

ISSN 0134-9635

Министерство образования Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

**Межведомственный сборник
научно-методических статей**

Основан в 1975 году

Выпуск 17

**Посвящается 70-летию кафедры
«Теоретическая механика» БНТУ**

**Минск
УП «Технопринт»
2004**

УДК [531+621.01:531.8](082)

ББК 22.21я43

30.12я43

Т 33

Редакция сборника

Президиум редакции:

Витязь П.А., Высоцкий М.С., Плескачевский Ю.М., Хрусталеv Б.М.

Международный совет редакции:

Аврейцевич Я., Беляев Г.Я., Гудехус Г., Ивлев Д.Д., Красневский Л.Г.,
Лобода В.В., Мышкин Н.К., Романюк Ф.А., Соломахо В.Л.,
Филонов И.П., Циммерман К., Шелег В.К., Шемякин Е.И.

Редакционная коллегия:

Василевич Ю.В. (зам. председателя), Вихренко В.С.,
Журавков М.А., Корженевская Н.Н. (секретарь), Крушевский А.Е.,
Куликов И.С., Скойбеда А.Т., Чигарев А.В. (председатель)

Теоретическая и прикладная механика: Межведомственный сборник научно-

Т 33 методических статей / — Мн. УП «Технопринт», 2004. –218 с.

ISBN 985-464-563-0

В сборнике содержатся научные и методические работы преподавателей, научных сотрудников вузов и научных учреждений. Включены также материалы, обсуждавшиеся на республиканском научно-методическом семинаре с международным участием «Научно-методические основы применения информационных технологий в преподавании механики и научных исследованиях», посвященном 70-летию кафедры «Теоретическая механика» БНТУ.

Тематика статей сборника охватывает широкий круг вопросов. Рассматриваются различные подходы к внедрению информационных технологий в преподавании курсов «Теоретическая механика», «Механика материалов», «Теория механизмов и машин». Излагаются новые точки зрения на преподавание этих курсов.

Сборник будет полезен для преподавателей вузов, научно-инженерных работников, аспирантов.

УДК [531+621.01:531.8](082)

ББК 22.21я43

30.12я43

ISBN 985-464-563-0

© БНТУ, 2004

© Оформление

УП «Технопринт», 2004

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ

Материалы для публикации в сборнике «Теоретическая и прикладная механика» представляются в редакционную коллегию не позднее 30 сентября текущего года. Материалы должны отвечать следующим требованиям:

— статьи представляются на дискете 3,5 в виде файла (название файла по фамилии автора), набранного в редакторе Word для Windows (размер букв — 12 pt), и в распечатанном виде на белой бумаге формата 210x297 мм, объемом не более 5 страниц через 1 интервал вместе с рисунками, схемами, таблицами, списком литературы. Поля: сверху и снизу — 20 мм, слева 30 мм, справа — 15 мм. Посередине прописными буквами печатается название статьи, через одну строку — фамилии и инициалы авторов строчными буквами. Далее через две строки — текст с абзаца.

— после текста размещается название статьи и аннотация на английском языке (не более 200 знаков).

— затем указывается полное имя, название организации, адрес и телефон автора, с которыми следует вести переговоры.

К 70-ЛЕТИЮ КАФЕДРЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ БНТУ

Чигарев А.В., Горбач Н.И.



История кафедры теоретической механики неразрывно связана со становлением и развитием Белорусского политехнического института — одного из старейших вузов республики. Он был создан 10 декабря 1920 года.

В связи с возникшими трудностями становления и роста, обусловленными

тяжелым экономическим положением страны, отсутствием крупной промышленности в республике 1 июля 1922 года было принято решение о реорганизации института в Белорусский институт сельского хозяйства. На базе промышленных факультетов БПИ были организованы техникумы. В 1933 году правительство Советской Белоруссии решило восстановить политехнический институт и с 1 сентября 1933 года в институте начались занятия.

Кафедра теоретической механики в составе БПИ начала функционировать с 1934 года. У истоков ее создания стоял крупный ученый того времени, профессор Николай Александрович Столяров (1870-1942 г.г.), который заведовал кафедрой до начала Великой Отечественной войны 1941-1945 гг.

Николай Александрович Столяров родился 8 сентября 1870 года в г. Киеве в семье отставного военного. Рано потерял отца. С 13 лет пришлось зарабатывать на жизнь уроками. Учился в Первой Киевской гимназии, затем в Киевском университете на математическом отделении физико-математического факультета.

После окончания университета работал на преподавательской работе в Киевской гимназии, а затем — в политехническом институте.

Научная деятельность началась в 1898 году. В 1914 году он получил звание профессора и возглавил кафедру механики в Харьковском технологическом институте.

В середине 20-х годов профессор Н.А. Столяров уехал на работу в Сибирь в институт черных и цветных металлов г. Кузнецка, где читал лекции по механике и сопротивлению материалов.

В 1934 году он был приглашен администрацией БПИ на должность заведующего кафедрой и переехал в г. Минск.

Профессор Н.А. Столяров был высокообразованным человеком. Он владел многими иностран-

ными языками — греческим, латинским, французским, немецким, английским и частично итальянским.

Им написаны учебники «Аналитическая геометрия» и «Теоретическая механика», ряд научных работ.

22 июня 1941 года для него закончилась последняя в его жизни экзаменационная сессия.

Не успев эвакуироваться из оккупированного немцами Минска, отказавшись от сотрудничества с ними и не имея средств к существованию, он был обречен на голодную смерть. Умер весной 1942 года.

После освобождения г. Минска от фашистских захватчиков и началом работы БПИ в 1945 году была создана объединенная кафедра теоретической механики и теории механизмов и машин. Заведующим кафедрой был избран кандидат технических наук, доцент Федор Капитонович Околковский (1887 — 1965 гг.)

В августе 1954 года из состава этой кафедры выделилась самостоятельная кафедра теоретической механики, заведующим которой был избран кандидат физико-математических наук, доцент Николай Александрович Бессонов (1904-1984 гг.). На момент разделения кафедры в ее составе был 1 доцент (Бессонов Н.А.), 2 старших преподавателя (Ничипорович Ф.В. и Ким А.Х.), 1 ассистент Свистун А.Н. и совместители Миткевич С.П., Ширшов В.М., Халимонович. К началу 1954-1955 учебного года на кафедру были дополнительно зачислены в качестве ассистентов Аксенович Д. А., Прохорова А. Н., Прокураева З. Н. и Григович В. С. Бессонов Н. А. руководил кафедрой до конца 1956-1957 учебного года.

В июле 1957 года он уволился из института в связи с избранием его по конкурсу заведующим кафедрой физики Алтайского института сельскохозяйственного машиностроения и переехал в г. Барнаул.

С сентября 1957 года до июля 1958 года обязанности заведующего кафедрой исполнял кандидат технических наук, доцент А.Х. Ким.

В июле 1958 года заведующим кафедрой был избран замечательный ученый, педагог и методист, доктор технических наук, профессор Геннадий Кузьмич Татур (1902-1979 гг.), который заведовал кафедрой до июля 1963 года. До прихода на нашу кафедру он, с сентября 1939 года по июль 1958 года, заведовал кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов в Криворожском горнорудном институте.

В июне 1963 года заведующим кафедрой был избран талантливый ученый и педагог, кандидат техн. наук, доцент Алексей Харитонович Ким

(1914-1992 гг.), который возглавлял кафедру до июня 1978 года. За это время он подготовил и в июне 1966 года успешно защитил докторскую диссертацию, стал профессором, одним из крупных ученых-реологов страны.

В июне 1978 года на должность заведующего кафедрой был избран кандидат технических наук, доцент Диомар Антонович Аксенович (1930 г. р.), который возглавлял кафедру до апреля 1984 года, а с 1 апреля 1984 года по 1 июня 1991 года кафедрой заведовал кандидат технических наук, доцент Николай Иванович Горбач (1934 г.р.).

В июне 1991 года кафедру возглавил доктор физико-математических наук, профессор Анатолий Власович Чигарев (1941 г. р.).

Лицо кафедры — это ее сотрудники, это научный и профессиональный уровень профессорско-преподавательского состава.

За годы существования кафедры в качестве преподавателей теоретической механики работало и продолжает работать 81 человек, из них по разным причинам в течение непродолжительного времени — до 3-х лет 14 человек.

В составе кафедры за все время было 10 докторов наук, профессоров; кандидатов наук, доцентов — 41 человек, с университетским образованием — 22 человека.

Численный состав кафедры с 7 человек в 1955 г. увеличился до 41 преподавателя в 1983 г., затем с каждым годом число преподавателей сокращалось и в 2003 г. составило 18,5 штатных единиц.

Кафедра комплектовалась в основном за счет выпускников БПИ и других вузов. Так, из числа преподавателей, которые работали в 1980-1990 гг., университетское образование имели 16 % человек.

Это объясняется тем, что на кафедре оставались работать лица, окончившие аспирантуру по кафедре теоретической механики или по другим техническим кафедрам, а это в основном специалисты инженерно-технического профиля.

С приходом в 1989 г. на кафедру профессора А.В. Чигарева к нему в аспирантуру поступают, как правило, специалисты с университетским образованием и после окончания аспирантуры некоторые из них остаются работать на кафедре, что способствует увеличению в преподавательской среде прослойки с базовым университетским образованием, имеющих достаточную физико-математическую подготовку и владеющих вычислительной техникой и программированием.

Это позволило кафедре вести преподавание не только теоретической механики, но и информатики, а также стать выпускающей кафедрой по новой в БНТУ специальности «Компьютерная механика», открытой в 2001 году при машиностроительном факультете.

Научно-исследовательская работа на кафедре формировалась с учетом научных интере-

сов преподавателей, в числе которых, как указывалось выше, специалисты различного профиля. Поэтому на кафедре в НИР наблюдалось многообразие, но тем не менее были сформированы и получили широкое признание в научном мире такие научные направления как реология вязко-пластических и других неньютоновских сред, механика деформируемого твердого тела, механика неголономных систем и, в частности, динамика систем с качением, а также исследования по педагогике учебного процесса в вузе.

Родоначальником научного направления по реологии был Ким А.Х.. Он начал развивать это направление буквально с момента прихода в 1953 году на кафедру на должность ассистента. В 1955 году он защищает кандидатскую диссертацию, а в 1966 году — докторскую. Его исследования были посвящены течению вязко-пластического торфа в различных перерабатывающих устройствах торфяных машин. Под его руководством это направление особенно активно развивалось в 1965-1975 гг. По этому направлению было подготовлено и защищено 14 кандидатских диссертаций, из них 9 — сотрудниками кафедры (Аксенович Д. А., Гринчик И. П., Лапушина Б.И., Несенчук С.В., Козеев М.П., Лембович Н.Б., Пикус Ю.М., Носов В.М., Ящерицин В.П.). Ими опубликовано около 300 научных работ в различных журналах, издано три монографии: А.Х. Ким. Некоторые вопросы реологии вязко-пластических дисперсных систем (1960 г.); Ю.М. Пикус. Гидростатическая смазка вязко-пластичными и вязкими жидкостями (1981 г.); Носов В.М., Шульман З.П. Вращение непроводящих тел в электрореологических суспензиях (1985 г.).

Научное направление по механике деформируемого твердого тела начало формироваться на кафедре в конце 50-х годов (1959 г.). Основоположником его был профессор Татур Г.К. Под его руководством в 1960-1963 гг. в этой области выполняли исследования аспиранты кафедры Левин М.А. и Немцов В.Б., успешно защитившие кандидатские диссертации в 1965 году.

В 1976 году это направление возглавил доцент Крушевский А.Е., который в 1961 году защитил кандидатскую диссертацию, а в 1998 году им была защищена докторская диссертация. В 1999 году решением ВАК республики Беларусь ему присуждена ученая степень доктора физико-математических наук, а в 2001 году он утвержден в ученое звание профессора. Круг его научных интересов — вариационные методы решения задач теории упругости. По этому научному направлению под руководством А.Е. Крушевского подготовлено 10 кандидатов наук, из них 6 сотрудников кафедры — Кондратюк В.Ф., Апанович В.Н., Акимов В.А., Бойко Н.Я., Федута А.А. и Скляр О.Н. и два доктора — Кондратюк В.Ф. и Наумович С.А. Им и его учениками опубликовано более 200 научных работ в различных журналах, изданы две монографии, в том

числе, Крушевский А.Е. Вариационные методы расчета корпусных деталей машин (1967 год), Апанович В.Н. Метод внешних конечно-элементных аппроксимаций (1991 год).

С приходом в 1978 году на кафедру доктора технических наук, профессора Г.Ф. Ершова под его руководством в рамках этого научного направления начали проводиться теоретические и экспериментальные исследования по расчету стержней, пластин и оболочек. В результате выполненных исследований разработана методика изучения вынужденных колебаний сплошной сферической оболочки при произвольном характере внешних нагрузок, произведен расчет влияния нагрева на НДС сферической оболочки, разработана методика оценки отверстий различного типа на НДС сферических, конических и овальных оболочек, а также методика расчета стержневых пространственных каркасов. Проводимая работа имела межвузовский республиканский характер, т. к. при решении ряда задач принимали участие некоторые сотрудники кафедры строительной механики, сопротивления материалов и математики БПИ, Гомельского политехнического и Могилевского педагогического институтов. За период с 1978 года по 1990 год по данному направлению опубликовано более 120 статей и тезисов докладов, подготовлено 2 кандидата технических наук — Тавгень И.А. и Андреев С.Ф.

В 1991 году направление по механике деформируемого твердого тела возглавил доктор физико-математических наук, профессор А.В. Чигарев, оно стало приоритетным и получило дальнейшее развитие. В рамках этого направления проводятся такие фундаментальные исследования как прямые и обратные задачи теории распространения волн в неоднородных средах, накопление повреждений и разрушений твердых неоднородных сред, синергетические эффекты в механике неоднородных сред (самоорганизация, хаос).

Исследования профессора Чигарева А.В. посвящены теории упругости неоднородных сред и наиболее полно отражены в его монографиях «Распространение волн в вязко-упругих средах» (1978 г.) и «Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред» (2000 г.), а также в докторской диссертации «Динамическое деформирование структурных неоднородных упругих сред», которая успешно была защищена в 1986 году.

Под его руководством по данному научному направлению подготовлено и защищено 11 кандидатских (Чепелев Н.И., Бестужева Н.П., Поленов В.С., Петкун С.Э., Миклашевич И.А., Троян Г.М., Дрозд С.Г., Ботогова М.Г., Рафеенко Е.Д., Смалюк А.Ф., Беляцкая Л.Н.) и 3 докторские (Михасев Г.И., Кравчук А.С., Поленов В.С.) диссертации и готовы к защите еще две докторские диссертации; опубликовано более 300 научных работ в отечественной и зарубежной печати, выполнено 20 научно-исследовательских работ.

С 1992 года и по 2001 год по данному научному направлению работал ученый совет по защите кандидатских и докторских диссертаций, на котором за 10 лет защищено 12 докторских и 16 кандидатских диссертаций. В настоящее время под руководством проф. А.В. Чигарева обучается 3 аспиранта, один соискатель и один докторант.

Научное направление по механике неголономных систем своим возникновением и развитием обязано канд. техн. наук, доценту М.А. Левину, которым он начал заниматься с середины 60-х годов. Теоретические исследования по динамике систем с качением развиты именно в его работах, число которых составило порядка 70, среди них монография: М.А. Левин. Теория качения деформируемого колеса (1989 г.).

По совокупности выполненных в этой области работ им была написана в 1990 г. и успешно защищена докторская диссертация. Решением ВАК в 1991 г. ему была присуждена ученая степень доктора технических наук, а в 1993 г. он был утвержден в ученом звании профессора.

Исследования в области педагогики учебного процесса в вузе были начаты в 1976 году под руководством профессора Г.К. Татура, а с 1979 г. продолжены под руководством доцента Н.П. Имашевой. Под их руководством выполнены большие исследования по междисциплинарным связям, по определению содержания обучения и повышению эффективности учебного процесса. По данному научному направлению в разное время работало до 20 преподавателей, из них порядка 15 — преподаватели кафедры теоретической механики.

В 1981-1985 гг. и 1986-1990 гг. кафедра по данному направлению являлась головной в БПИ. Сотрудниками кафедры по этой проблеме опубликовано в различных научно-методических изданиях и сборниках тезисов около 100 работ.

Обобщенные данные по научно-исследовательской работе за период с 1954 г. по 1994 г. были подготовлены в связи с 60-летием кафедры.

Приведем некоторые из них:

1. Издано научных монографий — 7.
2. Опубликовано статей в различных журналах и сборниках — 1330.
3. Сделано докладов на конференциях республиканского и выше уровнях — более 300.
4. Получено авторских свидетельств на изобретения — 110.
5. Под руководством сотрудников кафедры подготовлено 43 кандидата и 2 доктора наук.
6. Выполнено хозяйственных договоров — 27.

Первый хоздоговор на кафедре был выполнен в 1969 г. под руководством доц. Крушевского А.Е.

Следует отметить, что последнее десятилетие характеризуется большой насыщенностью различными мероприятиями, проводимыми по инициативе кафедры, в области НИР.

Так, в 1992 г. были утверждены и начали работать специализированные Советы по механике твер-

лого деформируемого тела по защите кандидатских диссертаций на соискание ученых степеней канд. техн. и физ.-мат. наук и по защите докторских диссертаций на соискание ученой степени докт. физ.-мат. наук. Проведены два Белорусских конгресса по теоретической и прикладной механике (1-ый — в 1995 г. и 2-ой — в 1999 г.), международные конференции «Вибрация и волнь» (Минск, 1993 г.) и «Экологическое моделирование и оптимизация в условиях техногенеза» (Солигорск, 1996 г.). Работает научный семинар «Динамика и прочность неоднородных сред». Преподаватели и аспиранты кафедры участвуют в ежегодных международных научно-технических конференциях, проводимых в БНТУ. Издаются сборники докладов, представляемых на указанные конгрессы, конференции и семинары.

Установлены тесные научные связи кафедры с ведущими учеными и научными заведениями в России: Москва (МГУ), Самара (СГУ), Воронеж (ВГУ), Санкт-Петербург (СПбГУ), Челябинск (ЧГУ, ЧГПУ), Новосибирск (ИГД, ИТПМ), Владивосток (ИПАиУ);

- в Польше: Лодзь (политехника), Краков (АГМ, университет), Щецин (ААТ), Пюцк (политехника);
- в Германии: Карлсруэ (университет), Потсдам (институт геофизики), Штутгарт (университет);
- в Литве: Каунас (политехника);
- в Украине: Днепрпетровск (университет), Киев (Институт механики АН).

Создана при кафедре научная лаборатория, которая финансируется за счет внебюджетных средств (научный руководитель проф. Чигарев А.В.). За последние 10 лет лабораторией выполнены такие работы, как прикладные исследования: в области энерго- и ресурсосбережения, автотракторостроения (рекуперация энергии в машинах циклического действия, шумовиброизоляция кабины трактора и салона автобуса); технологического оборудования (планетарная мельница для интенсивного сверхтонкого помола, двухшахтная печь), исследование изостатического прессования керамических материалов и др.

С 1995 г. издано 8 монографий:

1. Журавков М.А., Смычник А.В. Проектирование геомониторинговых систем для регионов крупномасштабного освоения подземного пространства. —Мн.: —Изд-во БелАБЖ, 1997. —189 с.
2. Журавков М.А., Мартыненко М.Д. Сингулярные решения и интегральные уравнения механики деформируемых тел.—Мн.: БГУ, 1999. —358 с.
3. Кравчук А.С., Чигарев А.В. Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами. Мн.: Технопринт. 2000. —198 с.
4. Наумович С.А., Крушевский А.Е. Биомеханика системы зуб-периодонт. —Мн.: 2000. —132 с.

5. Чигарев А.В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред. Мн.: УП «Технопринт». 2000. —426 с.
6. Миклашевич И.А. Микромеханика разрушения в обобщенных пространствах. Мн.: Логвинов, 2003. —208 с.
7. Тавгень И.А. Дистанционное обучение: опыт, проблемы, перспективы. Мн.: БГУ, 2003. —218 с.
8. Акимов В.А. Операторный метод решения задач теории упругости. Минск: УП «Технопринт», 2003. —101 с.

Особое внимание на кафедре постоянно уделяется учебно-методической работе. Кафедра вела учебный процесс на всех специальностях дневной, вечерней и заочной форм обучения. В настоящее время учебный процесс ведется на 49 специальностях и специализациях десяти факультетов. Основная дисциплина — «Теоретическая механика». В течение последних пяти лет ведется также преподавание для студентов МСФ дисциплины «Информатика», а с сентября 2003 г. — дисциплина «Дискретная математика». Проводится также работа по подготовке рабочих программ, текстов лекций и других методических материалов по ряду новых дисциплин для специальности «Компьютерная механика». По этой специальности наша кафедра определена в качестве выпускающей.

Подготовлен и внедряется ряд спецкурсов. Были прочтены такие спецкурсы, как «Электромеханические аналогии в теории колебаний» доц. Н.Н. Буткевич, «Механика жидкости и газов» доц. Е.Н. Ламбина, «Динамика и прочность машин» проф. А.В. Чигарев, «Вариационные принципы в механике» проф. А.Е. Крушевский, «Физические эффекты при обработке материалов», «Оптимизация композиционных материалов» проф. Ю.В. Василевич, «Технологическая пластичность» и др. Для студентов приборостроительного факультета специальности «Медицинские приборы» читается спецкурс «Биомеханика», по которому издано учебное пособие (автор А.В. Чигарев).

С середины 80-х годов началось внедрение вычислительной техники в учебный процесс. Были приобретены программируемые микрокалькуляторы МК-61, вычислительные машины ДВК, которые широко использовались при проведении практических занятий, при выполнении РГР. Освоение этой, по тем временам вполне прогрессивной и достаточно простой техники, было поручено инженерам кафедры С.И. Романчуку, А.С. Ковене, А.Л. Кухареву. С.И. Романчуком были составлены программы для решения системы линейных уравнений с помощью МК-61, проведены занятия с преподавателями по их применению. Инженер А.Л. Кухарев прекрасно владел составлением программ на языке Бэйсик и работой на ДВК. Работу на этих машинах после окончания курсов освоил также инженер А.С. Ковеня. Были оборудованы две спе-

специализированные аудитории для проведения занятий со студентами с применением МК-61 и ДВК. Занятия с применением МК-61 успешно проводили доценты Н.П. Имашева, Н.Н. Корженевская, ст. преподаватель Э.А. Орешко и др.

Многие преподаватели в 1985-90 гг. прошли подготовку на ФПК по применению ЭВМ и программированию на языках Бэйсик и Фортран. Были разработаны и внедрены в учебный процесс контрольно-обучающие программы ст. преподавателями Ю.А. Гурвичем (по кинематике) и Ф.И. Подгайским (по статике), освоена работа и программирование задач механики на ЭВМ доцентами М.А. Левиным, В.М. Носовым, В.Н. Апановичем, ст. преподавателем В.А. Акимовым и др. В.Н. Апанович и В.А. Акимов проводили занятия со студентами и выполняли научно-исследовательскую работу с применением более современных машин Минск-22, владели программированием на Фортране.

