

УДК 621.3.011.7

МНОГОМЕРНЫЙ ОПЕРАТОР О. ХЕВИСАЙДА И СИНТЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Докт. техн. наук, проф. БОНДАРЕНКО А. В.,
канд. техн. наук, доц. РЕЗНИЧЕНКО В. В., асп. МАЛЫГИН К. А.,
канд. техн. наук, проф. БОНДАРЕНКО В. В.,
канд. техн. наук, доц. МОЖАР В. И.

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербургский государственный институт кино и телевидения,
Белорусский национальный технический университет*

Как отмечалось [1], даже одномерный оператор О. Хевисайда и его свойства еще не нашли достаточного освещения в научно-исследовательской и учебно-методической литературе. Тем в большей степени это можно отнести к многомерному случаю произвольного числа комплексных переменных $p_1, p_2, \dots, p_\omega$, которые, в частности, могут быть интерпретированы как производные по осям времени $t_1, t_2, \dots, t_\omega$, что позволяет в этом случае вести речь о возможности реализации многомерных многополюсных нелинейных, параметрических аналоговых или гибридных (аналого-цифровых) цепей и систем [2]. Другими словами, отвлекаясь от решения конкретных аппроксимационных задач с многими переменными, мы обратимся к рассмотрению в общем случае матриц системных характеристик вида:

$$\left[H_{\lambda, q}(p_1, p_2, \dots, p_\omega) \right]_{m \times n} = \left[H_{\lambda, q}(p_{(\omega)}) \right]_{m \times n};$$

$$\lambda, q \in \{m, n\}; m \leq n; p_i \in \left\{ C_i, \frac{d}{dt_i} \right\}; \forall i \in \{\omega\}, \quad (1)$$

где C_i – соответствующая область комплексных чисел или временных производных.

Если полагать соответствие между переменными в комплексной и временной областях, т. е. принять что

$$p_i = \frac{d}{dt}(\cdot) \text{ и } p_i^{-1} = \frac{1}{p_i} \int (\cdot) dt,$$

то членами матрицы (1) являются многомерные операторы О. Хевисайда. Однако в этом случае в отличие от процедуры поиска многомерного преобразования Лапласа в форме

$$F(s_1, s_2, \dots, s_\omega) = \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty f(t_1, t_2, \dots, t_\omega) e^{-\sum_{k=1}^\omega p_k t_k} dt_1, dt_2, \dots, dt_\omega,$$

можно опустить решение проблемы сходимости несобственных многомерных интегралов прямого и обратного преобразований Лапласа, вопросы мажорируемости и существования самих преобразований (т. е. «изображений» и «оригиналов») для сложных воздействий нелинейных систем и т. п. Кроме того, ряд многомерных «изображений» можно получить непосредственно через оператор О. Хевисайда без рассмотрения интегралов Лапласа. Первая часть настоящей работы посвящена поиску ряда «изображений» Лапласа (текущих значений), а вторая часть – непосредственно синтезу цепей по (1).

Примем, что каждый член в (1)

$$H_{\lambda, q}(p_{(\omega)}) = \frac{N_{\lambda, q}(p_{(\omega)})}{D_{\lambda, q}(p_{(\omega)})}, \quad \lambda, q = \overline{1, (mn)}, \quad (2)$$

где в (2) – полиномы числителя и знаменателя – полилинейные функции $p_1, p_2, \dots, p_\omega$, что существенно не снижает общности рассуждений, так как всегда можно при степенных переменных, превышающих единицу, ввести дополнительные переменные в виде линейных членов:

$$N_{\lambda, q}(p_1, p_2, \dots, p_\omega) = \sum_{\varepsilon_1=0}^1 \sum_{\varepsilon_2=0}^1 \dots \sum_{\varepsilon_\omega=0}^1 b_{\varepsilon_\omega \varepsilon_{\omega-1} \dots \varepsilon_2 \varepsilon_1} \prod_{k=1}^\omega p_k^{(1-\varepsilon_k)}; \quad (3)$$

$$D_{\lambda, q}(p_1, p_2, \dots, p_\omega) = \sum_{\varepsilon_1=0}^1 \sum_{\varepsilon_2=0}^1 \dots \sum_{\varepsilon_\omega=0}^1 a_{\varepsilon_\omega \varepsilon_{\omega-1} \dots \varepsilon_2 \varepsilon_1} \prod_{k=1}^\omega p_k^{(1-\varepsilon_k)},$$

где a_ε и b_ε – вещественные коэффициенты.

