентрация  $n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

**Решение.**

Концентрация акцепторных атомов

$$N_A = \frac{N}{10^8} = \frac{4,4 \cdot 10^{22}}{10^8} = 4,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

Концентрация атомов доноров

$$N_D = 10^3 \cdot N_A = 4,4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}.$$

Если примеси ионизированы, то контактная разность потенциалов

$$\varphi_k = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2} = 0,0258 \ln \frac{4,4 \cdot 10^{17} \cdot 4,4 \cdot 10^{14}}{(2,5 \cdot 10^{13})^2} = 0,326 \text{ В}.$$

**3.1.2.** Удельное сопротивление *p*-области германиевого *p-n*-перехода  $\rho_p = 2$  Ом·см, а удельное сопротивление *n*-области  $\rho_n = 1$  Ом·см. Вычислить высоту потенциального барьера *p-n*-перехода при  $T = 300$  К;  $\mu_n$  и  $\mu_p$  – подвижности электронов и дырок соответственно,  $\mu_p = 1900 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $\mu_n = 3900 \text{ см}^2(\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$ .

**Решение.**

Удельное сопротивление *p*-области полупроводника

$$\rho_p = \frac{1}{N_A q \mu_p}.$$



Отсюда найдем концентрацию акцепторов:

$$N_A = \frac{1}{\rho_p q \mu_p} = \frac{1}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1900} = 1,65 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}.$$

Аналогично найдем концентрацию доноров в  $n$ -области полупроводника:

$$N_D = \frac{1}{\rho_n q \mu_n} = \frac{1}{1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3900} = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}.$$

Считая примеси ионизированными, найдем высоту потенциального барьера  $p$ - $n$ -перехода

$$e\varphi_k = K \cdot T \ln(N_A \cdot N_D / n_i^2) = 8,62 \cdot 10^{-5} \ln \frac{1,65 \cdot 10^{15} \cdot 1,6 \cdot 10^{15}}{(2,5 \cdot 10^{13})^2} = 0,215 \text{ эВ}.$$

**3.1.3.** Имеется кремниевый  $p$ - $n$ -переход, находящийся при температуре 300 К;  $p$ -область  $p$ - $n$ -перехода легирована атомами бора (элемент III группы Периодической системы элементов) с концентрацией  $10^{21} \text{ м}^{-3}$ . Область  $n$ -перехода легирована атомами фосфора (элемент V группы) с концентрацией  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ .

Вычислите:

- высоту потенциального барьера  $\varphi_k$ , если  $U = 0$ ,  $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ;
- ширину области пространственного заряда с каждой стороны перехода, если приложенное напряжение  $U = -10 \text{ В}$ , а диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_n = 1,062 \cdot 10^{-12} \text{ ф}\cdot\text{см}^{-1}$ ;
- барьерную емкость при напряжении  $-10 \text{ В}$ , если площадь поперечного сечения перехода  $10^{-8} \text{ м}^{-2}$ ;
- напряжение лавинного пробоя  $U_{\text{проб}}$ . Считайте, что данное явление поступает при напряженности электрического поля  $E = 1,5 \cdot 10^7 \text{ В/м}$ .

**Решение.**

а) Контактная разность потенциалов

$$\varphi_k = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2} = 0,0258 \ln \frac{10^{21} \cdot 10^{20}}{(1,5 \cdot 10^{10})^2} = 0,51 \text{ В};$$

$$U' = \varphi_k - U = 0,51 - (-10) = 10,51 \text{ В.}$$

б)

$$x + x_p = \left( \frac{2\varepsilon_n (N_A + N_D)}{qN_A \cdot N_D} \cdot U \right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left( \frac{2 \cdot 1,06 \cdot 10^{-10} (10^{21} + 10^{20})}{1,6 \cdot 10^{-19} 10^{21} \cdot 10^{20}} \cdot 10,51 \right)^{\frac{1}{2}} = 1,2310^{-5} \text{ м.}$$

Рассматривая совместно условие электрической нейтральности  $x_p \cdot N_A = x_n \cdot N_D$  и равенство  $W = x_n + x_p$ , получаем

$$x_n = W \cdot N_A / (N_A + N_D) = 1,118 \cdot 10^{-5} \text{ м,}$$

$$x_p = W \cdot N_D / (N_D + N_A) = 1,118 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Если напряжение на  $p$ - $n$ -переходе равно нулю, то

$$W_0 = \frac{2 \cdot 1,06 \cdot 10^{-10} (10^{20} + 10^{21})}{1,6 \cdot 10^{-19} 10^{20} \cdot 10^{21}} = 0,27 \cdot 10^{-5} \text{ м,}$$

$$C_{\text{бар}} = \varepsilon_n \frac{A}{W} = \frac{1,06 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-8}}{1,23 \cdot 10^{-5}} = 0,085 \text{ пФ.}$$

