ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ДЕМПФЕРА ЦЕНТРОБЕЖНОЙ УСТАНОВКИ

Крушевский А.Е., Воробьев В.В., Кондратюк В.Ф., Шепель С.Р.

The methods of definition of natural frequencies of resilient circular plate were developed, using variational equation of elementary layer balance.

Одной из главных задач расчета на виброустойчивость является определение полного или неполного спектра частот собственных колебаний конструкции. Знание частот собственных колебаний необходимо как для предотвращения опасного резонанса, так и для изучения вопросов, связанных с возникновением нелинейных колебаний. В настоящее время имеется достаточно литературы, посвященной расчету на вибрационную нагрузку, например, [1] с приведенной там обширной библиографией по данному вопросу. В представленной работе разработана оригинальная методика определения собственных частот демпфера как упругой пластинки.

Для решения поставленной задачи используем вариационное уравнение равновесия элементарного слоя [2]:

$$\frac{d}{dz}\int_A (T\cdot\vec{e}_k)\cdot\delta\ \vec{u}dA-\int_A (T\cdot\cdot\delta\ E)dA+\int_A (\vec{K}-\rho\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2})\cdot$$
$$\cdot\delta\ \vec{u}dA+\oint\frac{\vec{F}_n\cdot\delta\ \vec{u}dS}{\sqrt{1-n_k^2}}=0,$$

где T – тензор напряжений, $\delta\vec{u}$ – вектор возможных перемещений ($\vec{u}$ – вектор перемещений), $T\cdot\cdot\delta\ E$ – бискалярное произведение тензора напряжений на тензор возможной деформации, $\vec{K}$ – вектор объемных сил, ρ – плотность материала демпфера, $\vec{F}_n$ – вектор поверхностных сил, $\vec{e}_k$ – орт оси z, n_k – проекция единичной внешней нормали на ось z;

$$dA=rdrd\theta,\ dS=rd\theta.$$

Структуру упругих перемещений u, w в цилиндрических координатах по оси r (радиальные) и по оси z (вертикальные) строим с помощью степенных рядов:

$$u=\sum_{m=1}^{\infty}r(r^m-R_2^m)U_{m+1}+Cr,$$

$$w=\sum_{m=1}^{\infty}\{[\frac{(R_1^{m+1}-r^{m+1})}{m+1}-R_2^m(R_1-r)]R_1d_zU_{m+1}-$$
$$-\frac{1}{\gamma_2 d_z}[(\gamma m+\gamma+\gamma_2)R_1^m-2(\gamma-1)R_2^m]U_{m+1}\}-\frac{2(\gamma-1)Cz}{\gamma_2}+D.$$

Можно привлечь неголономную связь:

$$G\sum_{m=1}^{\infty}[(\gamma m+\gamma+\gamma_2)(R_2^m-R_1^m)+\gamma_2R_1(\frac{R_1^{m+1}-R_2^{m+1}}{m+1}-$$
$$-R_1R_2^m+R_2^{m+1})d_z^2]U_{m+1}=\sigma_r/_{r=R_2}.$$

Здесь R_1, R_2 – внутренний и наружный диаметры демпфера:

$\gamma=\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}$, $\gamma_2=\gamma-2$, ν – коэффициент Пуассона, G — модуль сдвига; U_{m+1} – обобщенные перемещения; C, D – постоянные; d_z, d_z^2 – дифференциальные операторы (первая и вторая производные по z); $\frac{1}{d_z}$ – интегральный оператор; σ_r – радиальное напряжение.

Если ограничиться лишь одним слагаемым ($m=1$), то получим:

$$u=r(r-R_2)U_2,$$

$$w=[\frac{R_1^2-r^2}{2}-R_2(R_1-r)]R_1d_zU_2-$$
$$-\frac{1}{\gamma_2d_z}[(3\gamma-2)R_1-2(\gamma-1)R_2]U_2.$$

$$\tau_{rz}=G(R_1-r)(R_2-r)d_zU_2,$$

$$\sigma_r=G[(3\gamma-2)(r-R_1)+$$
$$+\gamma_2R_1(\frac{R_1^2-r^2}{2}-R_1R_2+rR_2)d_z^2]U_2,$$

$$\sigma_\theta=G[(3\gamma-4)r-(3\gamma-2)r+$$
$$+\gamma_2R_1(\frac{R_1^2-r^2}{2}-R_1R_2+rR_2)d_z^2]U_2,$$

$$\sigma_z=G[3\gamma_2r+(3\gamma-4)R_2-\frac{\gamma}{\gamma_2}(3\gamma-2)R_1+$$
$$+\gamma R_1(\frac{R_1^2-r^2}{2}-R_1R_2+rR_2)d_z^2]U_2.$$

Возможные перемещения: $\delta u-r$, $\delta w-0$.

