

УДК 628.112

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПРИФИЛЬТРОВОЙ ЗОНЕ СКВАЖИНЫ

Асп. ШЕЙКО А. М., канд. техн. наук, доц. ИВАШЕЧКИН В. В., асп. ПУЛКО Ю. В.

*Белорусский национальный технический университет,  
Белорусский государственный университет*

В настоящее время для очистки фильтров водозаборных скважин применяют импульсные, реагентные и комбинированные методы. Совершенствованием различных способов регенерации фильтров скважин занимались В. С. Алексеев, В. М. Гаврилко, А. Д. Гуринович, Г. М. Коммунар, В. Г. Тесля и др. Наиболее эффективным является комбинированный импульсно-реагентный метод восстановления производительности скважин [1–3], который предполагает следующие способы регенерации: реагентную ванну, циклическое задавливание реагента и циркуляцию реагента в прифильтровой зоне скважины. Циркуляционные способы регенерации фильтров скважин успешно применялись и применяются в России, Германии, США и других странах. Все существующие циркуляционные способы очистки скважин и устройства для их осуществления предполагают движение реагента в прифильтровой зоне за счет разделения фильтра по длине одной или несколькими горизонтальными перегородками или пакерами на секции для закачки и откачки реагента [4–8]. При таком движении реагента давление в любой точке пласта есть функция двух координат  $r$  и  $Z$  во времени  $t$  [5].

В БНТУ на кафедре «Гидравлика» предложено осуществлять циркуляцию реагента путем разделения фильтра, кроме горизонтальных перегородок, еще и одним либо несколькими вертикально расположенными пакерами на нагнетательные и всасывающие секторы. В этом случае давление в любой точке будет являться функцией от угла  $\theta$  и радиуса  $r$ . Сведения о теоретических и экспериментальных исследованиях такой схемы циркуляции реагента в прифильтровой зоне скважины отсутствуют. Поэтому возникла необходимость в дальнейшем изучении циркуляционного движения реагента с целью исследования структуры потока жидкости и обоснования применения секторного устройства циркуляционной регенерации (СУЦР)

для дальнейшего совершенствования технологии циркуляционно-регентной регенерации фильтров водозаборных скважин.

**Математическое моделирование установившегося циркуляционно-го движения жидкости.** Рассмотрим установившуюся напорную фильтрацию жидкости в прифилтровой зоне скважины, фильтр которой разделен вертикальными пакерами на ряд нагнетательных и всасывающих секторов (рис. 1).

Скважина предполагается совершенной по степени и характеру вскрытия водоносного  $H_{\text{ст}}$  горизонта мощностью  $M$ . Циркуляция осуществляется за счет того, что в каждый нагнетательный сектор подается жидкость с расходом  $Q_{\text{сн}}$ , а из каждого всасывающего сектора происходит отбор жидкости с расходом  $Q_{\text{св}}$ . Давление и соответственно скорость будут зависеть от двух переменных радиуса  $r$  и угла  $\theta$ , т. е.  $v = v(r, \theta)$ ,  $p = p(r, \theta)$ . В этом случае процесс установившейся фильтрации описывается дифференциальным уравнением в частных производных, и в цилиндрической системе координат он будет иметь вид [9]:

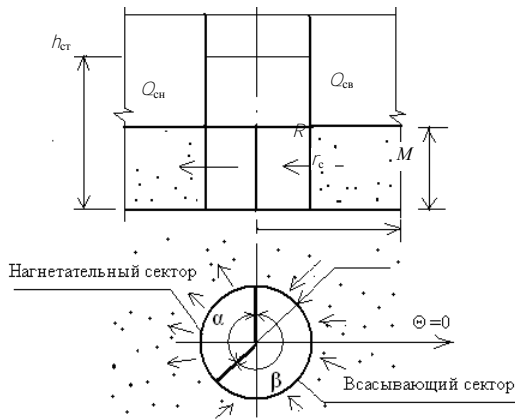


Рис. 1. Расчетная схема скважины

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = 0, \quad r_c < r < R; \quad 0 < \theta < \alpha + \beta, \quad (1)$$

где  $r_c$  – радиус скважины;  $R$  – радиус контура питания;  $\alpha$  – угол нагнетательного сектора;  $\beta$  – угол всасывающего сектора; необходимое условие:  $(\alpha + \beta)m = 2\pi$ , где  $m$  – число нагнетательных секторов, равное числу всасывающих секторов;  $n = 2m$  – общее количество секторов.