в)

$$E = - \left[ \frac{2qU \cdot N_A N_D}{\varepsilon_n (N_A + N_D)} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

г)

$$U_{\text{np}} = \frac{E^2 \varepsilon_n (N_A + N_D)}{2qN_A \cdot N_D} = \frac{(1,5 \cdot 10^7)^2 \cdot 1,06 \cdot 10^{-10} (10^{20} + 10^{21})}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{20} \cdot 10^{21}} = 820 \text{ В.}$$

**3.1.4.** Слабелегированный образец кремния  $n$ -типа имеет удельное сопротивление 4 Ом·см. В нем сформирован  $p$ - $n$ -переход с примесной концентрацией  $N_A$  в 1000 раз превышающей концентрацию примеси  $n$ -типа. Чему равна контактная разность потенциалов такого перехода  $\varphi_k$ ?  $\mu_n = 1417$  см<sup>2</sup>/В·с,  $T = 300$  К.

**Решение.**

$$\varphi_k = \frac{KT}{q} \ln \frac{N_A \cdot N_D}{n_i^2}.$$

По значению удельного сопротивления  $\rho = 400$  Ом·см по формуле

$$\sigma_n = \frac{1}{\rho} = e\mu_n N_D$$

находим  $N_D = 10^{15}$  см<sup>-3</sup>.

Поскольку в  $p$ -области примесная концентрация в 1000 раз больше,  $N_A = 10^{18}$  см<sup>-3</sup>.

$$\varphi_k = 0,026 \ln \frac{10^{18} \cdot 10^{15}}{(1,45 \cdot 10^{10})^2} = 0,753 \text{ В.}$$

Это напряжение представляет собой типовое значение  $\varphi_k$  для многих  $p$ - $n$  переходов в интегральных схемах.

**3.1.5.** Вывести выражение для доли  $P_n$  (в процентах) полного обр-атного напряжения смещения, приходящегося на область  $n$ -типа в  $p$ - $n$ -переходе с постоянными примесными концентрациями  $N_A$  со стороны  $p$ -типа и  $N_D$  со стороны  $n$ -типа, в случае подачи на переход внешнего напряжения  $V_a = -5$  В. Рассчитать  $P_n$  при  $N_A = 10^{17}$  см<sup>-3</sup> для следующих трех случаев

- а)  $N_D = 10^{-1}N_A$ ,   б)  $N_D = 10^{-2}N_A$ ,   в)  $N_D = 10^{-3}N_A$ .

### Решение.

Воспользуемся в каждом из трех случаев для определения полной ширины обедненной области уравнением

$$x_n + x_p = \left[ \frac{2\varepsilon_n \varphi_k}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Пусть  $E_{\max}$  – максимальная напряженность электрического поля в  $p$ - $n$ -переходе. Тогда падение напряжения  $V_p$  на области  $p$ -типа равно

$$V_p = \frac{E_{\max} x_p}{2},$$

а падение напряжения  $V_n$  на области  $n$ -типа равно

$$V_n = \frac{E_{\max} x_n}{2}.$$

Полное обратное напряжение смещения  $V_R = V_p + V_n$ . Следовательно, искомая величина  $P_n$  равна

$$P_n = \frac{V_n}{V_n + V_p} \cdot 100 = \left( 1 + \frac{V_p}{V_n} \right)^{-1} \cdot 100 = \left( 1 + \frac{x_p}{x_n} \right)^{-1} \cdot 100.$$

$$P_n = \left( 1 + \frac{N_D}{N_A} \right) \cdot 100.$$

Соответствующие процентные доли (значения  $P_n$ ) для трех рассматриваемых случаев равны:

а)  $N_D = 10^{16}$      $P_n = 91 \%$ ;

б)  $N_D = 10^{15}$      $P_n = 99 \%$ ;

в)  $N_D = 10^{154}$      $P_n = 99,9 \%$ .

Следовательно, в случае, когда примесные концентрации по обе стороны резкого перехода различаются на порядок величины, более 90 % полного обратного напряжения падает на слаболегированной области. С увеличением отношения примесных концентраций одно-сторонний характер перехода становится все более резко выраженным.

Рассчитаем полную ширину обедненного слоя при обратном смещении на переходе 5 В. Заменяем контактную разность потенциалов  $\varphi_k$  полным обратным напряжением  $V_R = \varphi_k + |V_a|$ .

а)  $\varphi_k = 0,753$  при  $N_A = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ;

б)  $\varphi_k = 0,694$  при  $N_A = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ;

в)  $\varphi_k = 0,634$  при  $N_A = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

При  $V_a = -5$  В, получим  $V_R = 5,753$  В,  $V_R = 5,694$  В и  $V_R = 5,634$  В для случаев а, б, и в соответственно.

Следовательно,  $x_d = x_n + x_p$  в микрометрах будет равно:

а)  $x_d = 0,91$  мкм;

б)  $x_d = 2,73$  мкм;

в)  $x_d = 8,54$  мкм.

