

3357



Министерство образования
Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Электротехника и электроника»

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

*Сборник задач с контрольными тестами
для студентов неэлектротехнических специальностей*

Часть 1

Минск 2008

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Электротехника и электроника»

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Сборник задач с контрольными тестами
для студентов неэлектротехнических специальностей

В 6 частях

Часть 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Минск 2008

УДК [621.3+621.38]

ББК 31.2я7

Э 45

Составители:

Ю.В. Бладыко, Г.В.Згаевская, Т.Т. Розум
С.В. Домников, Ю.А. Куварзин, Р.Р. Мороз

Рецензенты:

В.И. Можар, Л.И. Сончик

Сборник задач предназначен в качестве учебного пособия для студентов неэлектротехнических специальностей по курсам “Электротехника”, “Электротехника и электроника”, “Электротехника, электрические машины и аппараты”.

Сборник выпускается в 6 частях. Первая часть включает задачи по линейным и нелинейным цепям постоянного тока, вторая – задачи по однофазным линейным электрическим цепям синусоидального тока. В третьей части рассматриваются трехфазные цепи и переходные процессы в линейных электрических цепях, в четвертой – магнитные цепи и трансформаторы, в пятой – электрические машины и в шестой – электроника.

ISBN 978-985-479-910-0 (Ч. 1)

ISBN 978-985-479-911-7

© БНТУ, 2008

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Задача 1.1. При прохождении тока $I = 10$ А через источник ЭДС в одном направлении напряжение между его зажимами $U_1 = 110$ В, а при том же токе в обратном направлении напряжение увеличилось до $U_2 = 130$ В (рис. 1.1).

Определить ЭДС, внутреннее сопротивление источника и мощность, отдаваемую им во внешнюю цепь или получаемую из нее.

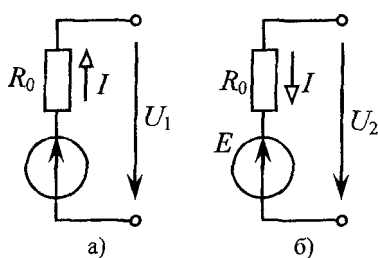


Рис. 1.1

режимов источника ЭДС можно составить систему двух уравнений:

$$\begin{cases} U_1 = E - R_0 I; \\ U_2 = E + R_0 I. \end{cases} \quad \begin{cases} 110 = E - 10R_0; \\ 130 = E + 10R_0. \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получаем: $E = 120$ В, $R_0 = 1$ Ом.

На рис. 1.1 а ЭДС и ток направлены согласно. Это означает, что данный источник ЭДС работает в режиме генератора, т.е. он отдает во внешнюю цепь мощность

$$P_1 = U_1 I = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт.}$$

При встречном направлении ЭДС и тока (рис. 1.1 б) источник ЭДС работает в режиме приемника энергии, потребляя из внешней цепи мощность

$$P_2 = U_2 I = EI + R_0 I^2 = 1200 + 100 = 1300 \text{ Вт,}$$

где $E I$ — электрическая мощность, преобразуемая в другие виды мощности, например, накапливаемая в виде химической энергии аккумулятора;

$R_0 I^2$ — электрическая мощность, выделяемая в виде тепла во внутреннем сопротивлении источника ЭДС.

Задача 1.2. Два источника ЭДС включены по схеме рис. 1.2 а. ЭДС $E_1 = 80$ В, $E_2 = 40$ В; внутренние сопротивления источников $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом; внешнее сопротивление $R = 7$ Ом.

Определить: 1) режимы работы источников ЭДС; 2) напряжения U_{ac} , U_{ab} , U_{bc} . 3) Построить потенциальную диаграмму $\varphi(R)$ вдоль контура цепи. 4) Записать и проверить уравнение баланса мощностей.

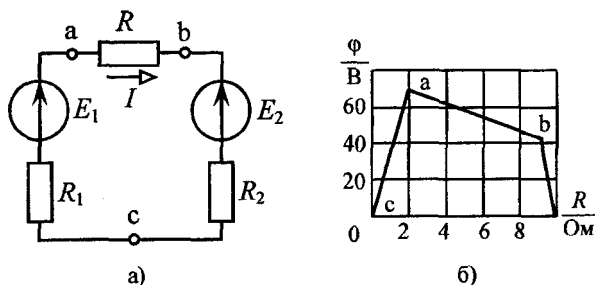


Рис. 1.2

Решение. 1) На основе закона Ома для неразветвленной цепи ток

$$I = \frac{\sum E}{\sum R_0 + \sum R} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R} = \frac{80 - 40}{2 + 1 + 7} = 4 \text{ А.}$$

Ток I направлен согласно с ЭДС E_1 и противоположен ЭДС E_2 . Следовательно, источник ЭДС E_1 оказывается в режиме генератора, источник ЭДС E_2 – в режиме потребителя.

2) Напряжение на зажимах источника ЭДС E_1 (генератора)

$$U_{ac} = E_1 - R_1 I = 80 - 2 \cdot 4 = 72 \text{ В;}$$

на зажимах источника ЭДС E_2

$$U_{bc} = E_2 + R_2 I = 40 + 1 \cdot 4 = 44 \text{ В,}$$

или

$$U_{bc} = E_1 - R_1 I - RI = 44 \text{ В,}$$

на внешнем сопротивлении $U_{ab} = RI = 7 \cdot 4 = 28 \text{ В.}$

3) Принимаем потенциал точки c $\varphi_c = 0$.

Тогда $\varphi_a = \varphi_c - R_1 I + E_1 = 0 - 2 \cdot 4 + 80 = 72 \text{ В;}$

$$\varphi_b = \varphi_a - RI = 72 - 7 \cdot 4 = 44 \text{ В}$$

или $\varphi_b = \varphi_c + R_2 I + E_2 = 0 + 1 \cdot 4 + 40 = 44 \text{ В}$.

Потенциальная диаграмма по этим данным изображена на рис. 1.2 б.

4) Уравнение баланса мощности $\sum P_{\text{и}} = \sum P_{\text{п}}$,

где $\sum P_{\text{и}}$ – суммарная мощность, развиваемая источниками энергии, $\sum P_{\text{п}}$ – суммарная мощность, расходуемая в цепи.

В данной задаче $\sum P_{\text{и}} = E_1 I = 80 \cdot 4 = 320 \text{ Вт}$;

$\sum P_{\text{п}} = R_1 I^2 + R_2 I^2 + R I^2 + E_2 I = 2 \cdot 16 + 1 \cdot 16 + 7 \cdot 16 + 40 \cdot 4 = 320 \text{ Вт}$.

Мощность $R_1 I^2 + R_2 I^2 + R I^2 = 160 \text{ Вт}$ преобразуется в тепловую в сопротивлениях R_1, R_2, R , мощность $E_2 I = 160 \text{ Вт}$ преобразуется в другой вид, например, в химическую энергию при зарядке аккумулятора.

Задача 1.3. В цепи рис. 1.3 $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 6 \text{ В}$, $E_3 = 4 \text{ В}$, $U_{ab} = 12 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$.

Определить электрический ток в цепи.

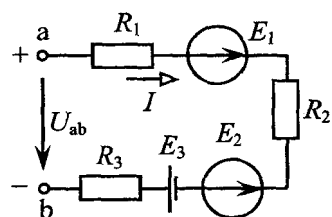


Рис. 1.3

Решение. Произвольно обозначаем на схеме условное положительное направление тока.

Обходя контур схемы, например, по ходу часовой стрелки, записываем уравнение по второму закону Кирхгофа

$$E_1 - E_2 + E_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I - U_{ab},$$

откуда ток

$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_3 + U_{ab}}{R_1 + R_2 + R_3} = 2 \text{ А}.$$

Задача 1.4. Напряжение холостого хода источника энергии $U_x = 100 \text{ В}$, ток короткого замыкания $I_k = 200 \text{ А}$, сопротивление внешней цепи $R = 19,5 \text{ Ом}$.

Определить параметры схемы замещения: а) эквивалентного источника ЭДС; б) эквивалентного источника тока; в) на основе схем замещения рассчитать ток и напряжение внешней цепи; г) составить уравнения баланса мощности для обеих схем.

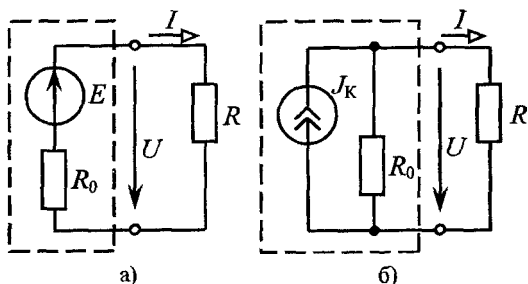


Рис. 1.4

а) Электродвижущая сила эквивалентного источника ЭДС равна напряжению холостого хода, т.е.

$$E = U_x = 100 \text{ В.}$$

Сопротивление, последовательное источнику ЭДС схемы за-

мещения, $R_0 = E/I_k = 100/200 = 0,5 \text{ Ом.}$

Схема замещения источника энергии эквивалентным источником ЭДС дана на рис. 1.4 а.

б) Ток эквивалентного источника тока равен току короткого замыкания $I_k = 200 \text{ А.}$ Сопротивление, параллельное источнику тока схемы замещения, $R_0 = 0,5 \text{ Ом.}$

Схема замещения источника энергии эквивалентным источником тока приведена на рис. 1.4 б.

в) Ток и напряжение внешней цепи на основе схемы рис. 1.4 а

$$I = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{100}{0,5 + 19,5} = 5 \text{ А,}$$

$$U = E - R_0 I = 100 - 5 \cdot 0,5 = 97,5 \text{ В.}$$

На основе схемы рис. 1.4 б

$$U = I_k \frac{R_0 \cdot R}{R_0 + R} = 200 \frac{0,5 \cdot 19,5}{0,5 + 19,5} = 97,5 \text{ В;} \quad I = \frac{U}{R} = \frac{97,5}{19,5} = 5 \text{ А.}$$

г) Схемы замещения источника энергии рис. 1.4 а и рис. 1.4 б эквивалентны по токораспределению и напряжениям, создаваемым во внешней цепи, и неэквивалентны по потерям мощности в источниках. Уравнения баланса мощности источника ЭДС

$$EI = R_0 I^2 + UI; \quad 500 \text{ Вт} = 12,5 + 487,5 \text{ Вт;}$$

источника тока

$$UI_k = U^2/R_0 + UI; \quad 19500 \text{ Вт} = 19012,5 + 487,5 \text{ Вт.}$$

Задача 1.5. ЭДС источника схемы рис. 1.5 а $E = 100 \text{ В.}$ Сопротив-

ление внешней цепи R изменяется от бесконечности до нуля. Построить зависимость $U(I)$ при двух значениях внутреннего сопротивления источника $R_0 = 1$ Ом и $R_0 = 2$ Ом.

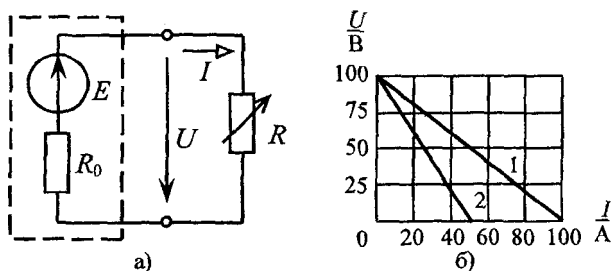


Рис. 1.5

Решение. Напряжение на зажимах источника $U = E - R_0 I$ является линейной функцией тока. Для построения зависимости $U(I)$ рассчитываем два режима:

а) $R = \infty$ (холостой ход)

$$I = \frac{E}{R_0 + R} = 0 \text{ и } U = E = 100 \text{ В (независимо от величины } R_0);$$

б) $R = 0$ (короткое замыкание)

$$I = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{E}{R_0} = I_{\text{к}}, \quad U = 0.$$

При $R_0 = 1$ Ом $I_{\text{к1}} = \frac{100}{1} = 100$ А.

При $R_0 = 2$ Ом $I_{\text{к2}} = \frac{100}{2} = 50$ А.

Зависимость $U(I)$ для $R_0 = 1$ Ом представлена прямой 1, для $R_0 = 2$ Ом – прямой 2 рис. 1.5 б.

Задача 1.6. Сопротивление обмотки электрического двигателя, выполненной из медного провода, в холодном состоянии (окружающая температура $t_1 = 20^\circ\text{C}$) $R_1 = 0,16$ Ом. То же в нагретом состоянии (после длительного рабочего режима) $R_2 = 0,2$ Ом.

Определить рабочую температуру обмотки двигателя t_2 .

Р е ш е н и е . Температурная зависимость сопротивления проводов определяется соотношением

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha(t_2 - t_1)],$$

где α - температурный коэффициент сопротивления.

Для меди $\alpha = 0,004 \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

Отсюда рабочая температура обмотки двигателя

$$t_2 = t_1 + \frac{R_2 - R_1}{\alpha \cdot R_1} = 20 + \frac{0,2 - 0,16}{0,004 \cdot 0,16} = 82,5^\circ \text{ C}.$$

Задача 1.7. Рассчитать сечение, длину и плотность тока нихромового провода для нагревателя мощностью 500 Вт при напряжении сети 220 В. Принять температуру окружающей среды 20°C , рабочую температуру нихрома 400°C , коэффициент теплоотдачи $k = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(мм}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$, удельное сопротивление нихрома в нагретом состоянии $\rho = 1,25 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$.

Р е ш е н и е . По заданной мощности и напряжению сети ток нагревателя

$$I = \frac{P}{U} = 2,28 \text{ A}, \quad \text{а его сопротивление} \quad R = \frac{U}{I} = 96,5 \text{ Ом}.$$

При установившемся режиме количество рассеиваемого ежесекундно тепла $k S_{\text{пр}} \theta$ равно количеству тепла $R I^2$, выделяемого током, и уравнение теплового равновесия имеет вид

$$R I^2 = k S_{\text{пр}} \theta,$$

где k - коэффициент теплоотдачи, равный количеству тепла, отдаваемого в окружающую среду в 1 с с единицы поверхности провода при разности температур провода и окружающей среды в 1°C , $\text{Вт/(мм}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$;

$S_{\text{пр}} = \pi d l \cdot 10^3$ - поверхность охлаждения провода в мм^2 , приближенно равная боковой поверхности цилиндрического провода;
 θ - разность температур нагрева нихрома и окружающей среды.

После подстановки в уравнение теплового равновесия

$$R = \rho l / S; S = \pi d^2 / 4$$

определяем требуемый по условиям нагрева диаметр провода

$$d = \sqrt{\frac{4I^2\rho}{\pi^2 k\theta \cdot 10^3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2,28^2 \cdot 1,25}{3,14^2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-5} \cdot 380 \cdot 10^3}} = 0,45 \text{ мм,}$$

которому соответствуют сечение $S = 0,16 \text{ мм}^2$ и плотность тока $\delta = I/S = 14,3 \text{ А/мм}^2$.

$$\text{Длина нихромового провода } l = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{96,5 \cdot 0,16}{1,25} = 12,4 \text{ м.}$$

Задача 1.8. К источнику напряжением 220 В последовательно подключены две лампы накаливания с номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 110 \text{ В}$ и номинальной мощностью $P_{1\text{ном}} = 60 \text{ Вт}$, $P_{2\text{ном}} = 200 \text{ Вт}$.

Определить напряжение и мощность каждой лампы, считая их сопротивления постоянными.