Согласно закону Дарси составляющие вектора скорости будут равны:

$$v_r = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad (2)$$

$$v_\theta = -\frac{K}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \quad (3)$$

где  $v_r$  – радиальная составляющая вектора скорости;  $K$  – проницаемость водовмещающей породы;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости жидкости;  $v_\theta$  – угловая составляющая вектора скорости.

Для нахождения распределения давления в прифилтровой зоне скважины необходимо решить уравнение (1) при следующих граничных условиях:

- для нагнетательного сектора:

$$r \frac{\partial \rho}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = -\frac{Q_{\text{CH}} \mu}{M \alpha K}, \quad 0 \leq \theta < \alpha; \quad (4)$$

• для всасывающего сектора

$$r \frac{\partial \rho}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = \frac{Q_{\text{CB}} \mu}{M \beta K}, \quad \alpha \leq \theta < \alpha + \beta. \quad (5)$$

Условие на контуре питания пласта

$$\rho \Big|_{r=R} = p_{\text{пл}}, \quad 0 < \theta < \alpha + \beta, \quad (6)$$

где  $p_{\text{пл}}$  – давление на забое скважины равное пластовому.

Условие периодичности

$$\rho(r, \theta) = \rho(r, \theta + \alpha + \beta), \quad (7)$$

Решая краевую задачу (1), (4)–(7) методом разделения переменных [10]

и учитывая, что  $K = \frac{\kappa \mu}{\rho g}$  и  $\rho = \rho g h$ , получаем

$$h(r, \theta) = h_{\text{ст}} - \frac{Q_{\text{CH}} - Q_{\text{CB}}}{(\alpha + \beta) M \kappa} \ln \frac{r}{R} + \frac{\alpha + \beta}{2\pi^2 M \kappa} \left( \frac{Q_{\text{CH}}}{\alpha} + \frac{Q_{\text{CB}}}{\beta} \right) \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{\left( \frac{r}{R} \right)^{km} - \left( \frac{R}{r} \right)^{km}}{\left( \frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left( \frac{R}{r_c} \right)^{km}} \sin mk\theta + \sin mk(\alpha - \theta), \quad (8)$$

где  $\kappa$  – коэффициент фильтрации водовмещающей породы;  $\rho$  – плотность жидкости;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $h$  – напор в пласте;  $h_{\text{ст}}$  – статический напор.

Распределения скоростей, соответствующих распределению давления, согласно (2) и (3), соответственно равны:

$$v_r = -\frac{Q_{\text{CH}} - Q_{\text{CB}}}{(\alpha + \beta) M r} - \frac{1}{\pi M} \left( \frac{Q_{\text{CH}}}{\alpha} + \frac{Q_{\text{CB}}}{\beta} \right) \frac{1}{r} \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \frac{\left( \frac{r}{R} \right)^{km} + \left( \frac{R}{r} \right)^{km}}{\left( \frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left( \frac{R}{r_c} \right)^{km}} \sin mk\theta + \sin mk(\alpha - \theta); \quad (9)$$

$$V_{\theta} = -\frac{1}{\pi M r} \left( \frac{Q_{\text{сн}}}{\alpha} + \frac{Q_{\text{св}}}{\beta} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \frac{\left(\frac{r}{R}\right)^{km} - \left(\frac{R}{r}\right)^{km}}{\left(\frac{r_c}{R}\right)^{km} + \left(\frac{R}{r_c}\right)^{km}} \times \quad (10)$$

$$\times \cos mk\theta - \cos mk\alpha - \theta \quad .$$

Большой практический интерес представляет исследование циркуляционного движения в прифилтровой зоне с меньшей проницаемостью, чем водоносный горизонт. Уменьшение проницаемости есть результат проявления химического, биологического либо механического кольматажа [11]. В зависимости от конкретных условий может наблюдаться и увеличение проницаемости прифилтровой зоны, что связано с проведением декольматационных работ или с устройством гравийной обсыпки в процессе бурения скважины. В [12] приводится расчет установившейся радиальной фильтрации воды к скважине с измененной проницаемостью в призабойной зоне при сохранении закона Дарси и отклонении от него.