**3.2.1.** Германиевый диод имеет обратный ток насыщения 1 мкА, а кремниевый диод с *p-n*-переходом таких же размеров – обратный ток насыщения  $10^{-8}$  А. Вычислить и сравнить прямые напряжения  $U_{пр}$  на переходах при  $T = 293$  К и токе 100 мА.

**Решение.**

Ток через *p-n*-переход определяется по формуле

$$I = I_0 \left[ \exp\left(\frac{qU_{пр}}{KT}\right) - 1 \right],$$

где  $I_0$  – обратный ток насыщения.

Для германиевого *p-n*-перехода можем записать

$$100 \cdot 10^{-3} = 10^{-6} \exp\left[1,6 \cdot 10^{-19} \cdot U_{пр} / 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293\right].$$

Откуда  $U_{пр} = 288$  мВ.

Аналогично для кремниевого  $p$ - $n$ -перехода при  $I_0 = 10^{-8}$  А получаем  $U_{\text{пр}} = 407$  мВ.

**3.2.2.** Обратный ток насыщения диода Шоттки с контактом металл-полупроводник равен  $I_0 = 2$  мкА. Контакт соединен последовательно с резистором и источником постоянного напряжения  $U_{\text{ист}} = 0,2$  В. Определить сопротивление резистора  $R$ , если падение напряжения на нем  $U_R = 0,1$  В. Контакт находится при температуре  $T = 300$  К.

**Решение.**

Ток через барьер Шоттки

$$I = I_0 \left[ e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right],$$

где  $U$  – прямое напряжение.

Поскольку падение напряжения на резисторе  $U_R = 0,1$  В, напряжение на контакте

$$U = U_{\text{ист.}} - U_R = 0,2 - 0,1 = 0,1 \text{ В.}$$

Поэтому ток в цепи:

$$I = 2 \cdot 10^{-6} \left[ \exp \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} - 1 \right] = 93 \cdot 10^{-6} \text{ А.}$$

Следовательно,

$$R = \frac{U}{I} = \frac{0,1}{93 \cdot 10^{-6}} = 1,08 \text{ кОм.}$$

**3.2.3.** Обратный ток насыщения  $I_0$  диода при комнатной температуре равен  $10^{-14}$  А. При повышении температуры до  $125$  °С обратный ток насыщения увеличился в  $10^5$  раз. Определить напряжение на переходе при комнатной температуре и температуре  $125$  °С, если прямой ток через него  $I_0 = 1$  мА.

**Решение.**

Из вольтамперной характеристики  $p$ - $n$ -перехода имеем

$$\frac{I}{I_0} + 1 = \exp\left[\frac{qU}{KT}\right].$$

Логарифмируя и решая это уравнение относительно  $U$ , получаем

$$U = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{I}{I_0} + 1\right),$$

при  $T = 293$  К  $U = 0,026 \ln\left(\frac{10^{-3}}{10^{-14}} + 1\right) = 0,66$  В;

при  $T = (293 + 125)$  К  $U = 0,036 \ln\left(\frac{10^{-3}}{10^{-14} \cdot 10^5} + 1\right) = 0,5$  В.

**3.2.4.** Покажите, что плотность тока  $j$  через идеальный  $p$ - $n$ -переход определяется выражением

$$j = j_0 \left[ \exp\left(\frac{qV}{KT}\right) - 1 \right], \quad (1)$$

где  $V$  – напряжение смещения;

$T$  – абсолютная температура.

Вычислите дифференциальное сопротивление  $p$ - $n$ -перехода при  $V = 0,1$  В,  $T = 290$  К и  $j_0 = 1$  А/м<sup>2</sup> и объясните практическое значение этой компоненты полного сопротивления.

**Решение.**

Основное уравнение диода

$$j = j_0 \left[ \exp\left(\frac{qV}{KT}\right) - 1 \right].$$

Дифференциальное сопротивление прямой ветви  $r_g$  можно вычислить из выражения

$$\frac{dj}{dV} = j_0 \frac{q}{KT} \exp\left(\frac{qV}{kT}\right), \quad (2)$$

которое мы получим путем дифференцирования (1) по  $V$ , и которое дает дифференциальную проводимость.

Преобразуем уравнение (1) к виду

$$j + j_0 = j_0 \exp\frac{qV}{KT}. \quad (3)$$

Подставим (3) в правую часть выражения (2), получим

$$\frac{dj}{dV} = \frac{q}{KT} (j + j_0) \approx \frac{q}{KT} j.$$

Поскольку  $j \gg j_0$ , следовательно  $r_g = \frac{KT}{qI} = 4,6 \text{ Ом}$ .

При росте прямого тока дифференциальное сопротивление уменьшается. На практике это свойство дифференциального сопротивления используется для модуляции проводимости.