С появлением в последние годы персональных компьютеров, возможности применения ЭВМ в учебном процессе значительно расширились. Сейчас на кафедре имеются два класса, оснащенные персональными компьютерами, которые используются как в учебных целях, так и для НИР, а также для подготовки к изданию различных учебно-методических пособий, монографий и т.п.

Основными направлениями научно-методической и учебно-методической работы являются:

1. Подготовка и издание учебников и учебных пособий.
2. Подготовка и издание методических пособий и других методических материалов, а именно:
 - а) методические пособия для заочной формы обучения,
 - б) методические пособия для вечерней формы обучения,
 - в) методические пособия для организации индивидуальной и самостоятельной работы студентов дневного отделения,
 - г) методические пособия для контроля знаний студентов,
 - д) методические пособия по применению ЭВМ в учебном процессе,
 - е) методические пособия для комплексного преподавания теоретической механики и смежных дисциплин,
 - ж) методические материалы и конкурсные задания олимпиад по теоретической механике.
3. Разработка опросных карточек, тестов для контроля знаний и контролирующие-обучающих программ.
4. Разработка программ для решения задач механики с применением ЭВМ.
5. Разработка заданий для расчетно-графических и курсовых работ.

6. Разработка и внедрение в учебный процесс различных ТСО.

Издательская деятельность кафедры относится к началу 60-х годов.

За период с 1960г. по 1994 г. издано 3 учебных и 88 учебно-методических пособий.

Наиболее плодотворно работали в этот период по подготовке к изданию методических пособий доценты Носов В.М. (14/70,5), Имашева Н.П. (15/12,9), Глубокая Э.Э. (14/16,6), Горбач Н.И. (14/11,6), Лапушина Б.И. (13/9,9), Гринчик И.П. (8/5,8), Богинская Т.Ф. (10/9,2), Гецевич Э.Г. (7/7,9) (в знаменателе — количество печатных листов).

Особенно активизировалась издательская деятельность сотрудников кафедры в последнее время. Так, если за период с 1995 г. по 1999 г. включительно издано 18 учебно-методических и учебных пособий общим объемом 1800 стр., то в 2000-2003 гг. таких пособий издано 26 общим объемом около 4700 стр..

Многие из этих пособий изданы с грифом Минвуза. Среди них:

1. Носов В.М. Программирование на персональных ЭВМ задач теоретической механики: Учебное пособие. Мн.: Арвест-Н-Технопринт, 1997. —376 с.
2. Алехнович Г.Н., Богинская Т.Ф., Василевич В.Д. и др. Руководство к решению задач по теоретической механике. Учебно-метод. пособие для студентов всех форм обучения. Мн.: БГПА, 1997. —88 с.
3. Беляева Г.И., Миткевич С.И., Дрозд С.Г., Куликов И.С. Исследование методов решения задач по теоретической механике Часть 1. Статика. Мн.: БГПА, 1999. —102 с.
4. Федута А.А., Чигарев А.В., Чигарев Ю.В. Теоретическая механика и математические методы. Мн.: Технопринт, 2000. —500 с.
5. Чигарев А.В., Акимов В.А., Горбач Н.И. и др. Под редакцией А.В. Чигарева. Сборник конкурсных задач олимпиад по теоретической механике 1981-1998 гг. с анализом их решений. Мн.: Технология, 2000. —281 с.
6. Носов В.М. Практическое использование САВ REDUCE (на примерах теоретической механики): Уч. пособие// Под общей редакцией д.ф.-м. наук, проф. В.И.Стражева. Мн.: Технопринт, 2000. —192 с.
7. Сборник задач по теоретической механике с решением. Статика. Кинематика: Учеб. пособие. В 2ч. Ч.1,2/В.А.Акимов, О.Н.Скляр, А.А.Федута, А.В.Чигарев. -Мн.: УП «Технопринт», 2001. —364 с.
8. Чигарев А.В., Кравчук А.И., Кравчук А.С. Основы системы Mathematica 4. 0. Задачи и решения: Учебное пособие Мн.: «Технопринт», 2002. —150 с.
9. Носов В.М. Практическое использование на персональном компьютере численных и ана-

литических методов в курсе теоретической механики: Учебное пособие// Под общей редакцией д.ф.-м. наук, проф. В.И.Стражева. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. –376 с.

10. Чигарев А.В., Михасев Г.И. Биомеханика: Учебное пособие. –Мн.: УП «Технопринт», 2003. –306 с.
11. Носов В.М.. DERIVE. WORD. Практическая работа на ПК (на примерах теоретической механики и математики): Учебное пособие// Под общей редакцией д.ф.-м. наук, проф. В.И.Стражева. – Мн.: УП «Технопринт», 2003. –528 с.

Кафедрой также подготовлено 7 электронных учебников, зарегистрированных в Государственном регистре информационных ресурсов РБ:

1. Носов В.М. Программирование на персональных ЭВМ задач теоретической механики: Электронный учебник. – Мн.: Электронное издание: регистрационное свидетельство № 1180300285, 2004.
2. Носов В.М. Практическое использование САВ REDUCE (на примерах теор. механики): Электронный учебник. // Под общей редакцией д.ф.-м. наук, проф. В.И.Стражева. – Мн.: Электронное издание: р.с. № 1180300281, 2004.
3. Носов В.М. Практическое использование на персональном компьютере численных и аналитических методов в курсе теоретической механики: Электронный учебник. // Под общей редакцией В.И.Стражева. – Мн.: Электронное издание: р.с. № 1180300283, 2004.
4. Носов В.М. DERIVE. WORD. Практическая работа на ПК (на примерах теор. механики и математики): Электронный учебник. // Под общей редакцией В.И.Стражева. – Мн.: Электронное издание: р.с. № 1180300282, 2004.
5. Носов В.М. Word для студента: Электронный учебник. – Мн.: Электронное издание: р.с. № 1180300279, 2004.
6. Носов В.М. Windows 95/98/Me/XP для студента: Электронный учебник. – Мн.: Электронное издание: р.с. № 1180300280, 2004.
7. Носов В.М. Практическое использование систем компьютерной математики: Электронный учебник. // Под общей редакцией д.ф.-м. наук, проф. В.И.Стражева.– Мн.: Электронное издание: регистрационное свидетельство № 1180300284, 2004.

Наиболее плодотворно работали в этот период по подготовке к изданию учебно-методических и учебных пособий профессор Чигарев А.В., доценты Акимов В.А., Беляцкая Л.Н., Беляева Г.И., Богинская Т.Ф., Кравчук А.С., Носов В.М., ст. преподаватель Селицкая Е.С. и другие.

Во всей работе кафедры одной из важнейших является, как и для любого трудового коллектива, организационная работа. Для кафедры — это орга-

низационно-методическая и организационно-учебная работа. И от того, как поставлена эта работа на кафедре, зависят не только достигнутые результаты, но и качество в целом всего учебного процесса и качество подготовки специалистов.

Учебный процесс не только должен быть хорошо организован, обеспечен различного рода методическими материалами, техническими средствами обучения, он должен быть и хорошо контролируемым, должна быть налажена тесная связь с выпускающими и общетехническими кафедрами и деканатами, студенты которых изучают дисциплины, преподаваемые кафедрой.

Безусловно, такой объем организационной работы не под силу одному заведующему кафедрой, в чьи функции это, несомненно, входит. Поэтому решением кафедры назначаются ответственные за определенные участки работы: секретарь кафедры, заместители заведующего по учебно-методической и научной работе, председатель методической комиссии и т.д.

Отмечая юбилейную дату в истории кафедры, нельзя не вспомнить тех преподавателей, которые кроме своей основной учебной работы, выполняли и выполняют эту общественную нагрузку.

Это ст. преподаватель А.Н. Свистун, который много лет был секретарем кафедры. Ему приходилось вести протоколы заседаний кафедры, распределять учебную нагрузку среди преподавателей, составлять расписание занятий, организовывать замены, составлять отчеты по итогам сессий и т.п. Впоследствии в разные годы непродолжительное время секретарями кафедры были доц. Козеев М.П., ст. преподаватели Э.А. Орешко, И.Ф. Шидловский, П.М.Брехунец, доц. Е.Д. Рафеенко, в обязанности которых входило в основном ведение протоколов заседаний кафедры.

Это заместители по учебной работе заведующих кафедрой доценты Ф.В. Ничипорович, С.П. Миткевич, И.М. Гринчик, Ю.Г. Горбутович, Т.Ф. Богинская, которая выполняет эту работу в течение почти последних пятнадцати лет.

Это председатели методической комиссии доценты А.А. Узилевская, Э.Э. Глубокая, ответственные за заочное обучение доценты Э.Г. Гецевич, Г.И. Беляева, стараниями которых много сделано по организации учебной работы со студентами-заочниками.

Заведующему кафедрой А.В. Чигареву и его заместителю по учебной работе Т.Ф. Богинской пришлось начинать исполнение своих обязанностей в непростое для кафедры и института время. Развал бывшего СССР обусловил тяжелое экономическое положение в нашей Республике, а это в свою очередь отразилось на финансировании учебной и научно-исследовательской работы, потребовалась перестройка учебного процесса, деканатам и выпускающим кафедрам было дано право разрабатывать новые типовые и рабочие учебные планы, в кото-

рых с целью экономии финансовых средств не предусматривались часы на некоторые виды учебной работы или были значительно сокращены, что привело к уменьшению учебной нагрузки по кафедре, а, следовательно, потребовалось сокращение численности профессорско-преподавательского состава и этот вопрос до сих пор ежегодно встает перед руководством кафедры. Нужно было организовывать учебный процесс в новых условиях, решать финансовые и кадровые вопросы, что не всегда было безболезненным.

Несмотря на эти трудности, кафедра в течение последних десяти лет уверенно занимала лидирующее положение среди общетехнических кафедр института по многим видам работы, в чем немалая заслуга заведующего кафедрой профессора А.В. Чigareва и заместителя заведующего кафедрой доцента Т.Ф. Богинской.

В обеспечении учебного процесса необходимыми методическими материалами, техническими средствами обучения большую помощь оказывает учебно-вспомогательный персонал кафедры. Продолжительное время работали заведующими лабораторией кафедры А.М. Фельдман, В.К. Штемплук, которая сейчас работает на кафедре в качестве инженера I категории. За годы их работы в указанной должности кафедра была оснащена различными приборами, моделями механизмов, плакатами и другими наглядными пособиями. Хорошо себя зарекомендовала на этой должности Л.Н. Беляцкая, которая после окончания БГУ была распределена на кафедру в качестве инженера, затем была переведена на должность зав. лабораторией, а после защиты кандидатской диссертации и присвоения ей ученой степени к.ф.-м.н. перешла на преподавательскую работу и сейчас, работая в должности доцента, успешно руководит лабораторией кафедры. Под ее руководством и при ее личном участии подготовлено к изданию большинство учебных пособий, монографий и различных методических материалов, отчетов и т.п..

С большой теплотой отзываются преподаватели о работе инженеров I категории: А.А. Белько, И.А. Войтовой, О.В. Курановой, Н.В. Макаревич, техников: Е.В. Аграшонок, Е.В. Астапенковой, инженера-программиста А.Ф. Евглевской и всегда благодарны им за помощь, которую они оказывают при подготовке к изданию учебных пособий и монографий.

За время существования кафедры ее сотрудникам кроме учебной, научно-методической и научно-исследовательской работы приходилось выполнять другие виды различных работ как связанных с указанными выше работами, так и не имеющими к ним прямого отношения.

К числу таких работ следует отнести организацию и проведение олимпиад по теоретической

механике. В проведение этой работы кафедра включилась во второй половине 70-х годов. С 1981 года начал проводиться III (Всесоюзный) тур олимпиады. В этом туре приняла участие и команда Белорусской республики в составе трех человек, в которую входил и студент нашего института Халепкий А.Н.. По итогам этого тура команда БССР заняла тогда третье место.

В 1981-85 г.г. третий тур проводился в Ижевске на базе кафедры теоретической механики Ижевского механического института и ежегодно команда БССР принимала в нем участие. Бессменным руководителем делегации Белорусской республики на этом туре была канд. техн. наук, доцент Лапушина Б.И.

Начиная с 1982 года и по настоящее время кафедра является базовой по проведению II (Республиканского) тура олимпиады, а с 1986 г. и включительно по 1990 г. кафедра являлась базовой по проведению III (Всесоюзного) тура.

В течение этих пяти лет почти каждый сотрудник кафедры был причастен к подготовке и проведению этого тура, однако основная работа ложилась на плечи ответственного секретаря оргкомитета доц. Лапушину Б.И. и ответственного секретаря жюри доц. Ламбину Е.Н. Со всей ответственностью к этому делу относились председатель жюри и составитель ряда задач профессор Ким А.Х., ответственный за подготовку команды доцент Левин М.А. и многие другие.

В течение этих десяти лет команда республики Беларусь на III туре занимала один раз второе место (1986 г.), 2 раза 3-е место (1981 г., 1982 г.), 3 раза 4-е место (1984 г., 1988 г., 1990 г.), 5-ое место в 1983 г., 6-ое — в 1987 и 1989 г.г. и в 1985 г. — 10-ое место. По итогам последних пяти лет (1986-1990 г.г.) команда БССР занимала 4-ое место.

С 1991 года III тур начал проводиться на базе кафедры теоретической механики Пермского политехнического института. Это был последний год, когда приняли участие в III туре делегации семи союзных республик (РСФСР, Украины, Белоруссии, Узбекистана, Таджикистана, Туркмении и Азербайджана).

В последующие годы, начиная с 1992 г. и по настоящее время, связь между вузами двух братских республик России и Беларуси не прекратилась, несмотря на развал СССР, и ежегодно студенты-призеры Белорусских олимпиад участвуют во Всероссийских и Российских региональных олимпиадах, а студенты вузов России — в Белорусских открытых республиканских олимпиадах.

Большая заслуга в установлении этих творческих связей принадлежит доценту нашей кафедры Складар О.Н.

Кафедра явилась инициатором издания сборника научных статей «Теоретическая и прикладная механика», первое издание которого вышло в 1973 году под редакцией профессора Кима А.Х.. В

нем были опубликованы статьи только сотрудников кафедры. В последующие годы этот сборник стал межвузовским республиканским и издавался вплоть до 1991 года. Бессменным главным редактором сборника был профессор Ким А.Х. В 2002 г. возобновлено издание этого сборника и ему придан статус межведомственного.

Начиная со второй половины шестидесятых годов и почти до половины восьмидесятых кафедра являлась базовой по организации и проведению Республиканского научно-методического семинара по теоретической механике. Руководителем семинара в 1970-1982 г.г. был профессор А.Х. Ким, а ученым секретарем доц. Н.Б. Лембович. Затем было создано научно-методическое объединение преподавателей кафедр теоретической механики и теории механизмов и машин, которое до 1992 года в течение примерно 10 лет возглавлял профессор Ротт Л.А. (кафедра теоретической механики БТИ), а с 1992 года это объединение было вновь преобразовано в Республиканский научно-методический семинар преподавателей кафедр теоретической механики, ТММ, сопротивления материалов вузов РБ, которое возглавляет профессор Чигарев А.В., а ученым секретарем является доцент Корженевская Н.Н.

С 1975 г. по 1985 г. профессор Ким А.Х., а с 1985 г. по 1991 г. доцент Горбач Н.И. наряду с проф. Роттом Л.А. входили в состав научно-методического совета по теоретической механике при Минвузе СССР от Белоруссии. В 1969 г. на базе нашей кафедры был проведен Пленум этого научно-методического совета, в работе которого принимали участие академик Ишлинский Ю.Ю., видные ученые и педагоги Тарг С.М., Яблонский А.А. и др.

Ученые кафедры профессора Татур Г.К. и Ким А.Х. принимали активное участие в работе Спе-

циализированного Совета по защите диссертаций при БПИ.

Профессор Татур Г.К. более 10 лет был заместителем председателя Совета, а доцент Аксенович Д.А. с 1972 г. по 1982 г. был ученым секретарем этого Совета.

Начиная с конца 60-х годов сотрудниками кафедры проводилась и проводится большая работа по вовлечению студентов в научно-исследовательскую работу. Ежегодно работают научные кружки, проводятся студенческие научно-технические конференции, лучшие студенческие работы представляются на Республиканский конкурс.

Большую активность и заинтересованность проявлял весь профессорско-преподавательский состав в работе методологического семинара по проблемам науки и общественно-политической жизни. Наиболее активно этот семинар работал с середины 60-х годов и вплоть до 1990 года.

Нельзя не отметить и такую важную в этот период работу, как общественная работа. В то время каждый сотрудник кафедры имел какое-либо одно или несколько поручений, выполняемых на общественных началах.

Начиная с 1952 года и по 1991 год, ежегодно преподаватели кафедры участвовали в сельхозработах, в основном являясь руководителями студенческих групп, направляемых в колхозы для оказания помощи в уборке картофеля и других сельскохозяйственных культур.

Свой 70-летний юбилей коллектив кафедры встречает с хорошими успехами в работе, в творческом расцвете способностей молодых преподавателей и с глубокой благодарностью ко всем, кто своим знанием, своим опытом, своим педагогическим мастерством отдавал и отдает делу подготовки высококвалифицированных инженерных кадров.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ПАРАДИГМА СОВРЕМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

Чигарев А.В., Чигарев Ю.В.

The contemporary conception of an education and a science is considered. The basic of this conception is synergetic paradigm which proposes the system method for a consideration of the problems of education and science. This method is proposed for the construction of course of theoretical mechanics. We propose to study more general laws and principles of mechanics, then applications for solid body. Which

construction of the course allows to consider a stability of systems, nonlinear vibration and other contemporary problems in theoretical mechanics.

Декларация ЮНЕСКО провозглашает в качестве основного направления в развитии высшего образования в XXI веке системный, междисциплинарный подход.

Как известно, еще в Древней Греции существовало два подхода к построению картины окружающего мира.

Идеи Платона, положившие начало редукционистскому подходу [1], получили широкое развитие, начиная с Галилея и Ньютона. Современная технологическая цивилизация базируется именно на парадигме редукционизма, в основе которой лежат представления об окружающем мире как движущейся материи, состоящей из отдельных тел, частиц, полей. Эти части обладают индивидуальными свойствами и подчиняются законам, получаемым на основе математических моделей изучаемых явлений.

Аристотелева система мира считала, что в процессах, протекающих в окружающей человека среде, целое важнее его составляющих. Аристотель утверждал, что мир представляет собой иерархическую систему, в которой низшие формы подчиняются высшим, т.е. находятся в динамической взаимосвязи.

Аристотелев подход называется холистическим [1] (целостным, глобальным) ориентирует исследователей на изучение системного явления и рассматривает каждое явление не как простую сумму составляющих, а выдвигает на первое место связи и взаимодействия между частями целого как общей системы.

Аристотелева парадигма господствовала до Галилея и Ньютона и была постепенно вытеснена из науки как схоластическая под влиянием технических успехов, основанных на парадигме редукционизма. Победное шествие ньютоновских идей на протяжении 300 лет привело к тому, что получено и накоплено колоссальное количество специальной информации в различных узких областях.

Однако в силу диалектики чрезмерно большое количество частных результатов приводит к информационному голоду в разных областях знаний. Надежды на то, что компьютеры помогут в решении информационных проблем пока не оправдываются, так как компьютер оперирует огромным количеством данных, создавая иллюзию всеохватности изучаемой проблемы. На самом же деле компьютер может способствовать тиражированию деталей и частных, придавая им важную роль.

Известный специалист в области кибернетики С. Бир считает, что чрезмерно подробные данные представляют собой современную разновидность загрязнения окружающей среды [2,3]. Чрезмерная надежда на компьютер в на-

уке и образовании ведет к формированию кнопочного мышления [4].

К настоящему времени в научных и преподавательских кругах развитых стран укрепляется понимание того, что путь узкой специализации ведет с одной стороны к информационному загрязнению окружающей среды, с другой к информационному голоду в сфере идей общего, систематизирующего, объединяющего характера.

В настоящее время становится все более актуальной разработка новой парадигмы в науке и образовании, которая позволила бы создать мировоззренческий фундамент для множества специальностей и специализаций. В последние годы логика развития науки привела к тому, что в ней достаточно интенсивно идут интеграционные процессы, базирующиеся на принципах синергетики, введенной Г. Хакеном [5]. Однако эти процессы в силу естественной инерционности образования еще не находят своего отражения в учебниках, особенно школьных, перегруженных избыточной специальной информацией. В курсах общего характера также пока мало встречаются обобщающие идеи, основанные на синергетических принципах.

Необходимо отметить, что в учебной литературе для студентов новые идеи и подходы уже развиваются, в том числе и в учебниках по теоретической механике [6-9]. За рубежом, особенно в западных странах и России растет количество литературы, в том числе учебной, в которой делаются попытки изложения синергетической концепции, как фундамента современной науки и образования. Применение этой концепции позволяет в терминах единого языка излагать проблемы естествознания, гуманитарных наук, инженерии [4].

Применение единой синергетической концепции в образовании требует по-новому осмыслить изложение фундаментальных дисциплин: математики, механики, физики, химии, биологии, геологии. Базирующиеся на научном фундаменте инженерные и прикладные науки также будут менять подходы к изложению вопросов решения инженерных проблем. Идеи самоорганизации, хаотической и фрактальной динамики уже проникли в инженерно-техническую и в социально-гуманитарную среды [10].

Существенно то, что видимо постепенно будет происходить коренное изменение содержания учебного процесса на основе новой концепции и на этой базе должны разрабатываться новые информационные технологии. Эта работа уже ведется в ведущих научно-образовательных центрах Запада, Азии, России и других стран.

Теоретическая механика является базовой дисциплиной, где студент впервые знакомится

с простейшими моделями реального мира. В традиционном классическом изложении теоретической механики для инженеров деление на разделы «Статика», «Кинематика», «Динамика» с точки зрения студентов равноценно. Однако с точки зрения механики в разделах «Статика», «Кинематика» механика как физическая наука отсутствует. Эти разделы принадлежат векторной геометрии. Сам по себе расчет статических и кинематических величин мало, что дает для общего развития физического и математического мышления студента. Вследствие той же традиции в динамике читается в основном векторная динамика, в меньшей степени аналитическая. Нелинейная динамика, теория устойчивости, составляющие физико-математический формализм синергетики, практически не затрагиваются. Однако в современном машиностроении, приборостроении и энергетике проблемы нелинейных колебаний, их устойчивость стоят весьма актуально [11].

С этой точки зрения мы хотели бы предложить одну из возможных концепций построения учебника по теоретической механике. Цель учебника дать базовые, фундаментальные законы как основу для решения прикладных, инженерно-технических задач. Наиболее общий научно-обоснованный подход можно развить на базе вариационных принципов, например, принцип Гамильтона-Остроградского, который позволяет получить уравнение Лагранжа II рода точки, системы, твердого тела. Этот подход для получения моделей механики сплошных сред развивали на Западе и в СССР (Л.И. Седов).