Рассмотрим циркуляционное движение жидкости в прифилтровой закольматированной зоне скважины с постоянной проницаемостью  $K_1$  и радиусом  $r_0$  и проницаемостью водоносного горизонта  $K_2$  (рис. 2). Тогда процесс установившейся фильтрации описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \rho_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial \theta^2} = 0, \quad r_c < r < r_0, \quad \alpha < \theta < \alpha + \beta; \quad (11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \rho_2^{K_2}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial \theta^2} = 0, \quad r_0 < r < R, \quad 0 < \theta < \alpha + \beta. \quad (12)$$

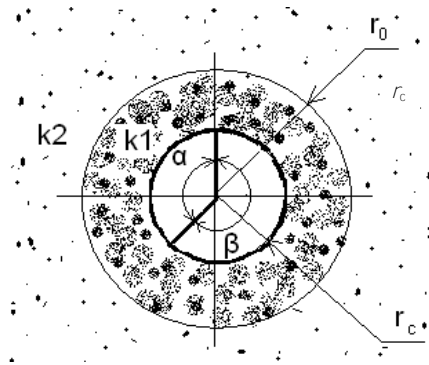


Рис. 2. Расчетная схема скважины с измененной проницаемостью

Граничные условия примут вид:

- на контуре питания пласта

$$\rho_2|_{r=R} = \rho_{\text{пл}}, \quad 0 < \theta < \alpha + \beta; \quad (13)$$

- для нагнетательного сектора

$$r \frac{\partial \rho_1}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = - \frac{Q_{\text{сн}} \mu}{M \alpha K_1}, \quad 0 \leq \theta < \alpha; \quad (14)$$

- для всасывающего сектора

$$r \frac{\partial \rho_1}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = \frac{Q_{\text{св}} \mu}{M \beta K_1}, \quad \alpha \leq \theta < \alpha + \beta. \quad (15)$$

- условие на границе смены проницаемости:

$$\rho_1 \Big|_{r=r_0} = \rho_2 \Big|_{r=r_0}; \quad (16)$$

$$K_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0-0} = K_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial r} \Big|_{r=r_0+0}; \quad (17)$$

$$\rho_1(r, \theta) = \rho_1(r, \theta + (\alpha + \beta)); \quad r_c < r < r_0; \quad (18)$$

$$\rho_2(r, \theta) = \rho_2(r, \theta + (\alpha + \beta)); \quad r_0 < r < R. \quad (19)$$

Решая уравнения (11) и (12) при перечисленных выше граничных условиях (13)–(19) и учитывая, что  $K = \frac{\kappa \mu}{\rho g}$  и  $\rho = \rho g h$ , получим:

$$h_1(r, \theta) = h_{\text{ст}} - \frac{Q_{\text{сн}} - Q_{\text{св}}}{(\alpha + \beta) M} \left( \frac{1}{\kappa_2} \ln \frac{r_0}{R} + \frac{1}{\kappa_1} \ln \frac{r}{r_0} \right) + \frac{\alpha + \beta}{2\pi^2 M \kappa_1} \left( \frac{Q_{\text{сн}}}{\alpha} + \frac{Q_{\text{св}}}{\beta} \right) \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin mk\theta + \sin mk(\alpha - \theta)}{k^2} F_{1k} r; \quad (20)$$

$$h_2(r, \theta) = h_{\text{ст}} - \frac{Q_{\text{сн}} - Q_{\text{св}}}{(\alpha + \beta) M \kappa_2} \left( \ln \frac{r}{R} \right) + \frac{\alpha + \beta}{\pi^2 M (\kappa_1 + \kappa_2)} \left( \frac{Q_{\text{сн}}}{\alpha} + \frac{Q_{\text{св}}}{\beta} \right) \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin mk\theta + \sin mk(\alpha - \theta)}{k^2} F_{2k} r, \quad (21)$$

где

$$F_{1k} x = \frac{G_k^{(-)}}{G_k^{(+)}} \frac{x}{r_c}; \quad F_{2k} x = \frac{\left(\frac{x}{R}\right)^{mk} - \left(\frac{R}{x}\right)^{mk}}{G_k^{(+)}} \frac{x}{r_c};$$

$$G_k^{(-)} x = \left(\frac{x}{R}\right)^{mk} R_{1k} - \left(\frac{R}{x}\right)^{mk} R_{2k};$$

$$G_k^{(+)} X = \left(\frac{X}{R}\right)^{mk} R_{1k} + \left(\frac{R}{X}\right)^{mk} R_{2k}; \quad R_{1k} = 1 - \kappa_0 \left(\frac{R}{r_0}\right)^{mk};$$

$$R_{2k} = 1 - \kappa_0 \left(\frac{r_0}{R}\right)^{mk}; \quad \kappa_0 = \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}.$$

В случае однородного грунта ( $K_1 = K_2 = K$ ) уравнения (20) и (21) совпадают и сводятся к уравнению (8). Вычисление скоростей через дифференцирование под знаком суммы законно в силу равномерной сходимости рядов (8), (20) и (21) и равномерной сходимости рядов после почленного дифференцирования.

