- решение задачи кручения стержня прямоугольного сечения совпадает с точным по наибольшим напряжениям при соотношении сторон больше 1:10; при меньших соотношениях сторон результаты также вполне приемлемы.
- замечена тенденция быстрого уменьшения отклонения результатов расчета с уменьшением толщины стенок в коробчатом сечении при сравнении с приближенным решением.

5. Алгоритм может быть использован в практике оперативной оценки вариантов конструктивных решений при проектировании и модернизации конструкций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кондратюк В.Ф. Оценка жесткости и прочности базовых конструкций горных машин // Горная механика — 1999. — № 3 — 4. — С. 34 — 36.
2. Кондратюк В.Ф., Цыбулько В.А., Сологуб Д.П. К вопросу определения деформаций рам мобильных машин // Межведомственный сб. научно-методических статей / Минск: УП «Технопринт», 2002. — С. 136 — 138.
3. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. — Киев: Наукова думка, 1988. — 736 с.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА УСКОРИТЕЛЯ ДРОБИЛКИ КАК СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Крушевский А.Е., Воробьев В.В., Кондратюк В.Ф., Шепель С.Р.

The formula for the calculation of natural frequency of stone crusher was derived.

Пусть (рис. 1):

φ_1 – угол поворота ротора двигателя;

φ_2 – угол поворота вала, соединяющего ротор с карданом;

φ_3 – угол поворота вала, соединяющего кардан с ускорителем;

φ_4 – угол поворота ускорителя;

J_1 – момент инерции ротора электродвигателя;

J_4 – момент инерции ускорителя.

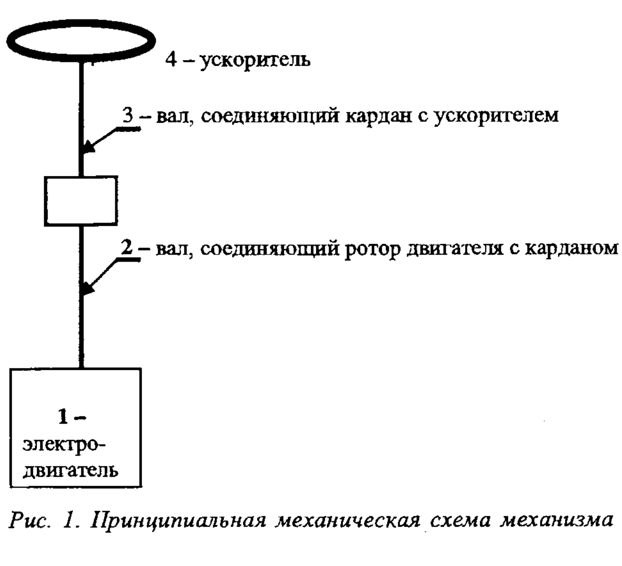

Рис. 1. Принципиальная механическая схема механизма

На основании теоремы об изменении кинетического момента запишем:

$$J_1 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -c_2(\varphi_1 - \varphi_2);$$

$$J_4 \frac{d^2\varphi_4}{dt^2} = -c_3(\varphi_4 - \varphi_3),$$

где c_2, c_3 – жесткости валов *2* и *3* при кручении.

Передаточное число $\frac{\varphi_2}{\varphi_3} = \frac{1}{i_{23}}$ – условие равенства окружных усилий в кардане.

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_4 - \varphi_3} = -\frac{c_3}{c_2} i_{23},$$

где i_{23} – передаточное число кардана, включающего два шарнира Гука:

$$i_{23} = i_{20} / i_{03} = \frac{\cos\alpha_1 / \cos\alpha_2}{(1 - Sin^2\alpha_1 Cos^2\gamma_1)/(1 - Sin^2\alpha_2 Cos^2\gamma_2)},$$

где α_1 – угол между осью вала *2* и осью вилки со шлицами; α_2 – угол между осью вала *3* и осью вилки со шлицами; γ_1 – угол между плоскостью ведущей вилки с плоскостью осей: оси вала *2* и оси вилки со шлицами; γ_2 – угол между плоскостью ведомой вилки с плоскостью осей: оси вала *3* и оси вилки со шлицами.

