

2. Тела, входящие в систему (или одно тело) имеют вращательное движение.

3. Некоторые из тел, входящих в систему имеют вращательное движение, а другие движутся поступательно.

4. Требуется определить реакции двух закрепленных точек оси при вращении точечных масс вокруг этой оси.

5. Требуется определить реакции двух закрепленных точек твердого тела (двух подшипников или подшипника и подпятника) возникающие при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси, проходящей через эти закрепленные точки.

Такие задачи широко используются и в теории механизмов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. — М., 1986.
2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, ч. 1. М.: Высшая школа, 1977.

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ К ЗАДАЧАМ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Кондратьев В.Ф., Богинская Т.Ф., Брынов М.А., Житкова М.А., Кондратьев М.В.

The connection between the courses of theoretical mechanics and resistance of materials is showed by two examples.

Взаимосвязь между изучаемыми дисциплинами обеспечивается программами курсов, методическими разработками, которые постоянно уточняются и согласовываются кафедрами. В частности, положения тезисов вводной лекции по теоретической механике, изложенные в работе [1], представляют несомненный интерес и их необходимо использовать также при изложении других дисциплин, в частности, курса сопротивления материалов с основами теории упругости и пластичности. В настоящей статье приводим отдельные примеры, касающиеся преимущественности отмеченных курсов.

1. В сборнике задач по теории упругости и пластичности Н.И. Безухова [2] предложена задача под №3, где, используя контурные условия, требуется установить напряженное состояние в тонкой пластинке переменного поперечного сечения при ее растяжении. Подобную задачу можно успешно решать уже при изучении раздела теоретической механики — статики.

В качестве объекта равновесия рассматриваем одно из двух сочлененных тел — малый элемент вблизи контура пластинки. Действие остальной (*отброшенной*) части пластинки заменяем равномерно распределенной нагрузкой — нормальной и касательной — или *нормальными и касательными напряжениями**.

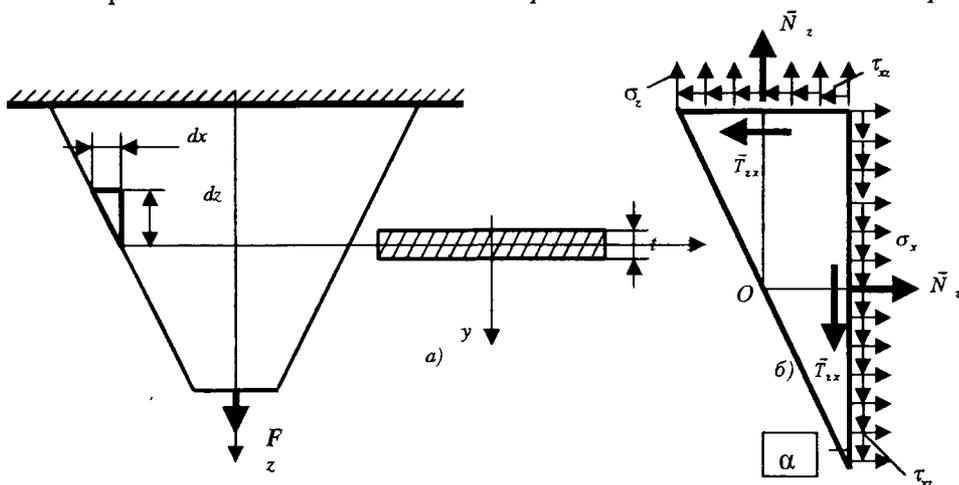


Рис. 1. Растяжение стержня: а — сечение; б — выделенный элемент

Величины главных векторов:

на верхней грани $N_z = \sigma_z A_z$ (от нормальных сил), на боковой грани $N_x = \sigma_x A_x$ (от нормальных сил), $T_{xz} = \tau_{xz} A_x$ (от касательных сил); $A_z = dx \cdot t$, $A_x = dz \cdot t$ — площади верхней и боковой граней.