С помощью полученных решений (20) и (21) можно оценить зону распространения давления и скорости в прифильтровой зоне скважины в процессе установившейся циркуляции жидкости.

**Физическое моделирование циркуляционного движения жидкости.** Физическое моделирование осуществлялось на экспериментальной установке, состоящей из фильтрационного лотка диаметром 1,22 м, внутри которого устанавливался фрагмент фильтра водозаборной скважины (рис. 3). Фильтр представлял собой трубчатый полиэтиленовый каркас (ГОСТ 18599–73) диаметром 0,225 м, обмотанный проволокой (по ТУ 51-644–74). Внутренняя часть фильтра была разделена вертикальным пакером на нагнетательные и всасывающие секторы. Торцы фильтра и крышка лотка были герметично уплотнены. Жидкость подавалась при помощи насоса «Ручеек-1» (ГОСТ 26287–84), установленного в резервуаре с водой. Для поддержания постоянного статического уровня был установлен напорный бак с холостым сливом. Циркуляционный расход фиксировался при помощи счетчика воды СХВ 15 (ГОСТ Р50601–93), установленного на нагнетательной линии.

Фильтрационный лоток загружался однородным кварцевым фильтрующим песком (ТУ РБ 100016844.241–2001). Песок в лоток загружался с его послойным уплотнением трамбовкой. Во избежание зацемяления воздуха песок закладывался в воду.

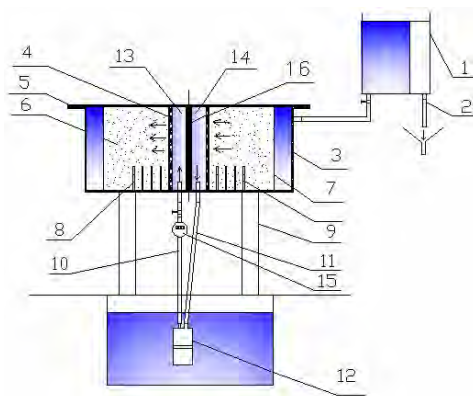


Рис. 3. Схема экспериментальной установки: 1 – напорный бак; 2 – холостой слив; 3 – фильтрационный лоток; 4 – фильтр скважины; 5 – крышка фильтрационного лотка; 6 – водомещающий грунт; 7 – кольцевой бьеф; 8 – пьезометры; 9 – стойка; 10 – нагнетательный трубопровод; 11 – отводящий трубопровод; 12 – насос; 13 – нагнетательный сектор; 14 – всасывающий сектор; 15 – счетчик воды СХВ; 16 – разделительный пакер

Установка работала следующим образом. Вода насосом подавалась в нагнетательный сектор с расходом  $Q_{сн}$ , который фиксировался счетчиком воды. Далее она из фильтра нагнеталась в прифильтровую зону скважины, откуда циркуляционный поток устремлялся во всасывающий сектор с расходом  $Q_{св}$ . Пренебрегая потерями расхода в насосе, можно считать, что  $Q_{сн} = Q_{св}$ . Давление в пласте регистрировалось при помощи пьезометров, установленных в характерных точках (рис. 4). Как показали лабораторные эксперименты, давление в пласте при пуске насоса распределяется и устанавливается за непродолжительный промежуток времени (порядка нескольких десятков секунд), что подтверждается [13].

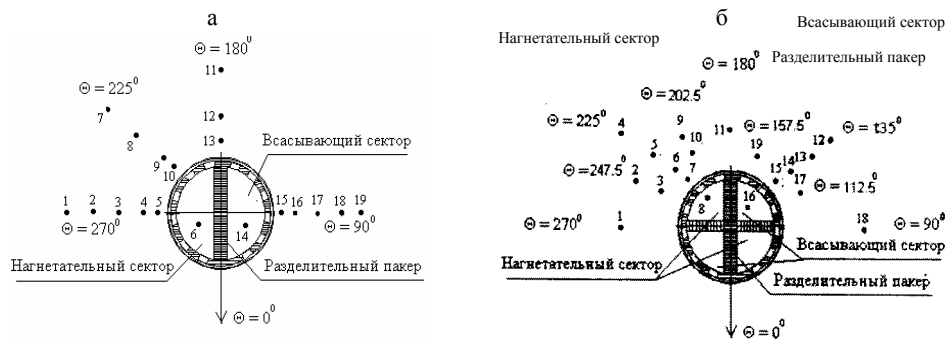


Рис. 4. Схема размещения пьезометров: а – при делении фильтра на два сектора; б – при делении фильтра на четыре сектора

С помощью напорного бака в пласте поддерживался постоянный статический напор (пластовое давление), равный 1,5 м. Вода для экспериментов была предварительно отстояна более двух суток при температуре 16 градусов.