Рассмотрим некоторые теоремы и свойства членов матрицы (1). Подобно одной переменной дифференцирования и интегрирования примем, что многомерный полилинейный оператор дифференцирования и интегрирования соответствует выражениям:

$$p_1, p_2, \dots, p_\omega(\cdot) = \prod_{k=1}^\omega p_k(\cdot) \Rightarrow p_{(\omega)}\{f(t_1, t_2, \dots, t_\omega)\} = \frac{d^\omega f(t_1, t_2, \dots, t_\omega)}{dt_1, dt_2, \dots, dt_\omega};$$

$$\frac{1}{p_1, p_2, \dots, p_\omega}(\cdot) = \frac{1}{\prod_{k=1}^\omega p_k(\cdot)} = (p_1, p_2, \dots, p_\omega)^{-1}(\cdot) \Rightarrow p_{(\omega)}^{-1}(\cdot) = \frac{1}{p_{(\omega)}}(\cdot) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \dots \int_0^{t_\omega} f(t_1, t_2, \dots, t_\omega) dt_1, dt_2, \dots, dt_\omega.$$

Введем ω -мерные импульсную и ступенчатую функции

$$\frac{\delta_{0(\omega)}(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}} = \delta_{1(\omega)}(t_{(\omega)}),$$

где $\delta_{0(\omega)}(t_{(\omega)})$ – мерная импульсная; $\delta_{1(\omega)}(t_{(\omega)})$ – единичная ступенчатая функции времени,

$$P_{(\omega)}(\cdot) \cdot P_{(\omega)}^{-1}(\cdot) = P_{(\omega)}^{-1}(\cdot) \cdot P_{(\omega)}(\cdot) = \delta_{1(\omega)}(t_{(\omega)}).$$

В дополнение к принятому предположим также, что удовлетворяются следующие аксиомы аддитивности и коммутативности по отношению к операциям сложения и умножения:

$$\text{а) } k(P_{(\omega)} + P_{(\lambda)}) = kP_{(\omega)} + kP_{(\lambda)};$$

$$\text{б) } P_{(\omega)}P_{(\lambda)} = P_{(\lambda)}P_{(\omega)} = P_{(\alpha)}P_{(\beta-\alpha)},$$

где k – некоторый коэффициент;

$$\alpha \geq \min(\omega, \lambda); \quad \beta \leq \max(\omega, \lambda).$$

Например:

$$P_1 P_2 P_{(3)} = (P_1, P_2)^2 P_3 = P_{(2)}^2 P_3 = P_1^2 P_2^2 P_3 = P_2^2 P_1^2 P_3 = P_3 P_1^2 P_2^2 \text{ и т. д.}$$

$$\text{в) } P_{(\nu)}(P_{(\omega)} + P_{(\lambda)}) = P_{(\nu)}P_{(\omega)} + P_{(\nu)}P_{(\lambda)}.$$

Теорема 1. Для воздействия вида $e^{-\frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}}} \delta_{1(\omega)}(t_{(\omega)})$, где $M(t_{(\omega)})$ – некоторый полином или функция от переменных $t_1, t_2, \dots, t_\omega$ с постоянными коэффициентами $\omega \geq 0$; $\delta_{1(\omega)}(t_{(\omega)})$ – единичная ступенчатая функция (обобщенная функция О. Хевисайда), справедливо соотношение:

$$e^{-\frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}}} \delta_{1(\omega)}(t_{(\omega)}) = \frac{A_{(k)} \delta_{0(k)}(t_{(\omega)})}{P_{(k)} + \frac{M(t_{(\omega)})}{P(\omega-k), (k)}}; \quad (k) = (1, \omega), \quad (4)$$

где

$$A_{(k)} = e^{-\frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}}} \Big|_{t_{(k)}=0}; \quad P_{(\omega-k)(k)} = P_1, P_2, \dots, P_{(\omega-k)};$$

k – любые индексы.