**3.2.5.** Имеется солнечный элемент, который при освещении ведет себя подобно обычному кремниевому диоду при прямом смещении ( $U > 0$ ). В темновом режиме при комнатной температуре параметры элемента таковы:  $I_{\text{нос.}} = 3,3 \text{ нА}$ ;  $\alpha = 1,3$  (идеальный коэффициент использования);  $A = 1,7 \text{ см}^2$ ,  $r_i = 0,8 \text{ Ом}$  (внутреннее сопротивление прибора). При освещении солнечного элемента в резистивной нагрузке проходит ток  $I_n = 36 \text{ мА}$ . Определите:

- напряжение  $U_x$  в режиме холостого хода ( $I = 0$ );
- связь между сопротивлением нагрузки  $R_n$  и током  $I$ ;
- значения величин  $I$ ,  $U$  и  $R_n$ , обеспечивающие максимальную мощность в нагрузке, а также саму эту мощность;
- коэффициент насыщения вольтамперной характеристики солнечного элемента;
- выходное напряжение при  $R_n = 2R_{\text{нм}}$  и  $R_n = 0,5R_{\text{нм}}$ .



**Решение.**

а) Напряжение холостого хода определяем по формуле

$$U_x = \alpha \frac{KT}{q} \ln \left( \frac{I_H}{I_{\text{нас.}}} + 1 \right) = 1,3 \cdot 0,026 \ln \left( \frac{36 \cdot 10^{-3}}{3,3 \cdot 10^{-9}} + 1 \right) = 0,55 \text{ В.}$$

б) Электродвижущая сила элемента

$$U_i = -\frac{I}{(R_H + r_i)},$$

где  $R_H$  – сопротивление нагрузки, включенной последовательно с внутренним сопротивлением  $r_i$  солнечного элемента.

Используем выражение

$$I = I_{\text{пос.}} \left( e^{\frac{KT}{q} U} - 1 \right) - I_{\text{св}},$$

где  $I_{\text{св}}$  – ток, возникающий под действием света, а также то, что напряжение на нагрузке

$$U = I \cdot R_H.$$

Находим

$$U = \alpha \frac{KT}{q} \left( 1 + \frac{r_i}{R_H} \right)^{-1} \ln \left( \frac{I_H + I}{I_{\text{нас.}}} + 1 \right);$$

$$R_H = \frac{0,034}{-I} \ln \left( \frac{36 \cdot 10^{-3} + I}{3,3 \cdot 10^{-9}} + 1 \right) - 0,8,$$

где учтено, что  $I < 0$ .

в) Мощность в нагрузке

$$P = -I \cdot U = -CI \ln \left( \frac{I_H + I}{I_{\text{нас.}}} \right) + 1 \approx -C \ln \left( \frac{I_H + I}{I_{\text{нас.}}} \right),$$

где

$$C = \alpha \frac{KT}{q} \left( 1 + \frac{r_i}{R_H} \right)^{-1}.$$

Мощность максимальна в том случае, когда ее производная по  $I$  обращается в нуль

$$\frac{dP}{dI} = 0 = -C \left[ \ln \left( \frac{I_H + I_m}{I_{\text{нас.}}} \right) - \frac{I_T / I_{\text{нас.}}}{(I_H + I_T) / I_{\text{нас.}}} \right].$$

Следовательно, условие максимума мощности

$$\ln \left( \frac{I_H + I_m}{I_{\text{нас.}}} \right) = - \frac{I_m}{I_H + I_m}.$$

Отсюда находим  $I_m = -33,52$  мА;  $R_{\text{нм}} = 12,9$  Ом;  $U_m = -I_m R_{\text{нм}} = 0,43$  В. В результате получаем  $P_m = I_m U_m = 14,5$  мВт.

г) Коэффициент насыщения вольтамперной характеристики

$$K_{\text{нас.}} = \frac{I_m U_m}{I_{\text{нас.}} U_x} = \frac{14,5 \cdot 10^{-3}}{36 \cdot 10^{-3} \cdot 0,55} = 0,73.$$

д) В соответствии с уравнением, получаем в п. б), учитывая, что  $R_H = 2 R_{\text{нм}} = 25,8$  Ом, получаем

$$I_H = 20 \text{ мА} \quad \text{и} \quad P_m = I_H^2 R_H = 10,3 \text{ мВт.}$$

Если  $R_H = 0,5 R_{\text{нм}}$ , то  $I_H = 36$  мА и  $P_H = 8,36$  мВт.

Рассмотрим  $p$ - $n$ -переход, изготовленный из собственного германия с концентрацией свободных электронов  $10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Концентрация ионизованных атомов примесей в  $p$ - и  $n$ -материале составляет соответственно  $10^{17}$  и  $5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Коэффициенты диффузии для электронов и дырок соответственно равны  $100$  и  $50 \text{ см}^2/\text{с}$ , диффузионные длины в обоих случаях составляют  $0,08$  см.