В лабораторных условиях исследовалось циркуляционное движение жидкости для случая равенства расходов ( $Q_{сн} = Q_{св}$ ) и углов ( $\alpha = \beta$ ) нагнетательного и всасывающего секторов.

Для проверки адекватности математической модели циркуляционного движения жидкости в прифильтровой зоне был проведен ряд лабораторных экспериментов при делении фильтра скважины на два и четыре сектора с однородным и кольматирующим грунтом. Коэффициент фильтрации чистого грунта определялся при помощи прибора Дарси, а закольматированного – при помощи опытных откачек. Параметры лабораторной установки и условия проведения экспериментов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Условия проведения экспериментальных исследований

Параметр установки Характеристика пласта	Коэффициент фильтрации, м/сут.	Длина фильтра, м	Расход $Q_{сн} = Q_{св}$ , м <sup>3</sup> /с	$R$ , м	$r_0$ , м	$r_c$ , м	Количество секторов $n$ , $\alpha = \beta = 360^\circ/n$
Весь пласт – однородный грунт	$\kappa = 1236$	0,51, 0,24	$3,14 \cdot 10^{-4}$ , $3,07 \cdot 10^{-4}$	0,5	–	0,113	2

Прифильтровая зона с кольматирующим кольцом	$\kappa_1 = 864,$ $\kappa_2 = 1236$	0,24	$3,07 \cdot 10^{-4}$	0,5	0,213	0,113	2
Весь пласт – однородный грунт	$\kappa = 691$	0,24	$1,45 \cdot 10^{-4},$ $1,33 \cdot 10^{-4}$	0,5	–	0,113	4
Прифильтровая зона с кольматирующим кольцом	$\kappa_1 = 173,$ $\kappa_2 = 691$	0,24	$1,5 \cdot 10^{-4}$	0,5	0,213	0,113	4

Сопоставление результатов математического и физического моделирования для двух и четырех секторов приведено соответственно на рис. 5 и 6, где на расчетные графики  $s = s(r)$  нанесены опытные данные. Здесь  $s$  – понижение уровня при откачке ( $s < 0$ ) и повышение уровня при закачке ( $s > 0$ ), т. е.  $s = h - h_{ст}$ ;  $r$  – радиус установки пьезометра при заданном угле  $\theta$ . Расчетные значения  $h$  для однородного грунта и грунта с кольматирующим кольцом были определены по формулам (8), (20) и (21) соответственно.