Решение. Для определения напряжения на зажимах каждой лампы находим их сопротивления по номинальным данным:

$$R_1 = \frac{U_{\text{ном}}^2}{P_{1\text{ном}}} = \frac{110^2}{60} = 202 \text{ Ом}; \quad R_2 = \frac{U_{\text{ном}}^2}{P_{2\text{ном}}} = \frac{110^2}{200} = 60,5 \text{ Ом.}$$

Тогда ток цепи

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{220}{202 + 60,5} = 0,84 \text{ А}$$

и напряжение на зажимах каждой лампы

$$U_1 = R_1 I = 169,2 \text{ В}; \quad U_2 = R_2 I = 50,8 \text{ В.}$$

Как видим, последовательное соединение приемников различной мощности в данном случае недопустимо, т. к. один из них находится под повышенным напряжением, другой – под пониженным. Мощность каждого из них при этом отличается от номинальной:

$$P_1 = U_1 I = R_1 I^2 = 142 \text{ Вт}; \quad P_2 = U_2 I = R_2 I^2 = 42,7 \text{ Вт.}$$

Задача 1.9. В схеме рис. 1.9 с помощью ключей К1 и К2 изменяется режим резистора R3. В зависимости от положения ключей приборами измерено:

1. Ключи К1, К2 – разомкнуты. Вольтметр измерил напряжение холостого хода U_x на зажимах cd .

2. Ключи K_1, K_2 – замкнуты. Амперметром измерен ток короткого замыкания I_k .

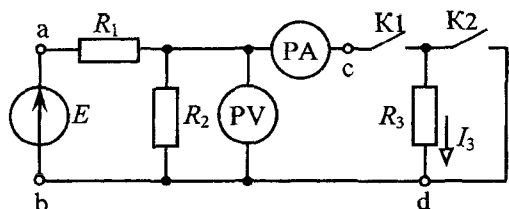


Рис. 1.9

Показать, что при замкнутом K_1 и разомкнутом K_2 (рабочий режим) ток

$$I_3 = \frac{U_x}{R_3 + U_x/I_k}.$$

Решение. По закону Ома при разомкнутых ключах K_1, K_2 напряжение холостого хода $U_x = R_2 I_x = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2}$; при замкнутых ключах K_1, K_2 ток короткого замыкания $I_k = \frac{E}{R_1}$.

В рабочем режиме (K_1 – замкнут, K_2 – разомкнут) ток резистора

$$I_3 = \frac{U_{cd}}{R_3} = \frac{R_{23} I}{R_3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot \frac{I}{R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}.$$

Учитывая записанные значения U_x, I_k ,

$$I_3 = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E}{R_3 + \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1}{E}} = \frac{U_x}{R_3 + \frac{U_x}{I_k}}.$$

Последнее соотношение обычно приводится в виде $I_3 = \frac{U_x}{R_3 + R_{вх}}$,

где $R_{вх} = \frac{U_x}{I_k}$ – входное сопротивление цепи относительно зажимов cd при короткозамкнутых источниках ЭДС и разомкнутой ветви резистора R_3 . Величина $R_{вх}$ определяется по данным опытов холостого хода и короткого замыкания или расчетом. Для заданной схемы

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Задача 1.10. В схеме цепи рис. 1.10 $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 40$ Ом.

Определить ЭДС E , при которой напряжение $U_{ab} = 5$ В.

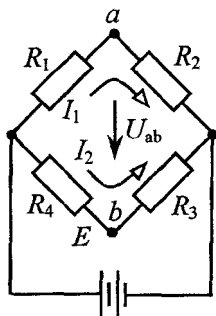


Рис. 1.10

Решение. По второму закону Кирхгофа:

$$0 = R_1 I_1 + U_{ab} - R_4 I_2,$$

тогда $U_{ab} = R_4 I_2 - R_1 I_1.$

Токи I_1 и I_2 в ветвях цепи выразим по закону Ома

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2}; \quad I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4}.$$

Подставив выражения токов в уравнение для напряжения U_{ab} , получим

$$U_{ab} = E \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right),$$

откуда

$$E = \frac{U_{ab}}{R_4 / (R_3 + R_4) - R_1 / (R_1 + R_2)} = 12 \text{ В.}$$

Задача 1.11. Для питания потребителя электроэнергии мощностью 20 кВт при напряжении 220 В используется двухжильный медный кабель длиной 100 м, проложенный открыто. Относительная допустимая потеря напряжения $\Delta U\% = 5\%$. Выбрать сечение жилы кабеля.

Решение. По заданному значению потери напряжения сечение

$$S = \frac{200 \rho l P}{U^2 \cdot \Delta U\%} = \frac{200 \cdot 0,017 \cdot 100 \cdot 20000}{220^2 \cdot 5} = 29 \text{ мм}^2.$$

Округляем его до ближайшего большего стандартного сечения 35 мм². Проверяем это сечение на нагрев: по условиям нагрева ра-

бочий ток потребителя $I_p = \frac{P}{U} = 91$ А должен быть меньше или равен длительно допустимому току ($I_p \leq I_{\text{дон}}$). По таблице длительно допустимых нагрузок током на кабели с медными жилами, проложенными открыто, допустимый ток равен 150 А. ($91 \text{ А} < 150 \text{ А}$), значит, сечение $S = 35 \text{ мм}^2$ удовлетворяет условию нагрева.

Задача 1.12. Источник с ЭДС $E = 230$ В и внутренним сопротивлением $R_0 = 0,2$ Ом соединен линией электропередачи сопротивлением $R_{\text{л}} = 0,8$ Ом с нагрузкой, потребляющей мощность $P_{\text{н}} = 2,2$ кВт.

Определить КПД линии электропередачи.

Р е ш е н и е . Электрическая мощность источника ЭДС равна сумме мощности нагрузки $P_{\text{н}}$, мощности потерь $R_0 I^2$ в источнике и в линии $R_{\text{л}} I^2$, выделяемых в них в виде тепла,

$$E I = P_{\text{н}} + R_0 I^2 + R_{\text{л}} I^2 \quad \text{или} \quad 230 I = 2200 + (0,2 + 0,8) I^2.$$

Решение квадратного уравнения дает два значения тока: $I_1 = 10$ А и $I_2 = 220$ А. Следовательно, заданный режим возможен при двух различных сопротивлениях нагрузки

$$R_{\text{н1}} = \frac{P_{\text{н}}}{I_1^2} = \frac{2200}{10^2} = 22 \text{ Ом}; \quad R_{\text{н2}} = \frac{P_{\text{н}}}{I_2^2} = 0,0454 \text{ Ом}.$$

КПД линии электропередачи при этом неодинаков

$$\eta_1 = \frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{н}} + R_{\text{л}} I_1^2} = \frac{R_{\text{н1}}}{R_{\text{н1}} + R_{\text{л}}} = \frac{22}{22 + 0,8} = 0,965;$$

$$\eta_2 = \frac{P_{\text{н}}}{P_{\text{н}} + R_{\text{л}} I_2^2} = \frac{R_{\text{н2}}}{R_{\text{н2}} + R_{\text{л}}} = \frac{0,0454}{0,0454 + 0,8} = 0,0537.$$

В энергетическом отношении второй режим не приемлем.

Задача 1.13. Линия постоянного тока выполнена медными изолированными проводами, проложенными в трубах. Рабочий ток ли-

нии $I_p = 85$ А. Напряжение источника $U = 230$ В. Длина линии $l = 50$ м. Допустимая потеря напряжения $\Delta U \% = 5\%$. Выбрать сечение проводов.

Р е ш е н и е . Сечение проводов линии по допустимой потере напряжения $S = \frac{200\rho l I_p}{U \cdot \Delta U \%} = \frac{200 \cdot 0,017 \cdot 50 \cdot 85}{230 \cdot 5} = 12,7 \text{ мм}^2$.

Принимаем ближайшее стандартное $S = 16 \text{ мм}^2$. Сделаем проверку принятого сечения по условию нагревания. Нагрев не превысит допустимого, если $I_{\text{доп}} \geq I_p$, где $I_{\text{доп}}$ — длительно допустимый ток по таблице длительно допустимых нагрузок током. Из этой таблицы для медных проводов $S = 16 \text{ мм}^2$, проложенных в трубах, $I_{\text{доп}} = 75$ А, что меньше $I_p = 85$ А. Следовательно, по условию нагревания сечение $S = 16 \text{ мм}^2$ не подходит. По той же таблице выбираем ближайшее большее сечение $S = 25 \text{ мм}^2$, для которого $I_{\text{доп}} = 100 \text{ А} > I_p = 85$ А. Таким образом, в данном случае условие нагревания является определяющим. Проверка выбранного сечения на потерю напряжения не требуется, т.к. для $S = 25 \text{ мм}^2$ она заведомо меньше допустимой.

Задача 1.14. Определить ток, протекающий через тело человека, коснувшегося оголенного провода незаземленной двухпроводной ЛЭП постоянного тока (рис. 1.14 а), когда:

а) сопротивления изоляции проводов относительно земли $R_1 = R_2 = 100$ кОм;

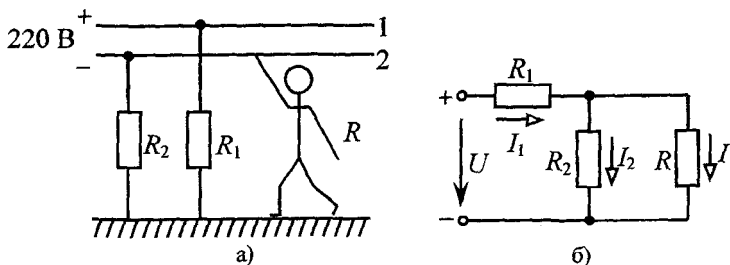


Рис. 1.14

б) сопротивления изоляции снизились до значения $R_1 = R_2 = 10 \text{ кОм}$;

в) произошло глухое замыкание провода 1 на землю, а $R_2 = 100 \text{ кОм}$.

Сопротивление тела человека R принять равным 1 кОм .

Решение. а) Расчетная схема представляет собой смешанное соединение сопротивлений (рис. 1.14 б), и ток, протекающий через тело человека, определяется выражением

$$I = \frac{R_2}{R + R_2} \cdot I_1 = 2,16 \text{ мА},$$

где
$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2 R / (R_2 + R)} = 2,18 \text{ мА}.$$

б) В случае ухудшения изоляции аналогично получаем $I = 20,2 \text{ мА}$.

в) При глухом замыкании провода 1 на землю ($R_1 = 0$) человек находится под напряжением $U = 220 \text{ В}$, тогда $I = U/R = 220 \text{ мА}$.

Пороговое значение неотпускающего постоянного тока составляет 50 мА .

Задача 1.15. Для контроля изоляции проводов двухпроводной незаземленной ЛЭП постоянного тока используется вольтметр с сопротивлением $R_V = 50 \text{ кОм}$ (рис. 1.15). Результаты трех измерений: $U = 220 \text{ В}$; $U_1 = 60 \text{ В}$; $U_2 = 40 \text{ В}$.

Определить сопротивление изоляции R_1 и R_2 каждого из проводов по отношению к земле.

Решение. По первому закону Кирхгофа (рис. 1.15)

$$I_V + I_1 = I_2 \quad \text{или} \quad \frac{U_1}{R_V} + \frac{U_1}{R_1} = \frac{U - U_1}{R_2}. \quad (1)$$

Аналогичное уравнение получаем для режима, когда вольтметр подключен между вторым проводом и землей:

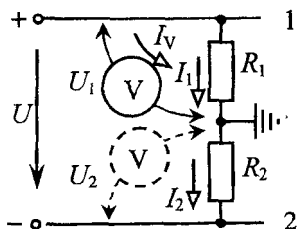


Рис. 1.15

$$\frac{U_2}{R_v} + \frac{U_2}{R_2} = \frac{U - U_2}{R_1}. \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) дает:

$$R_1 = R_v \frac{U - U_1 - U_2}{U_2} = 150 \text{ кОм};$$

$$R_2 = R_v \frac{U - U_1 - U_2}{U_1} = 100 \text{ кОм}.$$

Эквивалентное сопротивление изоляции ЛЭП относительно земли

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 60 \text{ кОм}.$$

Задача 1.16. В схеме цепи рис. 1.16 $U=72 \text{ В}$, $R_1=R_2=3 \text{ Ом}$, $R_3=12 \text{ Ом}$, $R_4=6 \text{ Ом}$, $R_5=4 \text{ Ом}$.

Определить: 1) токи в ветвях при разомкнутом ключе К;

2) токи в ветвях при замкнутом ключе К.

Р е ш е н и е .

1) Общее сопротивление цепи

$$R = R_1 + R_{ad} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 9 \text{ Ом}.$$

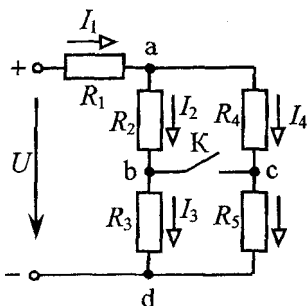


Рис. 1.16

Токи в ветвях:

$$I_1 = U/R = 72/9 = 8 \text{ А};$$

$$I_2 = I_3 = \frac{U_{ab}}{R_2 + R_3} = \frac{U - R_1 I_1}{R_2 + R_3} = 3,2 \text{ А};$$

$$I_4 = I_5 = \frac{U_{ab}}{R_4 + R_5} = 4,8 \text{ А}.$$

2) Общее сопротивление цепи

$$R = R_1 + R_{ab} + R_{bd} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = 3 + 2 + 3 = 8 \text{ Ом}.$$

Общий ток

$$I_1 = U/R = 9 \text{ A.}$$

Напряжения на участках:

$$U_{ab} = R_{ab} \cdot I_1 = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} \cdot I_1 = 2 \cdot 9 = 18 \text{ В;}$$

$$U_{bd} = R_{bd} \cdot I_1 = 3 \cdot 9 = 27 \text{ В.}$$

Токи в ветвях:

$$I_2 = U_{ab}/R_2 = 6 \text{ A;}$$

$$I_3 = U_{bd}/R_3 = 2,25 \text{ A;}$$

$$I_4 = U_{ab}/R_4 = 3 \text{ A;}$$

$$I_5 = U_{bd}/R_5 = 6,75 \text{ A;}$$

Задача 1.17. Определить напряжение на зажимах источника U (рис. 1.17), если известны сопротивления всех ветвей: $R_1=60 \text{ Ом}$, $R_2=100 \text{ Ом}$, $R_3=50 \text{ Ом}$, $R_4=25 \text{ Ом}$, $R_5=50 \text{ Ом}$ и ток $I_5 = 0,1 \text{ А}$.

Проверить баланс мощности.

Решение. Напряжение на участке cd

$$U_{cd} = R_5 \cdot I_5 = 5 \text{ В.}$$

Тогда ток

$$I_4 = U_{cd}/R_4 = 0,2 \text{ А.}$$

Ток I_3 определяем по первому закону Кирхгофа для узла c

$$I_3 = I_4 + I_5 = 0,3 \text{ А.}$$

Напряжение на участке bd находим по второму закону Кирхгофа

$$U_{bd} = R_3 I_3 + R_4 I_4 = 20 \text{ В.}$$

Ток

$$I_2 = U_{bd}/R_2 = 0,2 \text{ А.}$$

Общий ток цепи

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0,5 \text{ А.}$$

Напряжение на входе цепи

$$U = R_1 I_1 + U_{bd} = 50 \text{ В.}$$

Мощность, отдаваемая источником,

$$P_{\text{ист}} = U \cdot I_1 = 25 \text{ Вт.}$$

Мощность, потребляемая приемниками,

$$P_{\text{пр}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 = 25 \text{ Вт.}$$

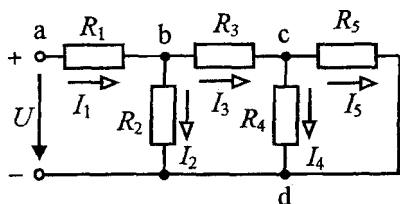


Рис. 1.17

Уравнение баланса мощностей $P_{ист} = P_{пр} = 25 \text{ Вт}$.

