

4. Металлические конструкции: учеб. для строительных вузов: в 3 т. Т. 2. / В.В. Горев [и др.]; под ред. В.В. Горева. – 2-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002. – Ч. 2: Конструкции зданий. – 528 с.
5. Строительная механика. Терминология. Сб. рекоменд. терминов, вып. 82. Комитет научно-техн. терминологии АН СССР и ЦНИИСК Госстроя СССР. – М.: Наука, 1969. – 48 с.
6. Пиковский, А.А. Деформационный расчет арок / А.А. Пиковский, Б.А. Деревянкин // Труды Хабаровского института инженеров железнодорож. тр-та. – М.: Трансжелдориздат, 1951. – Вып.3. – С. 109–140.
7. Денисов, О.О. Расчет арок на прочность и устойчивость по деформированной схеме равновесия / О.О. Денисов. В сб.: Сопровождение материалов и теория сооружений, вып. 7. – К.: Будівельник, 1968. – С. 101–112.
8. Уласевич, В.П. Деформационный расчет и исследование напряженно-деформированных состояний пологих одноопорных распорных систем: автореф. дис. ...канд. техн. наук: 01.02.03 / В.П. Уласевич; ЦНИИСК им. Кучеренко. – М., 1984. – 24 с.
9. Уласевич, В.П. Алгоритм пользовательского интерфейса деформационного метода расчета гибких стержневых систем в среде MathCAD / В.П. Уласевич, Н.В. Бочарова, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2010. № 5(65): Физика, математика, информатика. – С. 107–111.

Материал поступил в редакцию 14.03.11

ULASEVITCH V.P., ZHDANOV D.A. On the influence of geometrical non-linearity on the low-angle arches mode of deformation

Peculiarities of the deformation-based analysis of low-angle elastic arches have been considered. The algorithm for numerical realization of integral quadratures of analytical equilibrium equations for low-angle elastic arches has been developed. The computational nucleus of the algorithm has been realized using the MathCAD software package, while the user's interface has been developed in the C++ Builder programming environment.

Both the calculation results of a case example and numerical analyses into a set of parabolic elastic arches realized with the help of the authors' computer programme DrarCAD, are given to prove the necessity for the geometrically-deformed calculation model to be taken into account in the analysis of the arches in question.

УДК 624.012

Пецольд Т.М., Тур С.А.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ С НАПРЯГАЕМОЙ АРМАТУРОЙ, НЕ ИМЕЮЩЕЙ СЦЕПЛЕНИЯ С БЕТОНОМ

Введение. В практике проектирования конструктивных систем и их элементов возможны ситуации, когда для решения одной задачи могут быть использованы несколько различных расчетных моделей. Как правило, эти расчетные модели имеют различные уровни аппроксимации, но базируются на единой концепции надежности, гарантирующей требуемый минимальный уровень безопасности.

При проектировании пост-напряженных конструктивных элементов, в которых обжатие создают при натяжении напрягающих элементов на затвердевший бетон, приходится сталкиваться с подобной ситуацией. Главным образом многообразие подходов связано с определением напряжений (или приращений напряжений) в напрягающих канатах без сцепления с бетоном при проверках предельных состояний несущей способности.

Наиболее безопасный (консервативный) результат может быть получен в том случае, когда в напрягающих канатах вовсе не учитывается приращение напряжений в предельной стадии, а вклад напрягаемой арматуры в сопротивление изгибу вычисляется с учетом усилия $P_u = \sigma_{p,\infty} \cdot A_p$.

где $\sigma_{p,\infty}$ – предварительное напряжение в канатах с учетом всех потерь;

A_p – площадь напрягающих канатов.

При использовании такого подхода обычно недооцениваются предельные нагрузки, либо переоценивается требуемая площадь армирования.

Вычисления фактических (или близких к фактическим) напряжений в напрягающих канатах, базирующиеся на относительных деформациях конструктивного элемента, позволяют выполнить более точные расчеты и исключить излишне консервативные запасы. Это особенно важно в тех случаях, когда основное количество изгибной

арматуры имеет сцепление с бетоном и когда начальные напряжения при натяжении канатов достаточно высоки (приближаются к условному пределу текучести).

Это может быть проиллюстрировано следующей диаграммой (см. рис. 1), позимотиванной из работы [10]. На вертикальной оси графика показано отношение суммарного усилия в растянутой зоне изгибаемого элемента к сумме составляющих усилий в ненапрягаемой связанной и напрягаемой арматуре без сцепления, а на горизонтальной оси графика – отношение усилия, воспринимаемого напрягаемой арматурой без сцепления к сумме составляющих усилий в ненапрягаемой связанной и напрягаемой арматуре без сцепления

$$\left(\beta = \frac{f_{py} \cdot A_p}{A_p \cdot f_{py} + A_s \cdot f_{yd}} \right).$$

Усилие в растянутой зоне изгибаемого элемента в предельном состоянии несущей способности F_t включает в общем случае три компоненты: усилие, соответствующее достижению текучести в мягкой ненапрягаемой арматуре, имеющей сцепление F_{sy} , усилие начального натяжения в напрягающей арматуре без сцепления P_0 и приращение ΔP , вызванное удлинением напрягающей арматуры без сцепления под нагрузкой.

Для заданной конструкции, количества и распределения напрягаемой и ненапрягаемой арматуры, уточнения расчетной модели могут касаться только уточнения зависимостей для определения приращения усилия ΔP .

Как можно видеть из рисунка 1, точность вычисления деформаций конструктивного элемента, с использованием которых затем производится расчет приращений относительных деформаций в напрягаемой арматуре без сцепления с бетоном, имеет особое зна-

Пецольд Тимофей Максимович, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РБ, профессор кафедры железобетонных конструкций Белорусского национального технического университета.

Беларусь, БНТУ, 220013, г. Минск, пр. Независимости, 65.

Тур Светлана Александровна, аспирантка кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

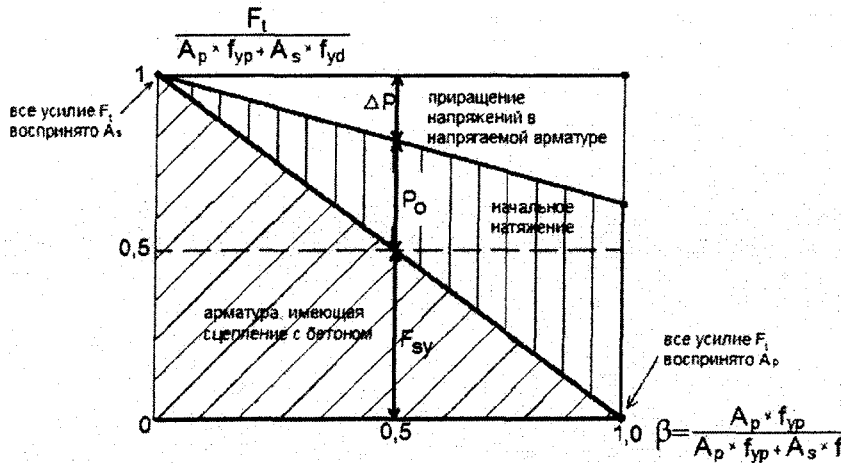


Рис. 1. Зависимость относительного растягивающего усилия от доли растягивающего усилия, воспринимаемого напрягаемой арматурой согласно [10]

чение для элементов с низким содержанием ненапрягаемой арматуры. И, наоборот, в конструктивных элементах, где основное армирование составляет ненапрягаемая арматура, даже неточный расчет $\Delta \epsilon_p$ может обеспечить получение достаточно точных предельных усилий и количества напрягаемой арматуры A_p .

Исследования балочных элементов с напрягающими канатами без сцепления с бетоном. Приращения напряжений в напрягающих элементах без сцепления с бетоном зависят не столько от деформаций отдельного критического сечения, сколько от деформаций всей конструкции, и не могут быть в общем случае определены из простого расчета сечения, как это имеет место в случае традиционных предварительно напряженных конструкций, у которых напрягаемая арматура имеет сцепление с бетоном.

В общем случае напряжения в канатах, не имеющих сцепления с бетоном, рассчитывают исходя из средних относительных деформаций бетона на уровне напрягаемой арматуры. Поэтому, одним из важных элементов, на котором строится расчетные положения – это характер распределения кривизн по длине балки. Кривизна, в свою очередь, зависит от количества напрягающих канатов, количества дополнительной ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном, типа нагружения (схемы приложения нагрузок). Как показано в основных рекомендациях [25], бетонные балочные элементы, напрягаемые с помощью напрягаемой арматуры без сцепления с бетоном, должны иметь требуемое количество ненапрягаемой арматуры для контроля над шириной раскрытия трещин. Дополнительная арматура, как и напрягающие канаты, оказывает влияние на напряженно-деформированное состояние сечений в предельной стадии, изменяя высоту сжатой зоны сечения, а следовательно, и кривизну. Тип нагружения является значимым параметром, так как влияет на распределение изгибающих моментов по длине элемента, а, следовательно, и характер образования пластических шарниров.

Обширные экспериментальные и аналитические исследования были выполнены за последние три десятилетия в области сопротивления изгибаемых предварительно напряженных конструкций, в которых обжатие создается на строительной площадке с помощью напрягающих элементов, не имеющих сцепления с бетоном.

Практически все исследования концентрируются на определении напряжений f_{ps} в напрягаемой арматуре в предельной стадии, по которой выполняется вычисление сопротивления изгибаемого элемента. Как результат, предложено более десяти различных зависимостей, как включенных в нормы различных стран, так и оставшихся на уровне предложений. Вместе с тем, до настоящего времени не найдена единая точка зрения, а как следствие, и единая расчетная методика определения напряжений в напрягаемой арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, в предельной стадии.