Составим три уравнения статики (плоская произвольная система сил):

$$\begin{aligned} 1. \sum_{i=1}^2 F_{ix} &= 0; N_x - T_{zx} = 0; \\ 2. \sum_{i=1}^2 F_{iz} &= 0; -N_z + T_{zx} = 0; \\ 3. \sum_{i=1}^2 m_o(\vec{F}_i) &= 0; T_{zx} dz/2 - T_{zx} dx/2 = 0. \end{aligned}$$

Решаем уравнение (3):

$$\tau_{xz} dx \, dz/2 - \tau_{zx} dz \, dx/2 = 0,$$

откуда получаем закон парности или сопряженности касательных напряжений:

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \equiv \tau$$

Решая первые два уравнения, получим формулы для вычисления σ_x и τ :

$$\sigma_x = \sigma_z \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \tau = \sigma_z \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha = A_z / A_x$$

Таким образом, при осевом растяжении стержня переменного поперечного сечения вблизи наружной поверхности помимо нормальных напряжений в поперечном сечении σ_z , учитываемых в сопротивлении материалов, неизбежны в том же сечении и касательные напряжения, а в сечениях, параллельных оси бруса, присутствуют и нормальные напряжения σ_x . Игнорирование τ и σ_x в сопротивлении материалов может исказить выводы о прочности стержня, сечение которого считается постоянным, так как различные локальные дефекты приведут к появлению указанных напряжений, значения которых могут значительно превосходить нормальные напряжения вдоль оси стержня даже с учетом повышения последних за счет эффекта концентрации напряжений.

2. Понятие «момент инерции» широко используется в курсах теоретической механики, теории механизмов и машин, сопротивлении материалов, деталях машин и других. Но если, например, в теоретической механике термин «инерция» имеет прямое отношение к динамике механической системы, то в сопротивлении материалов он формален.

В «Основном курсе теоретической механики» Н.Н. Бухгольца [3, §11] дано общее понятие момента как физического, так и геометрического. Остановимся на некоторых положениях вопроса.

Моментом тела называется интеграл вида:

$$\iiint_V \rho(x, y, z) x^m y^n z^p dV,$$

где $\rho(x, y, z)$ — плотность тела; $m + n + p = s$ — степень момента, которая может быть целой и дробной.

Для однородного тела физический момент имеет вид:

$$\rho \iiint_V x^m y^n z^p dV,$$

а геометрический момент записывается интегралом:

$$\iiint_V x^m y^n z^p dV,$$

т.е. отбрасывается плотность материала. В теоретической механике используются физические моменты тел, а в сопротивлении материалов геометрические моменты сечений с целыми показателями степеней и степеней моментов, как правило, не выше двух:

$$m = 0, n = 0; s = 0; \quad J_{00} = \int_A x^0 y^0 dA = A - \text{момент}$$

нулевой степени или площадь сечения;

$$m = 1, n = 0; s = 1; \quad J_{10} = \int_A x dA = S_y - \text{момент пер-}$$

вой степени — статический момент относительно оси y ;

$$m = 0, n = 1; s = 1; \quad J_{01} = \int_A y dA = S_x - \text{момент пер-}$$

вой степени — статический момент сечения относительно оси x ;

$$m = 2, n = 0; s = 2; \quad J_{20} = \int_A x^2 dA = J_y - \text{момент}$$

второй степени — осевой момент инерции сечения относительно оси y ;

$$m = 0, n = 2; s = 2; \quad J_{02} = \int_A y^2 dA = J_x - \text{момент}$$

второй степени — осевой момент инерции сечения относительно оси x ;

$$m = 1, n = 1; s = 2; \quad J_{11} = \int_A xy dA = D_{xy} - \text{момент}$$

второй степени — центробежный момент инерции сечения относительно осей x, y или произведение инерции.

Полярный момент инерции равен сумме осевых.

Рассмотрим небольшой пример, показывающий связь физического и геометрического моментов.