Другой подход, ближе к традиционному, состоит в том, что формулируются аксиомы Ньютона для точки и системы, основные задачи динамики (прямая, обратная, смешанная). Тогда статика рассматривается как частный случай обратной задачи динамики, когда закон движения (покой, равновесие) задан, требуется определить силы, реализующие этот закон, то есть решать задачи векторной статики. Величины, которые фигурируют в левой части уравнений Ньютона (радиус-вектор, скорость, ускорение) рассматривать в геометрии движения (кинематике). Далее формулируются основные законы движения динамики в векторной форме и дифференциальные и интегральные вариационные принципы механики, в том числе в обобщенных координатах.

После изложения законов и принципов общей механики рассматривается их применение в различных областях. Для технических специальностей ВУЗов Беларуси наиболее важной является механика твердого тела, поэтому динамика твердого тела и возникающие в связи с этим проблемы устойчивости колебаний, взаимодействия с другими телами должны рассматриваться как приложения теоретической механики.

Особое место отводится разделу, посвященному хаотической и фрактальной динамике, самоорганизации. Как известно, в классической механике выделялось три типа движения: равновесие, периодическое движение или предельный цикл и квазипериодическое движение. Эти состояния называются аттракторами, так как при наличии затухания фазовые кривые притягиваются к одному из перечисленных состояний. Новый вид колебаний, присущий многим нелинейным системам, получил название хаотических или состояний детерминированного хаоса, так как они возникают при детерминированных силах, начальных условиях, параметрах системы [12]. Траектории таких систем, начиная с некоторого времени, начинают вести себя случайным непредсказуемым образом. Причиной этого является повышенная чувствительность решения к малым изменениям начальных условий. Другое важное свойство хаотических колебаний состоит в быстром забывании предыдущих состояний. Важно, что число степеней свободы, при которых возникают хаотические колебания, может быть равно всего $3/2$.

Хаотические колебания связаны с состоянием, которое носит название странный (стохастичный) аттрактор [6].

Как известно, классическими аттракторами в фазовом пространстве являются точка, замкнутая кривая или поверхность в трехмерном пространстве.

Странный аттрактор представляет собой геометрический объект — фрактал. Понятие фрактала было сформулировано Мандельбротом, а еще раньше были сформулированы Хаусдорфом-Безиковичем понятия меры и размерности для пространств, размерность которых может быть дробной или больше их топологической размерности.

Разработаны различные критерии хаотических колебаний, в том числе энтропийный, что позволяет ввести в теоретическую механику понятие энтропии и закон изменения энтропии. Это означает, что в теоретической механике студенты знакомятся со всеми пятью основными законами механики: изменения (баланса) массы, импульса, кинетического момента, энергии, энтропии, которые являются базой для всей механики, в том числе сплошных сред.

Количественные оценки параметров хаотических колебаний получают на основе изучения показателей Ляпунова (в теории устойчивости) и фрактальной размерности.

Самоорганизация нелинейных динамических систем, которая ранее понималась как переход к временным, пространственным или пространственно-временным периодическим структурам за счет уменьшения числа степеней свободы, выделения параметров порядка и управляющих переменных, в последние 10-15 лет получила новую трактовку. Порядок в системе возникает из

хаоса не только в форме периодических структур, но и в форме хаоса со скрытым порядком, характеризующимся структурами фрактального типа, на основе которых возможен вероятностный прогноз состояний системы.

Это новейшая парадигма синергетики начинает оказывать все большее влияние на развитие современного естествознания, обществоведения.

Современный этап в науке и образовании — это исследование нелинейных моделей окружающего мира. Теоретическая механика традиционно является фундаментом построения моделей и их исследования, что уже находит воплощение в учебных планах ведущих университетов мира. Именно на базе синергетической парадигмы необходимо создавать новые информационные технологии в образовании в виде новых учебников, задачников, пособий, электронных учебников и пакетов программ. Первым шагом в этом направлении является включение в программы курса теоретической механики разделов нелинейной динамики систем.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Советский энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1986.
2. Бир С. Кибернетика и управление производством. М.: Издательство иностранной литературы, 1963.
3. Мойсеев Н.Н. Расставание с простотой. М.: Аграф, 1998, с. 201
4. Колесников А.А. Когнитивные возможности синергетики. Вест. РАН, 2003, т. 73, № 8, с. 727-734.
5. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980.
6. Moon F.C. Chaotic and Fractal Dynamics. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley and Sons, Inc. 1992. 408 p.
7. Маркеев А.П. Регулярная и стохастическая динамика. М.: РСД, 2002.
8. Козлов В. В., Фурта С.Д. Асимптотики решений сильно нелинейных систем дифференциальных уравнений. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1996, с. 244.
9. Арнольд В. М. Эргодичность в классической механике. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999, с. 296.
10. Хейфец М. П., Кожуро П.М., Мрочек Ж.А. Процессы самоорганизации при формировании поверхностей. Гомель, 1999, с. 275.
11. Степин В.С. Саморазвивающиеся системы и перспективы техногенной цивилизации // Синергетическая парадигма. М.: Прогресс-Традиция, 2000.
12. Чигарев А.В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред. Минск, Технопринт, 2000, с. 425.

КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА КАК ОСНОВА СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ: ПРИМЕР ВИБРАЦИОННОЙ РЕЛАКСАЦИИ

Вихренко В.С.

It is emphasized that classical mechanics is a firm basis for computer modeling a variety of phenomena on macro-, meso- and microscopic levels. Vibrational relaxation is considered as an example.

В инженерном вузе теоретическая механика всегда занимала ведущее положение, поскольку обеспечивала фундамент традиционного инженерного образования. Однако расширение мировых информационных ресурсов, развитие новых технологий и технических направлений неизбежно ведет к сужению удельного веса традиционных дисциплин в вузовском образовании. Предстоящая реформа высшего образования может существенно усилить упомянутый процесс сужения, и нам, понимая важность классической механики и на современном этапе, необходимо видеть, насколько широко ее представления, методология и методы проникают во многие, если не во все, новые направления, пропагандировать достижения и роль механики,

отстаивать занимаемое ею место в высшей школе перед инстанциями, влияющими на формирование содержания высшего образования.

В этом плане следует отметить сообщение, сделанное на семинаре преподавателей механики два года назад [1], где были рассмотрены многочисленные приложения механики к решению инженерных и исследовательских задач. Этот перечень можно расширить.

Кафедра теоретической механики Белорусского государственного технологического университета на протяжении всего времени ее существования уделяла много внимания межпредметным связям и проблемному подходу в преподавании механики (см. [2-10]). Оба подхода тесно взаимосвязаны, а идеи последнего сейчас

трансформировались и составляют основу учебно-исследовательского метода. В частности, были установлены многочисленные связи между теоретической механикой и предметами химико-технологических специальностей. За истекшее время уверенность в том, что базовые знания классической механики необходимы студентам химико-технологических и материаловедческих специальностей, только усилилась.

В середине прошлого столетия с помощью вычислительных машин было обнаружено, что применимость классической гидромеханики распространяется на объекты очень малых линейных размеров, вплоть до молекулярных. Например, используя формулу Стокса для коэффициента сопротивления движению сферы в вязкой жидкости можно получить разумные оценки характеристик случайного движения молекул в жидкости, в частности, коэффициента самодиффузии, а для несферической частицы — коэффициента вращательной диффузии. Хотя в дальнейшем было показано, что не все так просто и нужны более детальные модели микросистем, идеи гидродинамики были положены [11–13] в основу описания динамики многих реальных систем. При этом вязкоупругие характеристики зависят от характеризующих процесс частоты и волнового вектора. Сформулированные уравнения обобщенной гидродинамики позволяют рассматривать быстро протекающие процессы вплоть до характерных времен порядка 10^{-13} с с характерными неоднородностями порядка межмолекулярных расстояний (10^{-10} м).

Отмеченные достижения были бы не мыслимы без использования современных вычислительных средств, и одним из основных методов исследования является молекулярная динамика [14–16], позволяющая рассматривать процессы фемтосекундного (10^{-15} с) диапазона, что соответствует современным экспериментальным возможностям, например, лазерно-оптических методов [17].

Суть метода молекулярной динамики состоит в численном интегрировании уравнений движения системы многих взаимодействующих частиц. Если внутренние колебательные степени свободы молекул не рассматриваются, шаг интегрирования составляет несколько фемтосекунд. При учете внутримолекулярных движений шаг интегрирования уменьшается до десятых долей фемтосекунды. Межмолекулярные потенциалы взаимодействия, как правило, рассматриваются двухчастичными (потенциальная энергия системы состоит из суммы энергий взаимодействия пар частиц). Для описания внутримолекулярных движений необходимо вводить более сложные потенциальные функции, зависящие от координат трех или четырех атомов, определяемых углами между связями или вза-

имодействиями торсионного типа. Существенно, что молекулярная динамика позволяет получить максимально полную информацию о поведении системы, значительно более полную, чем получаемую при экспериментальных исследованиях.

Остановимся на важном вопросе учета квантово-механических особенностей движения систем, состоящих из частиц молекулярных и субмолекулярных размеров. Многие задачи, например, о движении волновых пакетов при изучении химических реакций или диссоциации — рекомбинации молекул, являются сутобо квантово-механическими [18] и не могут рассматриваться в рамках классической механики. Вместе с тем, задачи, связанные с определением структурных, термомеханических, транспортных, кинетических характеристик различных систем (жидкостей, полимеров, белковых молекул, мембран, съпучих материалов и т.д.) решаются на основе методов классической механики и опыт показывает, что получаемые результаты адекватно отражают их реальное поведение.

Проблема использования квантово-механических методов состоит в том, что уравнение Шредингера является дифференциальным уравнением в частных производных, и его численное интегрирование требует введения сеточных функций, определенных на z^{3N} узлах, где z — количество узлов вдоль одного измерения, N — число частиц. Даже при $z = 10$ (чего обычно явно недостаточно) система порядка $N = 10$ частиц оказывается далеко за пределами возможностей наиболее мощных современных компьютеров.

Уравнения классической механики содержат $6N$ канонических переменных и системы с N порядка 10^6 частиц доступны для исследований [19]. В качестве примера укажем работу [20], в которой рассматривались мембрана, состоявшая из 64 липидных молекул, и окружающие ее 1472 молекулы воды, в целом около 13 000 атомов. Продолжительность интегрирования составила 0,1 микросекунды или порядка 10^8 шагов. При моделировании могут быть изучены структурные особенности системы и процесс проникновения различных веществ через мембрану. Например, были установлены механизмы высокой селективности этого процесса, т. е. мембрана проницаема только для молекул воды [21]. Для решения подобного рода задач необходимы мощные вычислительные комплексы. Однако во многих случаях достаточно рассмотреть систему, состоящую из нескольких сотен частиц, и проинтегрировать уравнения движения на отрезке времени порядка десятков пикосекунд. Современные персональные ЭВМ позволяют успешно решать такие задачи.

Интегрирование уравнений движения отдельных атомов или центров масс молекул часто орга-

низутся по схеме с перешагиванием, когда скорости вычисляются на полушаге, а координаты и силы — на целом шаге:

$$\mathbf{r}(t + \delta t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{v}(t + 0,5\delta t)\delta t, \quad (1)$$

$$\mathbf{v}(t + 0,5\delta t) = \mathbf{v}(t - 0,5\delta t) + \mathbf{F}(t)\delta t, \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{F}(t)$ — суммарная сила, действующая на рассматриваемую молекулу со стороны остальных молекул системы.

Для директора \mathbf{e} , направленного вдоль оси молекулы, имеющей форму двухосного эллипсоида, динамическое уравнение вращательного движения имеет вид

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt} = \mathbf{u} = \frac{1}{I} \mathbf{T} \times \mathbf{e}, \quad (3)$$

где I — момент инерции относительно центральной оси, перпендикулярной оси молекулы, \mathbf{T} — суммарный вектор-момент сил, действующих на молекулу.

Схема интегрирования уравнения (3) аналогична интегрированию уравнения движения центра масс

$$\mathbf{e}(t + \delta t) = \mathbf{e}(t) + \mathbf{u}(t + 0,5\delta t)\delta t, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t + 0,5\delta t) = & \mathbf{u}(t - 0,5\delta t) + I^{-1} \mathbf{T}(t) \times \mathbf{e}(t) \delta t - \\ & - 2[\mathbf{u}(t - 0,5\delta t) \cdot \mathbf{e}(t)] \mathbf{e}(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Последнее слагаемое в (5) компенсирует кинематическую составляющую скорости изменения модуля директора, обусловленную неодновременностью входящих в правую часть уравнения первых двух слагаемых.

Для молекулы более сложной формы, характеризующейся тремя главными моментами инерции, уравнения сферического движения относительно центра масс могут быть получены на основе теоремы об изменении кинетического момента, записанной в лабораторной или собственной системах отсчета:

$$\frac{d\mathbf{L}_l}{dt} = \mathbf{T}_l, \quad (6)$$

$$\frac{d\mathbf{L}_b}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L}_b = \mathbf{T}_b. \quad (7)$$

Индексы « l » и « b » обозначают величины, заданные в лабораторной и собственной системах отсчета, соответственно. \mathbf{L} — вектор кинетического момента, \mathbf{T} — вектор момента сил, действующих на молекулу, относительно ее центра масс. Ввиду сложного характера изменения тензора моментов инерции \mathbf{I} молекулы в лабораторной системе отсчета записываются уравнения для производных проекций угловой скорости на оси собственной системы координат, оси ко-

торой являются главными осями инерции молекулы

$$\dot{\omega}_{bx} = \frac{1}{I_{xx}} T_{bx} + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \omega_{by} \omega_{bz},$$

$$\dot{\omega}_{by} = \frac{1}{I_{yy}} T_{by} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \omega_{bz} \omega_{bx},$$

$$\dot{\omega}_{bz} = \frac{1}{I_{zz}} T_{bz} + \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \omega_{bx} \omega_{by}. \quad (8)$$

В дополнение к этим уравнениям следует записать кинематические соотношения для производных углов Эйлера по времени

$$\dot{\varphi} = -\frac{\sin \varphi \cos \theta}{\sin \theta} \omega_{lx} + \frac{\cos \varphi \cos \theta}{\sin \theta} \omega_{ly} + \omega_{lz},$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \omega_{lx} - \frac{\cos \varphi}{\sin \theta} \omega_{ly},$$

$$\dot{\theta} = \cos \varphi \omega_{lx} + \sin \varphi \omega_{ly}, \quad (9)$$

где φ , ψ и θ являются углами прецессии, собственного вращения и нутации, соответственно, а проекции угловой скорости на оси лабораторной системы отсчета находятся с помощью матрицы $\mathbf{R}(\varphi, \psi, \theta)$ перехода от лабораторной системы отсчета к собственной:

$$\boldsymbol{\omega}_l = \mathbf{R}^{-1} \cdot \boldsymbol{\omega}_b. \quad (10)$$

В целом система уравнений (8) — (10) позволяет записать разностные уравнения для интегрирования уравнений (8) и (9). Однако система уравнений (8) — (10) достаточно сложная и, что более существенно, содержит $\sin \varphi$ в знаменателях ряда слагаемых, что делает ее плохо обусловленной. Хотя существуют методы решения, основанные на использовании двух лабораторных систем отсчета для того, чтобы избежать появления малых величин $\sin \varphi$ в знаменателях, алгоритмы переключения от одной системы к другой усложняют решение и без того сложной системы уравнений (8) — (10).

Неоспоримыми преимуществами обладает метод интегрирования дифференциальных уравнений сферического движения, основанный на использовании кватернионов. Не останавливаясь на алгебраических свойствах кватернионов, рассмотрим их использование для описания сферического движения [22,23] и построения разностной схемы интегрирования [14]. Кватернионы можно ввести как компоненты связанного с углами Эйлера четырехмерного вектора \mathbf{q} :

$$q_0 = \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}, \quad q_1 = \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi - \psi}{2},$$

$$q_2 = \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi - \psi}{2}, \quad q_3 = \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi + \psi}{2}, \quad (11)$$

удовлетворяющие условию $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$.
Матрица поворота \mathbf{R} , представленная через кватернионы, имеет простой вид

$$\mathbf{R} = 2 \begin{pmatrix} q_0^2 + q_1^2 - 1/2 & q_1 q_2 + q_0 q_3 & q_1 q_3 - q_0 q_2 \\ q_1 q_2 - q_0 q_3 & q_0^2 + q_2^2 - 1/2 & q_2 q_3 + q_0 q_1 \\ q_1 q_3 + q_0 q_2 & q_2 q_3 - q_0 q_1 & q_0^2 + q_3^2 - 1/2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

и не содержит тригонометрических функций, вычисление которых требует значительных затрат машинного времени.

Производные по времени от кватернионов удовлетворяют кинематическим соотношениям

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{B}[\mathbf{q}(t)] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_b(t) \end{pmatrix} \quad (13)$$

где матрица \mathbf{B} определена как

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Алгоритм интегрирования уравнений сферического движения включает обновление значений кинетического момента в лабораторной системе отсчета

$$\mathbf{L}_l(t) = \mathbf{L}_l \left(t - \frac{1}{2} \delta t \right) + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}(t) \delta t, \quad (15)$$

затем переход в собственную систему отсчета

$$\mathbf{L}_b(t) = \mathbf{R}[\mathbf{q}(t)] \cdot \mathbf{L}_l(t), \quad (16)$$

и последующее обновление значений компонент кватерниона на основе уравнения (13)

$$\mathbf{q} \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) = \mathbf{q}(t) + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}(t) \delta t. \quad (17)$$

Еще раз отметим, что соотношения (15) — (17) не требуют вычисления тригонометрических функций. Для последующего полушага система разностных уравнений может быть записана в виде

$$\mathbf{L}_l \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) = \mathbf{L}_l \left(t - \frac{1}{2} \delta t \right) + \mathbf{T}(t) \delta t,$$

$$\mathbf{L}_b \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) = \mathbf{R} \left[\mathbf{q} \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) \right] \cdot \mathbf{L}_l \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right),$$

$$\omega_b \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) = \mathbf{I}_b^{-1} \cdot \mathbf{L}_b \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right)$$

$$\dot{\mathbf{q}} \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) = \mathbf{B} \left[\mathbf{q} \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) \right] \cdot \left[0, \omega_b \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) \right]$$

$$\mathbf{q}(t + \delta t) = \mathbf{q}(t) + \dot{\mathbf{q}} \left(t + \frac{1}{2} \delta t \right) \delta t. \quad (18)$$

После нахождения кватернионов на последующем шаге ($t + dt$), вычисляются углы Эйлера в соответствии с соотношениями

$$\psi = \arctg \frac{q_3}{q_0} - \arctg \frac{q_2}{q_1}, \quad \varphi = \arctg \frac{q_3}{q_0} + \arctg \frac{q_2}{q_1},$$

$$\theta = 2 \arccos(q_0^2 + q_3^2). \quad (19)$$

По известным углам φ , ψ и θ в момент времени $t + \delta t$ определяется ориентация молекулы и вычисляется вектор-момент действующих на нее сил. Последующее использование процедуры (18) позволяет перейти к моменту времени $t + 2\delta t$ и т. д.

Отметим, что поскольку матрица \mathbf{R} , определяющая ориентацию молекулы, выражена через кватернионы, можно углы Эйлера не определять. Положения всех точек молекулы в лабораторной системе координат легко находятся с помощью \mathbf{R} .

Вибрационная релаксация является одной из важнейших составляющих химических реакций и состоит в передаче энергии от колебательно возбужденных молекул к растворителю. Ее исследованию посвящена обширная литература (см. [24] и имеющиеся там ссылки). Силовые параметры, характеризующие внутри- и межмолекулярные взаимодействия, отличаются на несколько порядков величины. Это обуславливает медленность процесса вибрационной релаксации, характерное время которой для различных веществ и условий изменяется в огромном диапазоне от пикосекунд до секунд, тогда как период внутримолекулярных колебаний находится в диапазоне нескольких десятков фемтосекунд.

Лазерно-оптические эксперименты позволяют получить лишь время вибрационной релаксации и не обеспечивают возможность исследовать ее механизмы. Одним из наиболее надежных и полных источников информации о вибрационной релаксации является ее молекулярно-динамическое моделирование. При этом, как в процессе самого моделирования, так и при анализе полученных результатов привлекается широкий ассортимент методов механики. Например, при изучении вибрационной релаксации азулена (C_8H_{10}) в жидкостях было проанализировано распределение потока энергии в растворителе по 48 колебательным модам и установлено, что основная доля энергии передается

через наиболее низкочастотные моды [25,26]. Была также установлена важная роль внутримолекулярного перераспределения энергии по модам, что обеспечило возможность введения понятия внутренней температуры молекулы. На более простой модели молекулы как «дышащей сферы» было показано, что основная роль в передаче энергии от возбужденной молекулы к растворителю принадлежит высокоэнергетичным ее столкновениям, каждый раз с одной из молекул растворителя [27]. Такие столкновения длятся 10^{-13} с и меньше. Аналогичные выводы были получены и для более реальной двухатомной модели возбужденной молекулы, а также изучено влияние нелинейности межмолекулярного взаимодействия на процесс вибрационной релаксации и роль колебательно-вращательного взаимодействия, которое можно объяснить в терминах центробежной и кориолисовой сил инерции [28].

Естественно, расширившиеся возможности компьютерного моделирования различных процессов не только не умаляют роли аналитических методов, но и дают дополнительную информацию для развития последних. Например, используя информацию о подавляющем вкладе в вибрационную релаксацию двухчастичных столкновений, было проведено решение задачи двух тел с учетом нетривиальных потенциалов межчастичного взаимодействия [29], когда в процессе вычислений удобно было ввести мнимое время.

В целом можно отметить, что компьютерное моделирование осуществляется на трех уровнях: микро-, мезо- и макроскопическом. Им свойственны соответственно следующие характерные времена (10^{-14} - 10^{-8} , 10^{-9} - 10^{-4} , 10^{-6} с и выше) и размеры (10^{-10} - 10^{-7} , 10^{-8} - 10^{-5} , 10^{-6} м и выше). Это деление весьма условно и существуют многие объекты, вариации характеристик которых перекрывают все диапазоны (полимеры, белки, стекло, критические состояния и т.д.). В настоящее время разработано множество специализированных коммерческих программных комплексов для всех отмеченных выше уровней, а также такие программы общего назначения как Mathematica, Mathcad, Matlab и др. Они позволяют исследователю и инженеру решать численными методами задачи, которые еще каких-то 10 лет назад трудно было планировать даже на перспективу.

В связи со сказанным необходимо думать об изменении акцентов при преподавании механических дисциплин. Акцент должен быть смещен на постановку задач и анализ получаемых решений. Численные алгоритмы основаны, как правило, на теоремах о движении центра масс, об изменении кинетического момента и энергии. Во многих случаях привлекаются решения задач теории упругости или гидродинамики при

относительно простых граничных условиях. Здесь можно провести аналогию с вождением автомобиля. В первой половине прошлого века водитель должен был знать материальную часть, так как она была достаточно простой, но недостаточно надежной. В настоящее время двигатель на некоторых автомобилях расположен так, что он даже недоступен водителю.