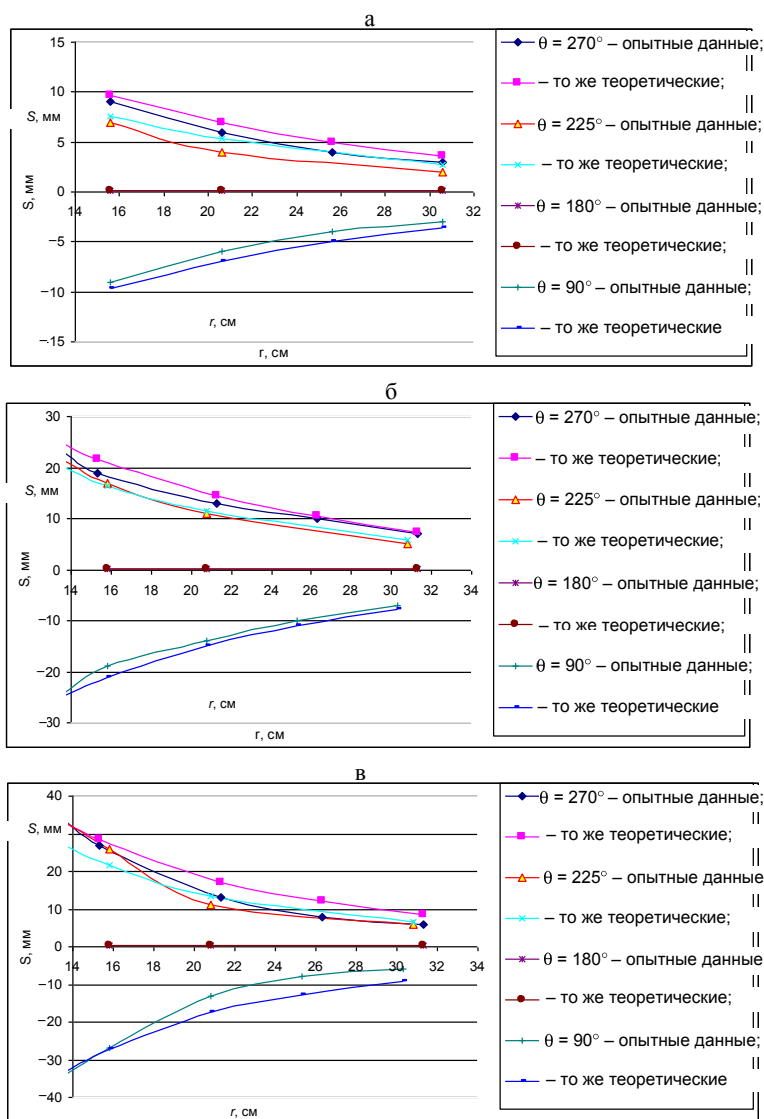
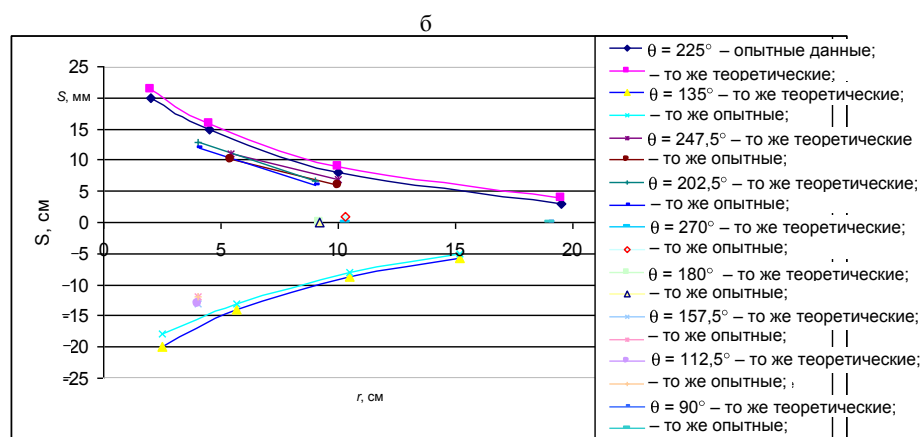
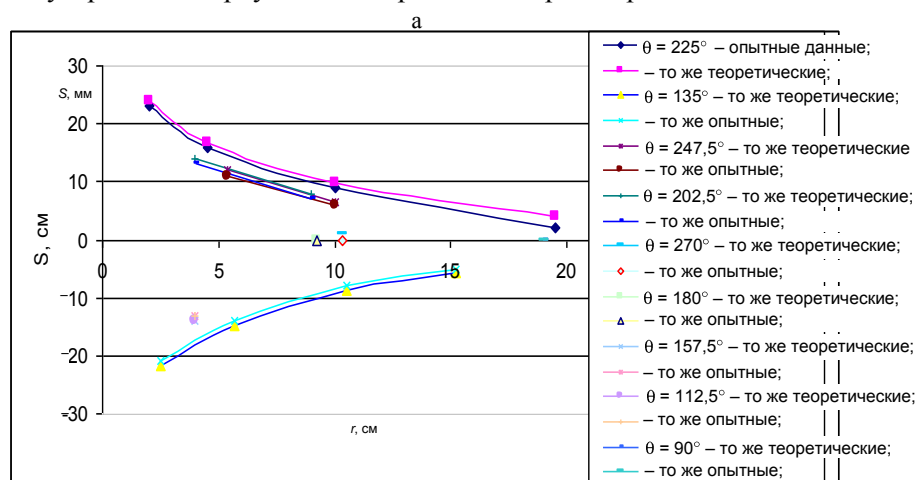




Рис. 5. Сопоставление результатов математического и физического моделирования для двух секторов: а – при длине фильтра 0,51 м; б – 0,24 м; в – 0,24 м с кольматирующим кольцом

Анализ теоретических и опытных данных показывает хорошую их сходимость за исключением циркуляции жидкости в прифильтровой закольматированной зоне, где физически трудно создать условия равномерной проницаемости. Сходимость результатов математического и физического моделирования свидетельствует о возможности использования данной математической модели при дальнейшем изучении структуры циркуляционного движения жидкости и определении конструктивных параметров секторного устройства циркуляционно-реагентной регенерации.



