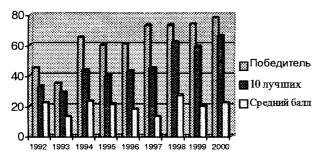
Специфика олимпиадных задач обуславливает возникновение проблемы оценки учебной творческой деятельности обучающихся, в частности оценки правильности решения задач. Количество и сложность задач определяется жюри таким образом, чтобы участники за отведенное время не смогли успеть полностью проанализировать и решить все поставленные перед ними задачи. Этот факт приводит к возникновению перед обучающимся проблемы расстановки приоритетов и выбора схемы действий, что позволяет развивать у него навык управленческой деятельности в экстремальных условиях. На основе опыта Всероссийских олимпиад по теоретической механике можно сделать вывод, что победитель набирает в среднем около 50% баллов от максимально возможного, и лишь в последние годы этот показатель возрос до 70-75%.



Результаты выступления студентов на Всероссийских олимпиадах в Перми (1992-1995) и Екатеринбурге (1996-2000) (в % относительно максимально возможного).

В большинстве случаев членам жюри приходится оценивать не конечный результат решения, а выполнение промежуточных стадий, ход мыслей обучающихся. Учет мотивов деятельности и степени разрешения поставленной проблемы всеми

участниками олимпиадного движения обеспечивает активизацию деятельности обучающихся по тщательному планированию и оптимизации принимаемых управленческих решений в условиях ограничений.

В результате всестороннего анализа роли олимпиадных задач в процессе подготовки инженера к
предстоящей творческой деятельности, механизма
их воздействия на личность обучающегося, определения основных требований к их формулированию, и с учетом того, что механика есть формальное отражение окружающего мира, позволяющее
сложные явления и предметы техники представить
в виде комбинации простых объектов, находящихся
во взаимодействии и подчиняющихся строгим законам, нами был разработан комплекс олимпиадных задач по теоретической механике, позволяющий организовывать учебный процесс для одаренных студентов посредством участия в олимпиадном движении.

#### ЛИТЕРАТУРА:

- 1. Попов А.И., Галаев В.И. Олимпиадные задачи по теоретической механике: Учебное пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001.
- 2. Попов В.И., Тышкевич В.А., Шумский М.П., Попов А.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике. Часть 1. Статика. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002.
- 3. Попов В.И., Тышкевич В.А., Шумский М.П., Попов А.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике. Кинематика. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002.

# АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

## Русан С.И.

Methods of analysis of statically determined mechanical systems are described in the thesis submitted to define contact reactions without balance conditions compiling. Beam models are considered as a method basis. It promotes students long-term learning and engineering intuition development.

1. Общие замечания. Абстрактная форма изложения курса теоретической механики в учебниках и учебных пособиях постоянно вызывает трудности при изучении дисциплины в технических вузах. Отсутствие у большинства студентов достаточно развитого абстрактного мышления не позволяет им соединить теоретические сведения с реальными объектами техники. В результате заученные теоретические положения курса и формализованные методики решения задач не спо-

собствуют формированию долговременных знаний.

Здесь делается попытка восполнить отмеченный недостаток методики в процессе изучения первого раздела дисциплины — статики. Показано, что равновесие механической системы можно анализировать на основании простых, очевидных зависимостей и схем, не отрываясь от чувственного опыта и здравого смысла. В частности, для определения реакций связей широкого класса механи-

ческих систем плоской статики можно использовать простые балочные модели. Их освоение позволяет студентам во многих случаях получать результат быстрее без составления уравнений (в уме). В процессе решения задач таким способом активизируется мыслительная деятельность; в учебный процесс вовлекаются и студенты с еще несформировавшимся абстрактным мышлением. Постоянно возникающая необходимость выделять существенные свойства анализируемых объектов позволяет студентам делать собственные обобщения, что способствует развитию абстрактного мышления и инженерной интуиции.