Естественно, дилемма, до какого уровня необходимо владеть математическим и предметным аппаратом, а когда нужно взять в руки счеты, логарифмическую линейку, калькулятор или сесть за дисплей компьютера, всегда стояла и «момент переключения» не является некоторой универсальной константой, а определяется имеющимися техническими возможностями и резервами человеческого организма. В любом случае пути назад нет, и необходимо учебный процесс приводить в соответствие с требованиями времени.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Журавков М. А., Мартыненко М. Д., Склир О. Н. Механика в наше время // Материалы Республиканского научно-методического семинара преподавателей кафедр теоретической механики, теории машин и механизмов, сопротивления материалов вузов Беларуси. — Мн.: Технопринт, 2001.
2. Вихренко В.С., Немцов В.Б., Ротт Л.А. К построению курса теоретической механики для инженеров-механиков. // Теоретическая механика / Сборник научно-методических статей. М.: Высш. шк. — 1974. — Вып. 4. — С. 34 — 41.
3. Ротт Л.А., Немцов В.Б., Вихренко В.С. Построение курса теоретической механики для инженеров-химиков. — Теоретическая механика во вузах/ Под ред. А.А. Яблонского. Изд. 2-е. — М.: Высш. шк., 1975. — С. 242 — 260.
4. Ротт Л.А., Вихренко В.С. На пути решения нестандартных задач // Вестник высшей школы. — 1984. — № 12. — С.25 — 27.
5. Ротт Л.А., Вихренко В.С. Проблемное обучение и межпредметные связи. // Теоретическая механика / Сборник научно-методических статей. — М.: Высш. шк., 1984. — Вып. 5. — С. 18 — 24.
6. Ротт Л.А., Вихренко В.С., Наркевич И.И. К построению курса теоретической механики для химико-технологических специальностей // Теоретическая механика / Сборник научно-методических статей. М.: Высш. шк. — 1986. — Вып. 16. — С. 3 — 9.
7. Ротт Л.А. О проблемном обучении // Метод. матер. по вопросам преподавания теоретич. механики в высшей школе. — Мн.: Минвуз БССР, 1980. — Вып. 1. — С. 4 — 14.
8. Бокун Г.С., Вихренко В.С. Разработка проблемных ситуаций в курсе теоретической механики

- ки // Метод. матер. по вопросам преподавания теоретич. механики в высшей школе. — Мн.: Минвуз БССР, 1982. — Вып. 2. — С. 22 — 30.
9. Вихренко В.С., Ротт Л.А. Использование аналогий в преподавании теоретической механики // Метод. матер. по вопросам преподавания теоретич. механики в высшей школе. — Мн.: Минвуз БССР, 1983. — Вып. 3. — С. 7 — 15.
 10. Немцов В.Б. Исследовательский метод — определяющий метод при изучении теоретической механики // Труды БГТУ. — 2001. — Вып. VI, сер. VIII — Учебно-методическая работа. — С.3 — 5.
 11. Boon J. P., Yip S. Molecular hydrodynamics. — New York: McGraw-Hill Co., 1980.
 12. Hansen J. P., McDonald I. Theory of simple liquids. — London: Academic Press, 1986.
 13. Bulacani U., Zoppi M. Dynamics of the liquid state. — Oxford: Clarendon Press, 1994.
 14. Allen M. P., Tildesley D. J. Computer simulation of liquids. — Oxford: Clarendon Press, 1999.
 15. Frenkel D. Understanding molecular simulation: from algorithms to applications. — London: Academic Press, 1996.
 16. Rapaport D. C. The art of molecular dynamics simulation. — Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
 17. Zewail A. H. Femtochemistry. — Singapore: World Scientific, 1994.
 18. Schinke R. Photodissociation dynamics. — Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
 19. Wengenmayr R. Super computer plays with strings of pearls and liquid crystals // Max-Planck Research. — 2002. — No. 2. — P. 30 — 35.
 20. Aman K., Lindahl E., Edholm O., Hakansson P., Westlund P.-O. Structure and dynamics of interfacial water in an L_a phase lipid bilayer from molecular dynamics simulations // Biophys. Journ. — 2003. — V. 84, no. 1. — P. 102 — 115.
 21. de Groot B. L., Grubmüller H. Water permeation across biological membranes: Mechanism and dynamics of Aquaporin-1 and GlpF // Science. — 2001. — V. 294, no. 5550. — P. 2353 — 2357.
 22. Бранец В. Н., Шмыглевский Н. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. — М.: Наука, 1973.
 23. Борисенко Л. А. Манипуляторы: Механика поворотов. — Мн.: Тэхналогія, 2001.
 24. Egorov S. A., Skinner J. L. A theory of vibrational energy relaxation in liquids // Journ. Chem. Phys. — 1996. — V. 105, no. 16. — P. 7047 — 7058.
 25. Heidelberg C., Vikhrenko V. S., Schwarzer D., Schroeder J. Mode specificity of vibrational energy relaxation of azulene in CO₂ at low and high density // Chemical Physics Letters — 1998. — V 291, no. 3-4. — P. 333 — 340.
 26. Heidelberg C., Vikhrenko V.S., Schwarzer D., Schroeder J. Molecular Dynamics Simulation of Vibrational Energy Relaxation of Highly Excited Molecules in Fluids. // The Journal of Chemical Physics. — 1999. — V. 110, no.11. — P. 5286 — 5299.
 27. Vikhrenko V. S., Schwarzer D., Schroeder J. Microscopic description of vibrational energy relaxation in supercritical fluids: on the dominance of binary solute-solvent contributions // Physical Chemistry Chemical Physics — 2001. — V. 3, no 6. — P. 1000–1010.
 28. Кдб G., Vikhrenko V. S. Vibrational cooling of a highly excited anharmonic oscillator: Evidence for strong vibration-rotation coupling during relaxation // Physical Chemistry Chemical Physics — 2001. — V. 3, no 6. — P. 2223–2229.
 29. Teubner M. Correlation functions in classical gases at high frequency // Phys. Rev. E — 2002. — V. 65, no. 3. — Art. no. 031204.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ХАОСА ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Чигарев Ю.В., Беляцкая Л.Н.

Appearing of chaos at an propagation of waves in the determined heterogeneous media to investigation in the general case yet it is not possible. The ray method allows to reduce partial differential equation to the ordinary nonlinear differential equations, to which investigation it is possible to apply methods of nonlinear dynamic of systems. The closed systems of the equations describing geometry of rays, wave front and intensities of waves of jump of stress for volume and surface waves in a heterogeneous elastic medium are obtained. Stochastization of rays causes a chaotization of parameters of interior geometry of wave surfaces

and intensities of waves. It is shown, that in a case bivariate of heterogeneous media in an approximation of cubic nonlinearity the equation of a ray is reduced in the Duffing's equation. For stratified and periodical of heterogeneous media of the equations are reduced in known analytical expressions, however in the general case equations can be investigated numerically. For surface waves propagating on a free surface, the possibility of appearing of chaos depends on an form of the metrics of a surface.

Распространение нестационарных волн в изотропной неоднородной упругой среде описывается уравнениями.

$$\nabla_j \sigma_{ij} - \rho(x) \ddot{u}_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

$\sigma_{ij} = \lambda \nabla_k u^k G_{ij} + \mu (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i)$, (2)
где G_{ij} — метрический тензор пространства для объемных волн и свободной поверхности для поверхностных волн, λ, μ — упругие модули.

Условия на свободной поверхности S .

$$\sigma_{ij} n_j = 0, \quad x^n \in S \quad (3)$$

Исследование детерминированного хаоса непосредственно для систем уравнений (1) в частных производных возможно провести переходя к обыкновенным дифференциальным уравнениям с помощью динамических, кинематических, геометрических условий совместности на фронте волны и принципа Ферма.

Полученные замкнутые системы нелинейных дифференциальных уравнений для объемных волн имеют вид

$$\frac{d\omega}{ds} - \left(\Omega - \frac{1}{2} \frac{d \ln c}{ds} \right) \omega = 0, \quad (4)$$

$$c = \sqrt{\frac{\Lambda_\alpha}{\rho}}, \quad \Lambda_l = \lambda + 2\mu, \quad \Lambda_t = \mu, \quad \alpha = l, t.$$

$$\frac{d\Omega}{ds} = 2\Omega^2 - K - \frac{c_{,\alpha\beta} g^{\alpha\beta}}{2c}, \quad (5)$$

$$\frac{dK}{ds} = 2\Omega K + \frac{2\Omega c_{,\alpha\beta} g^{\alpha\beta}}{c} - \frac{c_{,\alpha\beta} b^{\alpha\beta}}{c}.$$

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{v}, \quad \frac{d\bar{v}}{ds} = -g^{\alpha\beta} \bar{\tau}_\beta (\ln c)_{,\alpha} \quad (6)$$

где ω — интенсивность скачка напряжений, Ω, K — средняя кривизна и гауссова кривизна, соответственно, $\bar{v}, \bar{\tau}$ — векторы нормали и касательной к фронту. Для $g^{\alpha\beta}, g_{\alpha\beta}, b^{\alpha\beta}, b_{\alpha\beta}, c^{\alpha\beta}, c_{\alpha\beta}$ также получены уравнения.

Для поверхностных волн система уравнений имеет вид

$$\frac{dX}{ds} + \frac{1}{4} \frac{d \ln g_{22}^{(s)}}{ds} X + \frac{1}{2} \frac{d \ln R}{ds} X = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d \ln g_{22}^{(s)}}{ds} = -4\Omega, \quad \frac{d\Omega}{ds} = 2\Omega^2 + \frac{g_{22}^{(s)} c_{,22}}{c}, \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{r}}{ds} = \bar{v}, \quad \frac{dv_i}{ds} = -g^{22} x_{i,2} (\ln c)_{,2}, \quad (9)$$

где X — уровень интенсивности поверхностных волн, g_{22} — компонента метрического тензора.

Исследование возможности возникновения детерминированного хаоса в распространении волн в неоднородных средах на основе уравнений (4)-(6) и (7)-(9) осуществить практически очень сложно.

В случае двумерного распределения неоднородности удается расщепить системы уравнений (4)-(6), (7)-(9). Тогда уравнения для лучей объемных и поверхностных волн удается рассмотреть отдельно от других уравнений. Стохастизация лучей обуславливает возникновение хаоса в поведении динамических и геометрических параметров при распространении фронтов объемных и поверхностных волн в неоднородных средах.

Флуктуации u для лучей объемных продольных и поперечных волн около оси волновода (ось x) описываются уравнением

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] f_1(x, y) + \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] f_2(x, y) = 0, \quad (10)$$

$$f_1 = -c^{-1} \frac{dc}{dx}, \quad f_2 = -c^{-1} \frac{dc}{dy}, \\ c = c_\alpha(x, y), \quad \alpha = l, t,$$

где $c(x, y)$ — скорость волны, для продольной $\alpha = l$, для поперечной $\alpha = t$.

Раскладывая функции $f_1(x, y), f_2(x, y)$ в окрестности оси волновода при $\left| \frac{dy}{dx} \right| \ll 1$ приведем уравнение (10) к виду

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} f_1 - y \frac{\partial f_2(x, 0)}{\partial y} - y^2 \frac{\partial^2 f_2(x, 0)}{\partial y^2} - y^3 \frac{\partial^3 f_2(x, 0)}{\partial y^3} = \varepsilon F(x, y), \quad \varepsilon \ll 1, \quad (11)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи распределения неоднородности вдоль оси волновода. В случае, когда вдоль оси волновода среда слоистая с кусочно-постоянными свойствами. Имеем

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \omega^2 (1 + \alpha y^2) y = \varepsilon \omega \sum_{k=-\infty}^{\infty} (x - kX), \quad (12)$$

где

$$\frac{\partial f_2(x,0)}{\partial y} = -\omega^2, \quad \frac{\partial^2 f_2(x,0)}{\partial y^2} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^3 f_2(x,0)}{\partial y^3} = -\alpha\omega^2$$

Переход к хаосу исследуем по поведению корреляционной функции $R(r)$ фазы луча.

При $R(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$ происходит стохастизация начиная с некоторого x_* . Переход к стохастическому поведению обусловлен перекрытием резонансов.

Другой тип перехода к хаосу реализуется для среды, в которой неоднородность вдоль оси волновода изменяется периодически. Тогда получается уравнение

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y + y^3 + \varepsilon \delta \frac{dy}{dx} = \varepsilon \gamma \frac{dy}{dx} \cos \omega x, \quad (13)$$

где $\frac{\partial f_2(x,0)}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial^2 f_2(x,0)}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 f_2(x,0)}{\partial y^3} = 3$

За счет наличия в уравнении (13) производной $\frac{dy}{dx}$ переход к хаотическому состоянию реализуется через стохастический аттрактор.

Аналогичным образом получены и исследованы уравнения для лучей в случае поверхностных волн. Соответствующие уравнения аналогичны уравнениям (12) и (13).

Заключение:

1. Если при волноводном распространении луча вдоль оси волновода отсутствует распределе-

ние неоднородности, то луч осциллирует около оси. При учете неоднородности на это движение в окрестности резонансной частоты накладывается модуляция луча по x и определяется амплитуда и локализация луча для слоистой кусочно-постоянной среды.

2. Во втором случае возможно существование стохастических аттракторов, связанных с каскадом бифуркаций. Траектория блуждает в окрестности сепаратрисы пока не попадает на аттрактор.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Rossikhin Y.A. Shitikova M.V. Ray method for solving dynamic problems connected with propagation of wave surfaces of strong and weak discontinuities // Appl. Mech. Rev. Vol. 48, No. 1, 1995.
2. Sobczyk K. Stochastic Wave Propagation. Warsaw, Elsevier, 1985.
3. Лихтенберг А., Либман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984.
4. Awrejcewicz J., Krysko V., Krysko A. Spatial-Temporal Chaos Solitons Exhibited by von Karman Model // Int. J. Bifurcation and Chaos (IJBC) in Appl. Sci. Eng. Vol. 12, 2002.
5. Беляцкая Л. Н. Возникновение детерминированного хаоса при распространении вибраций и волн в механических системах // Математическое моделирование деформируемых твердых тел: Сб. научн. трудов. Минск: ИТК, 1999.

НОВАЯ КОНЦЕПЦИЯ СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКИ МОБИЛЬНЫХ МАШИН

Кузьмицкий А.В.

In the report conditions of driving force initiation of mobile machine wheel are analysed. It is stated that the given force emerges in consequence of correlation of processes in contact zone with base and in pivot zone as a result of outside potential force activity.

On the basis of strict compliance with the fundamental laws it is found that outside potential force activity is the result of potential energy change on arc of circle of angle potential. With all this, outside potential force is directed at a tangent to the indicated circle.

Mathematical dependence is received. In compliance with that dependence multiplication of potential energy of any point of circle of angle potential by cosine of a half of central angle of break point is constant.

Одной из важных теоретических проблем механики мобильных машин является проблема внешней силы, под действием которой осуществляется движение. Некоторые концептуальные положения, касающиеся нового подхода к механике колеса, были опубликованы автором ранее [1, 2, 3]. Однако постоянно возрас-

тающая роль мобильной энергетики в устойчивом развитии народного хозяйства Республики Беларусь требует дальнейшего исследования в данном направлении.

Очевидно, что необходимым условием движения мобильной машины является крутящий момент на ведущем колесе, под действием ко-

того в контакте колеса с основанием возникает касательная сила, максимальное значение которой определяется как мощностью двигателя, так и физико-механическими свойствами контактирующих поверхностей (силой трения) [4]. Считается, что именно эта сила является движущей. Однако при ближайшем рассмотрении данного процесса возникают некоторые вопросы. Дело в том, что, во-первых, сила трения колеса с основанием по своей природе неактивна и по определению не может быть движущей. Во-вторых, в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы [5] «оттолкнуться» от основания можно только изменив расстояние между точкой опоры и центром масс толкаемого тела (например, в случае движения пешехода и т.п.). Но поскольку для мобильной машины это расстояние остается неизменным (точка опоры движется вместе с машиной), производная координаты по времени равна нулю и движение в принципе не может быть реализовано. Единственной активной внешней силой, действующей на мобильную машину, является сила тяжести, но проблема в том, что на горизонтальном пути эта сила не совершает работы и согласно установившимся представлениям также не может быть движущей.

Таким образом, задача сводится к моделированию условий, при которых реализуется движение мобильной машины (качение колеса) по эквипотенциальной поверхности, т.е. поверхности равного потенциала.

В соответствии с выдвинутой гипотезой, качение есть результат взаимосвязи процессов в зоне контакта колеса с основанием и в области цапфы. При этом касательная сила лишь создает условия, при которых в области цапфы действует внешняя потенциальная сила, движущая мобильную машину. Целью данного доклада является теоретическое исследование условий возникновения этой силы.

Построение модели будем проводить на основании и в строгом соответствии с фундаментальными законами, в частности, законом сохранения энергии. Согласно указанному закону, изменение кинетической энергии мобильной машины (ее перемещение) должно быть связано с изменением других видов энергии соотношением:

$$\Delta \left(\Pi + \frac{mv^2}{2} \right) = 0, \quad (1)$$

где Π — потенциальная энергия; m — масса мобильной машины; v — скорость поступательного движения.

При этом нельзя обнаружить каких-либо изменений в окружающих телах, которые могли бы вызвать это перемещение. Единственное, что остается сделать, — это заключить, что работа перемещения мобильной машины в гравитационном

поле, изменение ее кинетической энергии могут иметь место только за счет особого вида потенциальной энергии, как результат взаимодействия колеса с полем силы тяжести. Рассуждения о том, что движение осуществляется под действием потенциальной энергии накопленной в жидком топливе, которым питается двигатель внутреннего сгорания, лишены физического смысла как по вышеизложенным причинам, так и по принципу единства и неразрывности протекания процессов преобразования механической энергии во времени.

В пределе, дифференцируя (1), получим

$$d\Pi = -mvdv. \quad (2)$$

Поступательная скорость мобильной машины v связана с угловой скоростью колеса ω известным соотношением $v = \omega R$, где R — радиус колеса.

Подставляя это выражение скорости в (2) и учитывая, что $\omega = da/dt$ (a — угол поворота колеса за время t), получим

$$d\Pi = -mR \cdot \omega \cdot dv = -mR \frac{d\alpha}{dt} dv = -mR \cdot d\alpha \frac{dv}{dt},$$

или

$$\frac{d\Pi}{R \cdot d\alpha} = -m \frac{dv}{dt} = -ma, \quad (3)$$

где $a = dv/dt$ — ускорение.

В правой части уравнения (3) имеем выражение силы по второму закону Ньютона и, учитывая, что $R \cdot da = ds$, можем записать

$$\frac{d\Pi}{ds} = -F', \quad (4)$$

где ds — дифференциал дуги окружности, F' — действующая сила.

Таким образом, классическая концепция исходит из принципа пропорциональности ускорения приложенной силе ($F' = ma$), т.е. для того, чтобы получить движение нужно приложить силу. Но, с другой стороны, из выражения (4) следует, что сама сила есть изменение потенциальной энергии по дуге некоторой окружности. Иначе говоря, достаточно создать условия для подобного изменения и мы получим силу. Данная сила может быть охарактеризована как внешняя потенциальная, поскольку уравнение, ее определяющее выведено непосредственно из закона сохранения энергии.

Формальных противоречий между указанными концепциями не существует, более того, как следует из выражения (3) — между ними знак равенства. Однако по существу вопроса имеем важное различие: по предлагаемой концепции внешняя движущая сила может возникнуть, проявиться при определенных условиях, определяемых уравнением (5).

На эквипотенциальной поверхности $\Pi = const$ и по выражению (4), значение внешней по-

тенциальной силы равно нулю, т.е. мобильная машина находится в покое. И наоборот, чтобы привести ее в движение нужно создать условия для изменения потенциальной энергии, т.е. нужна разность потенциалов.

Поскольку сила F' — вектор, определим его направление.

Полную производную от Π по s можно представить в виде

$$\frac{d\Pi}{ds} = \frac{\partial\Pi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{\partial\Pi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{ds} + \frac{\partial\Pi}{\partial z} \cdot \frac{dz}{ds}, \quad (5)$$

где

$$\frac{\partial\Pi}{\partial x} = -F'_x, \quad \frac{\partial\Pi}{\partial y} = -F'_y, \quad \frac{\partial\Pi}{\partial z} = -F'_z \text{ — проек}$$

ции вектора F' на координатные оси;

$$\frac{dx}{ds} = \cos\alpha, \quad \frac{dy}{ds} = \cos\beta, \quad \frac{dz}{ds} = \cos\gamma -$$

— направляющие косинусы касательной (проекция единичного вектора t); α, β, γ — углы между касательной и осями координат x, y, z .

Тогда с учетом (5) уравнение (4) примет вид

$$F' = -\frac{d\Pi}{ds} = F'_x \cos\alpha + F'_y \cos\beta + F'_z \cos\gamma. \quad (6)$$

В правой части уравнения (6) имеем выражение проекции F'_τ внешней потенциальной силы F' на касательную к дуге (окружности). Но поскольку в данном случае проекция равна самой силе ($F'_\tau = |F'|$), заключаем, что и сила F' направлена по касательной к окружности.

Таким образом, угловой потенциал порождает силу, касательную к окружности. Назовем эту окружность окружностью углового потенциала. Установим, что это за окружность и каким образом колесо использует ее для создания движущей силы.

Поскольку окружность углового потенциала проводится в плоскости колеса, она представляет собой совокупность материальных частиц (точек), к которым могут быть применены принципы классической механики.

Предположим, что некоторая эквипотенциальная поверхность (на плоскости — окружность) обладает свойством углового потенциала. Теоретически это можно допустить в случае, если указанная поверхность имеет разрыв в точках M с потенциалом U_1 и M' с потенциалом U_2 (рис. 1). Тогда точке M соответствует дуговая координата s и вектор $F(s)$, а точке M' — дуговая координата $(s+\Delta s)$ и вектор $F(s+\Delta s)$. Распределенные массовые силы учтем с помощью вектора $P\Delta s$ (здесь P — распределенная сила, отнесенная к единице длины дуги).

Так как отрезок дуги MM' находится в равновесии, то $F(s+\Delta s) - F(s) + P\Delta s = 0$, или, деля на Δs и учитывая, что $F(s+\Delta s) - F(s) = \Delta F$ будем иметь $\Delta F / \Delta s + P = 0$.