В 1991 году Naaman и Alkhairi [17] опубликовали статью, в которой было представлено состояние исследований в данной области. Общий подход к определению напряжений в арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, основан на том, что к начальному эффективному напряжению f_{pi} (определенному с учетом потерь) суммируются приращения напряжений Δf_{ps} , вызванные дополнительной нагрузкой, приводящей конструкцию в предельное состояние.

Согласно Politalski [20], польские нормы [19] и Eurocode 2 [12] рекомендуют принимать прирост напряжений в арматуре без сцепления в предельном состоянии равным 100МПа. Аналогичное значение было принято и в американских нормах ACI 318-63 [2].

Pannell [18] выполнил сравнительные исследования для установления влияния

отношения пролет – рабочая высота элемента (L / d_p), эффективного предварительного напряжения, количества ненапрягаемой арматуры на сопротивление предварительно напряженных балок с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном. Он предложил расчетную формулу, основанную на допущении, что длина зоны пластического деформирования L_p составляет около $10,5x$ (где x – высота сжатой зоны сечения элемента в предельном состоянии несущей способности).

На основании работ А. И. Хачатряна и В. Б. Титуса [27, 24] по исследованию предварительно напряженных плит без сцепления арматуры с бетоном был сделан вывод о том, что напряжения в напрягаемой арматуре без сцепления пропорциональны призматической прочности бетона f_{cm} и рабочей высоте сечения d , обратно пропорциональны коэффициенту армирования ρ_l и длине пролетов L . Полная величина напряжений в растянутой арматуре без сцепления в предельной стадии составляет:

$$\sigma_{sp,ub} = \sigma_{sp,0} + 2\alpha f_{ctm} + k_1 \frac{f_{cm} \cdot d}{\rho_l \cdot L} \leq f_{pk,02}, \quad (1)$$

где k_1 – опытный коэффициент.

Для оценки эффектов от наличия или отсутствия сцепления напрягаемой арматуры с бетоном, количества дополнительной ненапрягаемой арматуры, Mattock [15] испытал серию неразрезных частично напряженных балок прямоугольного сечения и на фоне полученных результатов испытаний проанализировал расчетные зависимости, приведенные в ACI318 [2].

Исследования Mojthahedi и Gamble [16] показали значительное влияние отношения L / d_p на приращение напряжений Δf_{ps} в напрягаемой арматуре в предельной стадии. В развитие выполненных экспериментальных исследований была предложена расчетная модель, базирующаяся на так называемом методе подкосов и затяжек (англ. strut – and – tie).

По результатам испытаний однопролетных предварительно напряженных плит Burns [6] рекомендовал учитывать влияние на сопротивление элементов при изгибе (приращение напряжений в напрягаемой арматуре без сцепления) следующих факторов: схемы нагружения, схемы деформирования пластических шарниров и отношения L / d_p .

Экспериментальные исследования Cooke [23] были посвящены главным образом, изучению влияния отношения L / d_p и количества ненапрягаемой арматуры на величину приращения напряжений Δf_{ps} в напрягаемой арматуре в предельной стадии.

Di и Тао [11] на основании проведенных исследований предложили скорректированную расчетную формулу для определения Δf_{ps} , учитывающую влияние ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном.

Результаты исследований Navajii [28] явились основой для внесения в новую версию ACI318 [3] расчетных зависимостей, учитывающих отношение L/d_p . Эти нормы [3] рекомендуют рассчитывать величину приращения напряжений как зависимость от трех параметров: прочности на сжатие бетона, коэффициента армирования преднапряженной арматуры и отношения пролета к высоте элемента.

$$\Delta f_{ps} = 70 + f'_c / (100 \cdot \rho_p) \leq 420 \text{ МПа для } L/d_p \leq 35;$$

$$\Delta f_{ps} = 70 + f'_c / (300 \cdot \rho_p) \leq 200 \text{ МПа для } L/d_p > 35. (2)$$

Расчетные подходы, основанные на отношении «пролет - рабочая высота» элемента с учетом типа нагружения. На рисунке 2 (а) показана свободно опертая балка с напрягаемой арматурой без сцепления с длиной пролета L , нагруженная двумя сосредоточенными силами, приложенными на расстоянии L_a . Фактическое и идеализированное распределение кривизн по длине пролета показано на рисунке 2 (б).

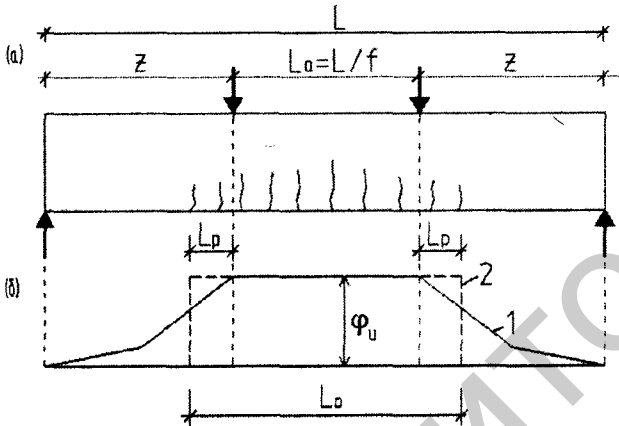


Рис. 2. Свободно опертая балка с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном: а) схема нагружения; б) эпюра распределения кривизн; 1 – фактическая эпюра распределения кривизн; 2 – идеализированная эпюра распределения кривизн

При выводе расчетных зависимостей приняты три главных допущения:

1. Несмотря на то, что относительные деформации напрягаемой арматуры без сцепления в общем случае не совпадают с относительными деформациями окружающего бетона на уровне напрягаемой арматуры (т.н. отсутствие совместности деформаций), полное удлинение напрягающего элемента допускается определять по эпюре распределения кривизны по длине пролета.
2. Полное удлинение напрягаемой арматуры между концевыми анкерами вызвано главным образом пластическими деформациями, развивающимися на длине пластического шарнира L_p при применении идеализированной эпюры распределения кривизн (рис. 2(б)), тогда как упругая деформация, имеющая место на участках, работающих без трещин – игнорируется;
3. Не учитываются касательные напряжения, действующие вдоль напрягающего каната и обусловленные трением. В силу этого допущения напряжения по длине каната считаются постоянными.
4. Распределение относительных деформаций по высоте поперечного сечения балки с напрягаемой арматурой без сцепления показано на рисунке 3.

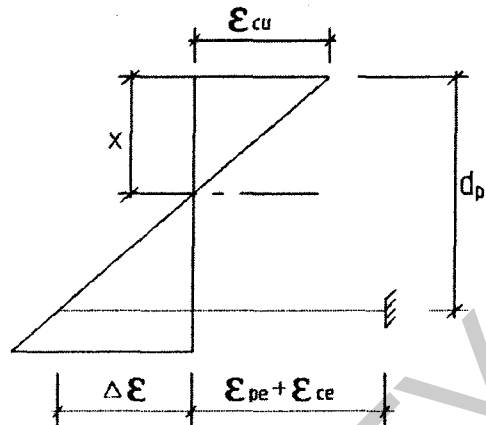


Рис. 3. Схема распределения относительных деформаций по высоте поперечного сечения при выводе расчетных зависимостей

Допустим, что $\Delta \epsilon$ является некоторым «фиктивным» приращением относительной деформации в канате сверх относительных деформаций, соответствующих погашению сжимающих напряжений в бетоне на уровне напрягаемой арматуры (деформации соответствуют декомпрессии), ϵ_{ce} – относительные деформации бетона от обжатия на уровне напрягаемой арматуры, ϵ_{pe} – относительные деформации, соответствующие эффективному предварительному напряжению (с учетом всех потерь), ϵ_{cu} – предельные относительные деформации бетона при сжатии.

Из условия совместности деформаций (при использовании допущения о справедливости гипотезы плоского сечения) можно записать:

$$\Delta \epsilon = \frac{(d_p - x)}{x} \cdot \epsilon_{cu}. (3)$$

Тогда приращение длины элемента сверх эффективного натяжения:

$$\Delta l_{ps} = (\Delta \epsilon + \epsilon_{ce}) \cdot L_0 (4)$$

$$\text{и } \Delta \epsilon_{ps} = \frac{\Delta l_{ps}}{L}. (5)$$

В формулах (3)...(5): L_0 – эквивалентная длина пластической зоны (рис. 2); L – полная длина пролета элемента между концевыми анкерами.

Решая совместно уравнения (3), (4), (5) относительная деформация напрягающего каната при расчете сопротивления конструкции может быть представлена:

$$\epsilon_{ps} = \epsilon_{pe} + \Delta \epsilon_{ps} = \epsilon_{pe} + \epsilon_{ce} \left(\frac{L_0}{L} \right) + \epsilon_{cu} \left(\frac{d_p - x}{x} \right) \left(\frac{L_0}{L} \right). (6)$$

Принимая допущение о том, что напрягаемая арматура обычно не достигает условного предела текучести в работе [26] уравнение (6) использовано для определения напряжений:

$$f_{ps} = E_{ps} \cdot \epsilon_{ps} = E_{ps} \cdot \epsilon_{pe} + E_{ps} \cdot \Delta \epsilon_{ps} = f_{pe} + E_{ps} \cdot \epsilon_{ce} \left(\frac{L_0}{L} \right) + E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} \left(\frac{d_p - x}{x} \right) \left(\frac{L_0}{L} \right), (7)$$

где E_{ps} – модуль упругости напрягаемой арматуры; f_{pe} – эффективные предварительные напряжения (с учетом всех потерь).