- 2. Некоторые свойства сил и пар. Восстановим здесь необходимые в дальнейшем законы, аксиомы, теоремы механики о силах и следствия из них.
- 2.1. Если тело находится в равновесии под действием двух сил, то эти силы равны по величине и направлены по одной линии в противоположные стороны (рис.3.1).
- 2.2. Не изменяя действия силы на тело, ее можно переносить в пределах тела по линии действия.
- 2.3. Не изменяя действия силы F на тело, ее вектор F можно переносить параллельно из одной точки в любую другую точку, прибавляя при этом пару с моментом M, равным моменту заданной силы относительно новой точки приложения.
- 2.4. Две силы, приложенные к точке тела, можно заменить равнодействующей силой, величина и направление которой определяются диагональю параллелограмма, построенного на заданных силах. Справедливо и обратное утверждение: силу, действующую на тело, можно представить в виде двух составляющих по любым заданным направлениям в плоскости ее действия.
- 2.5. Если система трех непараллельных сил (или тело, к которому система приложена) находится в равновесии, то она представляет плоскую сходящуюся систему сил, т.е. линии действия всех сил пересекаются в одной точке.
- **2.6**. Если плоская система n сил  $F_1$ ,  $F_2$ , ...,  $F_{n-1}$ ,  $F_n$  находится в равновесии и при этом (n-1) силы параллельны между собой, то и сила  $F_n$  параллельна им. В частности, если две силы уравновешенной системы трех сил параллельны между собой, то и третья сила параллельна им.
- 2.7. Произвольная плоская система п сил в общем случае приводится к одному центру О и в результате заменяется одной силой  $\vec{R}$  о равной главному вектору системы, и одной парой  $M_o$ , равной главному моменту системы относительно центра O.
- **2.8.** Для произвольной плоской уравновешенной системы сил главный вектор и главный момент относительно центра O равны нулю:  $\vec{R}$  o=0,  $M_{\circ}$ =0.
- **2.9.** Пара сил может быть уравновешена только системой сил, приводящейся к паре, или другой парой.

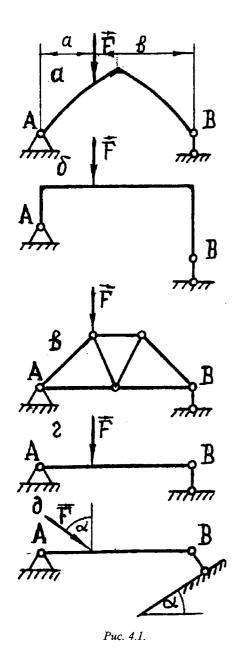
- 2.10. Реакция связи, наложенной на материальный объект, вызванная действием какой-либо системы сил, равна геометрической сумме реакций, вызванных действием каждой силы в отдельности.
- 3. Замечания о связях и реакциях связей. Представления о связях необходимо сформировать настолько ясно, чтобы их свойства устанавливались непосредственно по схеме связи (а не по памяти). Механическая связь — это тело, которое ограничивает перемещения рассматриваемого материального объекта. Она может ограничивать одно или несколько перемещений. Если по какому-либо направлению связь допускает перемещение материального объекта, то ее противодействие по этому направлению — реакция связи — отсутствует. Число ограничений, налагаемых связью на материальный объект будем называть валентностью связи. Неподвижность тела в плоскости может быть обеспечена системой связей, суммарная валентность которой равна трем. Основную аксиому о связях можно сформулировать в следующем виде: валентность связи или системы связей можно понизить, заменяя связи соответствующими им реакциями. Если, следуя этой аксиоме, понизить валентность системы связей до нуля, то получим свободный материальный объект.
- 4. Балочные модели. В процессе интуитивного анализа инженерных задач используются, обычно неосознанно, определенные расчетные модели. Они, как правило, гораздо проще реальных объектов, так как описывают лишь существенные их свойства. Так, для определения реакций опор арки, рамы и фермы, представленных на рис. 4.1а, б, в, расчетной моделью может служить двухопорная балка АВ (рис.4.1г). Класс задач, решаемых на основании балочной модели, значительно расширится, если такую модель принять в виде, показанном на рис.4.1д. Из нее как частный случай при α = 0 получим предыдущую модель.

Чтобы та или иная расчетная модель могла стать элементом интуитивного мышления, ее усвоение необходимо доводить до чувственного уровня. Достигается это в процессе вдумчивого анализа модели, посредством мысленных экспериментов над ней. Самый непродуктивный способ изучения механических явлений— это попытка запоминать информацию о них.