Итак, имеем систему двух дифференциальных уравнений и двух уравнений связей:

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = -c_2(\varphi_1 - \varphi_2), \; J_4 \frac{d^2\varphi_4}{dt^2} = -c_3(\varphi_4 - \varphi_3);$$

$$\varphi_3 = i_{23}\varphi_2, \; \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{\varphi_4 - \varphi_3} = -\frac{c_3 i_{23}}{c_2}.$$

Разделив первое дифференциальное уравнение на второе, получим:

$$\frac{J_1\ddot{\varphi}_1}{J_4\ddot{\varphi}_4} = -i_{23}.$$

Из второго дифференциального уравнения находим:

$$\varphi_3 = \frac{J_4\ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4.$$

Затем, используя передаточное число, определяем

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_3}{i_{23}} = \frac{1}{i_{23}}(\frac{J_4\ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4)$$

и подставляем в первое дифференциальное уравнение:

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = -c_2[\varphi_1 - \frac{1}{i_{23}}(\frac{J_1\ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4)].$$

В результате исключения углов φ_2 и φ_3 имеем:

$$J_4 i_{23}\ddot{\varphi}_4 + J_1\ddot{\varphi}_1 = 0;$$

$$J_1\ddot{\varphi}_1 + c_2\varphi_1 - \frac{c_2}{i_{23}}(\frac{J_4\ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4).$$

Решение последних уравнений ищем в форме:

$$\varphi_1 = A \quad Sin \quad kt, \; \varphi_4 = B \quad Sin \quad kt.$$

Для нахождения A и B получим систему двух однородных линейных уравнений:

$$J_1 A k^2 + J_4 i_{23} B k^2 = 0,$$

$$A(-J_1 k^2 + c_2) - \frac{c_2}{i_{23}} B(-\frac{J_4 k^2}{c_3} + 1) = 0.$$

Равенство определителя нулю дает нам частотное уравнение:

$$\begin{vmatrix} J_1 k^2 & J_4 i_{23} k^2 \\ -J_1 k^2 + c_2 & \frac{c_2}{i_{23}}(\frac{J_4 k^2}{c_3} - 1) \end{vmatrix} = 0,$$

откуда имеем:

$$\frac{J_1 c_2}{i_{23}}(\frac{J_4 k^2}{c_3} - 1) + J_4 i_{23}(J_1 k^2 - c_2) = 0.$$

Квадрат частоты равен:

$$k^2 = \frac{c_2(1 + \frac{J_1}{J_4\ i_{23}^2})}{J_1(1 + \frac{c_2}{c_3\ i_{23}^2})} = \frac{c_2(i_{23}^2 + \frac{J_1}{J_4})}{J_1(i_{23}^2 + \frac{c_2}{c_3})}.$$

В частности, при $c_2 = i_{23}c_3 = c$, $J_1 = i_{23}^2 J_4 = J$, $i_{23} = 1/3$ имеем:

$$k^2 = \frac{c(1+1)}{J(1+3)} = \frac{c}{2J},$$

что совпадает с решением задачи №14.70 из сборника Колесникова К.С. [2].

Так как $0 \le i_{23} \le \infty$, то $\frac{c_3}{J_4} \le k^2 \le \frac{c_2}{J_1}$, т.е. диапазон изменения собственной частоты механизма находится в пределах:

$$\sqrt{\frac{c_3}{J_4}} \le k \le \sqrt{\frac{c_2}{J_1}}.$$

Момент инерции J_4 значительно больше момента инерции J_1, т.е. момент инерции ускорителя вместе с вращающимися другими деталями и обрабатываемым материалом на несколько порядков больше момента инерции ротора двигателя. Это означает, что собственная частота колебаний механизма в зависимости от углов кардана изменяется в большом диапазоне. В частности, при углах α_1 или α_2 близких к $90°$ собственная частота k весьма незначительная, что является одной из причин возникновения усиленных вибраций механизма при малых оборотах вращения вала *3*. Чтобы увеличить собственную частоту механизма, на основании формулы видим, что нужно уменьшить момент инерции ускорителя и увеличить крутильную жесткость вала ускорителя.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Колесников К.С. Сборник задач по теоретической механике. — М.: Физматгиз, 1983. — 320 с.