в

$\theta = 225^\circ$  – опытные данные;

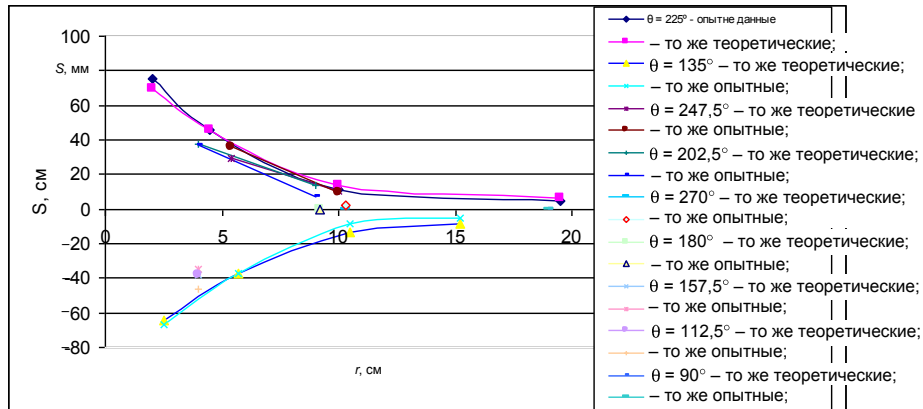


Рис. 6. Сопоставление результатов математического и физического моделирования для четырех секторов: а – при расходе  $1,45 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ ; б – при расходе  $1,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ ; в – при фильтровая зона с кольматирующим кольцом при расходе  $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$

С этой целью при помощи математического пакета Maple [14] были построены графики, иллюстрирующие распределение давления и скоростей в однородной прифильтровой зоне скважины. Фильтр длиной 0,24 м разделен на два сектора (рис. 7).

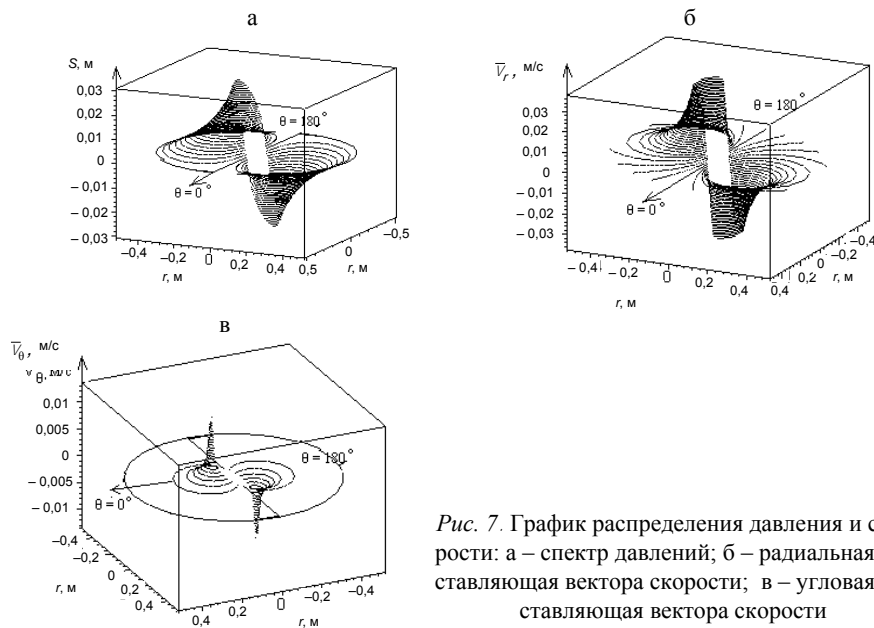


Рис. 7. График распределения давления и скорости: а – спектр давлений; б – радиальная составляющая вектора скорости; в – угловая составляющая вектора скорости

Анализ распределения давления и скоростей в прифильтровой зоне скважины показывает, что давление на границе секторов равняется нулю, а угловая составляющая вектора скорости достигает максимального значения. Радиальная же составляющая вектора скорости достигает максимума в центре сектора.

Отличительной особенностью циркуляционного потока, образованного в результате деления фильтра скважины на ряд нагнетательных и всасывающих секторов, является деление циркуляционного расхода на две составляющие, каждая из которой стремится к соседнему сектору. В результате такого деления и возникает угловая составляющая вектора скорости, кото-

рая дает возможность растворять и выносить кольматирующий осадок за пределы скважины. Такой процесс регенерации способствует равномерной и качественной очистке скважины.

## ВЫВОДЫ

1. В результате проведенных теоретических исследований разработана математическая модель установившегося циркуляционного движения жидкости в прифилтровой зоне совершенной скважины, фильтр которой, кроме горизонтальных перегородок, разделен еще и вертикально расположенными пакерами на нагнетающие и всасывающие секторы. Предложенная математическая модель позволяет определить давление и скорость жидкости в процессе циркуляции в любой точке прифилтровой зоны скважины с постоянной и измененной проницаемостью, что даст возможность обосновать продолжительность поинтервальной регенерации фильтра скважины.