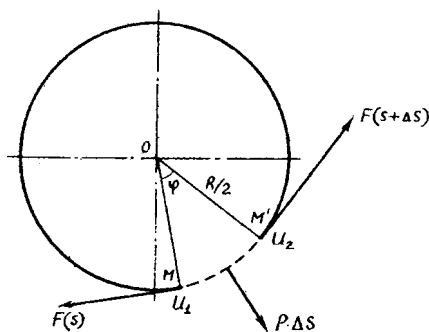


Рис. 1. Схема к расчету касательной потенциальной силы

Переходя к пределу в предположении, что точка M' стремится по дуге к точке M , получим

$$\frac{dF}{ds} + P = 0. \quad (7)$$

Так как вектор F направлен по касательной, то проекции его на координатные оси x, y, z будут равны

$$F_x = F \frac{dx}{ds}; \quad F_y = F \frac{dy}{ds}; \quad F_z = F \frac{dz}{ds}; \quad (8)$$

где F — модуль вектора внешней потенциальной силы.

Проецируя обе части векторного уравнения (7) на координатные оси x, y, z , получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(F \frac{dx}{ds} \right) + P_x &= 0, \\ \frac{d}{ds} \left(F \frac{dy}{ds} \right) + P_y &= 0, \quad \frac{d}{ds} \left(F \frac{dz}{ds} \right) + P_z = 0, \quad (9) \end{aligned}$$

где P_x, P_y, P_z — проекции силы P на соответствующие координатные оси.

Рассмотрим частный случай параллельных сил. Построим систему координат так, чтобы ось Y была параллельна распределенным силам. Тогда $P_x = 0$ и первое уравнение (9) примет вид

$$\frac{d}{ds} \left(F \frac{dx}{ds} \right) = 0, \quad \text{откуда} \quad F \frac{dx}{ds} = C_1, \quad (10)$$

где C_1 — константа.

Учитывая, что для окружности $dx/ds = \cos(\varphi/2)$, где φ центральный угол между точками разрыва M и M' , получим

$$F \cos(\varphi/2) = C_1. \quad (11)$$

Таким образом, произведение модуля внешней потенциальной силы на косинус половины центрального угла области разрыва есть величина по-

стоянная, что в принципе решает задачу о возможности движения мобильной машины по эквипотенциальной поверхности.

Если окружность углового потенциала не имеет разрыва, то для любой ее точки $\varphi = 0$ и $\cos(\varphi/2) = 1$. Тогда модуль $F = \text{const}$. Можно представить данную окружность как центральное сечение сферической оболочки, находящейся под действием внутреннего статического давления. Натяжение оболочки может быть в некоторой степени аналогом приведенной выше потенциальной силы. Но при постоянном модуле нет разности потенциальных сил, следовательно, нет и движущей силы.

Отсчитывая угол α от точки контакта колеса с основанием, можно записать также $F_2 \cos(\varphi/2) = F_1$, т.е. $F_1/F_2 = \cos(\varphi/2)$ (здесь F_1 — сила, приложенная в точке контакта с основанием; F_2 — движущая сила, возникающая в области цапфы). Из геометрических соотношений угол поворота колеса α как раз и есть половина угла разрыва, т.е. $\alpha = \varphi/2$. Кинематика колеса рассматривалась в работе [1]. В частности установлено, что дифференциал дуги окружности углового потенциала равен дифференциалу дуги основного колеса: $ds = R d\alpha = (R/2) d(2\alpha)$. Учитывая, что величина потенциальной силы пропорциональна потенциальной энергии $F_2/F_1 = \Pi_2/\Pi_1$, можно утверждать, что и

$$\Pi \cos \alpha = C, \quad (12)$$

где C — константа.

Определим форму траектории движения точки в случае разрыва окружности углового потенциала.

По определению $F = \text{grad}\Pi$, где $\Pi = \Pi(x, y, z)$ — потенциальная функция. Причем предполагается, что она однозначна и дважды дифференцируема по всем координатам. Для определения ее вида вновь обратимся к закону сохранения энергии. С учетом (12):

$$\begin{cases} \Pi \cos \alpha = C, \\ \Pi - C = mv^2/2. \end{cases} \quad (13)$$

Подставляя из первого уравнения во второе $C = \Pi \cos \alpha$, получим $\Pi(1 - \cos \alpha) = mv^2/2$, а с учетом того, что по формулам тригонометрии $(1 - \cos \alpha)/2 = \sin^2(\alpha/2)$, после подстановки и сокращения на величину массы m , найдем $v = 2 \sin(\alpha/2) \sqrt{U}$.

Из уравнения (12) следует, что $\Pi > C$. Принимая во внимание, что на границе между механической системой и средой, проходящей в области цапфы максимальное значение потенциала U можно определить как $U = \Pi/m = mgr'/m = gr'$ (r' — радиус образующей окружности), тогда $v = 2r' \sin(\alpha/2) \sqrt{g/r'}$.

Вводя обозначение, принятое в теории маятника $g/r' = \omega^2$ [4, с.122], получим выражение,

определяющее скорость движения материальной точки по циклоидальной траектории

$$v = \frac{ds}{dt} = 2r' \sin(\alpha/2) \omega = 2r' \sin(\alpha/2) \frac{d\alpha}{dt}. \quad (17)$$

Таким образом, разрыв окружности углового потенциала сопровождается переходом материальной точки (точки контакта цапфы с колесом) на циклоидальную траекторию. Поскольку этот результат получен нами непосредственно из закона сохранения энергии, можно утверждать, что данный закон реализуется в механических системах именно на циклоиде. Но циклоида (равно таутохрона, брахистохрона) есть линия преломления светового луча в среде переменной плотности [6]. В таком случае циклоида есть силовая линия (линия напряженности) гравитационного поля образованная в плоскости качения колеса. Подобно оптической линзе, преломляющей луч световой, колесо по своей физической сути есть «линза механическая», преломляющая луч гравитационный.

Практически контакт цапфы с колесом осуществляется не в одной точке, а в некоторой области с множеством точек. Каждой точке из указанной области соответствует своя образующая окружность (своя орбита). Чем ближе точка контакта к вертикали, тем меньше радиус образующей окружности. Это свидетельствует о том, что в области контакта цапфы с колесом возникают условия, подобные условиям образования ветровой волны на водной поверхности и последующего ее разрушения с массопереносом на береговом откосе [7, 8]. Каков механизм этого сложнейшего процесса — тема для дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кузьмицкий А.В. Колесо — резервы энергосбережения // Тракторы и сельскохозяйственные машины. — 2001, № 2.
2. Кузьмицкий А.В. Свойство углового потенциала и его влияние на энергетику колеса // Энергообеспечение и энергосбережение в сельском хозяйстве: Труды 3-й Международной научно-технической конференции, Москва, 14-15 мая 2003 г. ГНУ ВИЭСХ, ч. 2: Энергосберегающие технологии в растениеводстве и мобильной энергетике. — М.: ГНУ ВИЭСХ, 2003. — 340 с.
3. Кузьмицкий А.В., Цыганов А.Р. Угловой потенциал — источник движущей силы колеса // Тракторы и сельскохозяйственные машины. — 2003, № 6. — С.16.
4. Зоммерфельд А.. Механика. — М.: Госиздат. иностр. лит., 1947. — 391с.
5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. — М.: Наука, 1968. — С.343.

6. Берман Г.Н. Циклоида.– М.: ОГИЗ, 1948. — С.112.
7. Чигарев А.В., Цыганов А.Р., Кузьмицкий А.В. Влияние волнового эффекта на динамику трения качения колеса // Трение и износ.– 2001, № 1.–С.51–56.
8. Tsyganov A., Kusmitski A., Chygarev A. The wave effect in the wheel rolling process as a source of

noise // VIII Prof. Czeslaw Kanafojski Int. symposium «Problems of construction and exploitation of agricultural machinery and equipment». Politechnika Warszawska. Plock, Poland (2000), 127–137.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ ОТХОДОВ ЛЬНЯНЫХ ВОЛОКОН ПРИ ФОРМИРОВАНИИ НЕТКАНЫХ ПОЛОТЕН

Локтионов А.В., Буткевич В.Г., Мачихо Т.А.

It is theoretically investigated the process of refining fibres from waste impurities and are determined the condensor work conditions ensure the waste separation from fibrous mass.

При формировании нетканых полотен из текстильных технологических отходов требуется очистка восстановленных волокон. Она необходима при переработке волокнистых льняных отходов, так как последние засорены, имеют много костры, коротких и поврежденных волокон. В процессе очистки необходимо выделить примеси и пороки волокон из волокнистого материала. При этом получается чистый продукт и обеспечивается стационарность технологического процесса, а именно снижение обрывности и неравноты полуфабрикатов. Наиболее производительным является аэродинамический способ очистки, заключающийся в воздействии сил инерции на движущиеся в воздушном потоке клочки волокон и примеси.

Для очистки волокнистой массы из отходов производства предложено устройство, состоящее из двух барабанов (конденсор), в зоне контакта которых с волокнами создается разрежение. Внутри волокнистого слоя в любой момент времени на соринку действует сила F сопротивления волокнистого слоя. По величине она пропорциональна квадрату скорости движения соринки, то есть $F = -KV^2$.

В то же время сила сопротивления F равна произведению массы m соринки на ее ускорение a . Тогда

$$ma = -KV^2, \quad (1)$$

где скорость V соринки можно представить в виде

$$V = \frac{dS}{dt}, \text{ а ускорение } a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}. \text{ Из равен-$$

ства (1) получим дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2S}{dt^2} = \frac{K}{m} \left(\frac{dS}{dt} \right)^2, \quad (2)$$

которое решается посредством введения новой функции $P = y' = \frac{dy}{dt}$.

Это приводит к соотношениям $\frac{dS}{dt} = P$, $\frac{d^2S}{dt^2} = \frac{dP}{dt}$; в результате уравнение (2) принимает вид $\frac{dP}{dt} = \frac{K}{m} P^2$. (3)

Разделяя переменные P и t в уравнении (3), получим соотношение $\frac{dP}{P^2} = \frac{K}{m} dt$, которое после интегрирования принимает вид

$$-\frac{1}{P} = -\frac{K}{m}t + C_1.$$

После подстановки значения P получим $-\frac{dt}{dS} = -\frac{K}{m} + C_1$, откуда $dS = \frac{dt}{\frac{K}{m}t - C_1}$.

Общее решение этого уравнения принимает вид

$$S = \frac{m}{K} \int \frac{d\left(\frac{K}{m}t - C_1\right)}{\frac{K}{m}t - C_1} = \frac{m}{K} \ln\left(\frac{K}{m}t - C_1\right) + C_2. \quad (4)$$

Для нахождения частного решения необходимо определить постоянные интегрирования C_1 и C_2 . В соответствии с технологическим процессом заданными начальными условиями являются при $t = 0,01$ с, $S = 0,15$ м, $V_0 = 15$ м/с.

Дифференцируя уравнение (4), получим $\frac{dS}{dt} = \frac{1}{\frac{K}{m}t - C_1}$. Используя начальное значение

$$V_0 = 15 \text{ м/с.}, \text{ можно записать } 15 = \frac{1}{\frac{K}{m}0,01 - C_1}.$$

Откуда $C_1 = -\frac{1}{15}$. Из уравнения (4) при $t = 0,01$ с и $S = 0,15$ м находим

$$C_2 = -\frac{m}{K} \ln \frac{1}{15} = \frac{m}{K} \ln 15. \text{ С учетом } C_1 \text{ и } C_2, \text{ на}$$

ходим частное решение дифференциального уравнения движения для рассматриваемого технологического процесса в виде

$$S = \frac{m}{K} \ln\left(\frac{K}{m}t + \frac{1}{15}\right) + \frac{m}{K} \ln 15 = \frac{m}{K} \ln\left(15\frac{K}{m}t + 1\right) \quad (5)$$

Решая уравнение (5) относительно времени t , получим $15\frac{K}{m}t + 1 = e^{\frac{KS}{m}}$.

Отсюда технологически необходимое время прохождения сорных примесей через волокнистый слой и решетку конденсора определится из выражения

$$t = \frac{m}{15K} \left(e^{\frac{SK}{m}} - 1 \right) \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) следует, что для нахождения оптимального режима технологического процесса по времени необходимо определить величины коэффициента пропорциональности K и массы m частицы сорной примеси. Коэффициент пропорциональности K определим из дополнительно принятых начальных условий. Для случая разработки крутых концов

пряжи принимаем $S = 120$ мм; $\frac{dS}{dt} = 6$ м/с. Для определения условий наилучшей очистки дифференцируя уравнение (5), получим

$$\frac{dS}{dt} = \frac{15}{15\frac{K}{m}t + 1}. \quad (7)$$

Подставив значение времени t из равенства (6) в уравнение (7), имеем $\frac{dS}{dt} = \frac{15}{e^{\frac{KS}{m}}}$.

Из равенства (7) с учетом дополнительного условия $\frac{dS}{dt} = 6$ м/с получим формулу для определения коэффициента пропорциональности в

$$\text{виде } 6 = \frac{15}{e^{0,12\frac{K}{m}}}. \quad (8)$$

Откуда $K \approx 7,635m$. Из уравнения (8) следует, что коэффициент пропорциональности K является линейной функцией массы m , и нет

необходимости в ее определении. При этом достаточно найти величину $e^{\frac{K}{m}}$. Из соотношения (8)

$$\text{имеем } e^{\frac{K}{m}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{25}{3}}.$$

После подстановки числовых значений коэффициента пропорциональности K и $e^{\frac{K}{m}}$ в уравнение (6) получим значение времени

$t \approx 0,013$ с, необходимое для технологического процесса наилучшей очистки.

Проведенные теоретические исследования процесса очистки волокон от сорных примесей позволили установить условия работы конденсора, при которых происходит отделение от волокнистого объема сора различной массы. При этом рекомендованное время 0,013 с прохождения сора через волокнистый слой и сетку конденсора соответствует технологическим возможностям оборудования.

РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ ГОФРИРОВАННЫХ ПАНЕЛЕЙ

Михасев Г.И., Маркова Л.В., Никонова Т.В.

The thin-walled structure lied in a soil is investigated. The reaction of the structure on the part of the external elastic filling (a soil) is considered in the scope of Gook's law. General solutions of the governing equations describing the structure equilibrium are obtained. The substitution of the general solutions into the boundary and conduction conditions leads to the system of algebraic equations, which are solved by using the MAPLE software. The influence of the deposition depth of the structure on the stresses and moments is investigated.

Рассмотрим тонкостенную конструкцию, лежащую в грунте на глубине H_2 и состоящую из элементов гофрированных цилиндрических панелей.

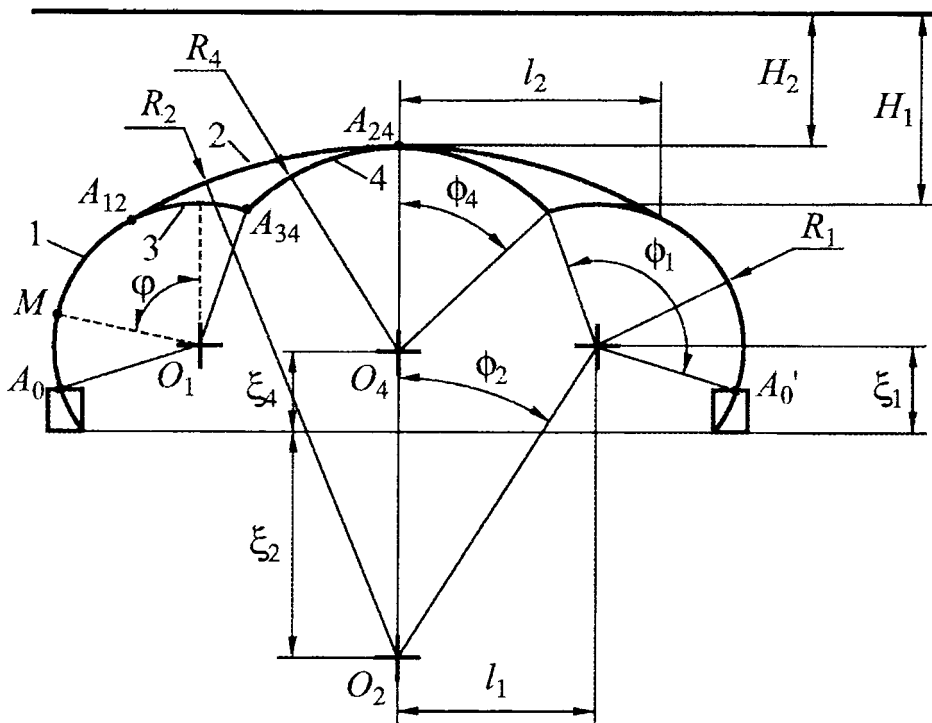


Рис.1 Поперечное сечение конструкции

На рис.1 изображено поперечное сечение данной конструкции и введены все необходимые обозначения. Цифрами 1, 2, 3, 4 отмечены элементы конструкции, буквами A_{12} , A_{34} , A_{24} — точки сопряжения. Учитывая симметрию конструкции, впоследствии будем рассматривать только ее левую часть.

Будем считать, что в точках A_0 , A_0' реализуется условие жесткого либо шарнирного крепления. Учитывая технологию скрепления гофрированных листов, в точках A_{12} , A_{24} , будем рассматривать условия жесткого соединения, а в точке A_{34} — условия жесткого или шарнирного соединения.

Целью данной работы является:

1. определение напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции (перемещений, тангенциальных и перерезывающих уси-

лий, изгибающих моментов) при различных способах крепления в точках сопряжения элементов и различных глубинах залегания.

2. создание на базе пакета MAPLE программы расчета НДС для однотипной конструкции при различных геометрических и физических характеристиках конструкции.

Для упрощения задачи введем следующие предположения:

1) длину конструкции в поперечном направлении (перпендикулярном плоскости рисунка) считаем достаточно большой, так что граничными условиями на ее торцах пренебрегаем;

2) воздействие внешнего упругого заполнителя (грунта) принимаем в предположении гидростатического характера его давления на конструкцию с учетом реакции заполнителя в рамках модели Фусса-Винклера [1-5];

3) гофрированные панели будем заменять цилиндрическими панелями с толщиной, обеспечивающей совпадение ее изгибной жесткости с аналогичной жесткостью гофрированной панели.

Из всех элементов, составляющих конструкцию, в контакте с грунтом находятся элементы 1 и 2. Введем в рассмотрение глубину залегания H_1 элемента 1 (см. рис.1), тогда

$$H_1 = H_2 + R_4 - R_1 + \xi_4 - \xi_1, \quad (1)$$

где R_k — радиус k -ой панели, а ξ_k — расстояние от основания конструкции до точки O_k (центра k -ой дуги) $k = 1, 4$.

Будем считать, что каждый элемент характеризуется своими толщиной h_k , модулем Юнга E_k , коэффициентом Пуассона ν_k и плотностью $\gamma_0^{(k)}$. Положение точки M на каждом из элементов будем определять углом φ , отсчитываемым в направлении противоположном ходу часовой стрелки, при этом $\varphi_{k,1} \leq \varphi \leq \varphi_{k,2}$.

Принимая во внимание ранее сделанное предположение о большой длине конструкции в направлении x , перпендикулярном плоскости рисунка, будем считать, что все функции, характеризующие НДС конструкции, не зависят от координаты x . Тогда задача становится плоской, и для описания равновесия k -го элемента могут быть использованы безмоментные уравнения равновесия тонких оболочек [6], вырождающиеся в уравнения равновесия стержней:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_k}{\partial s} - \frac{T_k}{R_k} + q_n^{(k)} &= 0, \\ \frac{\partial T_k}{\partial s} + \frac{Q_k}{R_k} + q_2^{(k)} &= 0, \quad \frac{\partial M_k}{\partial s} - Q_k = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $s = R_k j$ — длина дуги, на k — ом элементе ($k = 1, 4$), T_k , Q_k , M_k — кольцевое усилие, пере­резающее усилие и момент, соответственно, возникающие в серединной поверхности k — ого элемента, $q_n^{(k)}$, $q_2^{(k)}$ — нормальное и касательное усилия, приходящиеся на единицу площади поверхности k — ого элемента (оболочки). Здесь

$$\begin{aligned} q_n^{(k)} &= q_{n,сп}^{(k)} + q_{n,об}^{(k)} + q_{n,сун}^{(k)}, \\ q_{n,сп}^{(k)} &= -\gamma_k [H_k + R_k (1 - \cos \varphi)], \\ q_{n,об}^{(k)} &= -\gamma_o^{(k)} h_k \cos \varphi, \\ q_{n,сун}^{(k)} &= -\frac{\alpha_o^{(k)}}{R} w_k, \quad q_2^{(k)} = q_{2,об}^{(k)} = \gamma_o^{(k)} h_k \sin \varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\gamma_k = \begin{cases} \gamma_{сп}, & k = 1, 2 \\ 0, & k = 3, 4 \end{cases}$$

$$\alpha_o^{(k)} = \begin{cases} \alpha_{сп}, & k = 1, 2 \\ 0, & k = 3, 4 \end{cases}$$

где $q_{n,сп}^{(k)}$, $q_{n,об}^{(k)}$, $q_{n,сун}^{(k)}$ — нормальные составляющие нагрузки, вызванные действием грунта, веса оболочки и реакцией грунта (винклеровского основания), соответственно, w_k — нормальный прогиб k -го элемента, $q_{2,об}^{(k)}$ — касательная составляющая нагрузки, вызванная весом оболочки, $\gamma_{сп}$, $\gamma_o^{(k)}$ — удельные веса грунта и материала оболочки k -го элемента, $\alpha_{сп}$ — коэффициент постели винклеровского основания ($[\alpha_{сп}] = H/M^2$).

Уравнения равновесия (2) дополним уравнениями физического состояния, связывающими T_k , Q_k и M_k с нормальным прогибом w_k и касательным перемещением v_k :

$$T_k = \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2} \left(\frac{\partial v_k}{\partial s} + \frac{w_k}{R_k} \right),$$

$$M_k = \frac{E_k h_k^3}{12(1 - \nu_k^2)} \left(-\frac{\partial^2 w_k}{\partial s^2} + \frac{1}{R_k} \frac{\partial v_k}{\partial s} \right)$$

$$Q_k = \frac{\partial M_k}{\partial s} = \frac{E_k h_k^3}{12(1 - \nu_k^2)} \left(-\frac{\partial^3 w_k}{\partial s^3} + \frac{1}{R_k} \frac{\partial^2 v_k}{\partial s^2} \right), \quad (4)$$

В основании конструкции (см. на рис. 1 точку A_j) рассмотрим условия жесткого

$$w_1(\varphi_{1,2}) = v_1(\varphi_{1,2}) = 0, \quad w_1'(\varphi_{1,2}) = 0 \quad (5)$$

или шарнирного креплений

$$w_1(\varphi_{1,2}) = v_1(\varphi_{1,2}) = 0, \quad M_1(\varphi_{1,2}) = 0, \quad (6)$$

где w_1 , v_1 — нормальное и тангенциальное перемещения точек элемента 1, а штрих здесь и ниже означает дифференцирование по координате j .