Следует отметить, что в общем случае относительная деформация ϵ_{ce} пренебрежительно мала по сравнению с другими членами уравнения (7), поэтому ее, как правило, в расчетах не учитывают.

$$f_{ps} = f_{pe} + \Delta f_{ps} = f_{pe} + E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} \left(\frac{d_p - x}{x} \right) \left(\frac{L_0}{L} \right). (8)$$

Положение нейтральной оси (высота сжатой зоны) может быть определено из уравнения (8):

$$x = \frac{E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} \left(\frac{L_o}{L} \right) d_p}{\Delta f_{ps} + E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} \cdot \left(\frac{L_o}{L} \right)} \quad (9)$$

Принимая для сжатого бетона жестко-пластическую диаграмму деформирования « $\sigma_c - \epsilon_c$ », что соответствует прямоугольному блоку распределения напряжений в сжатой зоне сечения, в работе [26] было получено решение для напряжений f_{ps} в виде:

$$f_{ps} = \frac{1}{A_{ps}} \cdot \frac{0,85\beta_1 \cdot f_{cm} \cdot b_w (L_o / L) d_p \cdot E_{ps} \cdot \epsilon_{cu}}{f_{ps} - f_{pe} + E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} (L_o / L)} + \frac{(A'_s \cdot f'_{yd} - A_s \cdot f_{yd}) + F_c}{A_{ps}} \quad (10)$$

В общем случае длина эквивалентной пластической зоны определяется (см. рис. 2):

$$L_o = L_a + 2L_p = \frac{L}{f} + 2L_p, \quad (11)$$

где f – коэффициент, зависящий от схемы нагружения.

По предложению Нагаджи [28]: $f = \infty$ – для сосредоточенной силы в пролете; $f = 3$ – для двух сосредоточенных сил в пролете; $f = 6$ – для равномерно распределенной нагрузки.

Второе слагаемое $2L_p$ в уравнении (11) – длина пластического шарнира, измеренная вне зоны чистого изгиба.

Параметр L_p согласно [26] предложено принимать:

$$L_p = 0,5d_p + 0,05z, \quad (12)$$

где z – пролет среза, или расстояние между точками максимального момента и точкой перегиба на эпюре моментов (как показано на рис. 2(a)). Выражение для определения L_o получают из совместного решения (11) и (12):

$$L_o = d_p \left[\frac{L}{d_p} \left(\frac{0,95}{f} + 0,05z \right) + 1,0 \right] \quad (13)$$

или $L_o / L = \frac{0,95}{f} + 0,05z + \frac{1}{L/d_p}$.

Нагаджи [28] провел верификацию предложенной расчетной модели на фоне опытных данных, полученных в исследованиях Warwaruk [29], Mattock и др [15], Duo и Тао [11], и показал, что модель (10) дает достаточно адекватный результат.

Преобразуя уравнение (10), получаем:

$$L_o / L = \frac{(A_{ps} \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_{yd} - A'_s \cdot f'_{yd} - F_c) \cdot (f_{ps} - f_{pe})}{(0,85\beta_1 \cdot f_{cm} \cdot b_w \cdot d_p - A_{ps} \cdot f_{ps} - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot f'_{yd} + F_c) E_{ps} \cdot \epsilon_{cu}} \quad (14)$$

На рисунке 4 показано сравнение опытных данных (пересчитанные по уравнению (14)) и теоретических значений по модели (13).

Продолжая развитие модели Нагаджи [28] исследователи Lee и другие [13] предложили несколько отличное расчетное уравнение для вычисления напряжений f_{ps} в напрягаемой арматуре без сцепления в предельной стадии.

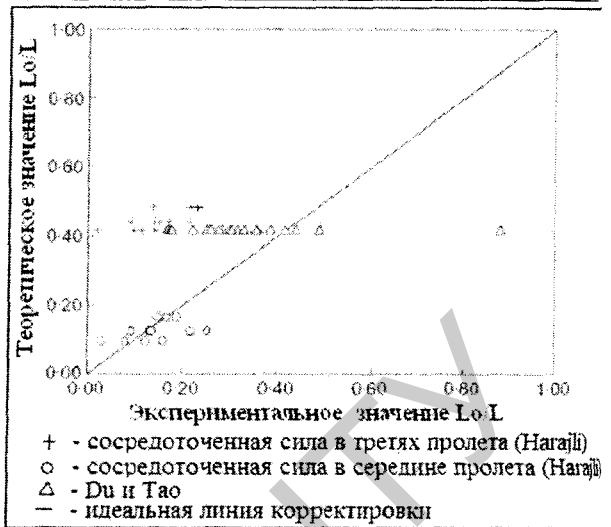


Рис. 4. Сравнение теоретических и экспериментальных значений (L_o / L)

Составляющую $0,05z$ в уравнении (13) было предложено не учитывать, а значения коэффициента f в зависимости от типа нагружения приняты: $f = 10$ – для одной сосредоточенной силы в пролете; $f = 3$ – для двух сил в пролете и равномерно распределенной нагрузки.

При этом, для вывода уравнения, по которому производится расчет напряжений f_{ps} в напрягаемой арматуре, использовали уравнения равновесия моментов, а не проекций сил на продольную ось как в оригинальной модели, учитывая в расчете положение канатов и дополнительной арматуры, имеющей сцепление с бетоном. Расчетное уравнение было получено в виде:

$$f_{ps} = \frac{1}{\alpha_p \cdot A_{ps}} \cdot \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b \cdot (L_o / L) \cdot d_p \cdot E_{ps} \cdot \epsilon_{cu}}{f_{ps} - f_{pe} + E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} (L_o / L)} + \frac{(A'_s \cdot f'_{yd} - \alpha_s \cdot A_s \cdot f_{yd})}{\alpha_p \cdot A_{ps}} \quad (15a)$$

$$\alpha_p = \left(d_p - \beta_1 \cdot \frac{c}{2} \right) \cdot \left(d_e - \beta_1 \cdot \frac{c}{2} \right); \quad (15b)$$

$$\alpha_s = \left(d_s - \beta_1 \cdot \frac{c}{2} \right) \cdot \left(d_e - \beta_1 \cdot \frac{c}{2} \right); \quad (15b)$$

$$\alpha_e = (A_{ps} \cdot f_{ps} \cdot d_p + A_s \cdot f_{yd} \cdot d_s) / (A_{ps} \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_{yd}) \quad (15r)$$

Вводя четыре новых коэффициента k_1, k_2, k_3, k_4 (получаемые обработкой опытных данных), в работе [13] уравнение (15) было упрощено:

$$f_{ps} = k_1 + k_2 \cdot f_{pe} + k_3 \cdot \frac{(A'_s \cdot f'_{yd} - A_s \cdot f_{yd})}{A_{ps}} + k_4 \cdot \sqrt{\frac{d_s}{d_p} \cdot \frac{f'_c}{\rho_p} \left[\frac{1}{f} + \frac{1}{L/d_p} \right]} \quad (16)$$

Для безопасного предела значений было получено полуэмпирическое уравнение вида:

$$f_{ps} = 10000 + 0,8 \cdot f_{pe} + \frac{1}{15} \cdot \frac{(A'_s \cdot f'_{yd} - A_s \cdot f_{yd})}{A_{ps}} + 80 \cdot \sqrt{\frac{d_s}{d_p} \cdot \frac{f'_c}{\rho_p} \left[\frac{1}{f} + \frac{1}{L/d_p} \right]} \quad (17)$$

$$f_{pe} + 10000 \leq f_{ps} \leq f_{py}$$

В работе [14] экспериментально устанавливали зависимость напряжений в канатах без сцепления с бетоном в предельной стадии от следующих основных базисных переменных: коэффициента армирования напрягаемой арматуры (ρ_p), коэффициента армирования дополнительной ненапрягаемой арматурой (ρ_e), типа нагружения.

Как и в работах [13, 28] была принята основная гипотеза о том, что приращение напряжений в канатах зависит от длины пластического шарнира. Постановочные исследования, результаты которых приведены в работах [13, 14], проиллюстрированы на рисунке 5.

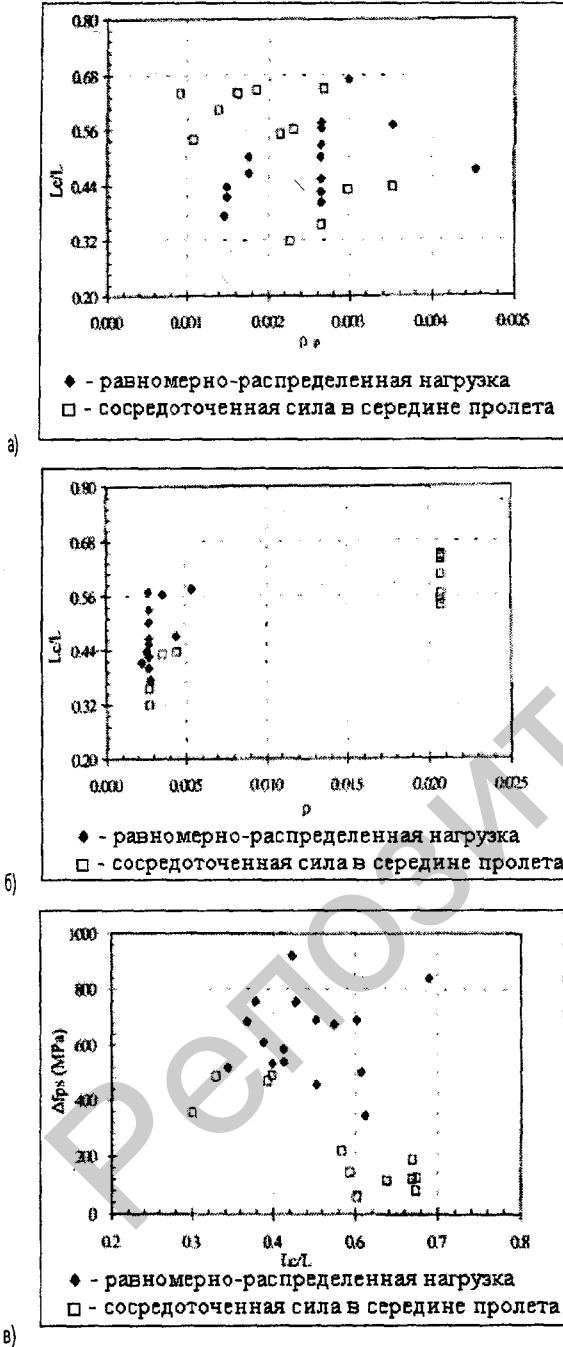


Рис. 5. Зависимость: а) отношения L_c/L от ρ_p ; б) отношения L_c/L от ρ ; в) Δf_{ps} от отношения L_c/L

На вертикальных осях отложено отношение длины зоны с трещинами (L_c) к длине испытанного элемента (L). В данном случае длина зоны с трещинами (L_c) использована для косвенной оценки длины

пластического шарнира, поскольку длина пластического шарнира не может быть измерена непосредственно с требуемой точностью.