2. Проведены теоретические и экспериментальные исследования циркуляционного движения жидкости с различной проницаемостью прифилтровой зоны скважины. В результате установлено, что давление на границе секторов равняется нулю, а угловая составляющая вектора скорости достигает максимального значения. Радиальная же составляющая вектора скорости достигает максимума в центре сектора.

3. Хорошая сходимость результатов математического и физического моделирования свидетельствует о возможности использования математической модели для определения конструктивных параметров секторного устройства циркуляционной регенерации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И в а ш е ч к и н, В. В. Опыт применения комбинированных технологий восстановления дебита водозаборных скважин / В. В. Ивашечкин, А. Н. Кондратович, А. М. Шейко // Энерго- и материалосберегающие экологически чистые технологии: тезисы докладов 6-й Междунар. науч.-техн. конф., Гродно, 1–2 нояб. 2005 г. / Гроднен. гос. ун-т; редкол.: А. И. Свириденко [и др.]. – Гродно, 2005. – С. 78–79.
2. И в а ш е ч к и н, В. В. Газоимпульсная технология восстановления пропускной способности фильтров водозаборных скважин / В. В. Ивашечкин; под ред. А. Д. Гуриновича. – Минск: БНТУ, 2005. – 270 с.
3. И в а ш е ч к и н, В. В. Опыт применения импульсно-виброреагентной технологии восстановления дебита водозаборных скважин / В. В. Ивашечкин, А. Н. Кондратович // Инф. бюллетень науч.-произв. ассоциации «Аквабел». – Минск, 2004. – № 7. – С. 9–10.
4. А л е к с е е в, В. С. Опыт циркуляционной регенерации водозаборных скважин / В. С. Алексеев, Г. М. Коммунар, В. Г. Тесля // Водоснабжение и санитарная техника. – 1985. – № 9. – С. 9–10.
5. Т е с л я, В. Г. Технология циркуляционной регенерации скважин / В. Г. Тесля // Сб. науч. тр. / МДНТП им. Ф. Э. Дзержинского. – Москва, 1985. – Вып. 74: Повышение эффективности работы водозаборов из поверхностных и подземных источников. – С. 114–121.
6. H o u b e n, G. Regenerierung und sanierung von Brunnen / G. Houben, C. Treskatis. – Munchen: Oldenbourg industriever, 2003. – 280 s.
7. У с т р о й с т в о для циркуляционной обработки скважин на воду: а. с. 1182129 СССР, ЕОЗВ 3/18, Е21В 43/22 / В. С. Алексеев, Г. М. Коммунар, В. Г. Тесля; Всесоюзный НИИ ВОДГЕО. – № 3721443/23-26; заявл. 02.02.84; опубл. 30.09.85 // Патент. – 1985. – № 36. – С. 5.

8. У с т р о й с т в о для реагентной обработки скважин: а. с. 1654473 СССР, Е ОЗВ 3/15 / К. Г. Иванищев, В. Е. Воропанов, В. А Попов; Всесоюзный НИИ ВОДГЕО. – № 447788/33; заявл. 24.08.88; опубл. 07.06.91 // Патент. – 1991. – № 21. – С. 4.
9. М а с к е т, М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. – М.: Л.: Гостоптехиздат, 1949. – 628 с.
10. Т и х о н о в, А. Н. Уравнения математической физики: учеб. для студ. физ.-мат. спец. ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 7-е изд. – М.: Изд-во Московского ун-та «Наука», 2004. – 798 с.
11. Ш е й к о, А. М. Анализ долговечности водозаборных скважин г. Минска / А. М. Шейко [и др.]. // Вестник БНТУ. – 2006. – № 1. – С. 27–32.
12. М у ф т а х о в, А. Ж. К расчету дебита скважин с измененной проницаемостью призабойной зоны / А. Ж. Муфтахов // Сб. науч. тр. / НИИ ВОДГЕО. – М., 1966. – Вып. 13: Гидрогеология. – С. 181–185.
13. А р е н с, В. Ж. Геолого-гидрогеологические основы геотехнологических методов добычи полезных ископаемых / В. Ж. Аренс, А. М. Гайдин. – М.: Недра, 1978. – 215 с.
14. Г а н д е р, В. Решение задач в научных вычислениях с применением Maple и MatLab / В. Гандер, И. Гржебичек. – Минск: Вассамедиа, 2005. – 520 с.

Представлена кафедрой  
гидравлики

Поступила 19.09.2006