Задача 1.18. В схеме цепи рис. 1.18 показания второго ваттметра $P_2 = 40 \text{ Вт}$ и сопротивления $R = 6 \text{ Ом}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$.

Определить показания остальных приборов.

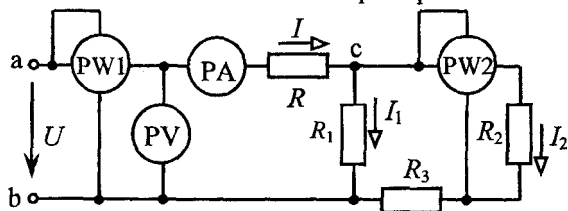


Рис. 1.18

Решение. Мощность, учитываемая вторым ваттметром,

$$P_2 = R_2 I_2^2.$$

Отсюда $I_2 = \sqrt{P_2/R_2} = 2 \text{ А}$.

Напряжение на участке cb

$$U_{cb} = (R_2 + R_3) I_2 = 60 \text{ В}.$$

Ток в ветви R_1

$$I_1 = U_{cb}/R_1 = 3 \text{ А}.$$

Ток общий (показание амперметра) $I = I_1 + I_2 = 3 + 2 = 5 \text{ А}$.

Напряжение (показание вольтметра)

$$U_{ab} = U_{cb} + R I = 60 + 6 \cdot 5 = 90 \text{ В}.$$

Ваттметр $W1$ показывает мощность всей цепи

$$P_1 = U_{ab} \cdot I = 90 \cdot 5 = 450 \text{ Вт}.$$

Задача 1.19. В цепи неуравновешенного моста (рис. 1.19 а) $E = 1,5 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 1 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$.

1) Определить токи ветвей.

2) Определить ток третьей ветви методом эквивалентного генератора. При каком значении сопротивления резистора R_3 , мощность, выделяемая в нем, будет максимальной?

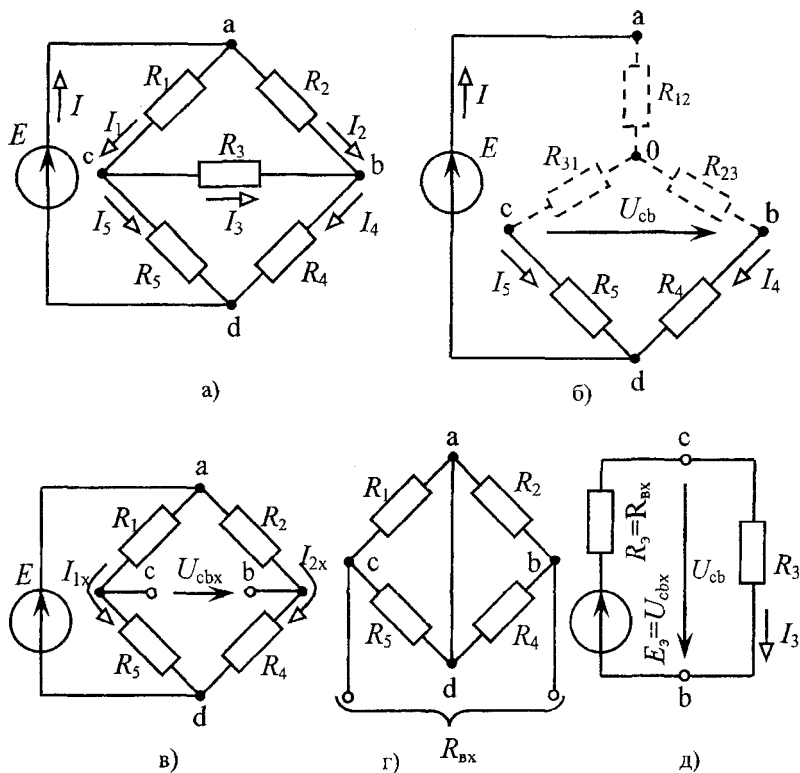


Рис. 1.19

Решение. 1) При решении задачи рационально использовать метод преобразования треугольника сопротивлений R_1 , R_2 , R_3 в эквивалентную звезду сопротивлений R_{12} , R_{23} , R_{31} :

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ Ом};$$

$$R_{31} = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ Ом}.$$

Эквивалентная схема, полученная после преобразования, представляет собой смешанное соединение сопротивлений (рис. 1.19 б).

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = E/R_{ad} = E / \left[R_{12} + \frac{(R_{31} + R_5)(R_{23} + R_4)}{R_{31} + R_5 + R_{23} + R_4} \right] = 1,5 / (1 + 1,5) = 0,6 \text{ A.}$$

Токи параллельных ветвей

$$I_5 = \frac{U_{0d}}{R_{31} + R_5} = \frac{E - R_{12}I}{R_{31} + R_5} = 0,15 \text{ A;}$$

$$I_4 = \frac{U_{0d}}{R_{23} + R_4} = \frac{E - R_{12}I}{R_{23} + R_4} = 0,45 \text{ A.}$$

Для определения токов I_1 , I_2 и I_3 находим предварительно соответствующие напряжения по второму закону Кирхгофа

$$U_{ac} = E - U_{cd} = E - R_5 I_5 = 0,75 \text{ В; } U_{ab} = E - R_4 I_4 = 1,05 \text{ В;}$$

$$U_{cb} = R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0,3 \text{ В.}$$

Токи в треугольнике сопротивлений

$$I_1 = U_{ac} / R_1 = 0,25 \text{ A. } I_2 = U_{ab} / R_2 = 0,35 \text{ A.}$$

$$I_3 = U_{cb} / R_3 = 0,1 \text{ A.}$$

Чтобы проконтролировать правильность решения задачи, составляем уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов a , b и c

$$I = I_1 + I_2; \quad I_4 = I_3 + I_2; \quad I_1 = I_3 + I_5,$$

$$\text{или } 0,6 = 0,25 + 0,35; \quad 0,45 = 0,1 + 0,35; \quad 0,25 = 0,1 + 0,15.$$

2. Метод эквивалентного генератора целесообразно применять для нахождения тока в какой-либо одной ветви разветвленной цепи. Отключив ветвь с искомым током, находим параметры эквивалентного генератора. ЭДС эквивалентного генератора равна напряжению холостого хода между зажимами отключенной ветви (рис. 1.19 в)

$$E_3 = U_{cbx} = R_2 \cdot I_{2x} - R_1 \cdot I_{1x} = R_2 \frac{E}{R_2 + R_4} - R_1 \frac{E}{R_1 + R_5} =$$

$$= 1,125 - 0,5625 = 0,5625 \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно зажимов cb при замене источника ЭДС его внутренним сопротивлением (при его наличии) и разомкнутой третьей ветви (рис. 1.19 г)

$$R_3 = R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_5} + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{3 \cdot 5}{3 + 5} + \frac{3 \cdot 1}{3 + 1} = 2,625 \text{ Ом.}$$

Искомый ток третьей ветви (рис. 1.19 д)

$$I_3 = \frac{E_3}{R_3 + R_3} = \frac{U_{\text{сбх}}}{R_{\text{вх}} + R_3} = \frac{0,5625}{2,625 + 3} = 0,1 \text{ А.}$$

Мощность, выделяемая в резисторе R_3 , будет максимальна при равенстве сопротивления R_3 и внутреннего сопротивления эквивалентного генератора $R_{\text{вх}}$ (согласованный режим), т.е. при $R_3 = R_{\text{вх}} = 2,625 \text{ Ом}$.

Задача 1.20. Для измерения температуры применяется неуравновешенная мостовая цепь, в одно из плеч которой включен медный терморезистор (рис. 1.20). Сопротивление миллиамперметра $R_A = 50 \text{ Ом}$, сопротивления плеч моста $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}$. Напряжение $U = 4 \text{ В}$. Сопротивление терморезистора связано с температурой t зависимостью: $R_t = R_0(1 + 0,00426t)$,

где $R_0 = 100 \text{ Ом}$ – сопротивление терморезистора при температуре 0°C .

Определить температуру терморезистора, если миллиамперметр показывает ток $I = 2 \text{ мА}$.

Решение. Применяя расчет мостовой цепи методом эквивалентного генератора, подробно рассмотренный в предыдущей задаче, записываем показание миллиамперметра в виде:

$$I = \frac{U_{\text{сбд}}}{R_{\text{ао}} + R_A} = \frac{R_2 \frac{U}{R_2 + R_3} - R_1 \frac{U}{R_1 + R_t}}{\frac{R_1 \cdot R_t}{R_1 + R_t} + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_A}$$

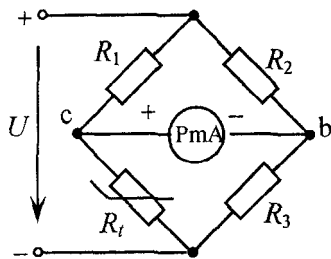


Рис. 1.20

Данное выражение позволяет после преобразования найти сопротивление терморезистора

$$R_t = \frac{R_1 R_3 U / I + R_1 R_2 R_3 + R_1 R_A (R_2 + R_3)}{R_2 U / I - (R_2 + R_3)(R_1 + R_A) - R_2 R_3} = 137,5 \text{ Ом.}$$

Используя уравнение преобразования медного терморезистора

$$R_t = R_0 (1 + 0,00426t),$$

определяем его температуру

$$t = \frac{R_t - R_0}{0,00426 R_0} = \frac{137,5 - 100}{0,426} = 88 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Задача 1.21. В схеме цепи рис. 1.21 $E_3=10 \text{ В}$, $E_4=80 \text{ В}$, $R_1=2 \text{ Ом}$, $R_2=24 \text{ Ом}$, $R_3=4,5 \text{ Ом}$, $R_4=10 \text{ Ом}$, $R_5=2 \text{ Ом}$. Амперметр показывает ток $I_5=10 \text{ А}$.

Определить ЭДС E_1 . Для контрольной проверки составить баланс мощностей.

Решение. Условие задачи позволяет получить ответ без составления системы уравнений.

Согласно закону Ома

$$U_{bc} = R_5 I_5 = 20 \text{ В}; \quad I_4 = \frac{E_4 - U_{bc}}{R_4} = \frac{80 - 20}{10} = 6 \text{ А.}$$

На основании первого закона Кирхгофа для узла b

$$I_3 = I_5 - I_4 = 10 - 6 = 4 \text{ А.}$$

Используя законы Кирхгофа, определяем остальные токи ветвей:

$$E_4 + E_3 = R_4 I_4 - R_3 I_3 + R_2 I_2,$$

отсюда

$$I_2 = \frac{E_4 + E_3 + R_3 I_3 - R_4 I_4}{R_2} = 2 \text{ А.}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 6 \text{ А.}$$

Искомая ЭДС $E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 = 2 \cdot 6 + 24 \cdot 2 = 60 \text{ В}$.

Баланс мощностей

$$\begin{aligned} \sum EI &= \sum RI^2; \\ E_1 I_1 - E_3 I_3 + E_4 I_4 &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2; \\ 360 - 40 + 480 &= 72 + 96 + 72 + 360 + 200; \quad 800 \text{ Вт} = 800 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Так как направление тока I_3 противоположно направлению ЭДС E_3 , то этот источник работает в режиме потребителя энергии, его мощность $E_3 I_3$ учтена со знаком минус.

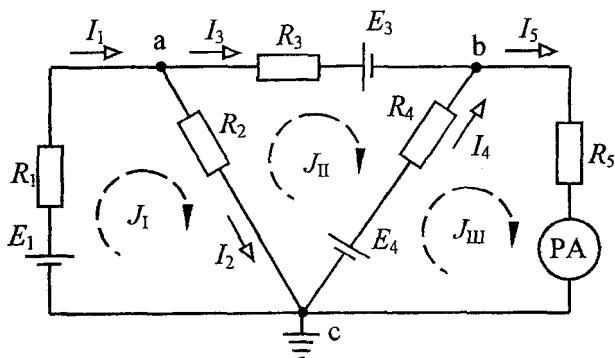


Рис. 1.21

Задача 1.22. В схеме цепи рис. 1.21 $E_1=56$ В, $E_3=10$ В, $E_4=80$ В, $R_1=1$ Ом, $R_2=12$ Ом, $R_3=4,5$ Ом, $R_4=10$ Ом, $R_5=2$ Ом.

Определить токи ветвей методами: 1) непосредственного использования законов Кирхгофа, 2) контурных токов, 3) узловых потенциалов.

Решение. 1) Метод законов Кирхгофа.

Произвольно обозначаем на схеме направления токов ветвей. Общее число уравнений, составляемых по законам Кирхгофа, равно числу неизвестных токов и, следовательно, числу ветвей цепи m .

Если в схеме имеется n узлов, то по первому закону Кирхгофа составляем $n-1$ уравнений. Остальные $m-(n-1)$ уравнения записываем по второму закону Кирхгофа.

Система уравнений для цепи рис. 1.21 имеет вид

$$\text{(для узла а)} \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0;$$

$$\text{(для узла б)} \quad I_4 + I_3 - I_5 = 0;$$

$$\text{(для контура I)} \quad E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2;$$

$$\text{(для контура II)} \quad -E_3 - E_4 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4;$$

$$\text{(для контура III)} \quad E_4 = R_4 I_4 + R_5 I_5.$$

Решение полученной системы уравнений с пятью неизвестными токами дает: $I_1=8$ А, $I_2=4$ А, $I_3=4$ А, $I_4=6$ А, $I_5=10$ А.

2) Метод контурных токов.

Число составляемых по методу контурных токов уравнений сокращается до $m-(n-1)$. Произвольно обозначаем на схеме рис. 1.21 положительные направления контурных токов J_I , J_{II} и J_{III} . Составляем уравнения по второму закону Кирхгофа для контурных токов:

$$E_1 = (R_1 + R_2)J_I - R_2 J_{II}; \quad 56 = 13 J_I - 12 J_{II};$$

$$-E_3 - E_4 = (R_2 + R_3 + R_4)J_{II} - R_2 J_I - R_4 J_{\emptyset};$$

$$-90 = -12 J_I + 26,5 J_{II} - 10 J_{III};$$

$$E_4 = (R_4 + R_5)J_{III} - R_4 J_{II}; \quad 80 = -10 J_{II} + 12 J_{III}.$$

Решаем полученную систему уравнений методом определителей:

$$J_I = \frac{\Delta_I}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 56 & -12 & 0 \\ -90 & 26,5 & -10 \\ 80 & -10 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 0 \\ -12 & 26,5 & -10 \\ 0 & -10 & 12 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{56 \cdot 26,5 \cdot 12 + 12 \cdot 10 \cdot 80 - 12 \cdot 12 \cdot 90 - 10 \cdot 10 \cdot 56}{13 \cdot 26,5 \cdot 12 - 12 \cdot 12 \cdot 12 - 10 \cdot 10 \cdot 13} = \frac{8848}{1106} = 8 \text{ А};$$

$$J_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 13 & 56 & 0 \\ -12 & -90 & -10 \\ 0 & 80 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 0 \\ -12 & 26,5 & -10 \\ 0 & -10 & 12 \end{vmatrix}} = 4 \text{ А};$$

$$J_{\text{III}} = \frac{\Delta_{\text{III}}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 56 \\ -12 & 26,5 & -90 \\ 0 & -10 & 80 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 0 \\ -12 & 26,5 & -10 \\ 0 & -10 & 12 \end{vmatrix}} = 10 \text{ A.}$$

Действительный ток каждой из ветвей равен алгебраической сумме контурных токов, протекающих по данной ветви:

$$I_1 = J_I = 8 \text{ A}; \quad I_2 = J_I - J_{\text{II}} = 8 - 4 = 4 \text{ A};$$

$$I_3 = J_{\text{II}} = 4 \text{ A}; \quad I_4 = J_{\text{III}} - J_{\text{II}} = 6 \text{ A}; \quad I_5 = J_{\text{III}} = 10 \text{ A.}$$

3) Метод узловых потенциалов рекомендуется использовать в тех случаях, когда число составляемых по этому методу уравнений $(n-1)$ меньше числа уравнений, составляемых по методу контурных токов $(m-n+1)$.