Следует отметить, что фактическая длина пластического шарнира короче, чем длина зоны с трещинами. На рисунке 5(а) показана зависимость отношений (L_c/L) и коэффициента армирования (ρ_p), однако, как следует из рисунка 5(б), такая зависимость прослеживается для коэффициента армирования дополнительной ненапрягаемой арматурой (ρ_e).

Как видно из рисунка 5(в), образцы, подвергавшиеся нагружению сосредоточенной силой в середине пролета, демонстрируют, что длина зоны с трещинами находится в обратной зависимости от приращения напряжений в напрягающих канатах. Теоретически, однако, приращение напряжений в канатах должно возрастать пропорционально увеличению длины пластического шарнира, которая связана с длиной зоны трещинообразования. Вместе с тем, при испытаниях образцов распределенной нагрузкой и силами, приложенными в третях пролета, подобный тренд не был установлен.

Поскольку исследования [13] не позволили установить ясных зависимостей между коэффициентами армирования ρ_p и ρ_e и длиной зоны трещинообразования (L_c/L), а, следовательно, и приращения напряжений, были выполнены дополнительные опыты [14]. Было испытано три группы образцов, имевшие различные коэффициенты армирования ρ_e . Каждый образец в испытанной группе имел различные коэффициенты армирования ρ_p . Другие параметры не использовались. Все испытания были выполнены сосредоточенной нагрузкой в середине пролета.

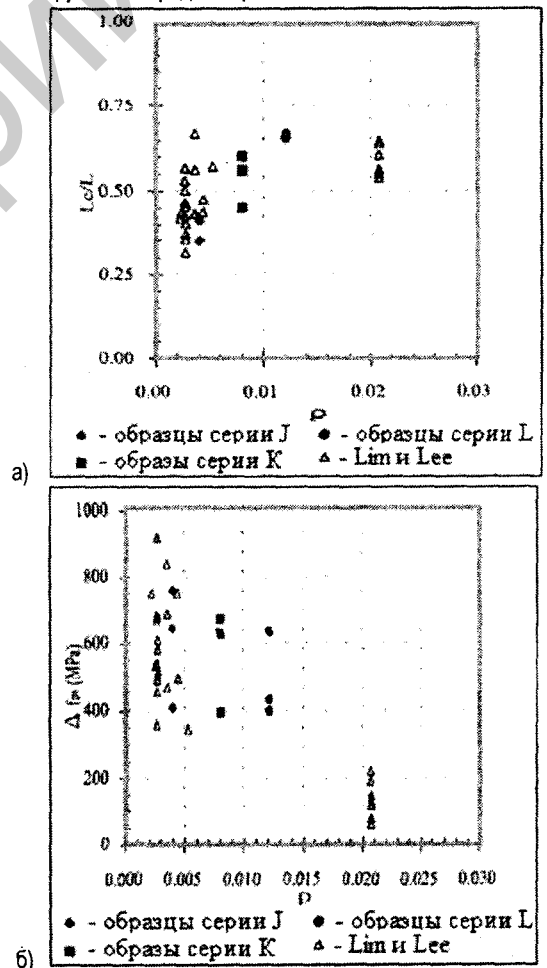


Рис. 6. Зависимость: а) длины зоны распределения трещин от коэффициента армирования ρ_e ; б) приращения напряжения в канатах Δf_{ps} от коэффициента армирования ρ_e

Как видно из рисунка 6, с повышением коэффициента ρ_p , длина (L_c / L) возрастает, а приращение напряжений снижается. Это означает, по существу, что коэффициент армирования ρ_p связан обратной зависимостью с приращением напряжений в канатах. Дополнительная арматура вносит изменения в уравнения равновесия сечения и оказывает влияние на высоту сжатой зоны и кривизну. Кроме того, наличие дополнительной арматуры оказывает существенное влияние на распределение трещин нормального отрыва (расстояние между трещинами), а, следовательно, и на средние относительные деформации бетона на уровне напрягаемой арматуры.

Из рисунка 7 можно заключить, что изменение коэффициента армирования канатов ρ_p не вызывает ярко выраженных изменений как в отношении (L_c / L) , так и приращении напряжений Δf_{ps} .

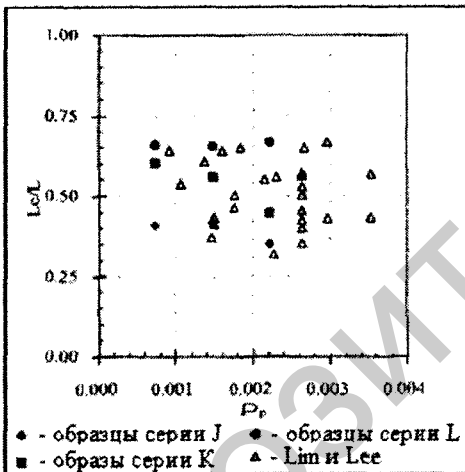
На рисунке 8 показано сравнение опытных данных [14] с результатами расчетов по ASI Code [3], AASHTO LRFD Code [1] и зависимостям, предложенным Moon и Lim [14] с учетом выполненных исследований.

При анализе использованы зависимости: ACI Code [3]:

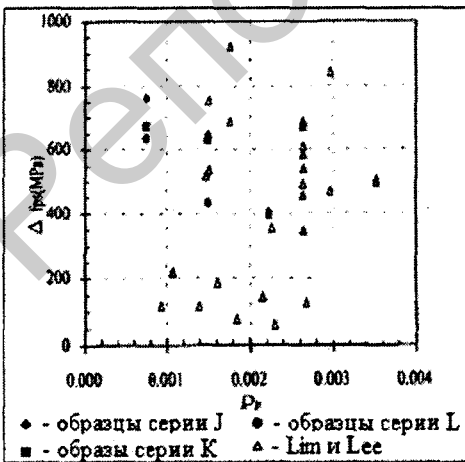
$$f_{ps} = f_{pe} + 69 + \frac{1,4f'_c}{k \cdot \rho_p}$$

$$k = 100 \quad (L/d_p \leq 35)$$

$$k = 300 \quad (L/d_p > 35)$$



а)



б)

Рис. 7. Зависимость: а) длины зоны распределения трещин (L_c / L) от коэффициента армирования ρ_p ; б) приращения напряжения в канатах Δf_{ps} от коэффициента армирования ρ_p

AASHTO LRFD Code [1]:

$$f_{ps} = f_{pe} + \Theta_u \cdot E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} \left(\frac{d_p}{c} - 1 \right) \cdot \frac{L_1}{L_2} \leq 0,94f_{py};$$

$$\Theta_u = \frac{1,5}{(L/d_p)} - \text{сосредоточенная сила}$$

в середине пролета;

$$\Theta_u = \frac{3,0}{(L/d_p)} - \text{равномерно распределенная нагрузка, две силы в пролете.}$$

Moon и Lim [14]:

$$f_{ps} = 70 + 0,8f_{pe} + \frac{1}{15} \cdot \frac{(A'_s - A_s) \cdot f_{yd}}{A_{ps}} +$$

$$+ 6,5 \sqrt{\frac{d_s \cdot f'_c}{d_p \cdot \rho_p} \left(\frac{1}{f} + \frac{d_p}{L} \right)};$$

$$f_{pe} + 70 \leq f_{ps} \leq f_{py}.$$

Как видно из рисунка 8, расчетная модель, внесенная в ACI Code [3], переоценивает напряжения в канатах при увеличении ненапрягаемой дополнительной арматуры и неадекватно описывает сопротивление элемента, что ставит под сомнение возможность ее применения. Расчетные модели AASHTO LRFD Code [1], Moon и Lim [14], а соответственно и модели (17), адекватно и безопасно оценивают напряжения в канатах в предельной стадии.

Расчетные подходы, базирующиеся на положении нейтральной оси в сечении. В рамках другого направления исследований, основателем которого можно считать Pannel [18] (1969 г.), предложено связывать длину эквивалентной пластической зоны L_0 с высотой сжатой зоны сечения (положением нейтральной оси) в предельной стадии. Так, Pannel [18] установил, что отношение $\phi = L_0 / x$ (где x – положение нейтральной оси в предельной стадии, отсчитывая от наиболее сжатой грани) является постоянной величиной для предварительно напряженных балок с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном, независимо от отношения (L / d_p) . При этом для расчетных целей было рекомендовано принимать $\phi \cong 10$, т.е. длину пластической зоны $L_0 \cong 10x$.