Рассмотрим условия сопряжения элементов в точках A_{12} , A_{34} и A_{24} . Пусть γ_{kl} — угол между единичными векторами — нормальными $\bar{e}_k^{(n)}$, $\bar{e}_l^{(n)}$ к кривым k и l , соответствующим k -ому и l -ому элементам. В случае жесткого соединения, условия сопряжения заключаются в равенстве векторов перемещения, сил, моментов и углов поворота каждого элемента в точке их пересечения. Проектируя вектора перемещений и сил, например, на оси $\bar{e}_k^{(n)}$, $\bar{e}_k^{(1)}$, где $\bar{e}_k^{(1)}$ — единичный вектор, касательный к k -ой кривой, получим следующие условия сопряжения в случае жесткого сочленения:

$$v_k = \cos \gamma_{kl} v_l - \sin \gamma_{kl} w_l, \quad (7)$$

$$w_k = \sin \gamma_{kl} v_l + \cos \gamma_{kl} w_l$$

$$T_k = \cos \gamma_{kl} T_l - \sin \gamma_{kl} Q_l, \quad (8)$$

$$Q_k = \sin \gamma_{kl} T_l + \cos \gamma_{kl} Q_l$$

$$M_k = M_l, \quad \theta_k = \theta_l. \quad (9)$$

В случае шарнирного соединения k -ого и l -ого элементов условия (7), (8) сохраняются, а вместо (9) в точке соединения имеем:

$$M_k = M_l = 0. \quad (10)$$

В точке A_{24} , учитывая симметрию конструкции относительно линии $A_{24}O_4$, примем

$$w_2(0) = w_4(0), \quad w_2'(0) = w_4'(0) = 0, \quad (11)$$

Разрешающее дифференциальное уравнение относительно нормального прогиба w_k имеет вид:

$$w_k^{IV} + 2w_k'' + a_k w_k = b_k - \delta_k c_k^{(5)} + d_k \cos \varphi. \quad (12)$$

Здесь $c_k^{(5)}$ — неизвестная постоянная, определяемая из граничных условий и условий со-

пряжения,
$$\varepsilon_k = \frac{h_k^2}{12R_k^2}, \quad \delta_k = \frac{1 + \varepsilon_k}{\varepsilon_k},$$

$$a_k = \frac{\varepsilon_k + \alpha_k(1 + \varepsilon_k)}{\varepsilon_k}, \quad b_k = \delta_k q_{no}^{(k)},$$

$$d_k = \delta_k (q_{nc}^{(k)} - q_{2s}^{(k)}).$$

Для 1-го и 2-го элементов, граничащих с грунтом, параметры, входящие в уравнение (12),

имеют вид:
$$a_k = 1 + \frac{\delta_k \alpha_{sp}(1 - v_k^2) R_k}{E_k h_k},$$

$$b_k = -\frac{\delta_k (1 - v_k^2) \gamma_{sp} R_k^2 (H_k + R_k)}{E_k h_k},$$

$$d_k = \frac{\delta_k (1 - v_k^2) R_k^2 (\gamma_k R_k - 2\gamma_o^{(k)} h_k)}{E_k h_k} \text{ при } k=1,2, \text{ а}$$

для 3-го и 4-го элементов, несоприкасающихся

с грунтом: $a_k = 1, b_k = 0, d_k = -\frac{2\delta_k (1 - v_k^2) \gamma_o^{(k)} R_k^2}{E_k}$

при $k = 3, 4$.

Рассмотрим интегрирование разрешающего уравнения (12) для элементов 1, 2 и 3, 4, граничащих и не контактирующих с грунтом, соответственно.

Для элементов 1, 2 уравнение (12) имеет следующее общее решение

$$w_k(\varphi) = c_k^{(1)} e^{\alpha_k \varphi} \cos \beta_k \varphi + c_k^{(2)} e^{\alpha_k \varphi} \sin \beta_k \varphi + c_k^{(3)} e^{-\alpha_k \varphi} \cos \beta_k \varphi +$$

$$+ c_k^{(4)} e^{-\alpha_k \varphi} \sin \beta_k \varphi + \frac{b_k}{a_k} - \frac{\delta_k}{a_k} c_k^{(5)} + \frac{d_k}{a_k - 1} \cos \varphi, \quad (13)$$

где $\alpha_k = \sqrt{\frac{a_k - 1}{2}}, \quad \beta_k = \sqrt{\frac{a_k + 1}{2}}, k=1, 2$

2. Тогда, тангенциальное перемещение

$$v_k = \frac{1}{1 + \varepsilon_k} \left(\varepsilon_k w_k' - \int w_k(\varphi) d\varphi + q_{2s}^{(k)} \sin \varphi \right) + c_k^{(5)} \varphi + c_k^{(6)} \quad (14)$$

При $k=3, 4$ общее решение уравнения (12) имеет вид

$$w_k = c_k^{(1)} \cos \varphi + c_k^{(2)} \sin \varphi + \varphi (c_k^{(3)} \cos \varphi + c_k^{(4)} \sin \varphi) - \frac{\delta_k}{a_k} c_k^{(5)} - \frac{d_k}{8} \varphi^2 \cos \varphi \quad (15)$$

а перемещение v_k находится по формуле (14).

В обоих случаях, для элементов, граничащих и не граничащих с грунтом, усилия T_k, Q_k и момент M_k находятся согласно (4).

Построенные решения (13)-(15) содержат неопределенные постоянные $c_k^{(j)}$, которые могут быть найдены из граничных условий и условий сопряжения элементов. Рассмотрение этих условий приводит к системе из 24 неоднородных алгебраических уравнений относительно 24 неизвестных постоянных $c_k^{(j)}, k=1, 4, j=1, 6$.

Для программной реализации исходной задачи выбрана математическая среда MAPLE [7, 8], которая позволяет автоматизировать процесс решения следующих подзадач:

— найти аналитическое выражение производной;

— вычислить интегралы;

— определить значения тригонометрических функций;

— решить систему из 24 неоднородных алгебраических уравнений относительно 24 неизвестных;

— получить графическое отображение полученного решения.

С использованием среды MAPLE выполнены расчеты усилий и моментов в элементах конструкции как функций аргумента j , произведен анализ зависимости усилий от глубины залегания конструкции. Из анализа выполненных расчетов следует, что тангенциальное, перерезывающее усилия и моменты, возникающие в элементах конструкции, возрастают с увеличением глубины залегания. Наиболее опасными являются точки сопряжения элементов конструкции A_{12}, A_{34} , в которых перерезывающие силы и моменты достигают наибольшего значения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Динник А.Н. Круглая пластина на упругом основании // Изв. Киевского политехнического института. — 1910. — С.287-306.
2. Корнев Б.Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании. — М.: Госстройиздат, 1954. 232 с.

3. Корбут Б.А, Назорный Ю.Н. Об одной модели заполнителя в задачах устойчивости цилиндрических оболочек // Изв. вузов. «Машиностроение». — 1971, №6. — С.16–21.
4. Крылов А.Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. — М.: Изд-во АН СССР, 1930. 154 с.
5. Уманский А.А. О расчете балок на упругом основании. — М.: Стройиздат, 1933. 48 с.
6. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Ленинград: Гос. союзное изд-во судостроительной промышленности, 1962, 431с.
7. Дьяконов В.П. Математическая среда Maple V R3/R4/R5. — М.: «Солон», 1998.
8. Манзон Б.М. Maple V Power Edition. — Москва, 1998.

МЕТОД МАКСИМУМА ИНФОРМАЦИОННОЙ ЭНТРОПИИ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОСТИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ В ЛАГРАНЖЕВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

В.Б. Немцов

The theory of the nonlinear elastic deformation by means of principle of information entropy maximum is described. The Murnaghan formula in material coordinates with help of the statistical theory is obtained.

В настоящее время в рамках феноменологического подхода интенсивно исследуется нелинейная упругость деформируемых тел [1-4]. Теория нелинейного поведения важна для биомолекул типа ДНК. Однако общая форма нелинейности остается нераскрытой, так как проблема полного описания нелинейной упругости чрезвычайно сложна. Поэтому оправданно рассматривать более простую задачу о наиболее вероятной форме исследуемой нелинейности. Для решения подобной задачи естественно использовать принцип максимума информационной энтропии, широко применяемый в статистической теории сложных систем [5].

В данной работе используется информационная энтропия Больцмана-Гиббса-Шеннона. Работа является развитием предыдущих работ [6,7], в которых разрабатывалась статистическая теория нелинейной упругости в эйлеровых переменных.

Напомним некоторые положения лагранжевого описания деформации твердых тел. Пусть \mathbf{a} — радиус-вектор, определяющий положение частицы среды до деформации. В используемой здесь и далее декартовой системе координат его компоненты a_i являются лагранжевыми переменными. Положение частицы среды после деформации характеризуется радиусом-вектором \mathbf{x} . Зависимость этого радиуса-вектора от вектора \mathbf{a} определяет закон деформирования среды

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(a), \quad x_i = x_i(a_1, a_2, a_3) \quad (i=1,2,3) \quad (1)$$

Компоненты x_i определены в той же исходной декартовой системе, что и a_i . Уравнения (1) в общем случае содержат время t . В качестве меры деформации используется лагранжева мера деформации в форме тензора Грина

$$L_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_e}{\partial a_i} \frac{\partial x_e}{\partial a_j} - \delta_{ij} \right). \quad (2)$$

Если использовать компоненты u_i вектора смещений \mathbf{u} , вводимые соотношениями

$$x_i = a_i + u_i, \quad (3)$$

тензор Грина представляется в виде

$$L_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} + \frac{\partial u_e}{\partial a_i} \frac{\partial u_e}{\partial a_j} \right). \quad (4)$$

Для статистического описания деформирования среды введем динамическую величину локализации частицы среды

$$\hat{x}(\mathbf{a}) = \sum_{v=1}^N \mathbf{x}^v \delta(\mathbf{a} - \mathbf{a}^v), \quad \hat{x}_i(\mathbf{a}) = \sum_{v=1}^N x_i^v \delta(\mathbf{a} - \mathbf{a}^v) \quad (5)$$

Здесь N — число частиц (атомов или молекул) в системе, v — номер частицы, \mathbf{a}^v — радиус-вектор частицы до деформации, \mathbf{x}^v — после деформации, \mathbf{a} — по-прежнему радиус-вектор частицы среды в исходном состоянии. Введем еще динамическую величину плотности числа частиц в лагранжевых переменных

$$\hat{n}(\mathbf{a}) = \sum_{v=1}^N \delta(\mathbf{a} - \mathbf{a}^v). \quad (6)$$

Среднее значение динамической величины (5) и позволяет описать макроскопический закон деформирования среды

$$x_i(a_1, a_2, a_3) = \frac{\langle \hat{x}_i \rangle}{n(a)}. \quad (7)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение с помощью квазиравновесной функции распределения ρ_q , вид которой будет установлен позже,

$$\langle \hat{x}_i \rangle = S_p \rho_q \hat{x}_i, \quad n(a) = \langle \hat{n}(a) \rangle = S_p \rho_q \hat{n}(a). \quad (8)$$

Здесь и ниже с помощью символа S_p описывается интегрирование по фазовому пространству системы.

Запишем тензор деформации Грина через введенные средние значения

$$L_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial a_i} \frac{S_p \rho_q \hat{x}_e}{S_p \rho_q \hat{n}} \frac{\partial}{\partial a_j} \left(\frac{S_p \rho_q \hat{x}_e}{S_p \rho_q \hat{n}} \right) - \delta_{ij} \right]. \quad (9)$$

Для определения вида динамической величины тензора деформации \hat{L}_{ij} рассмотрим величину

$$nL_{ij} = S_p \rho_q \hat{n} L_{ij}, \quad (10)$$

где в качестве тензора L_{ij} в правой части (10) используется выражение (9).

Найдем вариацию величины $\delta(nL_{ij})$ линейную по вариации $\delta\rho_q$ (см. аналогичные вычисления для жидких кристаллов [8]). В результате несложных преобразований установим соотношение

$$\delta(nL_{ij}) = S_p \delta\rho_q \hat{L}_{ij}, \quad (11)$$

в котором \hat{L}_{ij} определяется как

$$\begin{aligned} \hat{L}_{ij} = & \frac{1}{2} \hat{n} \left[\frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_j}{\partial a_j} - \delta_{ij} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \Pi \left[\frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial}{\partial a_j} \left(\frac{\hat{x}_i}{n} - \frac{\hat{x}_j n}{n} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{2} n \left[\frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial}{\partial a_j} \left(\frac{\hat{x}_i}{n} - \frac{x_j \hat{n}}{n} \right) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Величина \hat{L}_{ij} и представляет собой динамическую величину тензора деформации Грина. Ее среднее значение определяет введенный выше макроскопический тензор деформации Грина (2)

$$\langle \hat{L}_{ij} \rangle = nL_{ij}. \quad (13)$$

Используя принцип максимума информационной энтропии при условии, что заданы средние значения плотности энергии и тензора Грина, установим следующее выражение для квазиравновесного распределения:

$$\delta q = Q^{-1} \exp\{-da[\beta(a)\hat{H}(a) - mB_{ij}(a)\hat{L}_{ij}(a)]\}. \quad (14)$$

Здесь $\hat{H}(a)$ — плотность энергии в лагранжевых переменных, $B_{ij}(a)$ — термодинамический параметр, сопряженный тензору \hat{L}_{ij} , $\beta(a)$ — обратная локальная температура, m — масса частицы, Q — статистический интеграл,

$$Q = S_p \exp\left\{-\int da[\beta\hat{H}(a) - mB_{ij}\hat{L}_{ij}(a)]\right\}. \quad (15)$$

Определяя энтропию системы (с точностью до умножения на постоянную Больцмана) как

$$S = -S_p(\rho_q \ln \rho_q) \quad (16)$$

получим для нее выражение вида

$$S = \ln Q + \int \rho_0 da [\beta u(a) - B_{ij} L_{ij}(a)], \quad (17)$$

причем $\rho_0 = mn$ — плотность среды в недеформированном состоянии, $u = \langle \hat{H} \rangle / \rho_0$ — массовая плотность внутренней энергии.

Вычисляя вариацию энтропии с учетом закона сохранения массы $\delta(\rho_0 da) = 0$, установим соотношение для массовой плотности энтропии:

$$\delta S(a) = \beta \delta u - B_{ij} \delta L_{ij}. \quad (18)$$

Так как плотности в лагранжевых и эйлеровых переменных отнесены к одной и той же системе координат, справедливо соотношение (см. независимые вычисления в эйлеровых координатах [7])

$$\delta S(x) = \beta \delta u(x) - B_{ij} \delta L_{ij}. \quad (19)$$

На основании (19) можно записать уравнение баланса энтропии

$$\rho \frac{dS}{dt} = \beta \delta \frac{du}{dt} - \rho B_{ij} \frac{dL_{ij}}{dt}, \quad (20)$$

где ρ — плотность среды в деформированном состоянии.

Используем теперь закон сохранения энергии

$$\rho \frac{du}{dt} = \tau_{ij} e_{ij} - \partial q_i / \partial x_i \quad (21)$$

и уравнение движения для тензора Грина

$$\frac{dL_{ij}}{dt} = e_{ip} \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j}. \quad (22)$$

Здесь q_i — поток теплоты,

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (23)$$

— тензор скоростей деформаций, $v_i(x)$ — поле скоростей течения среды, τ_{ij} — эйлеров тензор напряжений. В результате уравнение баланса энтропии вида

$$\rho \frac{dS}{dt} = [\beta \tau_{ip} - \rho B_{ij} \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j}] e_{ip} - \beta \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (24)$$

позволяет установить следующее выражение для квазиравновесного эйлера тензора напряжений:

$$\beta \tau_{ip}^0 = \rho B_{ij} \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j} \quad (25)$$

и выяснить смысл тензорного термодинамического параметра B_{ij} .

Уравнение (18) для вариации энтропии приводит к следующей формуле для дифференциала плотности внутренней энергии (постоянная Больцмана теперь включена в выражение для энтропии):

$$du = \beta^{-1} B_{ij} dL_{ij} + T dS \quad (26)$$

Обычно это соотношение записывается в виде [9]

$$du = \rho_0^{-1} K_{ij} dL_{ij} + T dS, \quad (27)$$

где K_{ij} — тензор напряжений Кирхгоффа.

Сравнивая (26) и (27), установим связь тензора B_{ij} и тензора напряжений Кирхгоффа

$$B_{ij} = \beta \rho_0^{-1} K_{ij}. \quad (28)$$

Учитывая выражение для квазиравновесного тензора напряжений Эйлера (25), получим формулу, связывающую тензор напряжений Эйлера и Кирхгоффа

$$\tau_{ip}^0 = \frac{\rho}{\rho_0} K_{ij} \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j} \quad (29)$$

Но согласно (27)

$$\rho_0^{-1} K_{ij} = (\partial u / \partial L_{ij})_s,$$

поэтому уравнение (29) представляет собой фактически формулу Мурнагана в лагранжевых переменных для адиабатических процессов деформирования среды

$$\tau_{ip}^0 = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial L_{ij}} \right)_s \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j}. \quad (30)$$

Если использовать свободную энергию F , отнесенную к единице массы, с учетом ее определения как $F = U - TS$, нетрудно установить, что

$$dF = \rho_0^{-1} K_{ij} dL_{ij} - S dT \quad (31)$$

Тогда для изотермических процессов справедливо соотношение

$$\rho_0^{-1} K_{ij} = \left(\frac{\partial F}{\partial L_{ij}} \right)_T, \quad (32)$$

а формула Мурнагана приобретает вид

$$\tau_{ip}^0 = \rho \left(\frac{\partial F}{\partial L_{ij}} \right)_T \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j}. \quad (33)$$

Если переопределить свободную энергию, введя величину [4] $f = F / \rho_0$, приходим к традиционной форме записи формулы Мурнагана в лагранжевых переменных

$$\tau_{ip}^0 = \rho / \rho_0 \left(\frac{\partial f}{\partial L_{ij}} \right)_T \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j}. \quad (34)$$

Так как свободная энергия выражается через энтропию и внутреннюю энергию, а эти величины определены в рамках статистической теории с помощью квазиравновесного усреднения, то тем самым представляется возможным описать упругие свойства твердых тел наиболее вероятным образом на основе принципа максимума информационной энтропии. Однако конкретизация нелинейности упругого поведения по-прежнему представляет собой трудную задачу. Но уже сейчас представляется возможным определить вид геометрической нелинейности, описываемой сомножителем

$$\frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial x_i}{\partial a_i} \frac{\partial x_p}{\partial a_j}. \quad (35)$$

Чтобы дать явное выражение для указанной геометрической нелинейности, запишем формулу Мурнагана в терминах поля смещений,

$$\tau_{ip}^0 = \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{\partial f}{\partial L_{ip}} + \frac{\partial f}{\partial L_{ij}} \frac{\partial u_p}{\partial a_j} + \frac{\partial f}{\partial L_{jp}} \frac{\partial u_i}{\partial a_i} + \frac{\partial f}{\partial L_{ij}} \frac{\partial u_i}{\partial a_i} \frac{\partial u_p}{\partial a_j} \right). \quad (36)$$

Рассмотрим одномерный случай (растяжение — сжатие материального отрезка), полагая $l=1, p=1, i=1, j=1$. Тогда

$$\tau_{11}^0 = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial f}{\partial L_{11}} \left[1 + 2 \frac{\partial u_1}{\partial a_1} + \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2 \right]. \quad (37)$$

Учитывая, что $L_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial a_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial a_1} \right)^2$, устано-

вим, что

$$\tau_{11}^0 = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial f}{\partial L_{11}} (1 + 2L_{11}). \quad (38)$$

Перейдем к описанию деформации с помощью других мер деформации. Так, с помощью кратности удлинения $\lambda = l / l_0$ L_{11} записывается как $L_{11} = 2^{-1} (\lambda^2 - 1)$, причем l — длина материального отрезка в деформированном состоянии, а l_0 — его исходная длина. Если использовать меру деформа-

ции Коши $\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0}$, то $\lambda = 1 + \varepsilon$ и $L_{11} = \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2}$.

Пусть в простейшем случае (E — модуль Юнга)

$$f = \frac{EL_{11}^2}{2}, \quad \text{тогда} \quad \frac{\partial f}{\partial L_{11}} = EL_{11} \text{ и}$$

$$\tau_{11}^0 = \frac{\rho}{\rho_0} E \left(\varepsilon + \frac{5}{2} \varepsilon^2 + 2\varepsilon^3 + \frac{\varepsilon^4}{2} \right) = E \varepsilon M(\varepsilon).$$

Множитель $M = \frac{\rho}{\rho_0} \left(1 + \frac{5}{2} \varepsilon + 2\varepsilon^2 + \frac{\varepsilon^3}{2} \right)$ в явном виде учитывает вклад геометрической нелинейности в напряжение деформированного отрезка.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости.— М.-Л.: Гостехиздат, 1948.
2. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980, 512 с.

3. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. — М.: Мир, 1965, 456с.
4. Гольденблат И.И. Нелинейные проблемы теории упругости. — М.: Наука, 1969, 336 с.
5. Зубарев Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика.— М.: Наука, 1971, 415 с.
6. Немцов В.Б. К статистической теории нелинейной упругости. ДАН БССР, 1975, Т. 19, С.883-886.
7. Немцов В.Б. Статистическая теория упругости деформируемых тел. В сб. «Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механики». Минск.: «Технопринт», 2001, С. 372-375.
8. Немцов В.Б. Неравновесная статистическая механика систем с ориентационным порядком.— Минск.: «Тэхналогія», 1997, 280 с.
9. Бленд Д. Нелинейная динамическая теория упругости. М.: Мир, 1972, 184 с.

СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В МОНОКРИСТАЛЛАХ КУБИЧЕСКОЙ СИМГОНИИ

Колешко В.М., Баркалин В.В., Польшкова Е.В.

The transition to micro— and nano-sized structures results in broadening the list of materials used in MEMS developing. In the presented work on the unified basis the properties of surface acoustic waves in more than 60 isotropic cubic materials with different functional properties (metals, dielectrics, semiconductors, piezoelectrics, magnetostrictive stuffs, superconductors) are studied. Semiconducting materials GaAs, Si, InSb are interesting from the point of view of developing integral sensory microsystems including sensing, executive and processor units. The single-crystal strontium titanate SrTiO₃ is characterized by high acoustic nonlinearity and is perspective for low-noise devices with superconducting metallization of SAW structures. Iron itrium granatum Y₃Fe₅O₁₅ (IIG) has a low elastic anisotropy. The strong magnetostriction, appropriate IIG, allows to use it in devices, based on interaction of SAW with spin waves.

On the basis of research of algebraic properties of a SAW phase velocity as function of effective material constants the new approach to definition of sensitivity coefficients of SAW phase velocity to quasistatic volumetric effects on waveguide was developed, founded on the introducing of a tensor W of partial derivatives of a SAW phase velocity on elastic modules of in crystallophysical coordinate system. Generally W has no more than 15 independent components, which can be defined experimentally or theoretically from partial sensitivity coefficients of SAW phase velocity to components of deformations, mechanical stresses, temperature and orientation dependencies of SAW phase velocity. This approach allows to compare properties of a number of materials and to state the task of designing of a material with the preset properties under its atomic or molecular characteristics. This approach is suitable for study of SAW in microscopic objects such as grain borders, doubles and microcracks.