Принимаем потенциал одного из узлов, например, узла c , равным нулю (рис. 1.21). Записываем систему уравнений для определения потенциалов узлов a и b :

$$\varphi_a \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_b \frac{1}{R_3} = E_1 \frac{1}{R_1} + E_3 \frac{1}{R_3};$$

$$\varphi_b \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_a \frac{1}{R_3} = E_4 \frac{1}{R_4} - E_3 \frac{1}{R_3}.$$

Решение системы уравнений дает

$$\varphi_a = 48 \text{ В}, \quad \varphi_b = 20 \text{ В.}$$

Токи ветвей находим по закону Ома

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_a + E_1}{R_1} = \frac{0 - 48 + 56}{1} = 8 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_2} = \frac{48 - 0}{12} = 4 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_b - E_3}{R_3} = 4 \text{ A}; \quad I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_b + E_4}{R_4} = 6 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = 10 \text{ A.}$$

Задача 1.23. Питание потребителей осуществляется от двух параллельно включенных генераторов. ЭДС первого генератора – 230 В и внутреннее сопротивление $R_1=0,05$ Ом, ЭДС второго генератора – 220 В и $R_2=0,025$ Ом (рис. 1.23).

Определить ток каждого генератора и напряжение на их зажимах, если общий ток потребителей $I=200$ А.

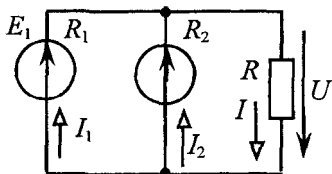


Рис. 1.23

Решение. Запишем уравнения первого и второго законов Кирхгофа для рассматриваемой цепи

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I; & I_1 + I_2 &= 200; \\ U &= E_1 - R_1 I_1; & U &= 230 - 0,05 I_1; \\ U &= E_2 - R_2 I_2; & U &= 220 - 0,025 I_2. \end{aligned}$$

Решая систему уравнений, получим

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2 + R_2 I}{R_1 + R_2} = 200 \text{ А}; \quad I_2 = I - I_1 = 0; \quad U = 220 \text{ В}.$$

Таким образом, второй генератор не нагружен ($I_2 = 0$), его ЭДС уравновешивается напряжением на зажимах первого генератора.

Задача 1.24. Два гальванических элемента, соединенные параллельно в батарею, питают общую нагрузку (рис. 1.24 а).

ЭДС элементов $E_1=E_2=1,8$ В, внутренние сопротивления $R_1=1$ Ом, $R_2=1,5$ Ом. Сопротивление нагрузки $R=3$ Ом.

Определить токи ветвей методами двух узлов и наложения.

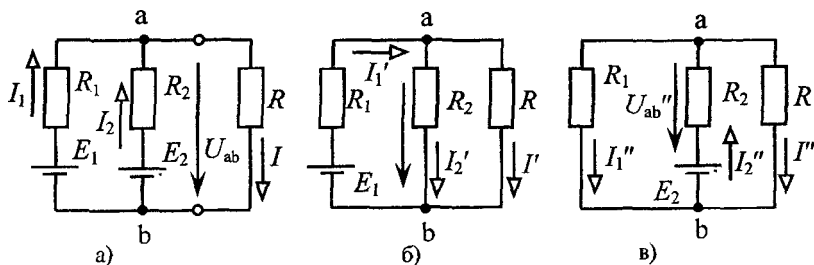


Рис. 1.24

Решение. 1) Метод двух узлов. Узловое напряжение

$$U_{ab} = \frac{\sum gE}{\sum g} = \frac{g_1 E_1 + g_2 E_2}{g_1 + g_2 + g} = \frac{E_1/R_1 + E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R} = 1,5 \text{ В.}$$

Токи ветвей (с учетом их направления на схеме рис. 1.24 а):

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = 0,3 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = 0,2 \text{ А}; \quad I = \frac{U_{ab}}{R} = 0,5 \text{ А.}$$

2) **Метод наложения.** С помощью расчетных схем (рис.1.24, б, в) определяем частичные токи от каждой из ЭДС в отдельности. Частичные токи ветвей от первого источника (рис. 1.24 б)

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R}{R_2 + R}} = 0,9 \text{ А}; \quad I_2' = \frac{U_{ab}'}{R_2} = \frac{E_1 - R_1 I_1'}{R_2} = 0,6 \text{ А};$$

$$I' = \frac{U_{ab}'}{R} = 0,3 \text{ А.}$$

Частичные токи ветвей от второго источника (рис. 1.24 в)

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R \cdot R_1}{R + R_1}} = 0,8 \text{ А}; \quad I_1'' = \frac{U_{ab}''}{R_1} = \frac{R \cdot R_1}{R + R_1} \cdot I_2'' = 0,6 \text{ А};$$

$$I'' = \frac{U_{ab}''}{R} = 0,2 \text{ А.}$$

Действительные токи ветвей определяем алгебраическим (т.е. с учетом их направления) суммированием частичных токов

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 0,9 - 0,6 = 0,3 \text{ А}; \quad I_2 = I_2'' - I_2' = 0,2 \text{ А};$$

$$I = I' + I'' = 0,5 \text{ А.}$$

Задача 1.25. Трамвайная линия длиной $l=10$ км питается в конечных пунктах от двух подстанций, на которых поддерживаются постоянные напряжения $U_1=620$ В и $U_2=580$ В. Общее сопротивление контактного провода и рельсов $R_0=0,1$ Ом/км. По линии движется вагон, потребляющий постоянный ток $I=200$ А. В какой точке линии напряжение между контактным проводом и рельсами будет минимальным? Чему равно это напряжение?

Р е ш е н и е . Расчетная схема, составленная по условию задачи, представлена на рис. 1.25. На ней: $R_1 = R_0 X$ – сопротивление участка линии длиной X километров от первой подстанции до вагона;

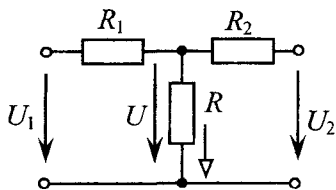


Рис. 1.25

$R_2 = R_0(l - X)$ – сопротивление участка линии длиной $(l - X)$ километров от второй подстанции до вагона;

$R = U/I$ – сопротивление нагрузки, т.е. электродвигателей вагона.

Используя расчетную схему рис. 1.25, определяем по методу двух узлов напряжение между контактным проводом и рельсами в месте расположения вагона

$$U = \frac{\frac{1}{R_1}U_1 + \frac{1}{R_2}U_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{1}{R_0 X}U_1 + \frac{1}{R_0(l-X)}U_2}{\frac{1}{R_0 X} + \frac{1}{R_0(l-X)} + \frac{I}{U}} \quad (1)$$

После преобразования уравнение (1) принимает вид

$$U = U_1 + \frac{R_0 I}{l} X^2 + \left(\frac{U_2 - U_1 - R_0 I l}{l} \right) X \quad (2)$$

Для определения точки линии, в которой напряжение U минимально, находим производную dU/dX и приравниваем ее нулю

$$\frac{dU}{dX} = \frac{2R_0 I}{l} X + \frac{U_2 - U_1 - R_0 I l}{l} = 0,$$

откуда

$$X = \frac{U_1 - U_2 + R_0 I l}{2 R_0 I} = \frac{620 - 580 + 0,1 \cdot 10 \cdot 200}{2 \cdot 0,1 \cdot 200} = 6 \text{ км.}$$

Подставляя в уравнение (2) значение $X = 6$ км, определяем минимальное напряжение между контактным проводом и рельсами

$$U_{\min} = 620 + \frac{0,1 \cdot 200}{10} \cdot 6^2 + \frac{(580 - 620 - 200)}{10} \cdot 6 = 548 \text{ В.}$$

Задача 1.26. Определить ток I в цепи рис. 1.26 а по методу эквивалентного генератора, если $E_1=120$ В, $E_2=40$ В, $R=20$ Ом, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $R_3 = R_4 = 20$ Ом, $R_5 = 5$ Ом.

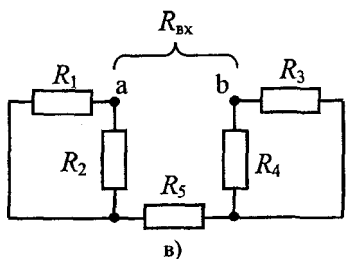
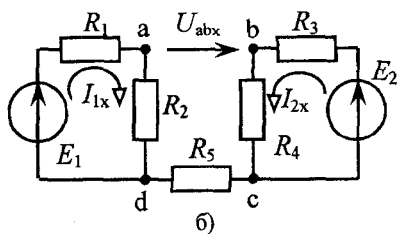
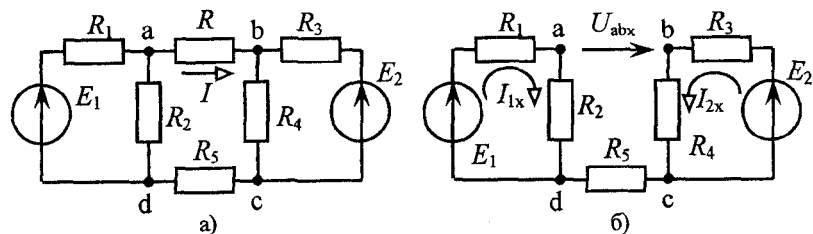


Рис. 1.26

Решение. Согласно методу эквивалентного генератора, ток

$$I = \frac{U_{abx}}{R + R_{вх}},$$

где U_{abx} – напряжение на зажимах разомкнутой ветви с сопротивлением R (напряжение холостого хода);

$R_{вх}$ – входное сопротивление цепи по отношению к зажимам расчетной ветви.

Для определения U_{abx} размыкаем ветвь с сопротивлением R (рис.1.26 б) и рассчитываем токи I_{1x} и I_{2x} в оставшейся части схемы

$$I_{1x} = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = 6 \text{ А}; \quad I_{2x} = \frac{E_2}{R_3 + R_4} = 1 \text{ А}.$$

Тогда напряжение U_{abx} находим, записав уравнение второго закона Кирхгофа для любого контура, в который входит искомое напряжение, например, для контура $a b c d$

$$0 = U_{abx} + R_4 I_{2x} - R_2 I_{1x},$$

откуда

$$U_{abx} = R_2 I_{1x} - R_4 I_{2x} = 40 \text{ В}.$$

Исключаем из схемы источники ЭДС (оставляя их внутренние

сопротивления, если они имеются) и получаем расчетную схему для определения $R_{вх}$ (рис. 1.26 в)

$$R_{вх} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_5 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = 20 \text{ Ом.}$$

Итак, ток в ветви с сопротивлением R $I = \frac{40}{20 + 20} = 1 \text{ А.}$

Задача 1.27. В схеме цепи рис.1.27 $E_1=E_2=E_3=60 \text{ В}$, $R_1=10 \text{ Ом}$, $R_2=15 \text{ Ом}$, $R_3=30 \text{ Ом}$, $R_4=10 \text{ Ом}$, $R_5=30 \text{ Ом}$, $R_6=15 \text{ Ом}$.

Определить показание вольтметра, считая его сопротивление равным бесконечности.

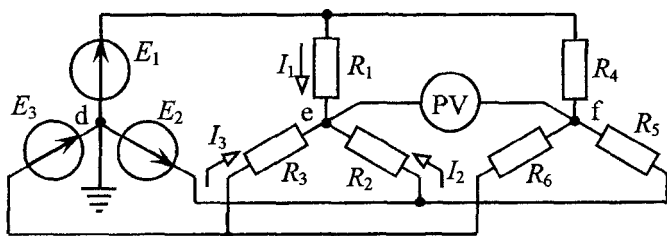


Рис. 1.27

Решение. Показание вольтметра в цепи рис. 1.27 равняется разности потенциалов точек e и f

$$U_V = \varphi_e - \varphi_f = U_{ef}.$$

Равенство нулю внутренних сопротивлений источников ЭДС (что практически имеет место при их достаточно большой мощности) позволяет производить расчет потенциалов точек e и f отдельно, используя метод двух узлов.

Приняв потенциал точки d равным нулю, определяем потенциал точки e

$$U_{ed} = \varphi_e - \varphi_d = \varphi_e = \frac{\sum gE}{\sum g} = \frac{\frac{1}{R_1} E_1 + \frac{1}{R_2} E_2 - \frac{1}{R_3} E_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 40 \text{ В.}$$

Аналогично определяем потенциал точки f

$$U_{fd} = \varphi_f - \varphi_d = \varphi_f = \frac{\sum gE}{\sum g} = \frac{\frac{1}{R_4}E_1 + \frac{1}{R_5}E_2 - \frac{1}{R_6}E_3}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = 20 \text{ В.}$$

Показание вольтметра

$$U_V = \varphi_e - \varphi_f = U_{ef} = 40 - 20 = 20 \text{ В.}$$

Задача 1.28. В схеме цепи рис. 1.27 вместо вольтметра включен амперметр, сопротивление которого можно принять равным нулю.

$E_1=E_2=E_3=60 \text{ В}$, $R_1=10 \text{ Ом}$, $R_2=15 \text{ Ом}$, $R_3=30 \text{ Ом}$, $R_4=10 \text{ Ом}$, $R_5=30 \text{ Ом}$, $R_6=15 \text{ Ом}$.

Определить показание амперметра.

Решение. Если пренебречь сопротивлением амперметра, то потенциалы точек e и f окажутся равными. По этой причине нагрузка источников представляет собой три пары параллельно соединенных резисторов R_1 и R_4 , R_2 и R_5 , R_3 и R_6 .

Определяем узловое напряжение цепи

$$U_{ed} = U_{fd} = \frac{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}\right)E_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}\right)E_2 - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}\right)E_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = 30 \text{ В.}$$

Токи ветвей

$$I_1 = g_1(E_1 - U_{ed}) = \frac{E_1 - U_{ed}}{R_1} = 3 \text{ А;}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ed}}{R_2} = 2 \text{ А;} \quad I_3 = \frac{-E_3 - U_{ed}}{R_3} = -3 \text{ А.}$$

Произвольно приняв положительное направление тока в ветви с амперметром от узла e к узлу f , составляем уравнение по первому закону Кирхгофа

$$I_A = I_1 + I_2 + I_3 = 3 + 2 - 3 = 2 \text{ А.}$$

Проверку правильности решения задачи легко выполнить, рассчитав показание амперметра методом эквивалентного генератора. ЭДС эквивалентного генератора E_3 равна напряжению холостого хода между точками e и f , т.е. показанию вольтметра в предыдущей задаче. Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно зажимов e и f (рис. 1.27). Так как входное сопротивление цепи определяется при замкнутых источниках ЭДС, то резисторы R_1 , R_2 и R_3 оказываются соединенными параллельно друг другу, так же как и резисторы R_4 , R_5 и R_6 ; между собой же эти две группы резисторов соединены последовательно

$$R_3 = R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} + \frac{R_4 R_5 R_6}{R_4 R_5 + R_5 R_6 + R_6 R_4} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом.}$$

Показание амперметра

$$I_A = \frac{E_3}{R_3 + R_A} = \frac{E_3}{R_3} = \frac{U_{\text{эфх}}}{R_3} = \frac{U_Y}{R_{\text{вх}}} = \frac{20}{10} = 2 \text{ А.}$$

Задача 1.29. К источнику с напряжением 12 В последовательно подключены линейный резистор $R_1=5$ Ом и нелинейный элемент НЭ, вольтамперная характеристика которого $I_2 = 0,1U_2^2$ (рис. 1.29 а). Определить ток цепи и напряжение на каждом элементе.