Для доказательства теоремы рассмотрим операции, следующие из (4), и свойства аддитивности

$$\left[p_{(k)} + \frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega-k)(k)}} \right] e^{-\frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}}} \delta_{1_{(\omega)}}(t_{(\omega)}) = p_k \left[e^{-\frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}}} \delta_{1_{(\omega)}}(t_{(\omega)}) \right] +$$

$$+ \frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega-k)(k)}} e^{-\frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}}} \delta_{1_{(\omega)}}(t_{(\omega)}) = e^{-\frac{M(t_{(\omega)})}{P_{(\omega)}}} p_{(k)} \left[\delta_{1_{(\omega)}}(t_{(\omega)}) \right] = A_{(k)} \delta_{0_{(k)}}(t_{(\omega)}).$$

Что и требовалось доказать.

Следствие 1.1. При $\omega = 2$; $k = 1$ и $M(t_{(\omega)}) = \pm\alpha$ (постоянный коэффициент) получим:

$$e^{\mp \frac{\alpha}{p_1 p_2}} \delta_{1_{(2)}}(t_1, t_2) = \frac{A_1 \delta_{0_1}(t_1, t_2)}{p_1 \mp \frac{\alpha}{p_2}} \text{ при } k = 1;$$

$$e^{\mp \frac{\alpha}{p_1 p_2}} \delta_{1_{(2)}}(t_1, t_2) = \frac{A_2 \delta_{0_2}(t_1, t_2)}{p_2 \mp \frac{\alpha}{p_1}} \text{ при } k = 2.$$

В частности, при $p_1 = p_2 = p$ имеем

$$e^{\mp \left(\frac{\alpha t^2}{2} + \beta t + \gamma \right)} \delta_1(t_1, t_2) = \frac{A \delta_{0_2}(t_1, t_2)}{p^2 \mp \alpha},$$

что при $\beta_{1,2} = \gamma_{1,2} = 0$ приведет к результатам следствия 2.1 в [1]. Случай

$\alpha = 0$ дает, наконец, $\delta_{1_{(2)}}(t_1, t_2) = \frac{\delta_{0_{(2)}}(t_1, t_2)}{P_{(2)}}$ – двумерная единичная функ-

ция О. Хевисайда. В частности, из выражения $e^{-\alpha t} \delta_1(t) = \frac{\delta_0(t)}{p + \alpha}$ (второй ин-

декс опускаем) при замене $\alpha \rightarrow \alpha + j\omega$ получим

$$e^{-(\alpha + j\omega)t} \delta_1(t) = \frac{\delta_0(t)}{p + \alpha + j\omega} = e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} \delta_1(t) = e^{-\alpha t} (\cos \omega t - j \sin \omega t) \delta_1(t).$$

Отсюда следует:

$$e^{-\alpha t} \cos \omega t \delta_1(t) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\delta_0(t)}{p + \alpha + j\omega} \right\} = \frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \omega^2} \delta_0(t);$$

$$e^{-\alpha t} \sin \omega t \delta_1(t) = J_m \left\{ \frac{\delta_0(t)}{p + \alpha + j\omega} \right\} = \frac{\omega}{(p + \alpha)^2 + \omega^2} \delta_0(t)$$

– известные формы изображения Лапласа.

Следствие 2.1. Из полученных выше соотношений можно найти, например, «изображение» синусоидального сигнала, промодулированного другим гармоническим сигналом, т. е.:

$$\begin{aligned} f(t) &= U_m \sin \omega t \sin \Omega t = U_m \left[\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \frac{e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t}}{2j} \right] = \\ &= U_m [\sin(\omega + \Omega)t - \sin(\omega - \Omega)t] = \frac{U_m(\omega + \Omega)\delta_0(t)}{p^2 + (\omega + \Omega)^2} - \frac{U_m(\omega - \Omega)\delta_0(t)}{p^2 + (\omega - \Omega)^2} = \\ &= \frac{U_m(p^2 - \omega^2 + \Omega^2)2\Omega}{[p^2 + (\omega - \Omega)^2]^2} \delta_0(t). \end{aligned}$$

Следствие 3.1. Пусть $M = \alpha$; $\omega = 2$; $k = 2$, тогда из теоремы 1 найдем, что

$$e^{-\alpha t_2} \delta_{1(2)}(t_1, t_2) = \frac{A_0^2 \delta_{0(2)}(t_1, t_2)}{p_1 p_2 + \alpha}, \quad (5)$$

$A_0 = 1$ с учетом того обстоятельства, что $p^0 = 1$. При $\alpha < 0$ имеем

$$e^{\alpha t_2} \delta_{1(2)}(t_1, t_2) = \frac{\delta_{0(2)}(t_1, t_2)}{p_1 p_2 - \alpha}. \quad (6)$$

При сложении и вычитании (5) и (6) получим:

$$\operatorname{ch} \alpha t_2 \delta_{1(2)}(t_1, t_2) = \frac{p_1 p_2 \delta_{0(2)}(t_1, t_2)}{(p_1 p_2)^2 - \alpha^2}; \quad (7)$$

$$\operatorname{sh} \alpha t_2 \delta_{1(2)}(t_1, t_2) = \frac{\alpha}{(p_1 p_2)^2 - \alpha^2} \delta_{0(2)}(t_1, t_2).$$

Причем естественно, что сложение функций в (7) приведет к соотношениям (5) и (6).