In case of a bicomponent SAW mode the analytical expressions for a non-zero components of W are established and the coefficients of deformation and temperature sensitivity for a number of cubic crystals are determined. Is shown, that the values a component W are determined by a factor of an anisotropy of

a material $\eta = \frac{2C_{55}}{C_{11} - C_{12}}$ and parameter $a = \frac{C_{11}}{C_{55}}$. At $h > 2,5$ determining is the relation to a factor of an anisotropy. The introducing of the indicated tensor allows to link value of sensitivity of a SAW phase velocity directly to the characteristics of interatomic forces in a crystal. The indicated connection explicitly is discussed.

Is investigated orientation relations of a phase velocity and factors of deformation sensitivity at longitudinal and lateral deformations for base planes of Si, InSb, GaAs, IIG, SrTiO₃. These crystals can be arranged on values of a SAW phase velocity values as $V_{\text{InSb}} < V_{\text{GaAs}} < V_{\text{IIG}} < V_{\text{SrTiO}_3} < V_{\text{Si}}$ for all investigated SAW directions. The indicated orderliness has no a place for orientation dependencies of strain effect.

Переход к микро- и нано-размерным структурам приводит к расширению списка материалов, которые можно использовать при разработке новых типов МЭМС, включающих элементы, традиционно относящиеся к функциональной электронике. Это относится и к использованию «умных» материалов в акустоэлектронике. В данной работе мы рассмотрим с этой точки зрения деформационную чувствительность фазовой скорости ПАВ в звукопроводах из материалов кубической сингонии и изотропных. Этот класс материалов, характеризующийся достаточно широким спектром функциональных свойств (полупроводниковые, пьезоэлектрические, магнитострикционные, сверхпроводящие), в то же время наиболее прост для анализа, а материальные константы этих сред достаточно изучены.

Полупроводниковые материалы (GaAs, Si, InSb) особенно интересны с точки зрения разработки интегральных сенсорных микросхем, включающих чувствительные и процессорные элементы. Пьезоэлектрические свойства кристаллов А^{III}В^V позволяют не использовать специальных пьезоактивных слоев для возбуждения ПАВ. Кроме указанных выше трех материалов, исследована деформационная чувствительность фазовой скорости ПАВ в монокристаллических титанате стронция SrTiO₃ и железотриграванате Y₃Fe₅O₁₅ (ЖИГ). Первый характеризуется высокой акустической нелинейностью, а второй — очень низкой анизотропией упругих свойств. Сильная магнитострикция, свойственная ЖИГ, позволяет использовать его в приборах, основанных на взаимодействиях ПАВ со спиновыми волнами. В то же время титанат стронция перспективен для разработки малощумящих ПАВ-устройств, поскольку может служить в качестве подложки при получении высококачественных пленок высокотемпературных сверхпроводников, которые могут быть использованы в качестве металлизации ПАВ-структур. Очевидно, что во всех этих применениях знание деформационной чувствительности ПАВ-структур весьма существенно. Поэтому основной задачей данной работы является именно исследование тензоэффекта в ПАВ-структурах.

Акустическое поле ПАВ представляет собой периодическое коллективное движение атомов сре-

ды, которое в случае поляризующихся сред сопровождается появлением осциллирующего макроскопического электромагнитного поля и модулирует все физико-химические процессы в приповерхностной области среды на атомарном уровне. В свою очередь, участие атомов среды в любых физико-химических процессах, приводящих к изменению их траекторий вблизи поверхности, отражается на характеристиках поля ПАВ, сосредоточенного в этой области. Таким образом, вследствие самой природы поля ПАВ, в нем интегрируется информация о температуре, деформациях, механических напряжениях и силовых воздействиях на поверхность, ускорении, давлении, электрическом и магнитном полях, адсорбции и абсорбции химических веществ, распределении электрических зарядов и других физико-химических величинах, связанных с переносом энергии, импульса, момента импульса, вещества и заряда в приповерхностной области тела.

Одной из важнейших характеристик поля ПАВ, определяющей распределение энергии ПАВ в пространстве, является ее фазовая скорость V_R в нагруженном состоянии звукопровода как функция его параметров. Для вычисления V_R используется метод эффективных материальных констант, зависящие от температуры, квазистатических деформаций и электрического поля в звукопроводе. В предположении, что характерный масштаб изменения эффективных материальных констант в направлении по нормали к поверхности звукопровода намного превосходит длину ПАВ, для кристаллов кристаллов кубической сингонии со слабым пьезоэффектом зависимость эффективных модулей упругости от параметров нагружения в линейном приближении определяется соотношениями:

$$C_{ijkl}^{\text{эфф}}(a_1, T) = C_{ijkl}(T) + \delta_{jk} \hat{t}_{il}(a_1, T) + \\ + C_{in\bar{k}l}(T) \hat{U}_{j,m}(a_1) + C_{ijm\bar{l}}(T) \hat{U}_{k,m}(a_1) + \\ + C_{ijk\bar{l}m}(T) \hat{\eta}_{mn}(a_1),$$

где \hat{U}_j — квазистатические смещения точек среды, появляющиеся в результате внешнего воздействия, T — абсолютная температура, $\hat{t}_{il}(a_1, T)$ — соответствующий тензор квазиста-

тических термодинамических напряжений, $\hat{U}_{i,k} = \frac{\partial \hat{U}_i}{\partial a_k}$; $\hat{n}_{ik} = \frac{1}{2}(\hat{U}_{i,k} + \hat{U}_{k,i})$ — линейный тензор деформаций, $C_{ijkl}(T)$ и $C_{ijklmn}(T)$ — модули упругости второго и третьего порядка материала, измеренные при постоянном электрическом поле.

Температурная зависимость характеристик ПАВ в кубических монокристаллах определяется температурной зависимостью материальных модулей и плотности. Фазовая скорость ПАВ V_R определяется как неявная функция квазистатических градиентов смещений, температуры и ориентации рабочей поверхности кристалла, задаваемой углами Эйлера λ, μ, θ :

$$V_R = V_R(\hat{U}_{k,l}, T, \lambda, \mu, \theta).$$

При использовании ПАВ-структур в качестве сенсорных элементов МЭМС основное значение имеет правильный выбор материалов и параметров звукопровода с точки зрения характеристик чувствительности фазовой скорости ПАВ к внешним воздействиям. При этом часто оказывается, что в большинстве случаев величина коэффициентов чувствительности определяется параметрами подложки, а слои оказывают модулирующее влияние, величина которого определяется их толщиной. В этой связи для анализа чувствительности ПАВ-структур существенное значение имеет определение вклада подложки в чувствительность к тому или иному воздействию.

Для объемных квазиоднородных и квазистатических воздействий фазовая скорость ПАВ в подложке может рассматриваться как термодинамическая функция состояния приповерхностного слоя материала звукопровода толщиной в несколько длин ПАВ. Ее полный дифференциал есть

$$\begin{aligned} \frac{dV_R}{V_R} = & (W_{1nqr} + W_{n1qr} + W_{nq1r} + W_{nqr1}) \cdot \\ & \{C_{2nqr}^{(XYZ)}(d\lambda + \cos\mu d\theta) + \\ & + C_{3nqr}^{(XYZ)}(\cos\lambda \sin\mu d\theta - \sin\lambda d\mu)\} + \\ & (W_{2nqr} + W_{n2qr} + W_{nq2r} + W_{nqr2}) \cdot \\ & \{C_{3nqr}^{(XYZ)}(\cos\lambda d\mu + \sin\lambda \sin\mu d\theta) - \\ & - C_{1nqr}^{(XYZ)}(d\lambda + \cos\mu d\theta)\} - \\ & (W_{3nqr} + W_{n3qr} + W_{nq3r} + W_{nqr3}) \cdot \\ & \{C_{1nqr}^{(XYZ)} \cdot (\cos\lambda \sin\mu d\theta - \sin\lambda d\mu) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + C_{3nqr}^{(XYZ)}(\cos\lambda d\mu + \sin\lambda \sin\mu d\theta)\} + \\ & + \{W_{mnqr}(C_{mnqrst}^{(XYZ)} + \delta_{sq} C_{mntr}^{(XYZ)} + \delta_{sn} C_{mtqr}^{(XYZ)})\} \cdot \\ & \cdot d\bar{u}_{s,t}^{(XYZ)} + \{W_{mnvr}\} \cdot d\bar{t}_{mr}^{(XYZ)} + \\ & + \left\{ W_{mnqr} \frac{\partial C_{mnqr}^{(XYZ)}}{\partial T} + \frac{K}{2} \right\} \cdot dT - \frac{d\rho}{2\rho}, \end{aligned}$$

где $C^{(XYZ)}$ с соответствующими тензорными индексами — модули упругости материала подложки в кристаллофизической системе координат, K — коэффициент объемного расширения материала звукопровода, $\bar{u}_{s,t}^{(XYZ)}$, $\bar{t}_{mr}^{(XYZ)}$ — тензоры градиентов статических деформаций и статических механических напряжений соответственно в кристаллофизической системе, r — плотность материала, W — тензор частных производных фазовой скорости ПАВ по модулям упругости, приведенных к кристаллофизической системе:

$$W_{mnqr}(C_{ijkl}^{(XYZ)}, \lambda, \mu, \theta) = \frac{1}{V_R} \frac{\partial V_R}{\partial C_{mnqr}^{(XYZ)}}.$$

В общем случае W имеет не более 15 независимых компонент, которые можно определить экспериментально или теоретически по парциальным коэффициентам чувствительности фазовой скорости ПАВ к компонентам $\bar{u}_{s,t}^{(XYZ)}$, $\bar{t}_{mr}^{(XYZ)}$, температуре и ориентационной зависимости фазовой скорости ПАВ, или аналитическому уравнению для фазовой скорости ПАВ. В применении к МЭМС именно аналитический подход имеет определенные перспективы, поскольку позволяет локализовать определение V_R , сделав его пригодным к изучению микрообъектов типа границ зерен, двойников и скорости микротрещин, определяемой V_R . Кроме того, этот подход позволяет провести сравнение свойств многих материалов и поставить задачу оптимального выбора или конструирования материала с заранее заданными свойствами по его атомно-молекулярным характеристикам.

В случае рэлеевской моды ПАВ, когда звукопровод подвергается воздействию только диагональных градиентов смещений $\hat{U}_{1,1}, \hat{U}_{2,2}, \hat{U}_{3,3}$, скорость ПАВ для ориентаций звукопровода $(001)\langle 100 \rangle$, $(110)\langle 001 \rangle$, $(001)\langle 110 \rangle$, $(110)\langle 110 \rangle$ кристаллов кубической сингонии зависит только от эффективных модулей $C_{1111}, C_{1331}, C_{1313}, C_{3113}, C_{3333}, C_{1133}$. Для звукопроводов ориентации $\{001\}\langle 100 \rangle$ нормированный квадрат фазовой скорости ПАВ $v = \frac{\rho_0 V^2}{C_{55}}$ и нормированные коэффициенты чувствительности

$$\frac{C_{11}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1111}}; \frac{C_{11}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{3333}}; \frac{C_{13}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1133}};$$

$$\frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{3113}}; \frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{3131}}; \frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1331}}$$

определяются двумя параметрами: коэффициентом анизотропии материала звукопровода $\eta = \frac{2C_{55}}{C_{11} - C_{12}}$ и параметром $a = \frac{C_{11}}{C_{55}}$. Были проанализированы свойства более 60 материалов кубической сингонии и изотропных и получены значения нормированных квадрата скорости и ее производных по модулям упругости. Значения последних представляют собой необходимую основу определения влияния внешних воздействий различной физической природы на фазовую скорость ПАВ. Исследованные материалы в совокупности дают достаточно полное представление о величинах, характеризующих ПАВ в звукопроводах ориентации $(001)\langle 100 \rangle$. Диапазон представленных значений коэффициента анизотропии $0.236 (NaI) \pm 9.392 (Li)$, диапазон значений параметра a $1.017 (Na) \pm 8.606 (Nb)$. Диапазон изменения η составляет $0.19333 (Li) \pm 0.98001 (RbCl)$, а величин

$$\frac{C_{11}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1111}} : 0.01198(RbCl) \div 1.56642(Li);$$

$$\frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1331}} : 0.44562(TlCl) \div 1.44315(Li);$$

$$\frac{C_{13}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1133}} : -2.08327(Pb) \div -0.00137(RbCl);$$

$$\frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1313}} : -2.57743(Li) \div -0.03987(RbCl);$$

$$\frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{3113}} : 0.01076(KI) \div 1.16414(Li);$$

$$\frac{C_{11}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{3333}} : 0.01045(RbCl) \div 1.34543(Li).$$

Во всех случаях

$$\frac{\partial V}{\partial C_{1111}} > 0, \quad \frac{\partial V}{\partial C_{1331}} > 0, \quad \frac{\partial V}{\partial C_{3311}} < 0,$$

$$\frac{\partial V}{\partial C_{1313}} < 0, \quad \frac{\partial V}{\partial C_{3113}} > 0, \quad \frac{\partial V}{\partial C_{3333}} > 0.$$

Отметим, что при $h > 2,5$ определяющей является зависимость нормированных производных фазовой скорости ПАВ по модулям упругости от коэффициента анизотропии. При близких значениях h близки и величины нормированных производных. С ростом h растут и абсолютные величины последних. В то же время при фиксированном коэффициенте анизотропии абсолютные величины нормированных производных слабо зависят от a .

Из термодинамических неравенств следует, что $C_{55} > 0$, $1/2C_{11} < C_{13} < C_{11}$. Тогда для переменных a , h

получаем: $\eta > 2/a$; $a > 1/\eta$; $0 < A < a^2$. Первое условие ограничивает снизу величины производных фазовой скорости ПАВ по модулям упругости. Если межатомное взаимодействие определяется только центральными силами, то справедливо соотношение Коши $C_{55} = C_{13}$. Тогда $A = a^2 - 1$, $\eta = 2/a - 1$. Таким образом, условие $h = 2/a$ ограничивает влияние нецентральных взаимодействий на коэффициент анизотропии. В то же время кристаллы с коэффициентом анизотропии $\eta < 0,2$ неизвестны. Поэтому диапазоны $0,2 < \eta < 10$, $1 < a < 10$ включают в себе достаточно представительный класс кубической кристаллов.

На рис.1 показано распределение исследованных материалов в плоскости (a, η) . Сплошная линия соответствует предельному значению $a = 2/\eta$. Видно, что изученные материалы концентрируются в области $2 < a\eta < 7$. В то же время для прогнозирования характеристик ПАВ-устройств на основе новых материалов важно заранее знать значение парциальных коэффициентов чувствительности к различным воздействиям. В связи с этим были рассчитаны величины нормированных частных производных фазовой скорости ПАВ по модулям упругости в зависимости от a и h в диапазонах $0 < \eta \leq 12$, $2/\eta < a < 10$, представленные на рис.2. В диапазоне $\eta > 3$ зависимости указанных величин от a при фиксированном h довольно слабы. С высокой точностью их можно представить как

$$\frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1331}} = 0.120\eta + 0.020(e^{-1.1564(a-2)} - 1);$$

$$\frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{3113}} = 0.1267\eta + 0.0362(e^{-0.6671(a-2)} - 1);$$

$$\frac{C_{55}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1313}} = -0.253\eta - 0.0704(e^{-0.6489(a-2)} - 1);$$

$$\frac{C_{11}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1111}} = 0.1267a\eta + 0.02816a(e^{-0.6489(a-2)} - 1);$$

$$\frac{C_{11}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{3333}} = 0.1267a\eta - 0.0701a(e^{-0.7799(a-2)} - 1);$$

$$\frac{C_{12}}{V} \frac{\partial V}{\partial C_{1133}} = -0.2517a\eta + 0.2202a(e^{-0.8636(a-2)} - 1);$$

Эти выражения можно использовать для вычисления парциальных коэффициентов чувствительности фазовой скорости ПАВ DCV11, DCV22, DCV33 к компонентам тензора деформаций h_{11} , h_{22} , h_{33} и SCV11, SCV33 к соответствующим компонентам тензора статических напряжений, а также TCV. Некоторые из рассчитанных таким образом величин представлены в таблице 1. Рекордным по величине деформационной чувствительности фазовой скорости ПАВ является сверхпроводящая керамика $YBa_2Cu_3O_{7-x}$, что связано с большим значением коэффициента акустической нелинейнос-

ти этого материала ~ 100 . В таблице 2 представлены вычисленные значения парциальных коэффициентов чувствительности ко всем компонентам тензора деформации и вектора статических вращений $R_i = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \hat{U}_{j,k} RCVi, i=1,2,3$, в зависимости от пористости этого материала.

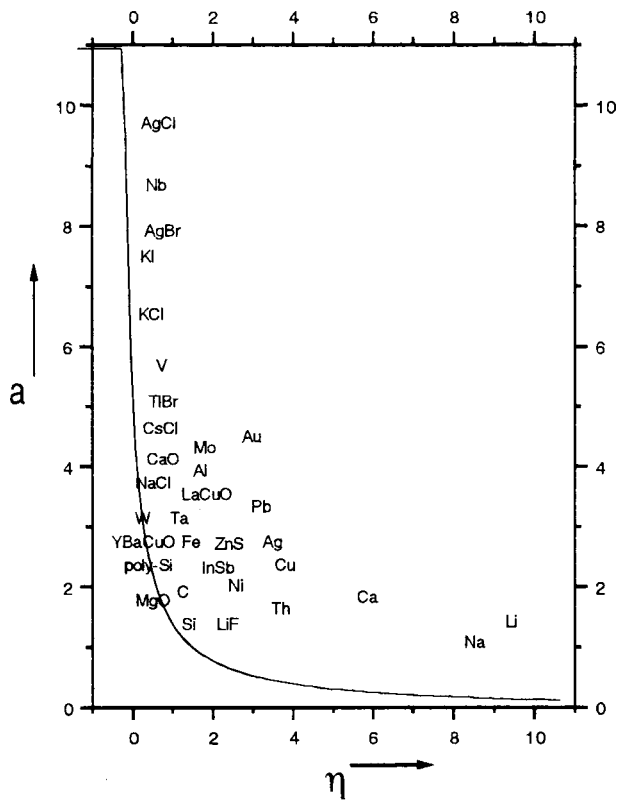
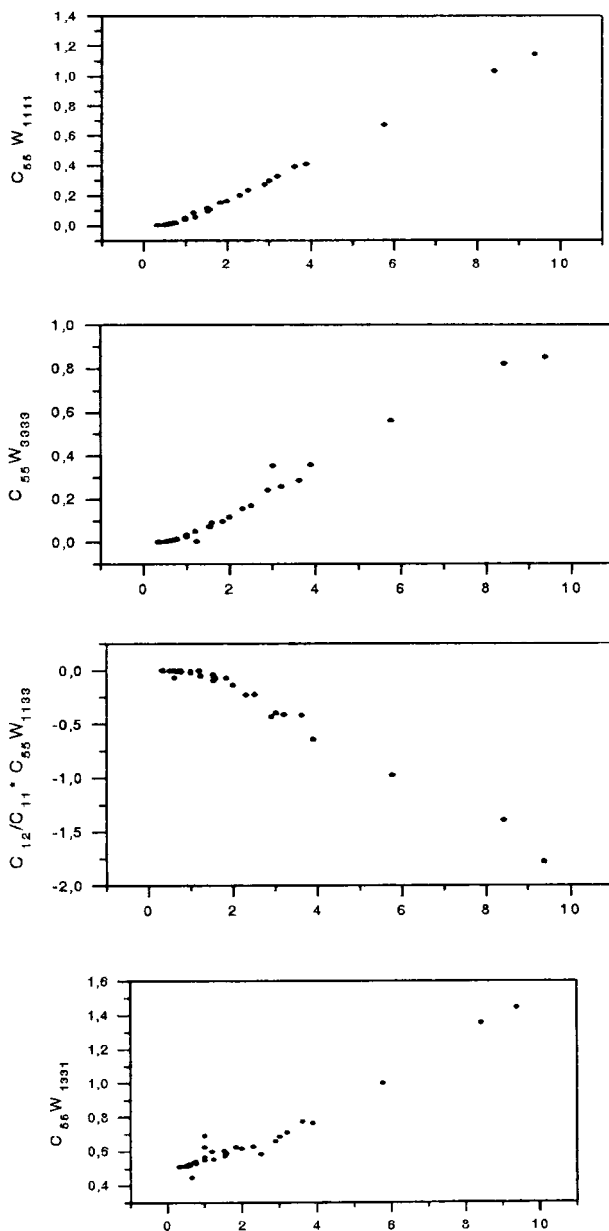


Рис. 1.

Введение производных фазовой скорости ПАВ по модулям упругости позволяет непосредственно связать величину чувствительности фазовой скорости ПАВ с характеристиками межатомных сил. Поскольку величины нормированных частных производных $R_i = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \hat{U}_{j,k}$ определяются в основном величиной коэффициента анизотропии h , то определяющим для них фактором будут величины тех характеристик межатомных сил, которые определяют и величину η . В соединениях ряда $A_N B_{8-N}$ это в первую очередь степень ионности связей f_i , при этом следует учитывать, что зависимость η от f_i распадается на две ветви. В диапазоне $0 \leq f_i \leq 0.654$ коэффициент анизотропии монотонно растет с ростом ионности, принимая значения в диапазоне $1.65 \leq h \leq 2.3$. В диапазоне ионностей $0.65 \leq f_i \leq 0.785$ скорость роста резко увеличивается, достигая очень больших величин, а значение $f_i = 0.785$ является критическим. При этом значения ионности коэффициент анизотропии становится бесконечно большим, что трактуется как неустойчивость соответствующей решетки. В диапазоне $0.785 \leq f_i \leq 1.0$ коэффициент анизотропии быстро падает от бесконеч-

ных значений до нуля (эта ветвь соответствует щелочногалогидным соединениям). Для кристаллов $M_g O, A_g Br, A_g Cl$, значение ионности которых близко к критическому, коэффициент анизотропии остается конечным и небольшим по величине. Из рассмотрения описанных зависимостей следует, что наибольшими значениями нормированных частных производных фазовой скорости ПАВ по модулям упругости обладают кристаллы со степенью ионности, близкой к критической ($f_i^{кр} = 0.785$). В рассматриваемом ряду $A_N B_{8-N}$ к ним относятся галогениды меди $CuI, CuBr, CuCl$ ($h=3, 6, 12$) соответственно, соединения $A_2 B_6, ZnTe, b-ZnSe, CdTe, CdS, CdSe$ ($h=2.05, 2.3, 2.26, 2.39, 2.7, 2.8$, соответственно).