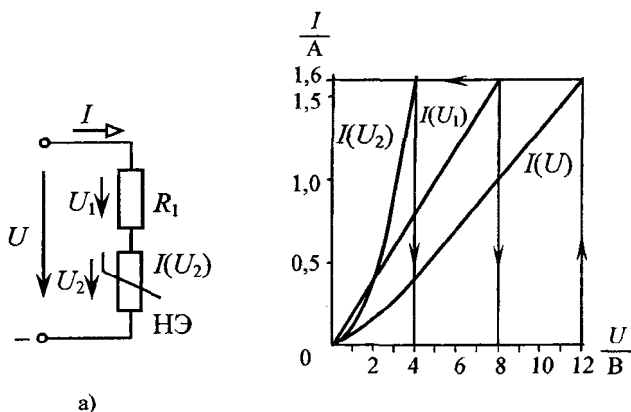


Рис. 1.29

Решение аналитическое. Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи

$$U = R_1 I + U_2.$$

Так как при последовательном соединении токи обоих элементов одинаковы, то

$$I_1 = I_2 = I = 0,1U_2^2 \quad \text{и} \quad \begin{cases} U = 0,1U_2^2 R_1 + U_2; \\ U_2^2 + 2U_2 - 24 = 0 \end{cases}$$

Решая уравнение, получаем $U_2 = 4$ В (отрицательный корень, как не имеющий физического смысла, отбрасываем). Напряжение на линейном резисторе $U_1 = U - U_2 = 8$ В.

Ток цепи
$$I = \frac{U_1}{R_1} = 1,6 \text{ А}$$

или с помощью вольтамперной характеристики нелинейного элемента

$$I = 0,1U_2^2 = 1,6 \text{ А.}$$

Решение графическое. Строим ВАХ элементов цепи. ВАХ резистора R_1 представляет собой прямую линию, для построения которой необходимы координаты двух точек. Одной точкой является начало координат (0; 0), другая должна удовлетворять равенству $R_1 = 5 \text{ Ом} = U_1/I$, например, (5; 1) или (10; 2) и т.д. Прямая $I(U_1)$ и ВАХ нелинейного элемента $I(U_2)$, построенная по уравнению $I = 0,1U_2^2$, приведены на рис. 1.29 б. При последовательном соединении напряжение на входе будет равно сумме напряжений на участках цепи

$$U = U_1 + U_2,$$

поэтому для построения эквивалентной ВАХ выполняем суммирование характеристик $I(U_1)$ и $I(U_2)$ по оси напряжений. Результирующая кривая $I(U)$ изображена на рис. 1.29 б.

По оси напряжений откладываем заданное напряжение $U = 12$ В и проводим вертикальную линию до пересечения с ВАХ $I(U)$. Точка пересечения определяет ток цепи $I = 1,6$ А. Напряжения на участках цепи находим, опустив перпендикуляры на ось U из точек пересечения с ВАХ $I(U_1)$ и $I(U_2)$, получаем $U_1 = 8$ В; $U_2 = 4$ В.

Задача 1.30. Нелинейный элемент, ВАХ которого $I_1 = 0,01U^2$, и линейный резистор $R_2=5$ Ом соединены параллельно (рис. 1.30). В неразветвленном участке цепи протекает ток $I=3$ А.

Определить напряжение на зажимах цепи и токи каждого элемента.

Решение аналитическое. По первому закону Кирхгофа

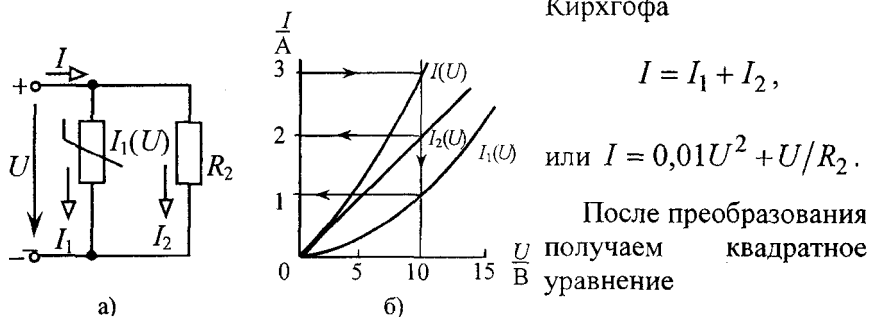


Рис. 1.30

$$U^2 + 20U - 300 = 0,$$

решение которого позволяет определить напряжение $U=10$ В (отрицательный корень отбрасываем, как не имеющий физического смысла). Зная напряжение U , рассчитываем токи в ветвях

$$I_1 = 0,01U^2 = 1 \text{ А}; \quad I_2 = U/R_2 = 2 \text{ А}.$$

Решение графическое. Для нахождения напряжения источника по заданному току цепи I необходимо заменить исходную цепь, состоящую из двух параллельно соединенных элементов, эквивалентной цепью с одним эквивалентным нелинейным элементом. С этой целью строим ВАХ каждого элемента по уравнениям $I_1 = 0,01U^2$; $I_2 = U/5$ и заменяем их суммарной ВАХ (рис. 1.30 б). При параллельном соединении элементов напряжение на них будет одинаковым, а общий ток равен сумме токов ветвей, поэтому для построения суммарной ВАХ произвольно задаемся напряжением и определяем соответствующий ток по уравнению

$$I = I_1 + I_2.$$

Таким образом, суммируя ВАХ $I_1(U)$ и $I_2(U)$ по оси токов, получаем эквивалентную ВАХ цепи $I(U)$ (рис. 1.30 б). По оси токов откладываем заданный ток $I=3$ А и проводим горизонтальную линию до пересечения с суммарной ВАХ $I(U)$. Точка пересечения определяет напряжение $U=10$ В. Токи в ветвях обусловлены найденным напряжением и определяются точками пересечения с ВАХ $I_1(U)$ и $I_2(U)$

$$I_1 = 1 \text{ А}; \quad I_2 = 2 \text{ А}.$$

Задача 1.31. Два полупроводниковых диода включены последовательно (рис. 1.31 а). Напряжение $U=60$ В. Обратные ветви вольт-амперных характеристик диодов приведены на рис. 1.31 б.

Определить сопротивление резистора, который следует включить параллельно одному из диодов, с тем, чтобы обратные напряжения на диодах были одинаковыми.

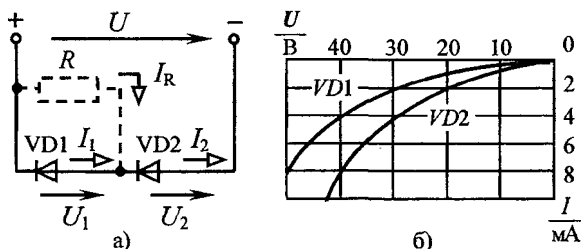


Рис. 1.31

Решение. Из вольт-амперных характеристик следует, что при любом значении тока, протекающего по последовательно соединенным диодам, имеет место неравенство $U_1 > U_2$. Это объясняется тем, что обратное сопротивление диода VD1 больше, чем диода VD2.

Для того, чтобы напряжения на последовательных участках цепи были одинаковыми, сопротивления этих участков должны быть равными. С этой целью параллельно диоду VD1 подключаем резистор R, сопротивление которого

$$R = \frac{U/2}{I_R} = \frac{U/2}{I_{2(30)} - I_{1(30)}} = \frac{30}{0,004 - 0,002} = 15 \text{ кОм},$$

где $U/2=30 \text{ В}$ – половина напряжения источника, приходящаяся на каждый из последовательных участков;

I_R – ток, протекающий по резистору;

$I_{2(30)}$ – ток второго диода при напряжении 30 В;

$I_{1(30)}$ – ток первого диода при напряжении 30 В.

Задача 1.32. Кремниевый стабилитрон VD, используется для стабилизации напряжения на нагрузке $R_2 = 500 \text{ Ом}$ (рис. 1.32 а). Напряжение $U=15 \text{ В}$. Вольтамперная характеристика стабилитрона приведена на рис. 1.32 б.

Определить минимальное сопротивление балластного резистора R_1 , при котором ток стабилизации стабилитрона не превышает 100 мА.

До какой величины при этом может упасть напряжение источника питания при условии сохранения стабилизирующего эффекта стабилитрона? Определить коэффициент стабилизации напряжения.

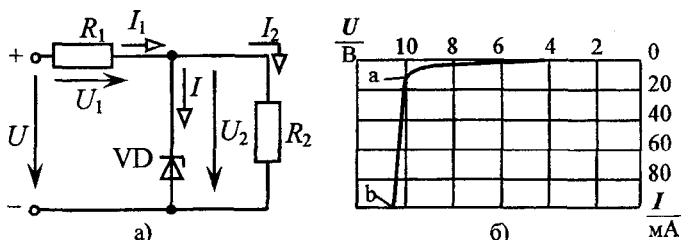


Рис. 1.32

Решение. Согласно ВАХ стабилитрона максимальному току стабилизации $I_{\max} = 100 \text{ мА}$ соответствует напряжение $U_{2\max} = 10,5 \text{ В}$. При этом ток нагрузки

$$I_{2\max} = U_{2\max} / R_2 = 21 \text{ мА}.$$

Минимальное сопротивление балластного резистора

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U - U_{2\max}}{I_{\max} + I_{2\max}} = \frac{15 - 10,5}{0,1 + 0,021} = 37,2 \text{ Ом.}$$

Стабилизирующий эффект стабилитрона сохраняется, пока его рабочая точка находится на участке ab (рис. 1.32 б); при этом точка a характеризуется минимальным током стабилизации $I_{\min} = 10 \text{ мА}$ и минимальным напряжением стабилизации $U_{2\min} = 10 \text{ В}$.

Минимальное напряжение источника питания при работе стабилитрона в точке a

$$\begin{aligned} U_{\min} &= U_{1\min} + U_{2\min} = R_1 I_{1\min} + U_{2\min} = \\ &= R_1 \left(I_{\min} + \frac{U_{2\min}}{R_2} \right) + U_{2\min} = 11,1 \text{ В.} \end{aligned}$$

Коэффициент стабилизации напряжения

$$k_U = \frac{\Delta U/U}{\Delta U_2/U_2} = \frac{(U - U_{\min})/U}{(U_{2\max} - U_{2\min})/U_{2\max}} = \frac{(15 - 11,1)/15}{(10,5 - 10)/10,5} = 5,4.$$

Задача 1.33. В схеме цепи рис. 1.33 а $U = 12 \text{ В}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 60 \text{ Ом}$. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента приведена на рис. 1.33 д (кривая НЭ).

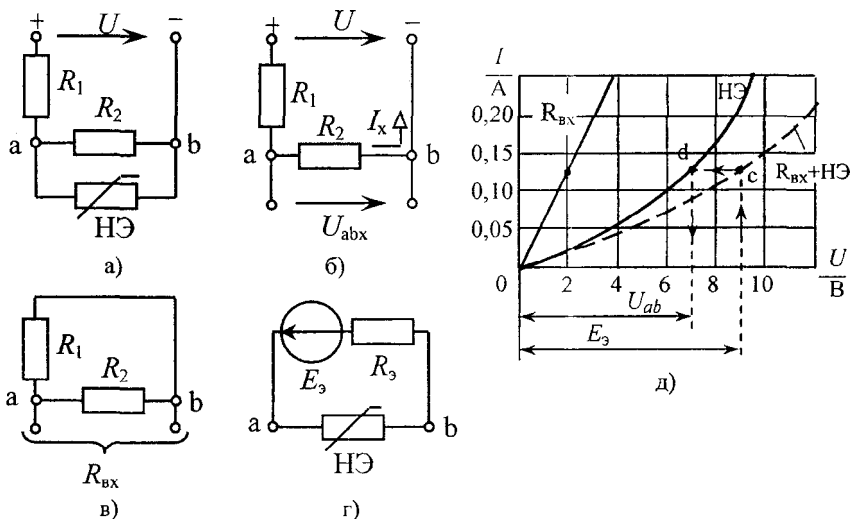


Рис. 1.33

Определить напряжение на нелинейном элементе. Задачу решить методом эквивалентного генератора.

Р е ш е н и е . При использовании метода эквивалентного генератора аналитический расчет сводится к определению ЭДС эквивалентного генератора и его внутреннего сопротивления.

ЭДС эквивалентного генератора равна напряжению между точками a и b при разомкнутой ветви с нелинейным элементом (рис. 1.33 б)

$$E_3 = U_{abx} = R_2 I_x = \frac{R_2 U}{R_1 + R_2} = \frac{60 \cdot 12}{20 + 60} = 9 \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно точек a и b при разомкнутой ветви с нелинейным элементом и закороченном источнике питания (рис. 1.33 в)

$$R_3 = R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 60}{20 + 60} = 15 \text{ Ом.}$$

Дальнейший расчет производим графическим методом. На рис. 1.33 д строим ВАХ линейного сопротивления $R_{\text{вх}}$ (прямая $R_{\text{вх}}$). Затем, суммируя абсциссы характеристик $R_{\text{вх}}$ и НЭ, получаем результирующую ВАХ ($R_{\text{вх}} + \text{НЭ}$) последовательной цепи (рис. 1.33 г). По результирующей кривой определяем ток, соответствующий ЭДС $E_3 = 9 \text{ В}$ (точка c), и искомое напряжение на нелинейном элементе $U_{ab} = 7 \text{ В}$ (точка d).

К о н т р о л ь н ы е з а д а ч и

Задача 1.34. При последовательном соединении двух реостатов R_1 и R_2 мощность, расходуемая во втором реостате, оказалась в два раза больше мощности, расходуемой в первом.

Каково будет соотношение мощностей, расходуемых в реостатах, при их параллельном соединении?

Задача 1.35. В неразветвленной цепи (рис. 1.35) $E_1=48$ В, $E_2=20$ В, а сопротивления $R_1=4$ Ом, $R_2=3$ Ом.

Определить напряжение между точками a и b .

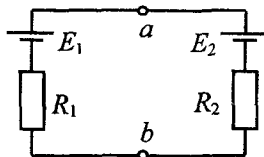


Рис. 1.35

Задача 1.36. К источнику постоянного тока напряжением 220 В подключена электрическая печь мощностью 2 кВт. Нагревательный элемент печи выполнен из константовой проволоки диаметром 1 мм. Удельное сопротивление константана $\rho = 0,5$ мкОм · м.

Определить длину проволоки, плотность тока в ней, а также суточный расход электроэнергии при непрерывной работе печи.

Задача 1.37. Рассчитать диаметр и длину нихромовой проволоки для нагревательного элемента электрической плитки мощностью 600 Вт. Удельное сопротивление нихрома в нагретом состоянии $\rho = 1,3$ мкОм · м, допустимая плотность тока 8 А/мм². Напряжение сети 220 В.

Задача 1.38. Если два резистора, соединенные последовательно, включить в сеть напряжением 120 В, то ток в цепи будет равен 4,8 А. Если же резисторы соединить параллельно и включить в ту же сеть, то общий ток нагрузки будет равен 20 А.

Чему равны сопротивления резисторов?

Задача 1.39. Милливольтметр на номинальное напряжение 100 мВ имеет сопротивление 5 Ом.

Каково должно быть сопротивление шунта к этому прибору, чтобы его можно было применять в качестве амперметра для измерения токов до 50 А?