В соответствии с подходом [18] удлинение напрягаемых канатов Δf_{ps} на длине эквивалентной пластической зоны составит (из условия гипотезы плоских сечений):

$$\Delta f_{ps} = L_0 \cdot \epsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p - x}{x} \right) = \phi \cdot \epsilon_{cu} \cdot (d_p - x). \quad (18)$$

Принимая, что напрягающие канаты работают в упругой стадии даже в предельном состоянии несущей способности, напряжения согласно [18] определяются:

$$\Delta f_{ps} = f_{pe} + f_{ps} = f_{pe} + E_{ps} \cdot \frac{\Delta f_{ps}}{L} =$$

$$= f_{pe} + \frac{\phi \cdot E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} \cdot (d_p - x)}{L}.$$

(19)

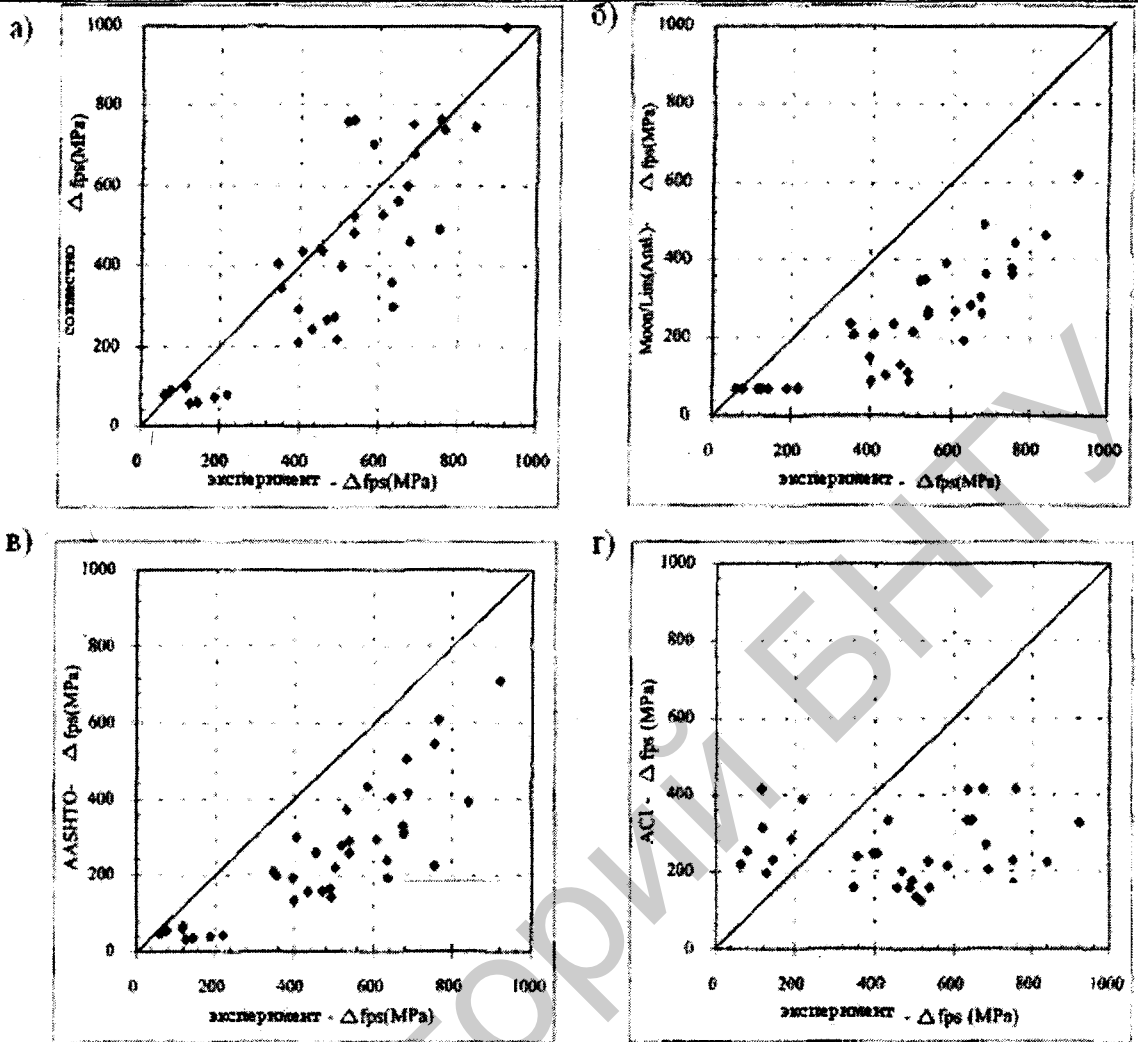


Рис. 8. Сравнение опытных данных с расчетами согласно: а) совместности деформаций; б) уравнения Moon и Lim [14]; в) AASHTO LRFD Code [1]; г) ACI Code [3]

Исключая высоту сжатой зоны x из (19), общее уравнение для ϕ может быть получено:

$$\phi = \frac{(f_{ps} - f_{pe}) \cdot L}{E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot d_p \cdot \left(\frac{1 - A_{ps} \cdot f_{ps} + A_s \cdot f_{yd} - A'_s \cdot f'_{yd} + x_f}{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot d_p} \right)} \quad (20)$$

Если параметр ϕ определен, то из преобразования уравнения (19) значение напряжений в напрягаемой арматуре можно рассчитать:

$$f_{ps} = f_{pe} + \Delta f_{ps} = \left[f_{pe} + \frac{\phi \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot (d_p - x_{pe})}{L} \right] \cdot \left(1 + \frac{\phi \cdot E_{ps} \cdot A_{ps} \cdot \varepsilon_{cu}}{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot L} \right); \quad (21a)$$

$$x_{pe} = \frac{A_{ps} \cdot f_{pe} + A_s \cdot f_{yd} - A'_s \cdot f'_{yd} - x_f}{0,85 \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w}; \quad (21б)$$

$$x = x_{pe} + \frac{A_{ps} \cdot \Delta f_{ps}}{0,85 \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w}; \quad (21в)$$

$$x_f = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot (b - b_w) \cdot h_t \text{ если } \beta_1 \cdot x > h_t \quad (21г)$$

$$x_f = 0; b_w = b \text{ если } \beta_1 \cdot x < h_t.$$

В исследованиях Pannell [18] по модели (20) были испытаны 38 свободно опертых балок, разделенных на три серии, имевшие отношения (L/d_p) соответственно 27, 40, 12. По результатам испытаний 32 балок параметр ϕ имел среднее значение 12,4, стандартное отклонение 3,6, коэффициент вариации $V_x = 29\%$ (см. табл. 1).

Таблица 1. Статистика параметра ϕ , основанная на результатах различных исследований

Автор исследования	Кол-во балок	Среднее значение	Стандартное отклонение	Коэффициент вариации
Pannell [18]	32	12,4	3,6	0,29
Cooke [23]	9	17,3	2,5	0,15
Du и Tao [11]	20	21,4	3,3	0,16
Harajli [28]	26	26	2,9	0,27
Campbell [21]	6	15,7	1,8	0,11

Из испытаний Pannell сделал вывод о том, что ϕ является константой, а вариации обусловлены погрешностями измерений f_{ps} и f_{pe} . В качестве такой постоянной величины резонно рассматривать $\phi = 12$. Однако для расчетных целей Pannell [28] предложил использовать безопасное значение $\phi = 10$ при $\varepsilon_{cu} = 0,33\%$ и $E_{ps} = 210 \text{ Н/мм}^2$, что дает $\phi \cdot E_{ps} \cdot \varepsilon_{cu} = 7000 \text{ Н/мм}^2$.

Эти результаты были включены при разработке Canadian Code A23.3 [22] и British Code BS8110 [5] для определения напряжений в напрягаемой арматуре при выполнении проверок предельных состояний несущей способности в виде:

$$f_{ps} = f_{pe} + 8000 \frac{(d_p - x_y)}{l_e} \leq f_{py}, \text{ Н/мм}^2 \quad (22a)$$

$$x_y = \frac{A_{ps} \cdot f_{py} + A_s \cdot f_{yd}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_o \cdot b} \quad (22b)$$

$$\alpha_1 = 0,85 - 0,0015 \cdot f'_c, \quad \beta_o = 0,97 - 0,0025 \cdot f'_c,$$

где l_e – длина каната между анкерами, деленная на число пластических шарниров, необходимых для реализации механизма разрушения в рассматриваемом пролете.

С другой стороны, British Code BS8110 [5] рекомендует применять следующее уравнение:

$$f_{ps} = f_{pe} + \frac{7000}{(L/d_p)} \cdot \left(1 - \frac{1,7 \cdot f_{pu} \cdot A_{ps}}{f_{cu} \cdot b \cdot d_p}\right) \leq 0,7f_{pu}, \quad (23)$$

где f_{cu} – кубиковая прочность бетона на сжатие; f_{pu} – предельная прочность каната.

Сравнивая уравнения (22) и (23) с уравнением (21) не трудно установить различия между ними. Так, уравнение (22) не учитывает

составляющую $\left(\frac{\phi \cdot E_{ps} \cdot A_{ps} \cdot \epsilon_{cu}}{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot L}\right)$ и повышает значение

$\phi \cdot E_{ps} \cdot \epsilon_{cu}$ с 7000 Н/мм^2 до 8000 Н/мм^2 . Кроме того, учитывается влияние промежуточных элементов. Уравнение (23) не учитывает наличия дополнительной арматуры, имеющей сцепление с бетоном, и существенно упрощает расчет положения нейтральной оси.

