множество прикладных библиотек для Python в самых разных областях (веб, базы данных, обработка изображений, обработка текста, численные методы, приложения операционной системы, машинное обучение и т. д.). Python c пакетами NumPy, SciPy и MatPlotLib активно используется как среда для инженерных и научных расчётов в качестве замены распространённым специализированным коммерческим пакетам Matlab, IDL и другим. NumPy – это расширение языка Python, добавляющее поддержку больших многомерных массивов и матриц, вместе с большой библиотекой математических функций для операций с этими массивами. Он содержит также инструменты для интеграции кода С и Fortran, функции линейной алгебры, также может использоваться как эффективный многомерный контейнер общих данных. SciPy – библиотека для языка Python с открытым исходным кодом, предназначенная для выполнения сложных вычислений. Она сдержит инструменты для решения обыкновенных дифференциальных уравнений, вычисления интегралов, поиска минимумов и максимумов функций, библиотеку специальных функций; обработки сигналов и изображений, статистические функции, и др. SciPy состоит из подпакетов, охватывающих различные области научных вычислений. MatPlotLib является пакетом для визуализации данных двумерной (2D) и (3D) графикой. Существуют, и другие пакеты, предназначенные для этих целей. Расширение SciPy может взаимодействовать с PyTables – иерархической базой данных, разработанной для управления большими объёмами данных. Для решения уравнений в частных производных можно воспользоваться пакетом FiPy. Существуют библиотеки для символьных вычислений: Symbolic и SymPy. Все это делает Python полезным и эффективным инструментом инженера.

УДК 616-073.082.4

## ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В МЕДИЦИНЕ

Студент гр. 11307119 Ковалев И. В. Доктор физ.-мат. наук, профессор Свирина Л. П. Белорусский национальный технический университет

Эффект Доплера состоит в изменении частоты волн, воспринимаемых наблюдателем (приемником), вследствие относительного движения источника волн и наблюдателя.

Если звуковая волна с частотой v, излучаемая источником, отражается от движущегося препятствия, то частота отраженной волны, регистрируемая приемником, находящимся рядом с источником, будет отличаться от частоты v, излучаемой источником (источник и приемник неподвижны относительно среды). В этом случае эффект Доплера проявляется дважды.

Во-первых, отражатель, к которому направляется звуковая волна, ведет себя как движущийся наблюдатель и «фиксирует» звуковую волну на частоте  $v' = v(1 + \frac{v_{i\delta\delta}}{v}) \,.$  Во-вторых, отражатель затем действует как вторичный ис-

точник волны с частотой  $\nu'$  (отраженной), который движется к приемнику. Приемник, расположенный рядом с источником, будет регистрировать частоту отраженной волны равную

$$v'' = v' \frac{1}{1 - v_{\hat{i}\hat{o}\hat{o}} / v} = v \frac{v + v_{\hat{i}\hat{o}\hat{o}}}{v - v_{\hat{i}\hat{o}\hat{o}}}. \tag{1}$$

Здесь v – скорость распространения волны,  $v_{i\delta\delta}$  – скорость отражателя.

Если падающую и отраженную звуковые волны наложить одна на другую, то возникают биения с частотой  $v_{\delta}$ , равной разности частот двух волн, излучаемой источником и отраженной отражателем:

$$V_{\dot{a}} = V'' - V = \frac{2v \upsilon_{\dot{i}\dot{o}\dot{o}}}{\upsilon - \upsilon_{\dot{i}\dot{o}\dot{o}}} \approx \frac{2v \upsilon_{\dot{i}\dot{o}\dot{o}}}{\upsilon} \,. \tag{2}$$

Такое проявление эффекта Доплера широко используется в медицинских приборах, работающих, как правило, в ультразвуковом диапазоне частот, для определения скорости кровотока, скорости движения клапанов и стенок сердца (доплеровская эхокардиография) и других органов. Например, эффект Доплера для ультразвуковых волн на частоте 1,8 МГц используется для контроля частоты сердцебиений зародыша. Наблюдаемая максимальная частота биений равна 600 Гц. При скорости распространения звука в ткани  $1.5 \cdot 10^3$  м/с, оценка скорости движения поверхности бьющегося сердца зародыша по формуле (2) дает величину  $\upsilon_{omp} = 0.25$  м/с.

## УДК 631.3

## ПРИМЕНЕНИЕ ЛАЗЕРОВ В МЕДИЦИНЕ

Студент гр. 11307119 Галаваченко П. О. Доктор физ.-мат. наук, профессор Свирина Л. П. Белорусский национальный технический университет

Применение лазеров основано на свойствах их излучения: высокая монохроматичность ( $\Delta\lambda=0.01\,$  нм), достаточно большая мощность, узость пучка и когерентность.

К примеру, на основе высококогерентного излучения гелий-неонового лазера с использованием волоконной оптики разработаны гастроскопы, которые позволяют голографически формировать объемное изображение внутренней полости желудка.