Теорема 2. Операция дифференцирования во временной области. Рассмотрим выражение $i(t_1, t_2) = p_1 p_2 U(t_1, t_2)$. Ясно, что

$$\frac{i(t_1, t_2)}{p_1} = \int_0^{t_1} i(t_1, t_2) dt_1 + C_0 \delta_{1(2)}(0, t_2),$$

где

$$C_0 \delta_{1(2)}(0, t_2) = \int_0^{t_1} i(t_1, t_2) dt_1 \Big|_{t_1=0} + U_1(t_2),$$

– значения первообразной при $t_1 = 0$ (начальные условия).

Проведем повторные интегрирования по переменной p_2

$$\frac{i(t_1, t_2)}{p_1, p_2} = \int_0^{t_2} \left[\int_0^{t_1} i(t_1, t_2) dt_1 + U_1(t_2) \right] dt_2 + \int_0^{t_2} \left[\int_0^{t_1} i(t_1, t_2) dt_1 + U_1(t_2) \right] dt_2 \Big|_{t_2=0} =$$

$$= \int_0^{t_2} \int_0^{t_1} i(t_1, t_2) dt_1 dt_2 + \int_0^{t_2} U_1(t_2) dt_2 + \int_0^{t_2} \int_0^{t_1} i(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \Big|_{t_2=0} + \int_0^{t_2} U_1(t_2) dt_2 \Big|_{t_2=0}.$$

Таким образом, несложно установить, что:

$$i(t_1, t_2) \Rightarrow p_1 p_2 U(t_1, t_2) = i(t_1, t_2) + p_2 U_1(t_2) + p_1 U_2(t_1) + U_{12}(0, 0).$$

Откуда

$$i(t_1, t_2) \Rightarrow p_1 p_2 U(t_1, t_2) - p_2 U_1(t_2) - p_1 U_2(t_1) - U_{12}(0, 0). \quad (8)$$

Следуя данной методике, найдем, например, функцию трех переменных согласно (8)

$$i(t_1, t_2, t_3) = p_3 p_2 p_1 U(t_1, t_2, t_3) = p_3 [p_2 p_1 U(t_1, t_2, t_3) - p_2 U(0, t_2, t_3) - p_1 U_2(t_1, 0, t_3) - U_{123}(0, 0, t_3)] - [p_1 p_2 U(t_1, t_2, 0) - p_1 U_{13}(0, t_2, 0) - p_1 U_{23}(t_1, 0, 0) - U_{12}(0, 0, t_3)] = p_3 p_2 p_1 U(t_1, t_2, t_3) - p_2 p_3 U_1(0, t_2, t_3) - p_1 p_3 U_2(t_1, 0, t_3) - p_1 p_2 U_3(t_1, t_2, 0) + p_1 U_{23}(t_1, 0, 0) + p_2 U_{13}(0, t_2, 0) + p_3 U_{12}(0, 0, t_3) + U_{12}(0, 0, 0).$$

Ясно, что результаты могут быть обобщены на случай $p_{(\omega)}$ переменных в случае как дифференцирования, так и интегрирования многомерных функций, что не является непосредственной целью настоящей работы.

Рассмотрим вопрос реализации (синтез) матричного описания согласно (1) многомерной цепью с $p_{(\omega)}$ переменными в соответствии с рис. 1, где AR – активно-резистивный многополюсник с m входными и n выходными

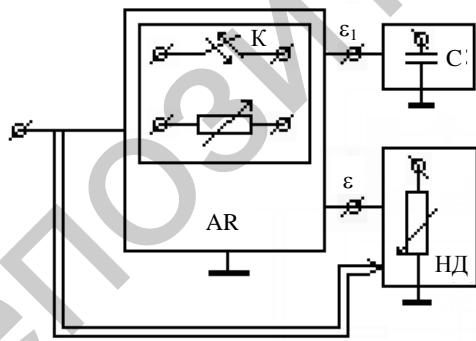


Рис. 1

зажимами, из которых ε ($\varepsilon < \omega$) «управляют» нелинейными двухполюсниками в блоке НД. В нашем примере $\varepsilon = 2$. Внутри блока AR могут находиться ключи и параметрические двухполюсники. Блок С (ε_1 входов) содержит емкостные элементы; блоки НД (ε входов) и С – «звездной» структуры, желательной с инженерной и технической точек зрения.