В 1976 г. Там и Pannell [18] испытали еще восемь свободно опертых балок с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном, нагруженных сосредоточенной силой в середине пролета и имевших отношение (L/d_p) равным 20 и 45. Было получено практически постоянное значение ϕ (среднее – 10,8, стандартное отклонение 1,7, коэффициент вариации $V_x = 15\%$). Базируясь на этих испытаниях, было рекомендовано принимать $\phi = 10,5$.

На протяжении целого ряда лет исследованию параметра ϕ было посвящено значительное количество работ [11, 21, 23, 28].

Как видно из данных, приведенных в табл. 1, значение параметра ϕ является, в общем говоря, в некоторых сериях испытаний довольно стабильным, несмотря на некоторые вариации. Возможной причиной наблюдаемого разброса опытных значений следует считать различия как в методиках испытаний и способах измерения, главным образом, напряжений в напрягаемой арматуре без сцепления, вариации в свойствах материалов, так и критерии разрушения образцов, принятые в опытах различными исследователями. Все эти факторы, безусловно, могут существенно влиять на оценивание результатов опытов, особенно когда речь идет об эмпирических зависимостях.

Вместе с тем, с теоретических позиций выглядит не вполне обоснованным принятие единого постоянного значения параметра ϕ . Вслед за подходами, изложенными в работе [14], преобразуя уравнение (19), зависимость для параметра ϕ может быть выражена:

$$\phi = \frac{\Delta f_{ps}}{E_{ps} \cdot \epsilon_{cu} \cdot (d_p / L) \cdot (1 - x / d_p)}. \quad (24)$$

Несложно видеть, что если зависимость между Δf_{ps} и параметрами L/d_p и $(1 - x/d_p)$ является линейной или близкой к линейной, то параметр ϕ может быть константой. Опыты Du и Tao [11] и Cambell [21] показали, что приращение напряжений Δf_{ps} возрастает с уменьшением отношения x/d_p .

В своих работах Du и Tao [11] ввели параметр $q_o = (A_{ps} \cdot f_{pe} + A_s \cdot f_{yd}) / b \cdot d_p \cdot f'_c$, который, по существу служит некоторой мерой содержания арматуры, включая как напряженную, так и ненапряженную (аналог механического коэффициента армирования).

Если для прямоугольного сечения пренебречь вкладом составляющего усилия в арматуре, располагаемой в сжатой зоне, параметр q_o так или иначе отражает равновесие усилий в сечении и примерно пропорционален отношению x/d_p (относительной высоте сжатой зоны сечения). Опираясь на опытные данные из собственных исследований, Du и Tao [11], а затем Cambell отношение (L/d_p) приняты постоянным, тогда как параметр q_o – варьировался, как видно из табл. 1, коэффициент вариации для ϕ был получен относительно малым: 0.16; 0.11; 0.04 – соответственно.

В работе [14] представлены результаты анализа параметра ϕ на фоне известных экспериментальных исследований различных авторов (см. табл. 1).

Исследованию подвергали три различных значения параметра ϕ :

1. Среднее значение параметра ϕ по табл. 1 ($\phi = 16,1$).
2. Принятое в ряде норм значение Pannell [18] ($\phi = 10$).
3. Среднее значение (по табл. 1) минус одно стандартное отклонение (по табл. 1) ($\phi = 16,1 - 6,8 = 9,3$).

Теоретические значения напряжений в напрягаемой арматуре f_{ps} вычисляли по формуле (21) с учетом принятого ограничения $f_{ps} \leq f_{py}$.

В работе [14] для $\epsilon_{cu} = 0,3\%$ зависимость (21) представлена в виде:

$$f_{ps} = f_{pe} + \frac{9,3 \cdot 0,003 \cdot E_{ps} \cdot (d_p - x_e)}{l_e} = \quad (25a)$$

$$= f_{pe} + \frac{0,0279 \cdot E_{ps} \cdot (d_p - x_e)}{l_e} \leq f_{py};$$

$$x_e = \frac{A_{ps} \cdot f_{pe} + A_s \cdot f_{yd}}{0,85 \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w}, \quad (25b)$$

где b – ширина сжатой зоны сечения; l_e – длина каната между концевыми анкерами, деленная на количество пластических шарниров "h", требуемых для реализации механизма разрушения в рассматриваемом пролете.

Обращает на себя внимание тот факт, что уравнение (25) по форме напоминает уравнение (22), внесенное в Canadian Code A23.3 [22]. Результаты анализа уравнений (25) и (22) соответственно показаны на рисунке 9.

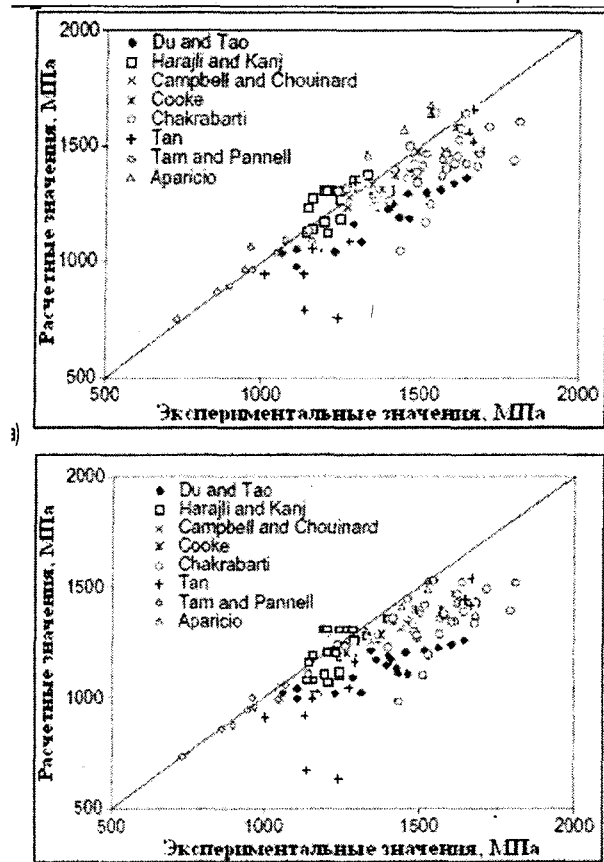


Рис. 9. Сравнение расчетных значений f_{ps} , определенных на основании: а) уравнения (22); б) уравнения (25)

Деформационный метод расчета на основе блочной модели. Основные положения и предпосылки. В отличие от перечисленных выше расчетных подходов и методов, деформационный метод расчета на основании блочной модели не требует рассмотрения конструкции в целом. Для определения приращений напряжений в напрягающей арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, необходимо определить длину условного блока, на которые разделяется конструкция под нагрузкой, и, принимая соответствующие законы распределения относительных деформаций в арматуре и бетоне по длине этого блока, например по [7], определить приращение блока, а соответственно, и напрягающего элемента на участке между трещинами, а отсюда вычислить приращение относительных деформаций в напрягаемом элементе. Приращение напряжений, а соответственно и результирующие напряжения в растянутой напрягаемой арматуре, определяются по соответствующей диаграмме армирования « $\sigma_p - \epsilon_p$ » для напрягающих элементов. Следует отметить, что данный подход позволяет определять приращение напряжений в напрягаемых элементах без сцепления независимо от типа нагружения, отношения L_c / L и значения ϕ .

При построении расчетной модели приняты следующие допущения: - при действии внешней нагрузки после образования трещин балка разделяется на блоки. Длина блока l_i на стадии установившегося трещинообразования определяется как длина зоны перераспределения усилий между арматурой и бетоном, соответствующая усилию трещинообразования – $N_{cr} = f_{ctm} \cdot A_{c,eff}$, то есть принимая, что относительные деформации растянутого бетона достигают значения $\epsilon_{ct,cr}$, соответствующих напряжениям, равным прочности бетона на растяжение.

При этом в отличие от центрально растянутых элементов, в расчетах изгибаемых элементов следует использовать площадь, так называемой эффективной растянутой зоны $A_{c,eff}$. В работе [7] рекомендована уточненная формула, которая может быть использована для определения эффективной площади растянутой зоны для изгибаемого элемента:

$$A_{c,eff} = \frac{1}{4}(1 + \alpha_s \cdot \rho_l)bh, \quad (26)$$

где ρ_l – коэффициент армирования для продольной арматуры, имеющей сцепления с бетоном; $\alpha_s = \frac{E_s}{E_c}$ – коэффициент приведения;

– предельное состояние принимается исходя из условия достижения предельных относительных деформаций ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном. Это следует из следующих соображений.

Как показали ранее выполненные исследования балок с напрягающими элементами, не имевшими сцепления с бетоном, характер их разрушения определяющим образом зависит от распределения (шага) трещин нормального отрыва в предельной стадии. При проектировании напрягаемых элементов, имеющих в одном сечении как напрягаемую, так и ненапрягаемую арматуру, имеющую сцепление с бетоном, несложно предположить, что распределение (шаг) трещин нормального отрыва будет зависеть как от количества, так и от размещения последней в сечении элемента. Наличие ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном, позволяет обеспечить плавное изменение приращений напряжений в арматуре без сцепления и исключить неблагоприятные эффекты, свойственные традиционным элементам, имеющим только напрягаемую арматуру без сцепления с бетоном.