Задача 1.40. Определить сопротивление добавочного резистора, который нужно включить последовательно с милливольтметром (см. задачу 1.39), чтобы им можно было измерить напряжение 150 В.

Задача 1.41. Три потребителя, сопротивления которых равна R , $2R$ и $3R$, включены параллельно в сеть напряжением 120 В. Общая потребляемая мощность 240 Вт.

Определить сопротивление R и мощность каждого потребителя.

Задача 1.42. Имеется двухпроводная изолированная сеть постоянного тока напряжением 220 В. Нормальное сопротивление изоляции каждого полюса сети по отношению к земле 100 кОм. Вследствие увлажнения сопротивление изоляции одного полюса уменьшилось до 10 кОм.

Прикосновение к какому из полюсов – с нормальной или ухудшенной изоляцией – опаснее для человека, стоящего на влажном бетонном полу?

При каком минимальном сопротивлении "поврежденного" полюса сети ток, протекающий через человека при его прикосновении к полюсу с нормальной изоляцией, не превысит 10 мА? Сопротивление человека принять равным $R = 1$ кОм.

Задача 1.43. Под напряжение 120 В последовательно включены две лампы накаливания. Вольтметр, имеющий сопротивление 2000 Ом, поочередно подключается параллельно каждой лампе. Показания вольтметра при этом одинаковы и равны 50 В.

Определить сопротивление каждой лампы.

Задача 1.44. При коротком замыкании источник ЭДС развивает мощность 100 Вт.

Какую наибольшую мощность может отдать этот источник во внешнюю цепь?

Задача 1.45. К зажимам аккумулятора, ЭДС которого 12 В и внутреннее сопротивление 3 Ом, постоянно присоединена нагрузка сопротивлением 9 Ом.

При каком сопротивлении реостата, включенного параллельно нагрузке, в нем будет развиваться наибольшая мощность? Чему равна эта мощность?

Задача 1.46. Двухпроводная линия длиной 74 м, выполненная медным проводом сечением 25 мм², питает электродвигатель. Напряжение в начале линии равно 230 В.

Определить напряжение на зажимах электродвигателя, если потребляемая им мощность 20 кВт. Удельное сопротивление меди принять равным $\rho = 0,0185 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

Задача 1.47. Лампа накаливания, сопротивление которой 242 Ом, питается от электрической сети с помощью двухпроводной линии из медного провода ($\rho = 0,0185 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$). Длина линии 100 м, сечение провода $1,5 \text{ мм}^2$.

Определить, на сколько процентов снизится напряжение на лампе, если параллельно ей включить нагревательный прибор с сопротивлением 48,4 Ом? Сопротивление лампы накаливания считать постоянным.

Задача 1.48. Для измерения температуры применяется неуравновешенная четырехплечевая мостовая цепь, в противоположные плечи которой включены два одинаковых медных терморезистора, помещенных в одну и ту же среду. В остальные плечи включены резисторы $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$. Сопротивление терморезисторов связано с температурой следующей зависимостью:

$$R_t = 100(1 + 0,00426t) \hat{\Omega}.$$

В одну диагональ моста включен источник питания $U = 1,5 \text{ В}$, во вторую – миллиамперметр сопротивлением $R_A = 10 \text{ Ом}$.

Начертить схему моста. Определить температуру терморезисторов, если миллиамперметр показывает 2 мА.

Задача 1.49. В схеме цепи рис. 1.49 $E_1 = 100 \text{ В}$, $E_2 = 35 \text{ В}$, а сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 40 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$.

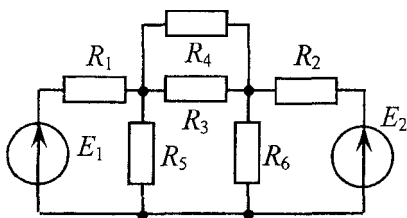


Рис. 1.49

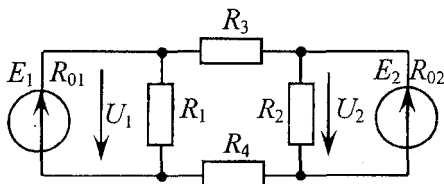


Рис. 1.50

Определить, при каком значении сопротивления R_6 ток в ветви с источником ЭДС E_2 будет равен нулю. Найти все токи.

Задача 1.50. В схеме цепи рис. 1.50 $E_1 = 120$ В, $R_{01} = 2$ Ом, $E_2 = 88$ В, $R_{02} = 8$ Ом, $R_1 = R_2 = 12$ Ом, $R_3 = 4$ Ом, $R_4 = 2$ Ом.

Записать уравнения по законам Кирхгофа для определения токов в ветвях схемы. Определить токи в ветвях методом контурных токов. Найти напряжения U_1 и U_2 на зажимах источников.

Задача 1.51. Две батареи, ЭДС которых равны 4 и 4,5 В, а внутренние сопротивления по 0,1 Ом, соединены параллельно и работают на общую нагрузку.

Если ток первой батареи равен 5 А, то чему равен ток нагрузки?

Задача 1.52. В схеме цепи рис. 1.52 $E_1 = E_2 = E_3 = 100$ В, $R_1 = R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом.

Определить показание вольтметра, сопротивление которого считать равным бесконечности.

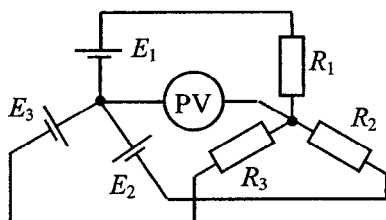


Рис. 1.52

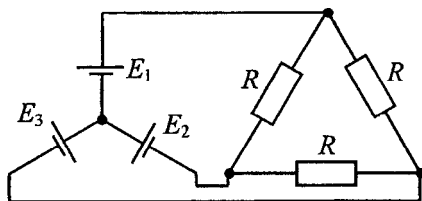


Рис. 1.54

Задача 1.53. В схеме цепи рис. 1.52 вместо вольтметра включен амперметр, сопротивление которого можно считать равным нулю. Параметры элементов цепи взять из условия задачи 1.52.

Определить показание амперметра.

Задача 1.54. Определить мощности, отдаваемые каждым источником в схеме цепи рис. 1.54, если $E_1 = 40$ В, $E_2 = 20$ В, $E_3 = 10$ В, $R = 10$ Ом.

Задача 1.55. В схеме цепи рис. 1.54 методом эквивалентного ге-

нератора определить ток в ветви с источником ЭДС E_1 . Параметры элементов цепи взять из условия предыдущей задачи.

Задача 1.56. Лампа накаливания, рассчитанная на номинальное напряжение 127 В, подключена последовательно с реостатом к сети напряжением 220 В. Вольтамперная характеристика лампы приведена на рис. 1.56 (кривая 1). Сопротивление реостата подобрано таким образом, что напряжение на лампе равно 127 В.

Определить сопротивление реостата.

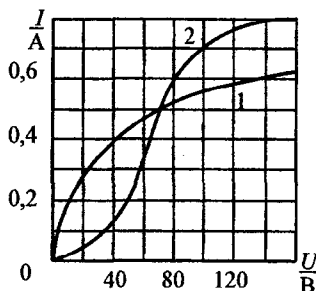


Рис. 1.56

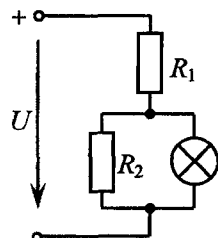


Рис. 1.58

Задача 1.57. Параллельно лампе накаливания, вольтамперная характеристика которой приведена на рис. 1.56 (кривая 1), включен реостат $R = 160$ Ом.

При каком напряжении сети мощности лампы и реостата окажутся одинаковыми?

Задача 1.58. Определить мощность, выделяющуюся в лампе накаливания (рис. 1.58), если к цепи приложено напряжение $U=120$ В. Сопротивления $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 400$ Ом. Вольтамперная характеристика лампы приведена на рис. 1.56 (кривая 1).

Задача 1.59. Два нелинейных элемента, ВАХ которых приведены на рис. 1.56, соединены параллельно. Какое минимальное сопротивление должен иметь резистор, включенный последовательно источнику питания, чтобы ток любого из нелинейных элементов не превышал 0,7 А? Напряжение источника питания 120 В.

Задача 1.60. Два нелинейных элемента, ВАХ которых приведены на рис. 1.56, и резистор соединены последовательно. Какое минимальное сопротивление должен иметь резистор, чтобы напряжение на любом из нелинейных элементов не превышало 50 В? Напряжение источника питания 100 В.

Задача 1.61. В схеме цепи рис. 1.61 $U = 100$ В, $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = R_4 = 60$ Ом. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента приведена на рис. 1.56 (кривая 1).

Определить мощность, выделяющуюся в нелинейном элементе.

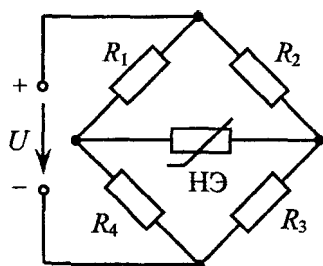


Рис. 1.61

Ответы к контрольным задачам

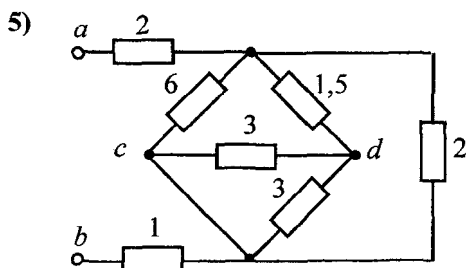
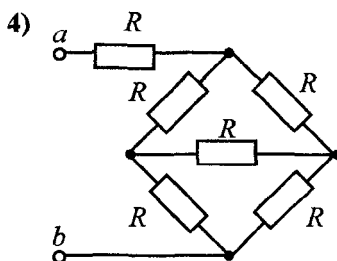
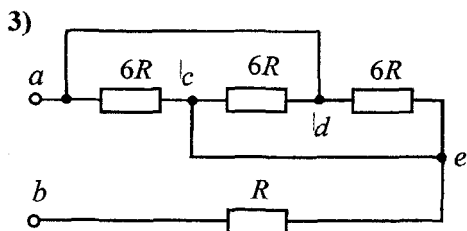
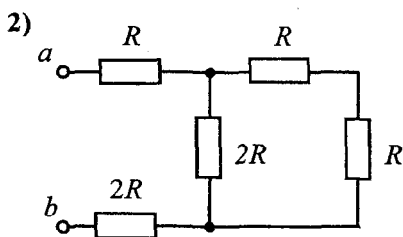
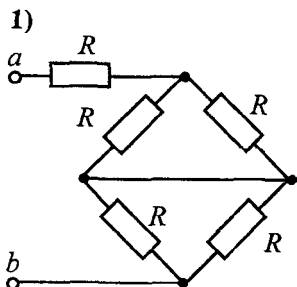
- | | |
|---|---|
| 1.34 $P_1 : P_2 = 2$ | 1.48 $t_1 = 98^\circ \text{C}; t_2 = -54^\circ \text{C}$ |
| 1.35 32 В | 1.49 $r_6 = 165 \text{ Ом}; I_1 = 1,52 \text{ А};$
$I_6 = 0,212 \text{ А}$ |
| 1.36 38 м; 11,6 А/мм ² ;
48 кВт·ч | 1.50 $I_1 = 12 \text{ А}; I_2 = 2 \text{ А};$
$U_1 = 96 \text{ В}; U_2 = 72 \text{ В}$ |
| 1.37 0,66 мм; 21, 2 м | 1.51 15 А |
| 1.38 15 Ом; 10 Ом | 1.52 50 В |
| 1.39 $2 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$ | 1.53 10 А |
| 1.40 7495 Ом | 1.54 $P_1 = 360 \text{ В}; P_2 = 180 \text{ Вт};$
$P_3 = 0$ |
| 1.41 110 Ом; 130,91 Вт;
65,45 Вт; 43,64 Вт | 1.55 9 А |
| 1.42 С нормальной
изоляция; 20,8 кОм | 1.56 155 Ом |
| 1.43 800 Ом | 1.57 85 В |
| 1.44 25 Вт | 1.58 27 Вт |
| 1.45 2,25 Ом; 9 Вт | 1.59 16 Ом |
| 1.46 220 В | 1.60 200 Ом |
| 1.47 на 4,5 % | 1.61 2 Вт |

ТЕСТЫ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ИЛИ АУДИТОРНОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Вариант 1

Тест 1

Определить входное сопротивление $R_{вх\ ab}$, если $R=10\ \text{Ом}$.

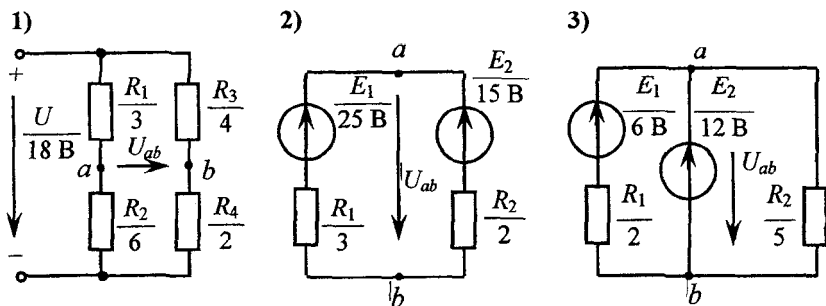


Сопротивления
заданы в омах.

Ответы

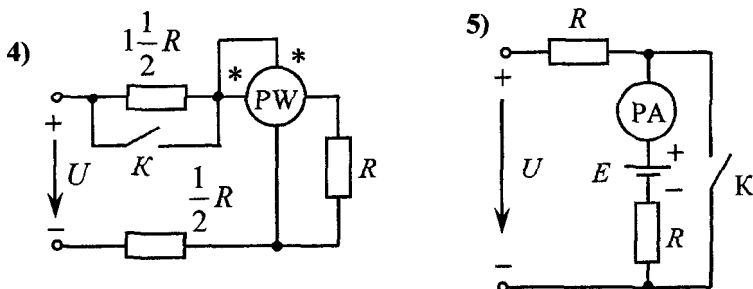
1)	2)	3)	4)	5)
----	----	----	----	----

Определить U_{ab} в схеме. Сопротивления заданы в омах.



Определить показания приборов:

- а) при замкнутом ключе K ;
- б) при разомкнутом ключе K , если $U=45\text{ В}$, $E=15\text{ В}$, $R=5\text{ Ом}$.



Ответы

1)	2)	3)	а) _____ 4) _____ б) _____	а) _____ 5) _____ б) _____
----	----	----	----------------------------------	----------------------------------

Вариант 1

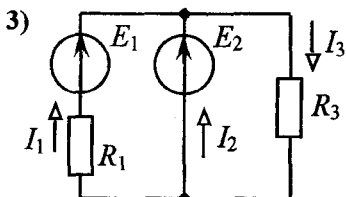
Тест 3

1) Ток КЗ аккумулятора $I_k=6$ А, а напряжение его ХХ $U_x=12$ В.

Определить а) ЭДС и б) внутреннее сопротивление аккумулятора; в) напряжение на зажимах аккумулятора и г) мощность, развиваемую им при подключении сопротивления нагрузки $R_n=10$ Ом.

2) Источник энергии с $E=12$ В и $R_0=2$ Ом питает нагрузку.

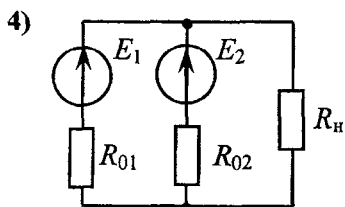
а) При каком сопротивлении нагрузки в ней выделяется наибольшая мощность (сопротивлением соединительных проводов пренебречь)? Рассчитать б) мощность нагрузки $P_{n \max}$, в) мощность источника, г) КПД электропередачи.