В блоке нелинейных двухполюсников НД содержатся элементы, управляемые напряжением и токами по линейному (в простейшем случае) либо произвольному законам (в общем). В таком случае величина ω может включать в себя и элементы (в штрихах) внутри блока AR.

В основу требований положим получение системы (цепи) с минимальным описанием в пространстве состояния, что на практике соответствует

использованию минимально возможного количества элементов типа p_i , $i \in \{\omega\}$ при аппаратурной реализации цепи.

Известно, что многомерная системная матрица допускает разложение вида

$$[H(p_{(\omega)})] = [D(\tilde{p}_{(\omega)})] + [C(\tilde{p}_{(\omega)})] \left\{ p_i [1_{\delta_{p_i}}] - [A(\tilde{p}_{(\omega)})] \right\}^{-1} [B(\tilde{p}_{(\omega)})], \quad (9)$$

где $\tilde{p}_{\omega, p_i} \in \{p_1, p_2, \dots, p_{i-1}, p_{i+1}, \dots, p_{\omega}\}$.

Согласно (9) можно перейти к рассмотрению описания

$$[H(p_{(\omega)})] = \begin{bmatrix} [D(\tilde{p}_{(\omega)})] & C(\tilde{p}_{(\omega)}) \\ [B(\tilde{p}_{(\omega)})] & p[1_{\delta_{p_i}}] - [A(\tilde{p}_{(\omega)})] \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Здесь δ_{p_i} – размерность соответствующей единичной матрицы.

Далее путем поэтапного разложения (1) по каждой из переменных p_i придем к расширенной системной матрице вида

$$[H(p_{(\omega)})] = [D] + [C] \left[\text{diag} \left\{ p_1 [1_{\delta_{p_1}}], p_2 [1_{\delta_{p_2}}], \dots, p_{\omega} [1_{\delta_{p_{\omega}}}] \right\} - [A] \right] [B]. \quad (11)$$

Описание по (11) является минимальным, как можно показать, только тогда, когда матрицы $[C][\cdot]$ взаимно просты справа, а матрицы $[\cdot][B]$ взаимно просты слева, т. е. система должна быть модально управляемой и модально наблюдаемой [2]. Отсюда следует, что если при разложении по алгоритму Б. Л. Хо (и другому подобному) получена неминимальная реализация, то путем выделения наибольшего общего правого (левого) делителей, названных матрицей, можно перейти к пространству состояний минимальной размерности, хотя даже для $p_{\omega} \geq 3$ задача представляет значительные затруднения.

В дальнейшем от представления (11) осуществляется переход к иммитансному описанию, позволяющему осуществлять непосредственный переход к цепи с активными элементами [3, 4].

Рассмотрим конкретный пример.

Требуется реализовать динамический корректор, имеющий следующую матрицу характеристик передачи:

$$[H(p_1, U_1, I_1)] = \begin{bmatrix} p_1 U_1 & 1 \\ p_1 + I_1 & p_1 + U_1 \end{bmatrix}_{2 \times 1}^t,$$

где

$$U_1 \rightarrow p_2, I_1 \rightarrow p_3, [U_2, U_3]^t = H(p_1, p_2, p_3)_{2 \times 1} U_1.$$

Здесь от действительных переменных напряжения и тока осуществлено аналитическое продолжение в комплексные области переменных p_2 и p_3 .

Искомая схема должна содержать один вход и два выхода с нелинейностями p_2 и p_3 .

После применения инверсных операторов в процедуре синтеза цепей (3), опуская промежуточные выкладки согласно (10) и (11), получим следующую узловую матрицу проводимостей:

$$[Y(p_{(3)})] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_1 & 0 & 0 & 1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & (p_1 + p_2) & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/p_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1/p_3 \end{bmatrix},$$

где первые три оператора – прямые, два другие – инверсные. Общая схема реализации показана на рис. 2.