Таким образом, в качестве относительных деформаций ϵ_{sl} в предельном состоянии могут быть приняты предельные относительные деформации арматуры ϵ_{su} , принимаемые по требованиям ТКП [25] равными 1%:

- определение приращений относительных деформаций напрягаемой арматуры, не имеющей сцепления с бетоном, от действия внешних нагрузок $\Delta\epsilon_p$ производится из средних удлинений рассматриваемого блока, которые определяются как разность средних значений относительных деформаций в арматуре со сцеплением и в растянутом бетоне;
- выполняется гипотеза плоских сечений для среднего сечения по длине элемента;
- используются диаграммы деформирования для бетона, ненапрягаемой арматуры, напрягающих элементов, полученные опытным путем или приняты по соответствующим ТНПА;
- сопротивление растянутого бетона в сечении с трещиной не учитывается;
- балки имеют необходимое минимальное количество поперечной арматуры для восприятия перерезывающих сил.

Расчетные уравнения модели. Рассмотрим фрагмент изгибаемого элемента, имеющего симметричное сечение, армированное напрягающей арматурой, не имеющей сцепления с бетоном, и ненапрягаемой арматурой, имеющей сцепление с бетоном (см. рис. 10). Для выделенного i -го участка на длине элемента распределение относительных деформаций арматуры и растянутого бетона по длине блока между трещинами показано на рисунке 10а.

Расчет удлинения блока, а соответственно и напрягающего элемента между трещинами, в предельной стадии может быть выполнен по методике [7], принимая соответствующие законы распределения относительных деформаций в арматуре и бетоне (см. рис. 10), например в виде:

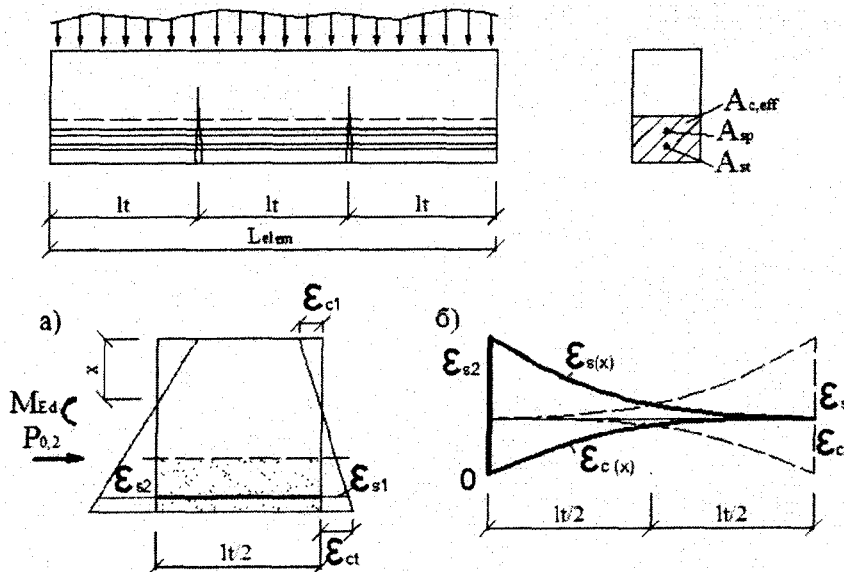


Рис. 10. К определению удлинений напрягаемой арматуры: а) расчетный блок; б) распределение относительных деформаций в арматуре и растянутом бетоне

$$\epsilon_s(x) = \epsilon_{sll} \cdot \left[a \cdot \left(\frac{x}{l_{t,ult}} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right], \quad (27a)$$

$$\epsilon_{ct}(x) = \epsilon_{sll} \cdot \left[1 - \left[a \cdot \left(\frac{x}{l_{t,ult}} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right] \right] \cdot \rho_{eff} \cdot \frac{E_s}{E_c}, \quad (27b)$$

где $\epsilon_{sll} = \epsilon_s = 1\%$ – относительная деформация арматуры в сечении с трещиной;

x – текущая координата, отсчитываемая от сечения, в котором наблюдается совместное деформирование арматуры и бетона;

$\alpha = 0,4$ – безразмерный коэффициент;

a, b – безразмерные коэффициенты, характеризующие соотношение жесткостных характеристик поперечного сечения арматурного стержня и бетонного сечения:

$$a = \frac{1}{1 + \rho_{eff} \cdot \frac{E_s}{E_c}}, \quad b = \frac{1}{1 + \frac{1}{\rho_{eff} \cdot \frac{E_s}{E_c}}}$$

Расчетный алгоритм. Укрупненный алгоритм расчета приращения напряжений в напрягаемой арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, может быть принят следующим:

1. Определяем шаг трещин нормального отрыва, из условия, что максимальные значения деформаций растянутого бетона достигают предельной растяжимости бетона ($\epsilon_{ct,cr}$). Согласно [30], длина зоны перераспределения усилий (см. рис. 10) определяется по следующей формуле:

$$l_t = k_p \frac{N}{\sum P} = k_p \frac{f_{ctm} \cdot A_{c,eff}}{\sum P}, \quad (28)$$

где $\sum P$ – суммарный периметр ненапрягаемой арматуры со сцеплением в растянутой зоне;

k_p – эмпирический коэффициент, изменяющийся согласно [7] в диапазоне от 0,199 до 0,58 мм²/Н.

2. Определяем длину зоны перераспределения усилий в предельной стадии при $N_u = f_{yk} \cdot A_s$, принимая

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{su} : l_{t,ult} = k_p \frac{N_u}{\sum P} \quad (29)$$

3. Определяем приращение блока, а соответственно и напрягающего элемента на участке между трещинами:

$$\Delta u = \int_{l_{t,ult} - \frac{l_{t,cr}}{2}}^{l_{t,ult}} (\epsilon_s(x) - \epsilon_{ct}(x)) dx, \quad (30)$$

где $\epsilon_s(x)$ и $\epsilon_{ct}(x)$ – функции, описывающие распределения относительных деформаций арматуры и бетона по длине зоны перераспределения усилий.

Приращение относительной деформации выделенного бетонного блока на уровне напрягающего элемента:

$$\Delta \epsilon_p = \frac{\Delta u}{l_{cr} / 2}. \quad (31)$$

4. Суммарная относительная деформация в напрягающей арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, определяется по формуле: $\epsilon_p = \epsilon_{p,\infty} + \Delta \epsilon_p$,

где $\epsilon_{p,\infty}$ – относительная деформация напрягающей арматуры после натяжения с учетом всех потерь; $\Delta \epsilon_p$ – приращение относительной деформации в предельной стадии.

Приращение напряжений, а соответственно и результирующие напряжения в растянутой напрягаемой арматуре, определяются по соответствующей диаграмме деформирования « $\sigma_p - \epsilon_p$ » для напрягающих элементов.

5. Пользуясь гипотезой плоского деформирования для сечения с трещиной, определяют высоту сжатой зоны, задаваясь вычисленным значением приращения деформации напрягаемого элемента и величиной деформации наиболее сжатой грани сечения (в первом приближении ее принимают равной $\epsilon_{cu} = 0,35\%$).

6. Проверяют условия равновесия продольных усилий.

7. Определяют приращение напряжений в напрягаемом элементе: $\Delta \sigma_p = \sigma_p - \sigma_{p,\infty}$.

Для иллюстрации описанных выше преимуществ расчетной деформационной модели были выполнены теоретические исследования, используя данные и результаты экспериментальных исследований, выполненных автором.

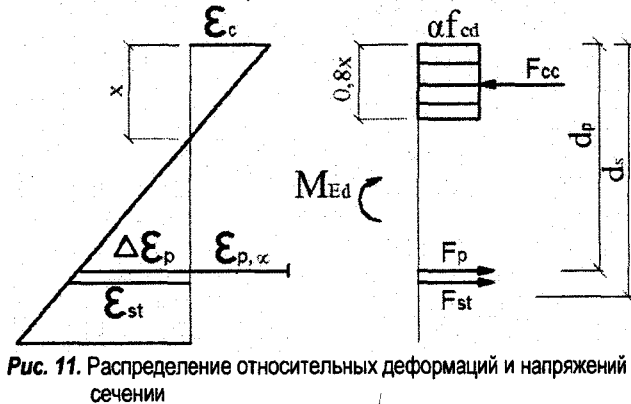


Рис. 11. Распределение относительных деформаций и напряжений в сечении

Исследования проводились на монолитных балках прямоугольного сечения размером 200x600 мм длиной 6000 мм. Балки армировали напрягаемыми канатами Ø15Y1860S7, не имеющими сцепления с бетоном, а также ненапрягаемой арматурой S500, имеющей сцепление с бетоном, объединенной в сварной пространственный каркас КП-1.

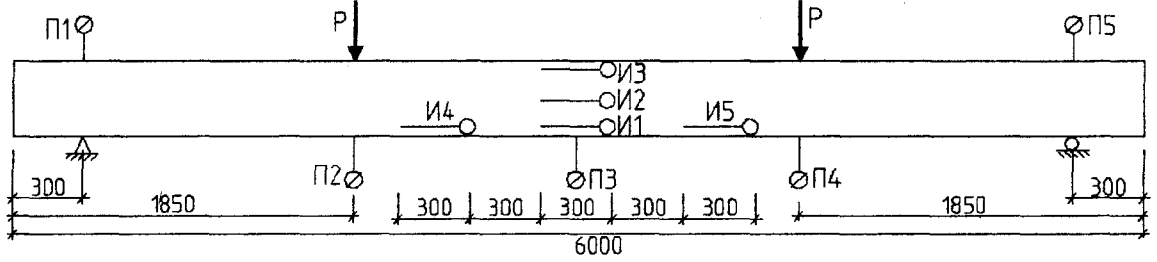


Рис. 12. Схема установки приборов

Таблица 2. Характеристика армирования образцов

Серия балок	Варьируемые параметры				
	Напрягаемая арматура		Ненапрягаемая арматура		Суммарный коэффициент армирования
	Тип армирования	Коэффициент армирования	Тип армирования	Коэффициент армирования	
Б1	2 каната Ø15Y1860S7	0,23%	8 Ø8S500	0,34%	0,57%
Б2	1 канат Ø15Y1860S7	0,117%	12 Ø12S500	1,13%	1,247%
Б3	1 канат Ø15Y1860S7	0,117%	8 Ø12S500	0,75%	0,867%

Маркировка образцов и основные варьируемые параметры приведены в таблице 2.