Физический момент инерции однородного диска толщиной « l » и диаметром $d=2r$:

$$J_o^{\text{физ}} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \left(\rho \frac{\pi d^2}{4} \right) \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \rho \frac{\pi d^2}{32}.$$

Геометрический момент инерции (полярный) круглого сечения того же диаметра:

$$J_o^{geom} = J_x + J_y = 2 \frac{\pi d^2}{64} = \frac{\pi d^4}{32}$$

Очевидно, что физический момент инерции однородного цилиндра равен произведению плотности тела на его геометрический момент, являющийся при единичной толщине диска полярным моментом круга.

**Нормальные напряжения снабжены индексами, совпадающими с именем оси, которой они параллельны. Знак их определяется совпадением (+) или несовпадением (-) с направлением внешней нормали к поверхности тела. Физический смысл знака: положительные напряжения — растягивающие, отрицательные — сжимающие. Касательные напряжения имеют два индекса: один соответствует оси, которой напряжение параллельно, другой — имени нормали к поверхности, на которой напряжение действует. Если направление внешней нормали не совпадает с направлением одной оси, то само касательное напряжение не совпадает с направлением другой оси. Знак касательного напряжения физического смысла не имеет. На рис. 1 показаны положительные напряжения.*

ЛИТЕРАТУРА:

1. Чигарев А.В., Василевич Ю.В., Чигарев Ю.В. Что такое МТТ? (вариант тезисов вводной лекции по теретической механике) // Межведомственный сб. научно-метод. статей / Минск: УП «Технопринт», 2002. — С. 14 — 17.
2. Безухов Н.И. Сборник задач по теории упругости и пластичности. — М.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1957. — С. 17 — 18.
3. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики в 2-х ч. Ч. 2. — М.: Наука, 1969. — 332 с.
4. Кондратюк В.Ф. Формирование понятий «моменты инерции» в технической механике // Материалы научно-практич. конф., посвященной 30-летию инженерно-педагогического образования в Республике Беларусь / БГПА. — Минск, 1994. — С. 77 — 78.

К ВЫБОРУ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ МАШИН С ИМПУЛЬСИВНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ РАБОЧИХ НАГРУЗОК

Коренский В.Ф., Улитин А.А

To a choice of the generalized coordinates of machines with impulsive change of working loadings.

Traditionally the rate of the theory of mechanisms and machines is based on researches of mechanisms in function of the generalized coordinates which change in regular intervals. At impulsive distribution of technological loadings it results in the big errors of calculations. More subject research of machines is offered on the basis of characteristic positions of their main shaft.

Проектирование по курсу «Теория механизмов, машин и манипуляторов» (ТММ и М) предполагает проведение широких исследований кинематических, динамических и других характеристик механизмов в функции обобщенных координат машин.

Согласно существующей методике проектирования по ТММ и М [1], в качестве обобщенных координат принимают угол поворота кривошипа ? несущего (рычажного) механизма и, по сложившейся традиции, указанную координату изменяют равномерно, начиная от полужения механизма, которое является крайним. Однако следование этому правилу ведет к ограничению круга заданий на курсовой проект, поскольку их подбирают так, чтобы технологические усилия, действующие на обрабатывающий инструмент, распределялись на значительной величине его хода, а законы распределения этих усилий были бы, по возможности, монотонными, гладкими [1]-[3]. В этих случаях работу сил-основной показатель их механическо-

го воздействия на машину, с достаточной точностью можно вычислить как интеграл функции приведенного к главному валу машины момента [4]:

$$A = \int M_{np} d\varphi \quad (1)$$

Передаточная функция от главного вала к рабочему звену машины не всегда оказывается линейной, а кроме гладких законов распределения технологических усилий встречаются и импульсивные. Последние характеризуются значительным изменением сил при незначительных перемещениях точек их приложения. В этих условиях необоснованный (механический) выбор обобщенных координат φ , особенно при ограниченном их количестве, может привести к неадекватному отражению в формуле (1) закона изменения полезных нагрузок, т.к. одна часть импульсов может не иметь достаточного количества характеризующих их расчетных точек, другая часть и вовсе не имеет их.

Изложенное позволяет сделать вывод: при проектировании по ТММ и М, с целью более полного