Дано: $E_1=24$ В; $E_2=12$ В;
 $R_1=2$ Ом; $R_3=6$ Ом.

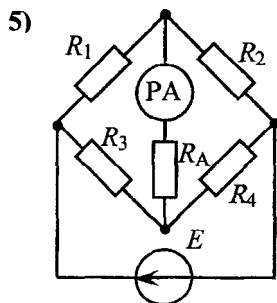
Определить токи ветвей:

а) I_1 ; б) I_2 ; в) I_3 .



Дано: $E_1=110$ В; $R_{01}=1$ Ом; $E_2=100$ В;
 $R_{02}=0,5$ Ом; $R_n=10$ Ом.

Определить мощность а) первого и б) второго источников. Какой из двух источников ЭДС в) генерирует энергию, а какой г) потребляет?



Дано: $R_1=10$ Ом; $R_2=30$ Ом; $R_3=60$ Ом;
 $R_4=40$ Ом; $E=200$ В.

Методом эквивалентного генератора определить показания амперметра, сопротивление которого $R_A=0,1$ Ом.

Ответы:

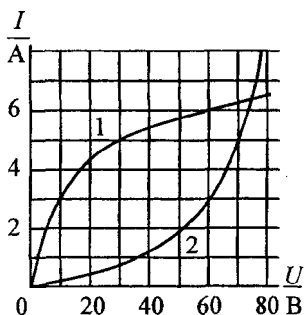
1)	2)	3)	4)	5)
а) б) в) г)	а) б) в) г)	а) б) в)	а) б) в) г)	

Вариант 1

Тест 4

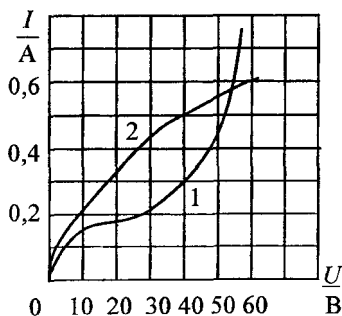
1) Два нелинейных элемента, ВАХ которых даны на диаграмме, соединены последовательно.

Определить напряжение на входе цепи, если напряжение первого элемента $I_1=5$ А

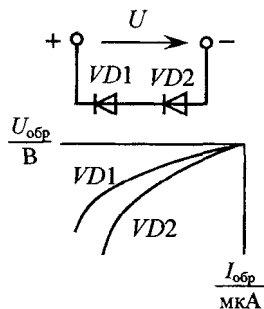


3) Два нелинейных элемента включены параллельно. ВАХ элементов даны на диаграмме.

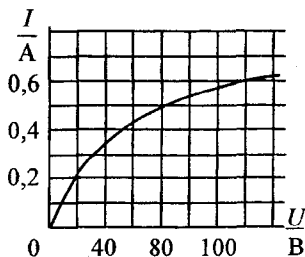
Определить общий ток цепи, если ток второго элемента $I_2=0,5$ А.



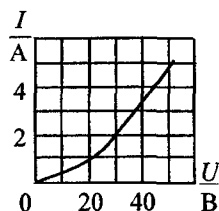
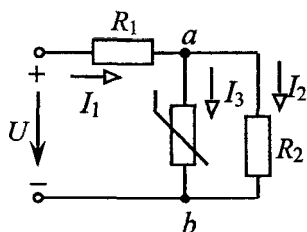
2) Два полупроводниковых диода включены последовательно. Обратные ветви ВАХ диодов приведены на диаграмме. Какой из диодов (1-ый или 2-ой) нужно шунтировать резистором, чтобы обратные напряжения были одинаковыми?



4) Параллельно лампе накаливания, ВАХ которой дана на диаграмме, включен реостат $R=160$ Ом. Определить напряжение сети, при котором мощности лампы и реостата будут одинаковыми.



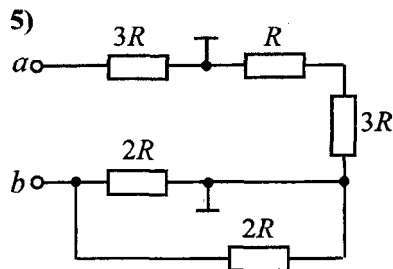
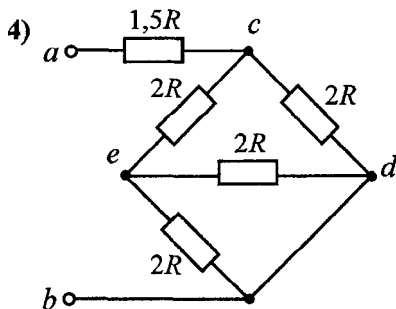
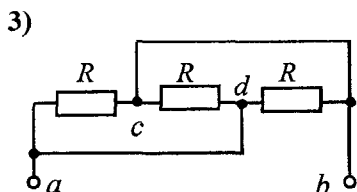
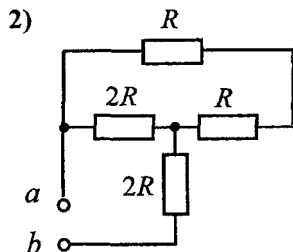
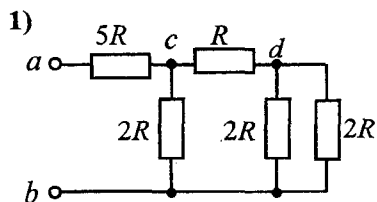
5) Ток нелинейного элемента $I_3=2$ А, ВАХ его дана на диаграмме. Определить напряжение на входе цепи U , если $R_1=20$ Ом; $R_2=30$ Ом.



Ответы

1)	2)	3)	4)	5)
----	----	----	----	----

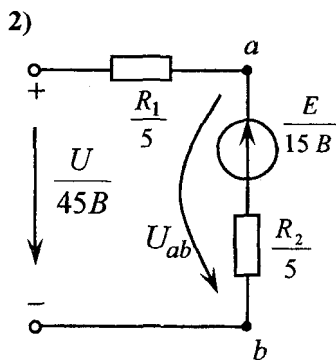
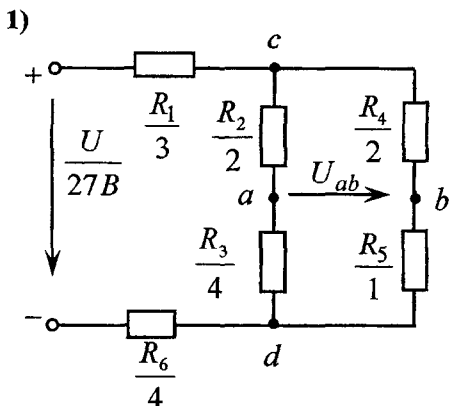
Определить входное сопротивление $R_{вх\text{ab}}$, если $R=10$ Ом.



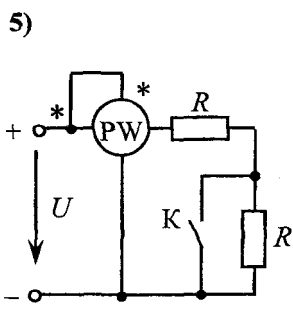
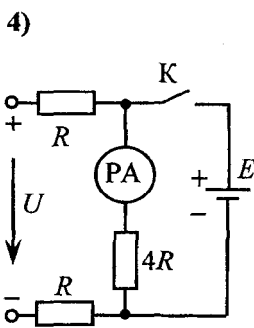
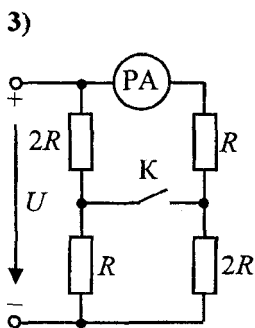
Ответы

1)	2)	3)	4)	5)
----	----	----	----	----

Определить U_{ab} в схеме. Сопротивления заданы в омах.



Определить показания приборов при а) разомкнутом ключе и б) замкнутым ключе, если $U=45$ В; $E=15$ В; $R=5$ Ом.



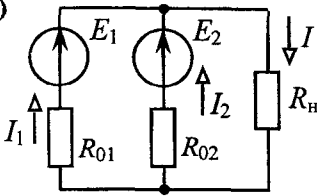
ОТВЕТЫ

1)	2)	а)	а)	а)
		б) _____	б) _____	б) _____
		3) _____	4) _____	5) _____
		б) _____	б) _____	б) _____

Вариант 2

Тест 3

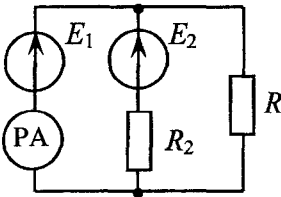
1)



Определить ток нагрузки I , если ток первого источника $I_1=5$ А. Даны $E_1=4$ В; $E_2=4,5$ В; $R_{01}=R_{02}=0,1$ Ом.

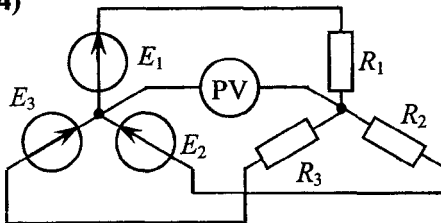
2) При коротком замыкании источник ЭДС развивает мощность 100 Вт. Какую наибольшую мощность может отдавать этот источник во внешнюю цепь?

3)



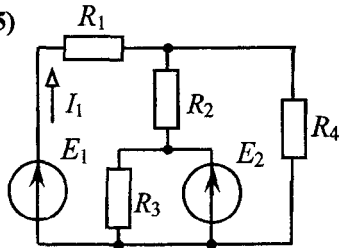
Дано: $E_1=6$ В; $E_2=4$ В;
 $R_2=4$ Ом; $R=12$ Ом.
Определить показание амперметра.

4)



Дано: $E_1=E_2=E_3=100$ В;
 $R_1=R_2=2$ Ом; $R_3=10$ Ом.
Определить показание вольтметра, считая $R_V=\infty$.

5)



Рассчитать ток I_1 методом эквивалентного генератора, если $E_1=125$ В; $E_2=120$ В; $R_1=40$ Ом; $R_2=36$ Ом; $R_3=R_4=60$ Ом.

Ответы

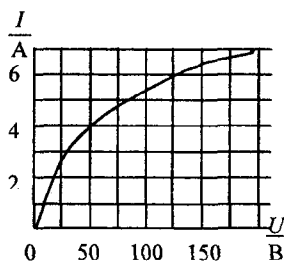
1)	2)	3)	4)	5)
----	----	----	----	----

Вариант 2

Тест 4

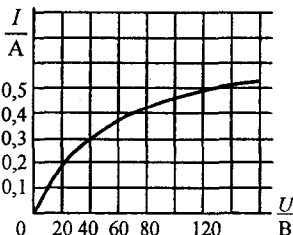
1) Нелинейное сопротивление, ВАХ которого дана на диаграмме, и линейное сопротивление $R=40$ Ом соединены последовательно.

Напряжение на нелинейном элементе равно 50 В. Определить напряжение на зажимах цепи.



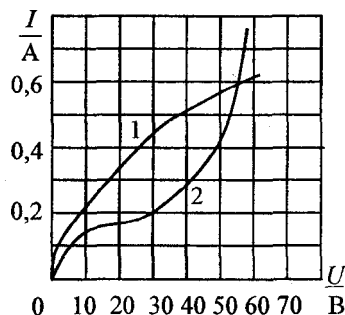
2) Лампа накаливания с $U_{\text{ном}}=127$ В подключена последовательно с реостатом к сети $U_c=220$ В. ВАХ лампы приведена на диаграмме.

Рассчитать сопротивление реостата, подобранного так, что напряжение на лампе равно 127 В.

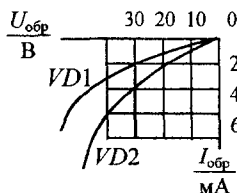
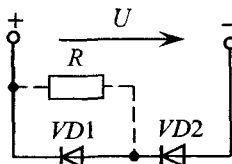


3) Два нелинейных элемента включены параллельно. ВАХ элементов даны на диаграмме.

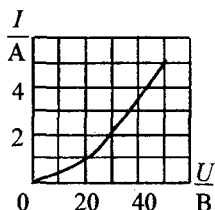
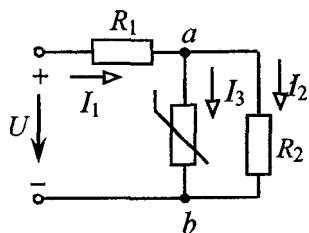
Определить общий ток цепи, если напряжение на первом элементе $U_1=30$ В.



4) Два диода включены последовательно на напряжение $U=60$ В. ВАХ диодов приведены на диаграмме. Определить R , включаемое параллельно $VD1$, чтобы обратные напряжения на диодах были одинаковы.



5) Ток в резисторе $I_2=1$ А. Определить напряжение на входе цепи U , если $R_1=20$ Ом; $R_2=40$ Ом. ВАХ нелинейного элемента дана на диаграмме.

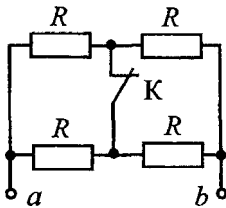


Ответы

1)	2)	3)	4)	5)
----	----	----	----	----

Определить входное сопротивление $R_{вх\ ab}$, если $R=6\ \text{Ом}$.

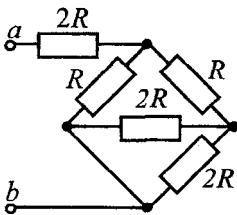
1)



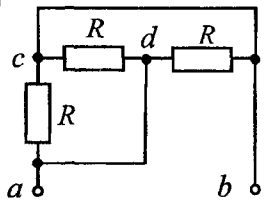
а) при замкнутом ключе К;

б) при разомкнутом ключе К.

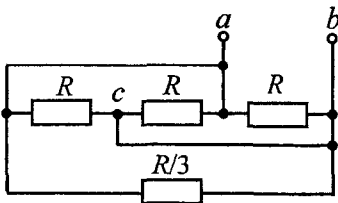
2)



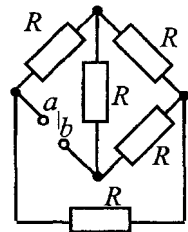
3)



4)



5)

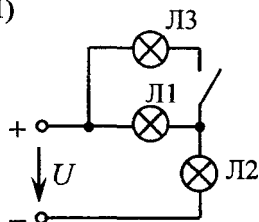


ОТВЕТЫ

a)	2)	3)	4)	5)
1) _____				
б)				

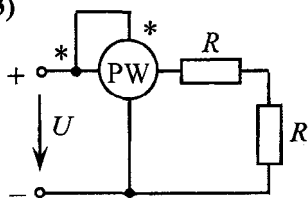
Вариант 3

1)



Уменьшится или увеличится яркость ламп Л1, Л2 после подключения Л3?

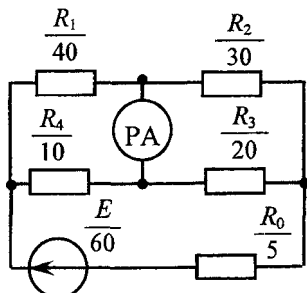
3)



Показание ваттметра $P_w = 200$ Вт.

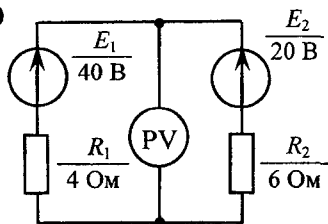
Определить показание ваттметра при параллельном подключении резисторов.

5)



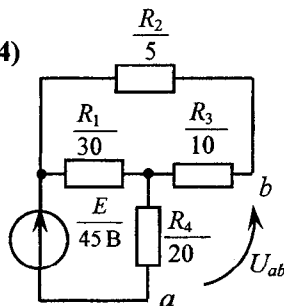
Тест 2

2)



Определить показание вольтметра ($R_v = \infty$).