Вариационное уравнение при $\vec{K}=\vec{F}=0$:

$$\frac{\partial}{\partial z}\int_{-R_1}^{R_2}\tau_{rz}r^2dr-\int_{-R_1}^{R_2}(\sigma_r+\sigma_\theta)rdr-\rho\int_{-R_1}^{R_2}\frac{\partial^2u}{\partial t^2}r^2dr=0.$$

В результате интегрирования получаем следующее дифференциальное уравнение.

$$[\frac{(5\gamma-9)R_1^5-R_2^5}{20}-\frac{(4\gamma-7)R_1^4R_2+(5\gamma-11)R_2^4R_1}{12}-$$
$$-\frac{\gamma_2R_1^2R_2^2(R_1-2R_2)}{2}]\frac{\partial^2U_2}{\partial\ z^2}-[2(\gamma-1)R_2^3-(3\gamma-2)R_1R_2^2+$$

$$+\gamma \quad R_1^3]U_2+\rho\frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2}(\frac{R_1^5}{5}+\frac{R_2^5}{20}-\frac{R_1^4 R_2}{4})=0.$$

При $z=0$ $w=0$; $\tau_{rz}=0$;
при $z=h$ $\sigma_z=0$; h – толщина демпфера.
Этим условиям удовлетворим при

$$U_2=ACos\frac{\pi(2n-1)}{2h}z \quad Sin(\omega \quad t+\alpha).$$

В результате получаем частотное уравнение для расчета собственных частот ω. В частности, при $R_1=0$ (для сплошного цилиндра):

$$\frac{\rho\omega^2}{G}=\frac{\pi^2(2n-1)^2}{4h^2}-\frac{40(\gamma-1)}{R_2^2}.$$

Условие применимости формулы для сплошной цилиндрической прокладки:

$$h<\frac{\pi(2n-1)R_2}{4\sqrt{10(\gamma-1)}},\ n-номер\ частоты.$$

Приводим результаты компьютерного расчета (см. таблицу) собственных частот демпфера кольцевого сечения при следующих исходных данных:

$$R_1=290мм,\ R_2=530мм,\ h=40мм,$$
$$G=100МПа,\ \nu=0,45,\ \rho=1550кг/м^3.$$

Таблица

Собственные частоты демпфера

Номер частоты, n	Частота $\omega/10^3$	Номер частоты, n	Частота $\omega/10^3$	Номер частоты, n	Частота $\omega/10^3$
1	25,8	4	185	7	343
2	79,0	5	238	8	396
3	132	6	291	9	449

ЛИТЕРАТРА:

1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.) — М.: Машиностроение, 1978. — Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. 1978. — 352 с.
2. Крушевский А.Е. Вариационные методы расчета корпусных деталей машин. — Минск: Наука и техника, 1967. — 228 с.

КРУЧЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ДЕПЛАНАЦИИ СЕЧЕНИЙ (*на примере кратцер-крана*)

Кондратюк В.Ф., Смычник А.Д., Эльхади Саид

The evaluation methods of tensely- deformated state of «kratzer»-crane (mining) upon the displacement error of carts are given here.

На предприятиях ПО «Беларуськалий» для разгрузки-погрузки концентрата калийных удобрений используется кратцер-кран. Нормативный срок службы, определенный заводом-изготовителем (20 лет), превышен. Для гарантирования нормальной дальнейшей эксплуатации крана необходима квалифицированная оценка его технического состояния. Сюда входит как техническая экспертиза с помощью современных диагностических приборов, так и расчетная оценка.

В данной статье предлагается алгоритм определения напряженно-деформированного состояния несущей конструкции (портальной опоры) крана в случае возникновения нештатной ситуациим, например, рассогласования перемещений тележек.

В работе [1] даны формулы для вычисления деформаций кручения стержней (рам) произвольного сечения в первом приближении:

$u=Uyz=Ur^2Sin\theta \quad Cos\theta$ — депланация сечения;

$w_\tau=W_\tau rx$ — трансверсальное перемещение;

$w_\tau/r=W_\tau x$ — угол закручивания произвольного сечения;

$w_r=0$ — радиальное перемещение отсутствует;

$v=-w_\tau Sin\theta=-W_\tau xy$ — составляющая перемещения вдоль оси y; $w=w_\tau Cos\theta=W_\tau xy$ — составляющая перемещения вдоль оси z;