**3.2.6.** Оцените величину потенциального барьера, предполагая, что концентрация основных носителей в материале пропорциональна

$$\left( -\frac{E}{KT} \right),$$

где  $E$  – разность энергий между уровнем Ферми и дном зоны проводимости (для электронов) и потолком валентной зоны (для дырок).

Вычислите плотность тока насыщения, полагая, что отклонение от равновесной концентрации неосновных носителей изменяется от расстояния до границы перехода по экспоненциальному закону.

Ответ: 0,46 эВ; 4 мА/м<sup>2</sup>.

**3.2.7.** Резкий кремниевый  $p$ - $n$ -переход имеет примесные концентрации  $N_A = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $N_D = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Рассчитать: а) с помощью приближения обеднения рассчитать ширину области пространственного заряда и максимальное электрическое поле для напряжений на переходе

а)  $V = 0$

б)  $V = -10 \text{ В}$ .

Ответ: а)  $\varphi_k = 0,72 \text{ В}$ ,  $X_d = 0,97 \text{ мкм}$ ,  $E_{\max} = 1,48 \cdot 10^4 \text{ В/см}$  при  $V = 0$ .

б)  $X_d = 3,73 \text{ мкм}$ ,  $E_{\max} = 5,75 \cdot 10^4 \text{ В/см}$  при  $V = -10 \text{ В}$ .

**3.2.8.** На поверхности полупроводника, в котором создан несимметричный  $p$ - $n$ -переход ( $N_A > N_D$ ), находится отрицательный заряд. Граница  $p$ - $n$ -перехода и поверхность полупроводника перпендикулярны. Приводит ли наличие поверхностного заряда к изменению площади  $p$ - $n$ -перехода? При каких условиях вблизи поверхности полупроводника появляется инверсный слой? Какие параметры перехода при этом изменятся? В каком случае поверхностный заряд влияет на пробивное напряжение  $p$ - $n$ -перехода?

Ответ: поверхностный заряд  $Q_s$  оказывает влияние на менее легированную область  $p$ - $n$ -перехода (в задаче –  $n$ -область). Отрицательный заряд  $Q_s$  отталкивает от поверхности электроны и притягивает неосновные носители заряда – дырки. Это может привести к образованию инверсного  $p$ -слоя вблизи поверхности  $n$ -области.

При этом увеличивается площадь  $p$ - $n$ -перехода и возрастает барьерная емкость. Существование инверсного слоя, участвующего в экстракции неосновных носителей заряда, вызывает рост тока насыщения. Наличие положительного заряда  $+Q_s$  приводит к уменьшению вблизи поверхности ширины области пространственного заряда, что, в свою очередь, может снизить пробивное напряжение  $p$ - $n$ -перехода.

### 3.2. Контрольные вопросы

#### К гл. 3 п. 3.1.

Какая из двух областей  $p$ - $n$ -перехода обладает более высоким удельным сопротивлением, если известно, что число дырок, инжектируемых через  $p$ - $n$ -переход в единицу времени, на несколько порядков больше числа электронов?

Барьерная емкость резкого  $p$ - $n$ -перехода равна 200 пФ при обратном напряжении 2 В. Какое требуется обратное напряжение, чтобы она уменьшилась до 50 пФ, если контактная разность потенциалов  $\varphi_k = 0,82$  В?

Ответ:  $U_{обр.} = 44,1$  В.

В кремниевом резком  $p$ - $n$ -переходе  $n$ -область имеет удельное сопротивление  $\rho_n = 0,5$  Ом·см, время жизни неосновных носителей заряда в ней  $\tau_p = 1$  мкс; для  $p$ -области:  $\rho_p = 0,1$  Ом·см,  $\tau_n = 5$  мкс. Найти отношение дырочной составляющей тока к электронной. Определить плотность тока, протекающего через переход при прямом напряжении 0,3 В.

Ответ:  $\frac{I_p}{I_n} = 186,8$ ;  $j_{пр} = 7,2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{А}}{\text{см}^2}$ .

В резком  $p$ - $n$ -переходе площадью  $S = 10^{-6} \text{ м}^2$  концентрация акцепторной примеси в  $p$ -области  $N_A = 10^{24} \text{ м}^{-3}$ , концентрация донорной примеси в  $n$ -области  $N_D = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ . Подвижность дырок  $\mu_p = 0,2 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ , подвижность электронов  $\mu_n = 0,4 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ , диффузионные длины неосновных носителей заряда  $L_p = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ,  $L_n = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ,

относительная диэлектрическая проницаемость материала  $\varepsilon = 16$ , собственная концентрация носителей заряда  $n_i = 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . Вычислить для температуры  $T = 300 \text{ К}$ :

- а) концентрацию основных и неосновных носителей заряда;
- б) удельную проводимость  $p$ - и  $n$ -областей;
- в) контактную разность потенциалов;
- г) коэффициент диффузии для носителей заряда обоих знаков;
- д) обратный ток насыщения  $I_0$ ;
- е) ширину области объемного заряда  $p$ - $n$ -перехода при обратном напряжении  $10 \text{ В}$ ;
- ж) барьерную емкость  $p$ - $n$ -перехода при обратном напряжении  $10 \text{ В}$ ;
- з) отношение дырочной составляющей тока через  $p$ - $n$ -переход к электронной.