4)



Определить U_{ab} .

Сопротивления заданы в омах.

Определить показание амперметра.

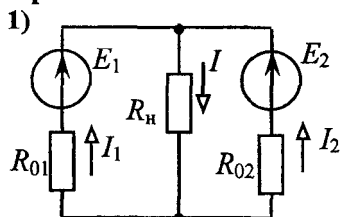
Ответы

Л1	2)	3)	4)	5)
1) _____				
Л2				

Вариант 3

Тест 3

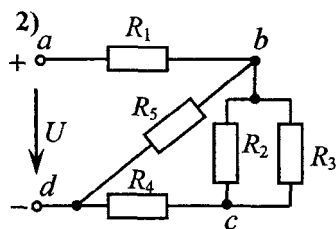
Ответы



Определить а) ток первого источника I_1 , б) ток нагрузки I , если ток второго источника $I_2=5$ А. Даны: $E_1=12$ В; $E_2=12,5$ В; $R_{01}=R_{02}=0,1$ Ом.

а)

б)



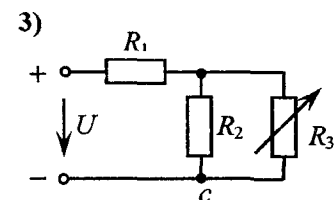
Уменьшаются или увеличатся напряжения U_{ab} , U_{bc} , U_{cd} , U_{bd} при увеличении сопротивления R_5 ?
Напряжение на зажимах $U=const$.

U_{ab}

U_{bc}

U_{cd}

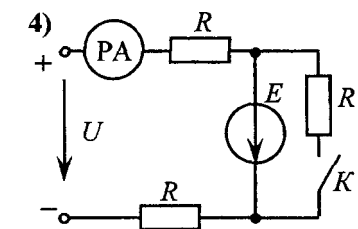
U_{bd}



Рассчитать а) сопротивление R_3 , при котором в нем выделяется наибольшая мощность P_{3max} ; б) мощность P_{3max} , если $U=36$ В; $R_1=3$ Ом; $R_2=6$ Ом

а) $R_3=$

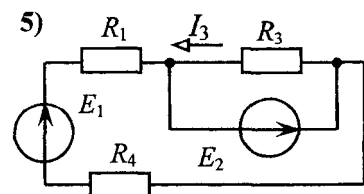
б) $P_{3max}=$



Определить показание амперметра при а) разомкнутом и б) замкнутом ключе, если $U=45$ В; $E=15$ В; $R=5$ Ом.

а)

б)



Определить ток I_3 методом эквивалентного генератора, если $E_1=20$ В; $E_2=14$ В; $R_1=6$ Ом; $R_3=7$ Ом; $R_4=14$ Ом.

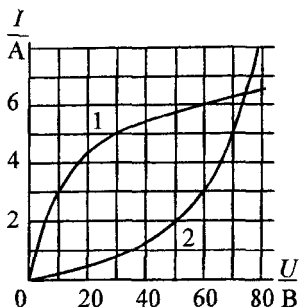
$I_3=$

Вариант 3

Тест 4

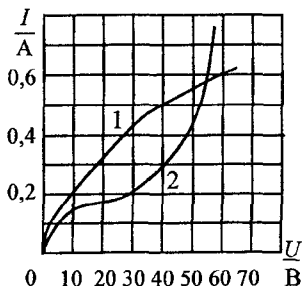
1) Два нелинейных элемента, ВАХ которых даны на диаграмме, соединены последовательно.

Определить напряжение на входе цепи, если напряжение второго элемента $U_2=60$ В.



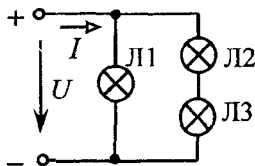
2) Два нелинейных элемента включены параллельно. ВАХ элементов даны на диаграмме.

Определить общий ток цепи, если ток первого элемента $I_1=0,5$ А.



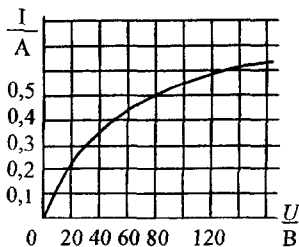
3) Три одинаковые лампы накаливания соединены, как показано на рисунке. Определить ток I в неразветвленной части цепи, если ток лампы Л1 равен 0,5 А.

ВАХ одной лампы дана на диаграмме в задаче 4.



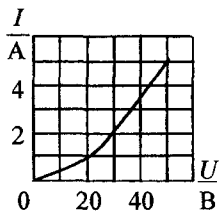
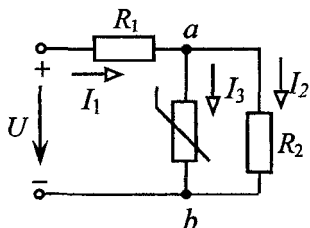
4) Лампа накаливания $U_{ном}=127$ В подключена последовательно с реостатом к сети $U_c=220$ В. ВАХ лампы дана на диаграмме.

Определить сопротивление реостата, при котором напряжение на лампе равно 127 В.



5) Напряжение параллельного участка $U_{ab}=50$ В.

Определить напряжение на входе цепи U , если $R_1=10$ Ом;
 $R_2=50$ Ом. ВАХ нелинейного сопротивления дана на диаграмме.



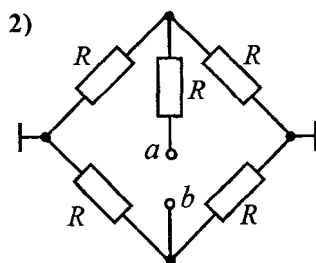
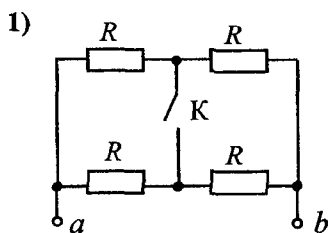
Ответы

1)	2)	3)	4)	5)
----	----	----	----	----

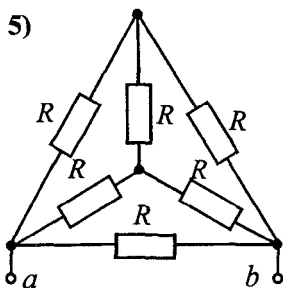
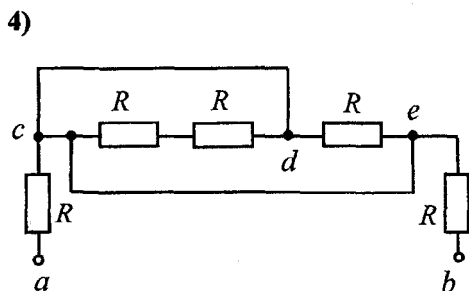
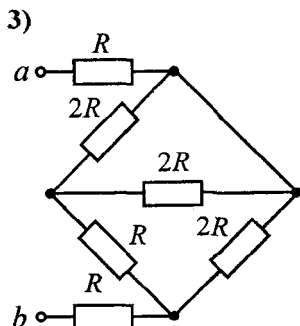
Вариант 4

Тест 1

Определить входное сопротивление $R_{вх ab}$, если $R=5$ Ом.



- а) при замкнутом ключе К;
 б) при разомкнутом ключе К.



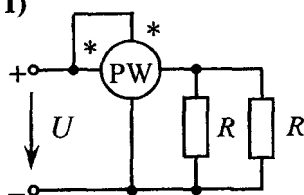
Ответы

а)	2)	3)	4)	5)
1) _____				
б)				

Вариант 4

Тест 2

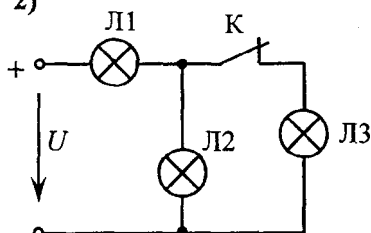
1)



В данной цепи показание ваттметра 200 Вт.

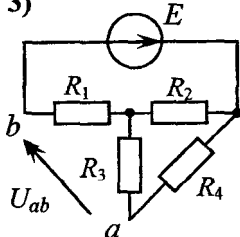
Определить показание ваттметра при последовательном подключении резисторов к тому же источнику.

2)



Уменьшится или увеличится яркость ламп Л1 и Л2 после отключения Л3?

3)



Определить U_{ab} ,

если $E=54$ В;

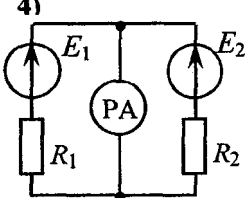
$R_1=24$ Ом;

$R_2=36$ Ом;

$R_3=12$ Ом;

$R_4=6$ Ом.

4)



Определить по-

казание ампер-

метра ($R_A=0$),

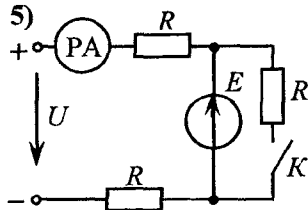
если $E_1=20$ В;

$E_2=16$ В;

$R_1=4$ Ом;

$R_2=2$ Ом.

5)



Определить по-

казание амперметра

при а) разомкнутом

и б) замкнутом

ключе, если $U=45$ В;

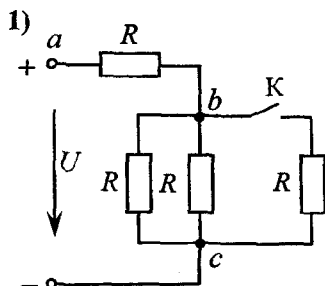
$E=15$ В; $R=5$ Ом.

Ответы

1)	Л1	3)	4)	а)
	2) _____			5) _____
	Л2			б)

Вариант 4

Тест 3



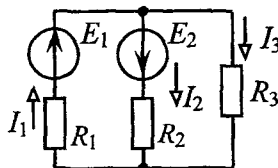
Уменьшатся или увеличатся U_{ab} , U_{bc} после замыкания ключа?

2) Источник энергии работает в согласованном режиме с потребителем, при этом мощность потребителя $P_2=1000$ Вт, его сопротивление $R=40$ Ом.

Рассчитать а) мощность источника P_1 ;

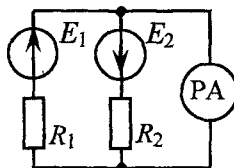
б) напряжение U_1 на зажимах источника.

3)



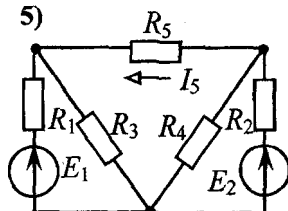
Определить токи I_1 , I_2 , I_3 методом наложения, если $E_1=30$ В; $E_2=15$ В; $R_1=3$ Ом; $R_2=3$ Ом; $R_3=6$ Ом.

4)



Определить показание амперметра ($R_A=0$). $E_1=36$ В; $E_2=24$ В; $R_1=6$ Ом; $R_2=4$ Ом.

5)

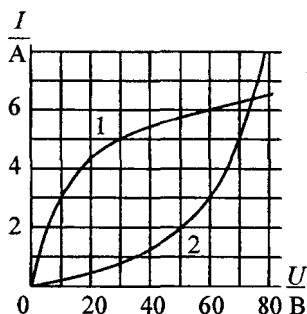


Определить ток I_5 методом эквивалентного генератора. $E_1=80$ В; $E_2=120$ В; $R_1=R_3=20$ Ом; $R_2=R_4=60$ Ом; $R_5=10$ Ом.

Ответы

1)	2)	3)	4)	5)
U_{ab} _____	$P_1=$ _____	$I_1=$ _____		$I_5=$ _____
U_{bc} _____	$U_1=$ _____	$I_2=$ _____		
		$I_3=$ _____		

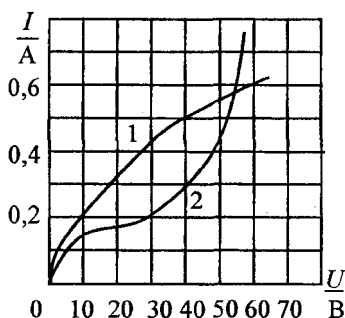
1)



Два нелинейных элемента, ВАХ которых даны на диаграмме, соединены последовательно.

Определить напряжение на входе цепи, если напряжение первого элемента $U_1 = 30$ В.

2)



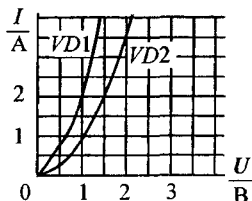
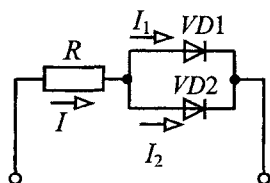
Два нелинейных элемента включены параллельно. ВАХ даны на диаграмме.

Определить общий ток цепи, если напряжение на зажимах цепи $U = 50$ В.

3) Диоды VD1, VD2 включены параллельно, их ВАХ даны на диаграмме.

Какому из диодов нужно последовательно включить резистор R_p , чтобы при токе $I = 4$ А токи диодов были одинаковы ($I_1 = I_2 = 2$ А)?

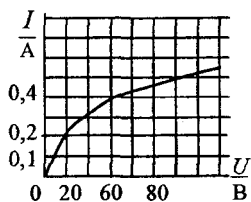
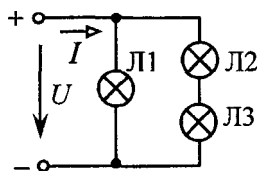
Рассчитать сопротивление резистора R_p .



4) Три одинаковые лампы накаливания соединены по приведенной схеме.

ВАХ одной лампы задана на диаграмме. Ток лампы Л1 равен 0,5 А.

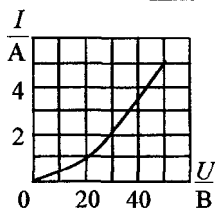
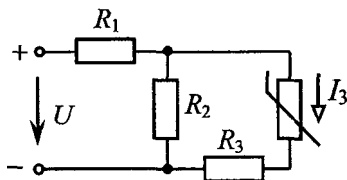
Определить общий ток I .



5) Ток нелинейного элемента $I_3=2$ А. Сопротивление элементов цепи $R_1=20$ Ом; $R_2=40$ Ом; $R_3=5$ Ом.

ВАХ нелинейного элемента дана на диаграмме.

Определить напряжение U .



Ответы

1)	2)	3) 1 или 2 $R_p =$	4)	5)
----	----	-----------------------	----	----

Литература

1. Электротехника и электроника. В 2 кн. Кн. 1 / Под ред. проф. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1996. – 480 с.
2. Борисов, Ю.М., Липатов, Д.Н., Зорин, Ю.Н. Электротехника. – М.: Высшая школа, 1985. – 537 с.
3. Касаткин, А.С., Немцов, М.В. Электротехника. – М.: Высшая школа, 2002. – 542 с.
4. Иванов, И.И., Равдоник, В.С. Электротехника. – М.: Высшая школа, 1984, 2003, 2005. – 496 с.
5. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1987. – 288 с.
6. Рекус, Г.Г., Чесноков, В.Н. Сборник задач по электротехнике и основам электроники. – М.: Высшая школа, 2001. – 416 с.

Учебное издание

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Сборник задач с контрольными тестами
для студентов неэлектротехнических специальностей

В 6 частях

Часть 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Составители:

БЛАДЫКО Юрий Витальевич
ЗГАЕВСКАЯ Галина Васильевна
РОЗУМ Таисия Терентьевна и др.

Технический редактор М.И. Гриневич

Подписано в печать 14.05.2008.

Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 3,72. Уч.-изд. л. 2,91. Тираж 200. Заказ 359.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0131627 от 01.04.2004.

220013, Минск, проспект Независимости, 65.