Статические испытания проводили нагружением балок двумя сосредоточенными силами, приложенными в третях пролета (см. рис. 12), поэтапно примерно $0,1 P_{кр}$ ($P_{кр}$ – предельная нагрузка, соответствующая максимальному значению $M_{кр}$, определяемому ранее по различным расчетным методикам). Статические испытания проводили нагружением балок двумя сосредоточенными силами, приложенными в третях пролета (см. рис. 12), поэтапно примерно $0,1 P_{кр}$ ($P_{кр}$ – предельная нагрузка, соответствующая максимальному значению $M_{кр}$).

На рисунке 13 показано соотношение значений приращений напряжений в напрягаемых канатах без сцепления, полученных в результате проведенных автором опытов и определенных по деформационной методике, а также по различным методам, описанным выше.

Из рисунка 13 видно, что описываемый деформационный метод на основании блочной модели дает достаточно адекватный результат.

Заключение. Точное определение приращений относительных деформаций и, соответственно, напряжений в напрягающей арматуре является одной из важнейших проблем, относящихся к проектированию пост-напряженных элементов.

Вместе с тем, по результатам анализа результатов исследований различных авторов можно утверждать, что:

Коэффициент армирования напрягающими канатами ρ_p не оказывает существенного влияния как на длину зоны с трещинами (L_c / L), так и соответственно на длину пластического шарнира.

Приращение напряжений в напрягающих канатах в предельной стадии находится в обратной зависимости от коэффициентов армирования ρ_p и ρ_l .

Тип нагружения (схема приложения нагрузки) не влияет на длину зоны с трещинами (L_c / L), а соответственно и на длину пластического шарнира.

Учитывая тот факт, что при определении значения приращения напряжения в напрягаемых канатах без сцепления по деформационному методу на основе блочной модели основным параметром является коэффициент армирования ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном, а не отношение длины зоны с трещинами к длине испытанного элемента (L_c / L), тип нагружения, можно сделать вывод, что деформационная модель является более объективным методом.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. AASHTO, AASHTO LRFD Bridge Design Specification. SI Unit 1st ED, American Association of State Highway and transportation officials, 1994.
2. ACI 318 M – 02/318 RM – 02 Building Code Requirements for Structural concrete (ACI 318M – 02) and Commentary (ACI 318M – 02), American Concrete Institute, Farmington Hills, 2002.
3. ACI 318-95. Design of Concrete and Prestressed Structures.
4. Baker A.L. Plastic theory of design for ordinary reinforced and prestressed concrete including moment redistribution in continuous members. Magazine of Concrete Research, 1949, 1, No.2, 57–66.
5. British Standards Institution. 1985, BSI 8110 – part 1, 2 and 3.

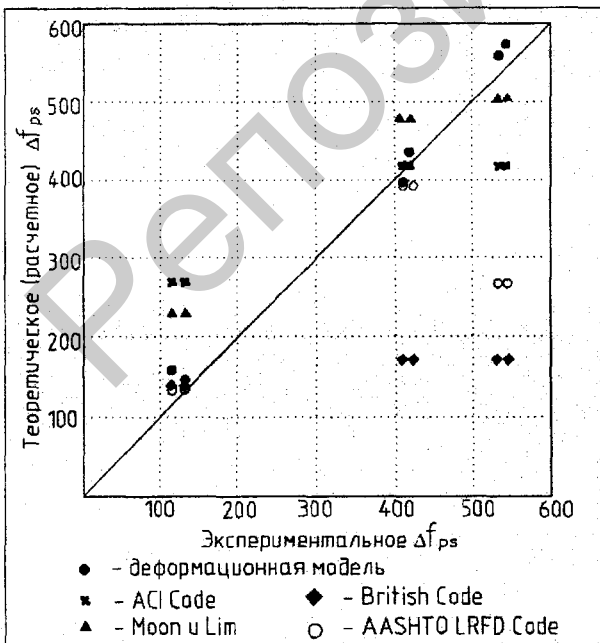


Рис. 13. Соотношение опытных значений Δf_{ps} и теоретических, определенных по различным методикам

6. Burns, N.H. Test of one-way post-tensioned slabs with unbonded tendons / N.H. Burns, F.A. Charney, W.R. Vines // *PCI Journal*. – 1978. – Vol. 23. – № 5. – P. 66–81.
7. Драган, А.В. Трещиностойкость железобетонных элементов при действии осевых растягивающих усилий: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Брест, 2008.
8. DIN 4227 Teil 6: Spaunbeton – Bauteile mit Vorspannung ohne Verbund. Ausgabe Mai 1982 BK 1999 II.
9. DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spanbeton – Teil 1: Bemessung und konstruktion, Juli, 2002.
10. Douglas Paul Gauvreau. Ultimate limit state of concrete girders prestressed with unbonded tendons/ Institut fur Baustatik und Konstruktion, ETH Zurich.
11. Du, G.C. Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams / G.C. Du, X.K. Tao // *PCI Journal*. – 1985. – Vol. 30. – № 6. – P. 72–91.
12. EN 1992-1-1 (December 2005) Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, CEN, Brussels, March, 2005.
13. Lee, L.H. Proposed methodology for computing of unbonded tendon stress at flexural failure / L.H. Lee, J.H. Moon, J.H. Lim // *ACI Structural Journal*. – 1999. – Vol. 96. – № 6. – P. 1040–1048.
14. Moon, J. Effects of stressed and unstressed reinforcement on prestressed concrete members with unbonded tendons / J. Moon, K. Shin, J. Lim, K. Lee // *KCI Concrete Journal*. – 2000. – Vol. 12. – №1.
15. Mattock, A.H. Comparative study of prestressed concrete beams with and without bond / A.H. Mattock, J. Yamazaki, B.T. Kattula // *ACI Journal*. – 1971. – Vol. 68. – № 2. – P. 116–125.
16. Mojtahedi, S. Ultimate steel stresses in unbonded prestressed concrete / S. Mojtahedi, W.L. Gamble // *Journal of the Structural Division ASCE*. – 1978. – Vol. 104. – № 7. – P. 1159–1165.
17. Naaman, A.E. Stress at unbonded posttensioned tendons: part 1 – evaluation of the state-of-the-art / A.E. Naaman, F.M. Alkhairi // *ACI Structural Journal*. – 1991. – Vol. 88. – № 5. – P. 641–651.
18. Pannell, F.N. The ultimate moment of resistance of unbonded prestressed concrete beams // *Magazine of Concrete Research*. – 1969. – Vol. 21. – № 66. – P. 43–54.
19. Polish Standard: PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprezone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
20. Politalski W. Stress increment in unbonded tendons due to the third-point loading of a prestressed concrete slab.
21. Campbell T.I. Influence of non-prestressed reinforcement on the strength of unbonded partially prestressed concrete members / T.I. Campbell, K.L. Chouinard // *ACI Structural Journal*. – 1991. – Vol. 88. – № 5. – P. 546–551.
22. Canadian Standards Association, Design of Concrete Structures CSA, Rexdale, Ontario. – 1994. – A23. – P. 3–94.
23. Cooke, N. Flexural strength of prestressed concrete members with unbonded tendons / N. Cooke, R. Park, P. Yong // *PCI Journal*. – 1981. – Vol. 26. – № 6. – P. 52–80.
24. Титус, В.Б. О расчете предварительно напряженных изгибаемых элементов без сцепления арматуры с бетоном: библиографический указатель депонированных рукописей. – Выпуск 3, 1980.
25. Проектирование железобетонных конструкций без сцепления арматуры с бетоном: ТКП/ОР/45-5.01-2006.
26. F. T. K. Au Prediction of ultimate stress in unbonded prestressed tendons / F. T. K. Au and J. S. Du // *Magazine of Concrete Research*. – 2004. – Vol. 56. – № 1.
27. Хачатрян, А.И. Предварительное напряжение безбалочных перекрытий зданий с напрягаемой арматурой, не имеющей сцепления с бетоном: межвузовский сб. науч. тр. / ЕрПИ. Серия XII. В. Выпуск V: Строительство и архитектура. – Ереван, 1978. – С. 100–104.
28. Harajli, M.H. Effect of span-depth ratio on the ultimate steel stress in unbonded prestressed concrete members // *ACI Structural Journal*. – 1990. – Vol. 87. – № 3. – P. 305–312.
29. Warwaruk, J. Investigation of prestressed reinforced concrete for highway bridges, part III: strength and behavior in flexure of prestressed concrete beams. Bulletin No. 464, Engineering Experiment Station / J. Warwaruk, M.A. Sozen, C.P. Siess // University of Illinois, Urbana. – 1962. – 105 p.
30. Образцов, О.Л. Прочность комбинированно предварительно напряженных элементов без сцепления напрягаемой арматуры с бетоном при действии изгибающих моментов: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Брест, 2002.

Материал поступил в редакцию 23.01.11

PETSOLD T.M., TUR S.A. Prediction of ultimate stress in unbonded prestressed tendons

In this paper a review of experimental and analytical studies carried out for prediction of resistance of concrete constructions, prestressed on the building site with unbonded tendons, is given. Deformative method on basis of block model, proposed for calculation stress in prestressed unbonded tendons, is described. Results of parametric study, carried out for comparison this method with methods, which are given in different codes and recommendations, is presented.