Ответ:

а)  $P_p = 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $n_p = 10^{14} \text{ м}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ ,  $P_n = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ;

б)  $\sigma_p = 3,2 \cdot 10^4 (\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}$ ;  $\sigma_n = 6,4 \cdot 10^2 (\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}$ ;

в)  $\varphi_k = 0,46 \text{ В}$ ;

г)  $D_p = 0,005 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_n = 0,01 \text{ м}^2/\text{с}$ ;

д)  $I_0 = 0,04 \text{ мкА}$ ;

е)  $\delta = 1,4 \text{ мкм}$ ;

ж)  $C_{\text{бар.}} = 100 \text{ пФ}$ ;

з)  $\frac{I_p}{I_n} = 50$ .

### К гл. 3 п. 3.2.

Диод с резким  $p$ - $n$ -переходом имеет площадь поперечного сечения  $S = 1 \text{ мм}^2$ . Область  $P$  сильно легирована, так что ее удельная проводимость в несколько раз больше удельной проводимости  $n$ -области. Удельное сопротивление  $n$ -области  $5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ , а время жизни неосновных носителей заряда в ней  $\tau_p = 50 \text{ мкс}$ . Определить обратный ток диода и прямое напряжение при токе  $1 \text{ мА}$ .

Ответ:  $I_0 = 3,1 \text{ мкА}$ ;  $U_{\text{пр}} = 0,15 \text{ В}$ .

От какого параметра полупроводникового материала зависит высота потенциального барьера  $p$ - $n$ -перехода при одинаковой концентрации примесей в  $n$ - и  $p$ -областях? В каком из полупроводниковых

материалов – арсениде галлия или фосфиде галлия, больше контактная разность потенциалов? Параметры материалов берутся из справочных данных.

Кремниевый диод имеет удельную проводимость  $p$ -области  $\sigma_p = 10^3 \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}$  и удельную проводимость  $n$ -области  $\sigma_n = 20 \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}$ . Время жизни неосновных носителей заряда 5 и 1 мкс в  $p$ - и  $n$ -областях соответственно. Определить:

а) отношение дырочной составляющей тока в  $p$ - $n$ -переходе к электронной;

б) плотность обратного тока насыщения и плотность тока через  $p$ - $n$ -переход при прямом напряжении 0,3 В.

Расчет проводить для температуры  $T = 300 \text{ К}$ , полагая, что собственная концентрация носителей заряда  $n_i = 1,4 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$ , подвижность электронов  $\mu_n = 0,12 \frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$ , подвижность дырок  $\mu_p = 0,05 \frac{\text{м}^2}{\text{В}\cdot\text{с}}$ .

Ответ:

а)  $\frac{I_p}{I_n} = 28,8;$

б)  $j_0 = 1,05 \frac{\text{мкА}}{\text{м}^2}, j = 0,081 \text{ А/м}^2.$

#### 4. ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В P-N-ПЕРЕХОДЕ. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ

4.1. Опишите процессы, происходящие во время переноса неосновных носителей через базу в  $n$ - $p$ - $n$ -транзисторе в активном режиме. Поясните смысл терминов: эффективность эмиттера, коэффициент переноса. Пусть в  $n$ - $p$ - $n$ -транзисторе с одинаковой площадью переходов ( $1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ) на переходе эмиттер-база неравновесная концентрация электронов равна  $10^{20} \text{ м}^{-3}$ . Оценить величину тока коллектора, если эффективная толщина базы  $W = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ , а подвижность электронов при комнатной температуре ( $T = 300 \text{ К}$ )  $\mu_n = 0,39 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ .

##### Решение.

Пусть на переходе эмиттер-база инжектируются электроны, которые далее диффундируют в базу. Некоторое количество этих электронов рекомбинирует с дырками, концентрация которых в  $p$ -области низка, а оставшиеся электроны поступают в коллектор. Следовательно, существует поток дырок в базовую область (из внешней цепи). Электроны, попавшие в базу, диффундируют во всех направлениях. Для получения высокого коэффициента переноса площадь коллектора должна быть много больше площади эмиттера.