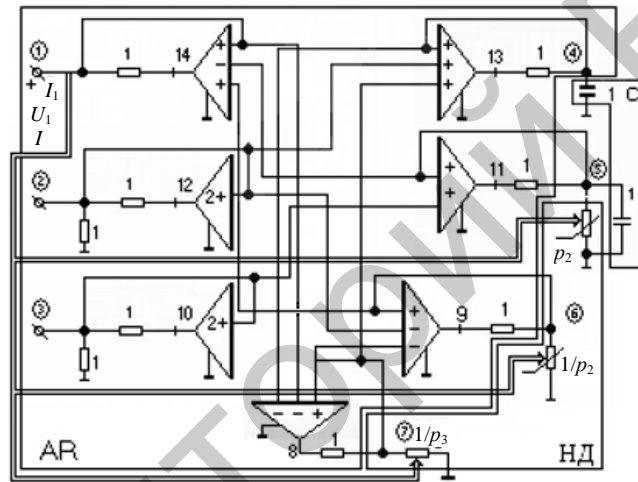


Рис. 2

К узлу 7 подключена нелинейная проводимость, пропорциональная входному напряжению. К узлу 5 – резистор, пропорциональный U_1 , а к узлу 6 – резистор, пропорциональный входному току I_1 . Схема содержит семь сумматоров с единичными коэффициентами усиления, кроме тех входов, где отмечены усиления, отличные от единицы. Величины указаны в Ом, Ф. Сплошными линиями выделены блоки в соответствии с рис. 1. В схеме также имеются девять единичных резисторов. Методика синтеза нелинейных цепей позволяет реализовать и сами нелинейные резисторы и проводимости:

$$R_1 = k_1 U; \quad G_2 = k_2 I; \quad R_2 = k_3 I \text{ и т. д.}$$

ВЫВОД

Проблемы устойчивости, чувствительности, допусков на параметры элементов и другие сопутствующие должны быть рассмотрены с совокупностью полных систем, куда входят данные подсистемы. Впрочем,

подобные вопросы в равной степени относятся и к преобразованиям Лапласа. В рассматриваемом нами подходе можно получить решения («оригиналы»), принципиально невозможные для традиционного способа преобразований Лапласа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко, А. В. Оператор О. Хевисайда и временные процессы в технических системах / А. В. Бондаренко, В. И. Можар // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2000. – № 5. – С. 34–48.
2. Новые результаты теории двумерных систем. Двухмерные модели в пространственном состоянии, проблема их реализации и понятия управляемости, наблюдаемости и минимальности / Гун сун-Юань [и др.]. – ТИИР. – 1977. – Т. 65, № 6. – С. 157–176.
3. Бондаренко, А. В. Общая теория реализации активных RC-схем / А. В. Бондаренко, В. В. Бондаренко // Электричество. – 1983. – № 7. – С. 63–65.
4. Бондаренко, А. В. Синтез некоторых многомерных цифровых структур / А. В. Бондаренко // Радиоэлектроника. – 1996. – № 1. – С. 15–22.

Представлена кафедрой
электротехники и электроники БНТУ

Поступила 8.08.2007

УДК 623.316.35

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСИЛИЯ В ПРОВОДНИКЕ, ИМЕЮЩЕМ ФОРМУ СПИРАЛИ

Канд. техн. наук, доц. ПАВЛОВЕЦ В. В., студ. ГЕРАСИМОВИЧ А. С.

Белорусский национальный технический университет

Постоянная тенденция к увеличению энергопотребления приводит к росту мощностей электроэнергетических систем и, как следствие, – к увеличению значений токов коротких замыканий. В энергетических системах даже на высоких напряжениях токи достигают десятков килоампер.

Уровень токов коротких замыканий в какой-то мере снижается применением токоограничивающих реакторов. Но сквозные токи коротких замыканий являются причиной механических повреждений обмоток реакторов и силовых трансформаторов большой мощности в результате действия электродинамических сил при взаимодействии магнитного поля и тока, протекающего в проводниках обмотки.

Известны численные методы расчета электродинамических усилий, действующих на проводник, имеющий форму дуги окружности [1] и форму винтовой линии [2]. Для исследования характера и направления действия электродинамических сил при расчете обмоток токоограничивающих реакторов и силовых трансформаторов на механическую прочность представляют интерес распределенные силы, действующие на проводник спиральной формы при протекании по нему электрического тока.