Здесь рассматриваются простые балочные модели, которые могут использоваться для качественного и количественного анализа широкого класса механических систем без применения условий равновесия. Основные типы моделей приведены в таблице. Из нее видно, что все модели представляют собой простые балки на двух опорах или с одной жесткой заделкой — консольные балки.

Приведенные в таблице формулы реакций могут быть легко получены из условий равновесия.

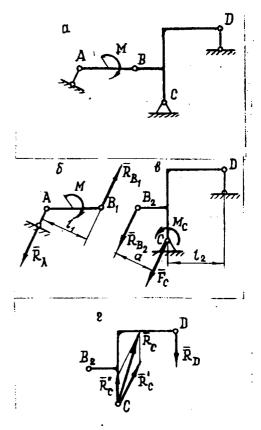
Обозна-	Название модели	Изображение	Реакции опор
чение			
M1 M1*	Балка на двух опорах, нагруженная силой, параллельной линии действия реакции R <sub>B</sub>	$\bar{R}_A$ $\bar{R}_B$ $\bar{R}_B$ $\bar{R}_B$ PHc. 4.2	$R_{A} = \frac{F}{l_{1}}(l_{1} - x_{1})$ $R_{B} = \frac{F}{l_{1}}x_{1}$ $R_{A}^{*} = \frac{F}{l_{1}}(x_{1}^{*} - l_{1})$ $R_{B}^{*} = \frac{F}{l_{1}}x_{1}^{*}$ $x^{*} = x^{*}\cos\alpha$ $x_{1} = x\cos\alpha$ $l_{1} = l\cos\alpha$
M2	Балка на двух опорах, нагруженная продольной силой	$\overline{R}_{A}$ $C$ $\overline{F}$ $B$ $E$ Puc. 4.3	$R_{A} = F$ $R_{B} = 0$
МЗ	Балка на двух опорах, нагруженная парой сил	$\overline{R}_{A}$ $A$ $C$ $M$ $B$ $\overline{R}_{B}$ $\overline{R}_{B}$	$R_A = R_B = \frac{M}{l_1}$ $l_1 = l \cos \alpha$
M4	Консольная балка, на- груженная силой	$\begin{array}{c c} \hline R_{A} & C & \overline{F} \\ \hline PHC. 4.5 \end{array}$	$\overline{R}_{A} = -\overline{F}$ $M_{A} = Fx_{1}$ $x_{1} = x \sin \alpha$
M5	Консольная балка, на- груженная парой сил	М <sub>А</sub> С М В Рис. 4.6	$R_{A} = 0$ $M_{A} = M$



5. Определение реакций связей. Балочные модели включают лишь один силовой фактор — силу F или пару M. При этом в моделях M1,  $M1^*$ , M2 наложены ограничения на положения линий действия заданных сил F — они либо параллельны реакциям подвижных опор, либо направлены вдоль отрезка AB. Однако указанные модели можно использовать и в более общих случаях, используя эквивалентное преобразование нагрузок. Рассмотрим некоторые возможные случаи.

- **5.1.** На систему действует распределенная нагрузка. Для определения реакций ее следует заменить равнодействующей силой.
- **5.2.** Нагрузка состоит из нескольких пар сил. Для решения задачи систему пар надо привести к равнодействующей паре, т.е. найти алгебраическую сумму заданных пар.
  - 5.3. Геометрическая схема механической

системы приводится к моделям M1 или  $M1^*$ , но сила F не параллельна реакции подвижной опоры. Реакции связей можно определить на основании п.2.5, как для системы трех сходящихся сил, не используя формул балочных моделей. Если целесообразно воспользоваться упомянутыми формулами, то силу F необходимо преобразовать; это можно сделать двумя способами: 1) перенести силу параллельно на опору и присоединить пару M; 2) разложить ее на две составляющие, одна из которых параллельна реакции  $R_B$ , а другая направлена по линии AB. Согласно п. 2.10 каждая реакция представляется двумя слагаемыми.



Puc. 5.1.

5.4. Система нагружена произвольной силой F и парой M. Силу F необходимо преобразовать, как указано в п.5.3; полученную при этом пару сложить с заданной парой M.

В общем случае нагружения системы можно использовать преобразование нагрузки, изложенное в п.2.7, и решать весьма сложные задачи.