Плотность тока неосновных носителей (электронов) в базе равна:

$$j_n = qD_n \frac{d\Delta n}{dx}.$$

Коэффициент диффузии неосновных носителей (электронов) можно вычислить из соотношения Эйнштейна

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q},$$

$$D_n = \frac{kT\mu_n}{q} = 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot 0,39 = 1,01 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Величина наклона при линейном распределении неравновесных электронов в базе вычисляется следующим образом:

$$\frac{d\Delta n}{dx} = -\frac{10^{20}}{2 \cdot 10^{-5}}.$$

Плотность тока электронов равна

$$j_n = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,01 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \cdot 10^{25}.$$

Значение тока коллектора

$$I_k = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,01 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \cdot 10^{25} \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 8,1 \text{ мА}.$$

При решении задачи были сделаны следующие допущения:

1. Толщина базы намного меньше диффузионной длины неосновных носителей заряда (электронов).
2. Концентрация акцепторной примеси в базе низкая, а концентрация донорной примеси в эмиттере и коллекторе высокая.
3. В базовой области нет рекомбинации неравновесных носителей заряда (следовательно, распределение электронов в базе является линейным).

**4.2.** Как видно из рис. 4.1 (сечение ПТУП) сильнолегированные электроны истока и стока обычно делаются на некотором расстоянии от области канала. Из-за этих промежутков появляется нежелательное сопротивление, которое включено последовательно с каналом ПТУП. Рассмотрим *n*-канальный ПТУП с  $L = 5$  мкм и  $W = 10$  мкм, в котором область канала отделена от диффузионных областей истока и стока промежутками в 5 мкм.

Канал этого ПТУП образован под диффузионной затворной областью *p*-типа с глубиной перехода 0,5 мкм в эпитаксиальном слое *n*-типа толщиной 1,5 мкм с примесной концентрацией  $N_D = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  ( $\rho_n = 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ).

Будем считать, что диффузионный затвор образует с каналом резкий переход примесной концентрацией  $N_A = 10^{19} \text{ см}^{-3}$  и, что обедненной областью перехода канал–подложка можно пренебречь.



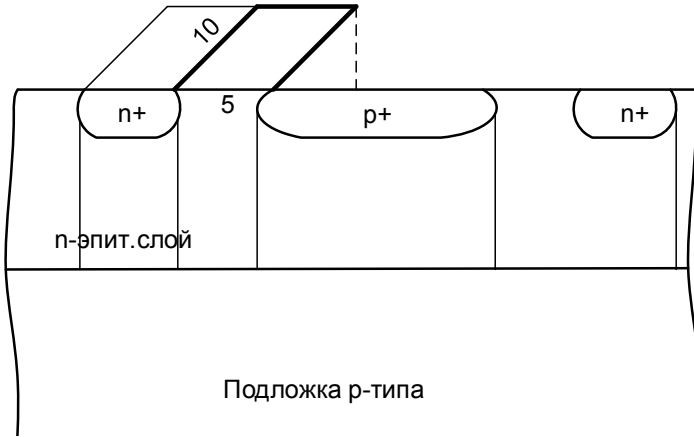


Рис. 4.1

Найдем относительный прирост сопротивления между контактами истока и стока (считая, что ПТУП работает в линейной области характеристик), обусловленный промежутками между каналом и истоком и стоком, в сравнении с «чистым» сопротивлением канала.

**Решение.**

Проводимость канала определяется уравнением

$$I_D = \left(\frac{W}{L}\right) q \mu_n N_D t \left\{ 1 - \left[ \left( \frac{2\varepsilon_s}{q N_D t^2} \right) (\varphi_k - V_G) \right]^{\frac{1}{2}} \right\} V_D. \quad (1)$$

Из уравнения

$$\varphi_k = \frac{KT}{q} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right)$$

вычисляем  $\varphi_k = 0,854 \text{ В}$ ,  $\rho_n = 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ .  $R_G = \rho \frac{L}{S}$ .

Подставляя эти значения и  $\frac{W}{L} = 2$ , и  $t = 1$  мкм в уравнение (1), получаем проводимость канала

$$G_c = 2,08 \cdot 10^{-4} (1 - 0,472) = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}^{-1}.$$

Проводимость, соответствующая последовательным сопротивлениям околостокковой и окологристочковой областей  $G_s$  и  $G_d$

$$G_{s,d} = \frac{W}{L} q \mu_n N_D t_b = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}^{-1},$$

где  $t_b = 1,5$  мкм – толщина эпитаксиального слоя.

Сопротивление самого канала равно  $\frac{1}{G_c} = 9,1$  кОм.

Последовательные сопротивления истока и стока равны  $\frac{1}{G_{s,d}} = 3,2$  кОм каждое, поэтому полное сопротивление равно 15,5 кОм. Таким образом, прирост сопротивления канала составляет  $(6,4 / 9,1) \cdot 100 = 70$  %.

Это дополнительное сопротивление является паразитным, то есть оно снижает возможное усиление ПТУП, так как включено последовательно в цепь выходного напряжения прибора. Максимальное влияние эти паразитные резисторы оказывают именно в рассмотренном здесь режиме (при нулевом напряжении на затворе). С ростом обратного напряжения на затворе их влияние ослабевает, так как уменьшается величина  $G_c$ .

**4.3.** С помощью формулы  $E = \frac{KT}{q} \frac{1}{p} \frac{dp}{dx}$  показать, что в области

полупроводника, в которой примесная концентрация экспоненциально зависит от координаты, действует постоянное электрическое поле.

4.4. Рассчитать примесную концентрацию на границе области пространственного заряда коллекторного перехода в транзисторе с шириной базы 0,3 мкм, примесной концентрацией на границе эмиттер–база  $10^{17} \text{ см}^{-3}$  и постоянным полем в базе – 4000 В/см.

Ответ:  $9,9 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

4.5. Объясните механизм протекания тока через базу *p-n-p*-транзистора, работающего в активном режиме. Пусть транзистор имеет следующие параметры: коэффициент инжекции  $\gamma = 0,99$ , коэффициент переноса  $K = 0,95$ . Вычислить ток коллектора, если ток базы равен 20 мкА, а ток утечки коллектор–база при разомкнутой цепи эмиттера составляет 1 мкА.

### Решение.

Как в *p-n-p*, так и в *n-p-n*-транзисторах в активном режиме, переход эмиттер–база смещен в прямом направлении, а переход коллектор–база – в обратном.

В *p-n-p*-транзисторах электропроводность эмиттера *p*-типа много больше, чем электропроводность базы *n*-типа, и на обоих переходах преобладает дырочный ток. Толщина области пространственного заряда в *p*-области меньше, чем в *n*-области. У эмиттерного перехода устанавливается избыточная концентрация дырок, в результате чего происходит их инжекция с границы обедненного слоя эмиттер–база. Инжектированные дырки диффундируют через область базы, в которой незначительное их число рекомбинирует с электронами. Следовательно, существует поток электронов в базовую область (из внешней цепи), непрерывно восстанавливающий число электронов, теряемых при рекомбинации. Остальные дырки, участвующие в рекомбинации, поступают на коллектор. Толщина базы меньше диффузионной длины неосновных носителей заряда (дырок) в базе. Таким образом, дырки, инжектируемые в область базы, диффундируют непосредственно к коллектору. Поскольку типичные значения  $L_p$  и  $W$  равны  $10^{-4}$  и  $10^{-5}$  м, то рекомбинация незначительна. Коэффициент передачи

$$\alpha = \gamma \cdot K.$$

Подставляя численные значения в это выражение, получаем

$$\alpha = 0,99 \cdot 0,995 = 0,985.$$

Ток коллектора определяется выражением

$$I_{\text{к}} = \alpha I_{\text{Э}} = I_{\text{КБО}}, \quad (1)$$

где  $I_{\text{КБО}}$  – ток утечки (ток коллектора, когда на коллекторном переходе обратное напряжение), а эмиттерная цепь разомкнута.

Ток эмиттера равен

$$I_{\text{Э}} = I_{\text{Б}} + I_{\text{К}}.$$

Подставим это равенство в (1)

$$I_{\text{к}} = \alpha(I_{\text{Б}} + I_{\text{К}}) + I_{\text{КБО}},$$

или

$$I_{\text{к}}(1 - \alpha) = \alpha I_{\text{Б}} + I_{\text{КБО}}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} I_{\text{к}} &= \frac{\alpha}{1 - \alpha} I_{\text{Б}} + \frac{1}{1 - \alpha} I_{\text{КБО}} = \\ &= \frac{0,985}{1 - 0,985} \cdot 20 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{1 - 0,985} \cdot 10^{-6} = 1,38 \text{ мА}. \end{aligned}$$

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ.....	4
1.1. Собственные и примесные полупроводники. Доноры и акцепторы .....	4
1.2. Зависимость концентрации носителей заряда и удельного сопротивления от температуры .....	11
2. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ.....	15
2.1. Оптическое поглощение и фотопроводимость.....	15
2.2. Неравновесные процессы .....	17
2.3. Фоторезисторы .....	24
3. ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В <i>P-N</i> ПЕРЕХОДЕ. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ДИОДЫ .....	32
3.1. Контактная разность потенциалов, <i>p-n</i> -переход .....	32
3.2. Контрольные вопросы.....	44
4. ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В <i>P-N</i> -ПЕРЕХОДЕ. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ.....	47

Учебное издание

**ШАДУРСКАЯ** Людмила Иосифовна  
**ГУСЕВ** Олег Константинович  
**ВОРОБЕЙ** Роман Иванович [и др.]

**ФИЗИКА ЭЛЕКТРОННЫХ  
ПРИБОРОВ  
(сборник задач)**

Учебно-методическое пособие  
для студентов специальностей  
1-38 02 01 «Информационно-измерительная техника»,  
1-38 02 03 «Техническое обеспечение безопасности»,  
1-54 01 02 «Методы и приборы контроля качества  
и диагностики состояния объектов»

Редактор *В. И. Акуленок*  
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 14.08.2020. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.  
Усл. печ. л. 3,14. Уч.-изд. л. 2,46. Тираж 100. Заказ 395.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.