Остановимся кратко на использовании балочных моделей в *составных* системах. Методика их анализа не отличается от известной методики, предполагающей составление условий равновесия. Расчет начинается с нагруженной части.

Пример. Механическая система состоит из балки AB, на которую действует пара M, и рамы  $BC\mathcal{I}$  (рис. 5.1a). Считая известными геометрические параметры системы, определить реакции опор A, C, D.

Решение. Расчленяем систему на две части:

балку и раму (рис. 5.1 б, в). Реакцию  $R_{B_1}$  направляем параллельно реакции  $R_A$ . Нагруженной является балка  $AB_1$ . Используя для нее модель M3, получаем:  $R_A = R_{B_1} = \frac{M}{l}$ .

Переходим к анализу рамы. Нагрузкой для нее является сила  $R_{\rm B_2}$  , равная и параллельная реакции  $R_{\rm R}$  .

пии  $R_{B_1}$ . Переносим силу  $R_{B_2}$  параллельно на опору C ; получаем силу  $F_C = R_{B_2} = \frac{M}{l_1}$  и пару  $M_C = R_{B_2} a = \frac{Ma}{l_1}$ . Напомним, что сила  $F_C$  и

пара  $M_C$  представляют новую нагрузку на раму (вместо  $R_{B_2}$ ). Учитывая, что сила воспринимается одной опорой C, и опять используя модель M 3, находим реакции опор. От действия силы  $F_C$  имеем:  $R_C' = -F_C$ ,  $R_D' = 0$ ; от действия пары  $M_C$  получаем:  $R_C'' = R_D = \frac{M_C}{l_2} = \frac{Ma}{l_1 l_2}$  (рис. 5.1 г). Записываем окончательное выражение реакций связей:

$$R_A = \frac{M}{l_1}$$
,  $\overrightarrow{R} = \overline{R'} + \overline{R''} + \overline{R''} + \overline{R} = \frac{Ma}{l_1 l_2}$ , где  $R'_C = \frac{M}{l_1}$ ,  $R''_C = \frac{Ma}{l_2 l_2}$ .

## МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАЧЕНИЯ КОЛЕСА

#### Русан С.И.

In this article we give the description of the principles of studying the distribution of acceleration of wheel points. Cases of even and non even rolling on the plane and cylindrical surfaces are also examined. It is shown that in all the cases of movement the instantaneous centers of accelerations are determined only by geometrical parameters of a wheel and of a rolling surface. A comparative analysis of accelerations is given.

1. Общие замечания. В основу методики изучения качения колеса положим, следуя Н.Е. Жуковскому, формирование у студентов геометрических образов явления. Качение — едва ли не самое распространенное в технике и в быту движение; вместе с тем оно остается самым загадочным и богатым видом движения. Отсутствие в разделе «Кинематика» отдельного вопроса, посвященного качению, следует рассматривать как существенный пробел. Изучение качения целесообразно отнести в заключение темы «Плоскопараллельное движение тела». Поэтому здесь при изложении методики изучения вопроса будем предполагать, что студентами уже усвоены теоретические положения этой темы и, в частности, сформированы понятия о мгновенном центре скоростей (МЦС) и мгновенном центре ускорений (МЦУ). Следует отметить, что интерес к изучению ускорений не праздный: их распределение во всех случаях движения напрямую связано с распределением сил и, в конечном счете, с опасностью разрушения движущегося объекта. Особенности распределения кинематических характеристик качения колеса удобно изучать в сравнении с их распределением при вращательном движении вокруг неподвижной оси. Напомним, что центрами скоростей и ускорений называют точки тела, в которых их величины равны нулю. В случае вращательного движения тела эти центры совмещены в одной неподвижной точке — в геометрическом центре колеса, т.е. на его оси вращения. При переходе к качению единый центр раздваивается на центр скоростей Р и центр ускорений Q, которые непрерывно изменяют свое положение и поэтому называются мгновенными. Можно представить и обратный процесс — сближение до совмещения двух мгновенных центров Р и Q в единый неподвижный центр С. Это показано на рис. 1.1, где представлены различные стадии пробуксовки колеса — от качения без скольжения (рис. 1.1,а), до полной пробуксовки (рис. 1.1,г), равнозначной вращательному движению.