Для ковалентных кристаллов с решеткой типа алмаза ($f_i=0$) коэффициент анизотропии и, следовательно, величины нормированных частных про-

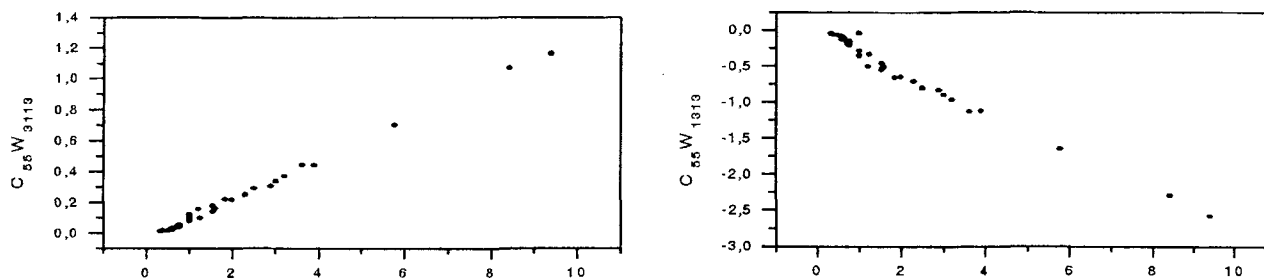


Рис. 2.

Таблица 2

Парциальные коэффициенты чувствительности фазовой скорости ПАВ для ориентации $\{001\}\langle 100\rangle$ звукопроводов из материалов кубической сингонии

Материал	DCV11	DCV22	DCV33	SCV11, $10^{-11} \frac{m^2}{H}$	SCV33, $10^{-11} \frac{m^2}{H}$	TCV, $10^{-5} K^{-1}$
Si	-1,511	-0,882	-0,647	0,886	0,309	-2,956
Ge	-1,661	-1,218	-0,791	1,090	0,405	-3,887
GaAs	-1,55	-1,232	-0,742	1,274	0,512	-5,291
SiO2(шл)	1,57	1,491	2,117	1,953	0,425	8,565
ZnSe				2,075	1,011	-5,738
KBr				9,995	0,298	-4,700
KCl				8,170	0,268	-7,031
CsI				8,698	0,916	-49,382
KI				13,444	0,334	-6,957
Poly-Si				1,013	0,202	-2,342
NaCl	-2,936	0,100	-1,744	4,332	0,486	-1,328
NaF	-2,633	0,081	-1,472	1,999	0,262	-11,921
CsBr				7,684	0,998	-46,618

Таблица 3

Парциальные коэффициенты чувствительности фазовой скорости ПАВ в керамическом $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ в зависимости от пористости n

Фазовая скорость, коэффициенты чувствительности	Пористость		
	$n=0.18$	$n=0.056$	$n=0.0$
$V_R, m/c$	2281.8	2613.7	2727.1
DCV ₁₁	-17.23	-31.12	-34.86
DCV ₂₂	-9.95	-17.96	-20.12
DCV ₃₃	-16.47	-29.41	-32.87
DCV ₂₃ , $\times 10^{-2}$	-0.75	-2.75	-3.57
DCV ₁₃	-0.11	τ -0.35	-0.44
DCV ₁₂ , $\times 10^{-2}$	-3.28	-0.12	-0.15
RCV ₁ , $\times 10^{-3}$	-0.13	-0.14	-0.14
RCV ₂ , $\times 10^{-2}$	-0.16	-0.14	-0.14
RCV ₃ , $\times 10^{-3}$	-0.10	-0.11	-0.12

изводных фазовой скорости ПАВ, определяется степенью металличности связей, которую можно характеризовать главным квантовым числом n валентной оболочки атомов, образующих кристалл. С ростом n коэффициент анизотропии растет, что связано с увеличением металлизации связи, поэтому растут и величины нормированных частных производных фазовой скорости ПАВ по модулям упругости в ряду (C, -SiC, Si, Ge, a-Sn).

Известно закономерное уменьшение коэффициента анизотропии с ростом степени нецентральности межатомных сил связи для всех исследованных кристаллов с решетками типа алмаза и сфалерита. Соответственно для таких кристаллов должно наблюдаться закономерное увеличение абсолютных значений нормированных частных производных фазовой скорости ПАВ с уменьшением ковалентности связей за счет роста их ионности или металличности вследствие ослабления нецентральных сил.

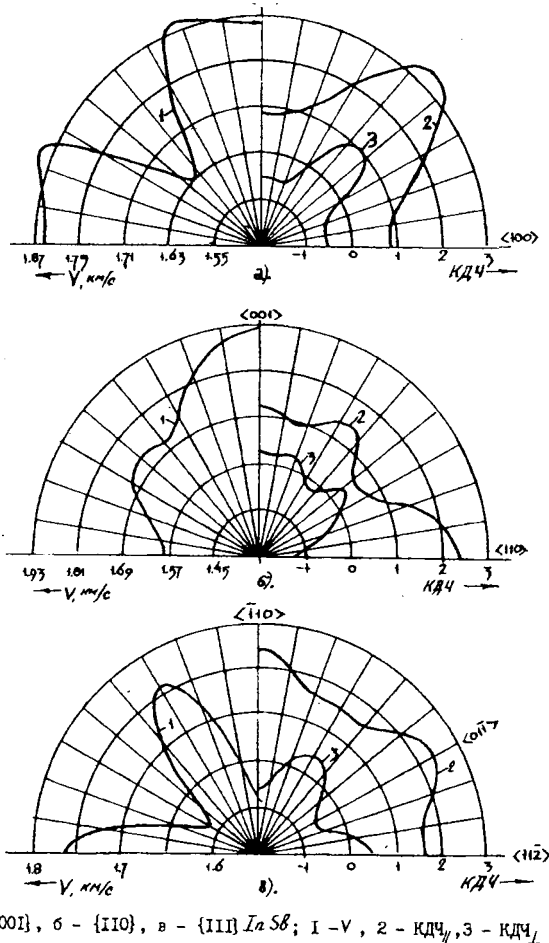


Рис.3.

На рис. 3-4 представлены ориентационные зависимости фазовой скорости и коэффициентов деформационной чувствительности (КДЧ) фазовой скорости ПАВ в плоскостях распространения {110}, {001}, {111} кристаллов антимонида индия и железиттриевого граната соответственно. Коэффициенты деформационной чувствительности

рассчитывались для случаев продольного и поперечного по отношению к направлению ПАВ нагружения звукопровода в конфигурации консоли, которая используется в сенсорах механических величин и актюаторов с контролем на ПАВ. Представленные данные свидетельствуют о том, что КДЧ обладают собственными экстремумами, не сводящимися к экстремумам фазовой скорости ПАВ, и поэтому информационно более емки, чем V_R .

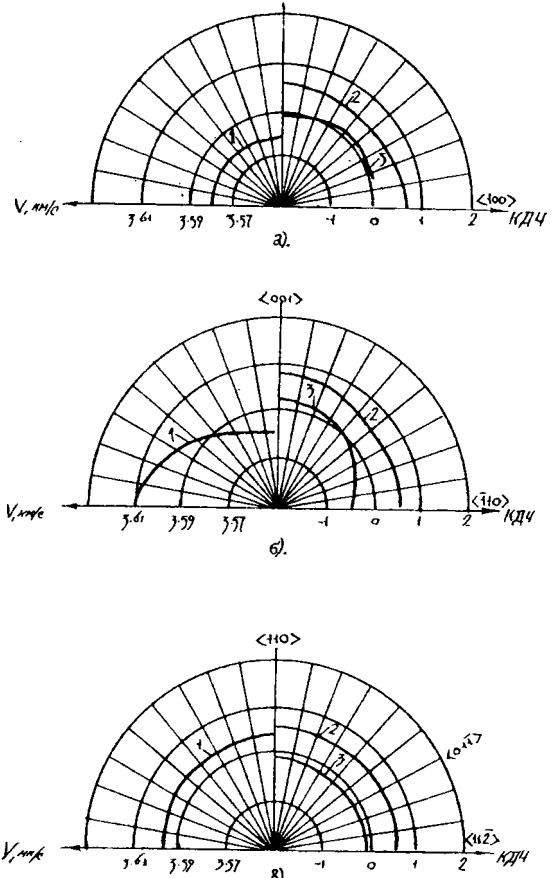


Рис.4.

Вычисленные ориентационные зависимости γ при продольных ($\gamma_{||}$) и поперечных (γ_{\perp}) деформациях для 5 кристаллов показаны на рис. 5-7. Очевидно качественное отличие ориентационной зависимости тензоэффекта в звукопроводах из титаната стронция от соответствующих кривых для кремния, арсенида галлия и антимонида индия, весьма между собой сходных. Это различие свойств особенно проявляется в плоскости {110}. Для InSb, GaAs, ЖИГ, Si имеем и $\gamma_{||} > 0, 2B > 2.5 < 0$: 4; 0 SrTiO₃ $\gamma_{||} < 0$ в большинстве направлений этой плоскости. Экстремальные значения γ_{\perp} для InSb, GaAs, Si достигаются в высокосимметричных направлениях распространения, в то время как для SrTiO₃ в плоскостях {110} и {001} это происходит при $\theta=54^\circ$ и 26° соответственно, а абсолютный экстремум g достигает 2.6, что превосходит

все известные в литературе данные по монокристаллам и приближается к рекордному значению $g_{\parallel} = 3.1$ плавленого кварца. Такая большая величина тензоэффекта в титанате стронция объясняется более высоким значением коэффициента акустической нелинейности этого материала по сравнению с другими.

Ориентационная зависимость тензоэффекта в ЖИГ гораздо слабее, чем во всех других исследованных материалах, что связано в первую очередь со значением коэффициента анизотропии этого материала, равным 0.967, что весьма близко к 1.

Тензоэффект в InSb, GaAs в окрестности осей симметрии проявляется сильнее, чем в Si. Заметим, что из определения зависимости $g(q)$ следует, что ее экстремумы соответствуют тем направлениям распространения ПАВ, для которых направление групповой скорости при деформировании не меняется. Из представленных данных следует, что таких направлений в группе кристаллов InSb, GaAs, Si больше, чем в кристаллах SrTiO₃ и ЖИГ, а сами экстремальные направления довольно близки.

Отметим, что исследованные кристаллы можно упорядочить по значениям фазовой скорости ПАВ:

$$V_{\text{InSb}} < V_{\text{GaAs}} < V_{\text{ЖИГ}} < V_{\text{SrTiO}_3} < V_{\text{Si}}$$

причем эта упорядоченность справедлива для всех исследованных направлений ПАВ. Несмотря на то, что скорость ПАВ входит в знаменатель определения коэффициентов деформационной чувствительности, указанная упорядоченность не проявляет себя в ориентационных зависимостях тензоэффекта. Это еще раз подчеркивает самостоятельную значимость исследования последних.

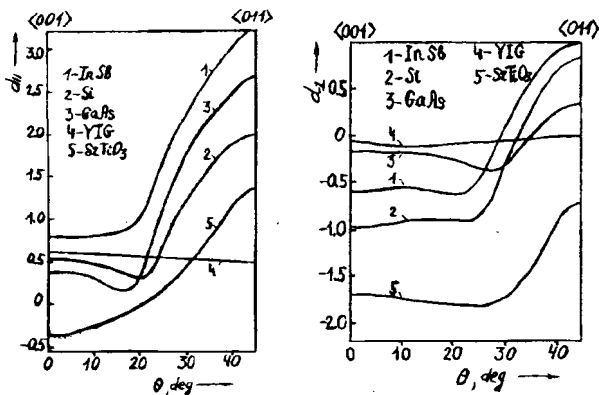


Рис. 5 Ориентационные зависимости γ_{11}, γ_{12} в плоскости $\{001\}$

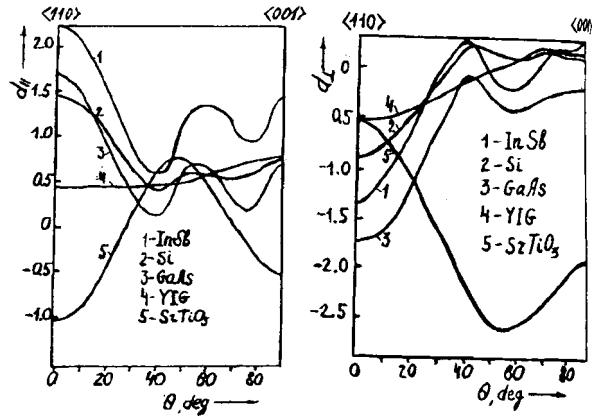


Рис. 6. Ориентационные зависимости γ_{11}, γ_{12} в плоскости $\{110\}$.

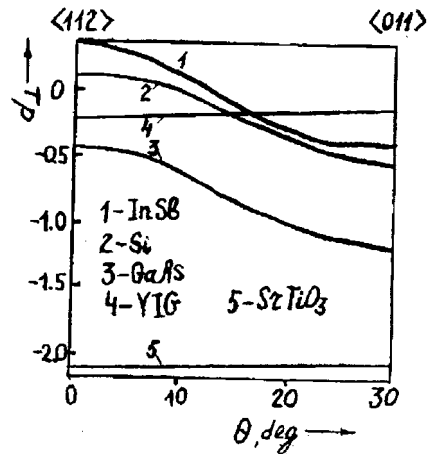
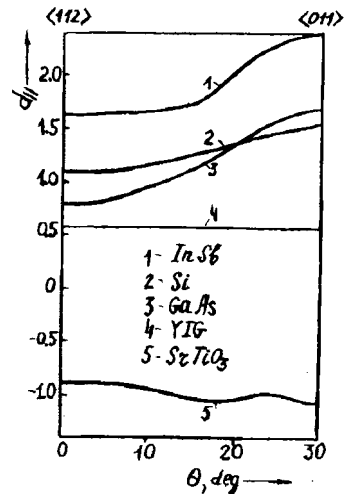


Рис. 7. Ориентационные зависимости γ_{11}, γ_{12} в плоскости $\{111\}$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1634063.
2. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1634111.

3. Преобразователь давления (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1572187.
4. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1378721.
5. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1426400.
6. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1410642.
7. Устройство на поверхностных акустических волнах (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1436831.

ДИСПЕРСИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СТРУКТУРЕ $\text{LiNbO}_3/a:\text{C}$

Колешко В.М., Баркалин В.В., Паутино А.А.

From the point of view the microelectromechanics the surface acoustic waves (SAW) in multilayer structures consisting of a crystalline substrate and several parallel plate functional layers of different thickness from crystalline, polycrystalline, nanostructured or amorphous materials. One of the most perspective material of a SAW substrate is the single-crystal lithium niobate having a high electromechanical coefficient and used in different passive and active devices of an acoustoelectronics from filters up to nonlinear circuits of memory and SAW sensors. The single crystal of a niobate of lithium is, alongside with crystal, one of the most studied acoustic crystal, for which all material constants of the second and third orders are known. At the same time there is in many respects obscure a SAW deformation sensitivity in this crystal, and also range of possible control of SAW the characteristics by means of the introducing in a LiNbO_3 -acoustic line of different functional layers. In the present study these problems are clarified on an example of a layer of nanostructured carbon material containing, in particular, the ordered set carbon nanotubes.

For calculus of a SAW phase velocity in multilayer SAW structure the algorithm, founded on a method of effective material constants dependent on temperature, quasistatic deformations and electrical field in an acoustic waveguide in Lagrangian coordinates and taking into account linear and non-linear effects of an electric polarization, elasticity, piezoactivity, and electrostriction is offered. The material parameters of a layer of a carbon material were determined by a method of an effective elastic medium. At present paper the composite layer with carbon nanotuber of the cylindrical form is esteemed. Nanotube diameter is 10 nm, length is peer to depth of a composite $a:\text{C}$ layer. The composite matrix was modelled by a material with parameters of amorphous carbon.

The relation of a SAW phase velocity in $\text{LiNbO}_3/a:\text{C}$ structures from a SAW propagation direction for substrates X-, Y- and Z-cut LiNbO_3 , from a thickness of $a:\text{C}$, from the contents and orientation of nanotubes layer was studied. Is established, that the relation of SAW phase velocity from the thickness of a carbonic layer has non-linear nature. In Z-directions on X- and Y- cuts and on X- on a Z-cut the sharp reduction of SAW velocity is watched at increase of depth of a carbonic layer, that results in qualitative rearrangement of relations with replacement of maxima on minima. It allows to suspect a sharp response of the data of directions to exposures. The introducing nanotubes in a material of a layer allows to execute control of a SAW phase velocity in a broad band. The linear dependence of SAW speed from nanotube concentration in a layer is watched. With increase angle the relation gains essential nonlinearity, that causes a sharp response of investigated frame to exposures. At defined values of parameters the construction low-dispersion laminated SAW structures is possible.

Thus, the conducted researches have shown prospects of usage of nanostructured carbon material stuff for new acoustoelectronic devices on the basis of LiNbO_3 .

С точки зрения микроэлектромеханики особый интерес представляют поверхностные акустические волны (ПАВ) в многослойных структурах, состоящих из кристаллической подложки и нескольких плоскопараллельных функциональных слоев различной толщины из кристал-

лического, поликристаллического или аморфного материала. Одним из наиболее перспективных материалов подложки является монокристаллический ниобат лития, обладающий высоким коэффициентом электромеханической связи и используемый поэтому в самых разных пас-

сивных и активных устройствах акустоэлектроники от фильтров до нелинейных устройств памяти и сенсоров на ПАВ. Поэтому монокристаллы ниобата лития является, наряду с кварцем, одним из наиболее изученных акустических кристаллов, для которого известны все материальные константы второго и третьего порядков. Вместе с тем остается во многом невыясненной деформационная чувствительность фазовой скорости ПАВ в этом кристалле, а также диапазон возможного управления характеристиками ПАВ посредством введения в звукопровод функциональных слоев. В данной работе эти вопросы выясняются на примере слоя наноструктурированного углерода, включающего, в частности, упорядоченный набор углеродных нанотрубок.

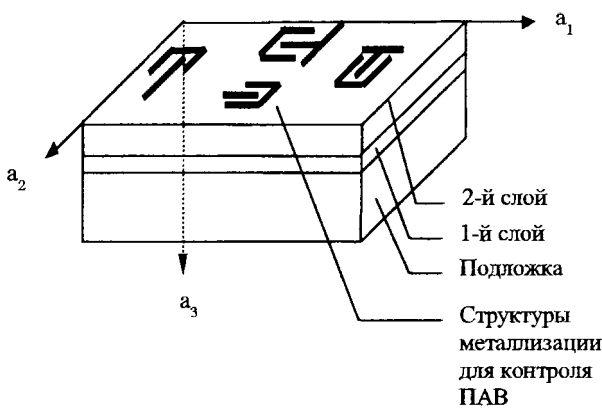


Рис. 1. Многослойный звукопровод ПАВ для МЭМС

Одной из важнейших характеристик поля ПАВ, определяющей распределение энергии ПАВ в пространстве, является ее фазовая скорость V_R в нагруженном состоянии звукопровода как функция его параметров. Эта величина играет ключевую роль в формировании частотных характеристик ПАВ-структур, в частности, задает время задержки в линиях задержки на ПАВ, определяет резонансную частоту ПАВ-резонаторов, а ее относительное изменение в результате воздействий на звукопровод является мерой их интенсивности в сенсорных устройствах на ПАВ. Ее значение определяется тем фактом, что для эффективного возбуждения, трансформации и детектирования ПАВ расположение элементов ПАВ-структуры должно соответствовать определенным фазовым соотношениям в поле ПАВ.

Для вычисления V_R используется метод эффективных материальных констант, зависящих от температуры, квазистатических деформаций и электрического поля в звукопроводе. Такой подход означает использование лагранжевых координат сплошной среды (a_1, a_2, a_3) , относящихся к естественному недеформированному

состоянию звукопровода (рис. 1.). Предполагается, что ПАВ распространяется вдоль направления a_1 , а нормаль к поверхности распространения направлена вдоль a_3 .

Лагранжевы координаты точек среды и аналитическая форма уравнений материальных гиперповерхностей и линий в лагранжевых координатах не изменяются при деформировании среды. Именно поэтому лагранжево описание предпочтительнее обычно используемого пространственного при теоретическом рассмотрении связанных с распространением ПАВ задач при наличии деформаций.

Смещения точек среды в ПАВ, распространяющейся вдоль a_1 , определяются как линейные комбинации парциальных плоских волн вида

$$\beta_j \cdot \exp(-\alpha\omega/V \cdot a_3) \cdot \exp(i\omega(t - a_1/V)), \quad j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

в подложке и каждом слое, где V — параметр скорости, t — время. Это означает, что в лагранжевом описании ПАВ и в деформированном состоянии звукопровода остается плоской волной.

В пьезоактивной среде механические деформации ПАВ сопровождаются волной электрического потенциала, представляющей собой аналогичную линейную комбинацию парциальных волн

$$\beta_4 \cdot \exp(-\alpha\omega/V \cdot a_3) \cdot \exp(i\omega(t - a_1/V)). \quad (2)$$

Парциальные коэффициенты проникновения α и соответствующие парциальные амплитуды β_j определяются для каждого слоя и подложки отдельно как решение соответствующей алгебраической системы

$$\Gamma_{ik}^{(Q)} \cdot \beta_k = 0, \quad i, k = 1, 2, 3, 4, \quad (3)$$

где

$$\Gamma_{jk}^{(Q)} = C_{3jk3}^{(Q)} \cdot \alpha^2 + (C_{1jk3}^{(Q)} + C_{3jk1}^{(Q)})i\alpha - C_{1jk1}^{(Q)} + \rho_0^{(Q)} V^2 \delta_{jk}, \quad j, k = 1, 2, 3; \quad (4a)$$

$$\Gamma_{k4}^{(Q)} = E_{3k3}^{(Q)} \cdot \alpha^2 + (E_{31k}^{(Q)} + E_{13k}^{(Q)})i\alpha - E_{11k}^{(Q)}, \quad k = 1, 2, 3; \quad (4б)$$

$$\Gamma_{4k}^{(Q)} = E_{3k3}^{(Q)} \cdot \alpha^2 + (E_{3k1}^{(Q)} + E_{1k3}^{(Q)})i\alpha - E_{1k1}^{(Q)}, \quad k = 1, 2, 3; \quad (4в)$$

$$\Gamma_{44}^{(Q)} = -\mathcal{E}_{33}^{(Q)} \cdot \alpha^2 - (\mathcal{E}_{13}^{(Q)} + \mathcal{E}_{31}^{(Q)})i\alpha + \mathcal{E}_{11}^{(Q)}; \quad (4г)$$

$C_{ijk}^{(Q)}, E_{ij}^{(Q)}, \mathcal{E}_{ij}^{(Q)}$ — эффективные модули упругости, пьезомодули и компоненты тензора диэлектрической проницаемости, зависящие от температуры, квазистатических деформаций и электрического поля в звукопроводе, $\rho_0^{(Q)}$ — плотность материала звукопровода в естественном недеформированном состоянии, $d_{ij}^{(Q)}$ — символ Кронекера, а $Q=1, 2, \dots, N$ или S для соответствующего слоя и подложки.

В предположении, что характерный масштаб изменения эффективных материальных констант в направлении по нормали к поверхнос-

ти звукопровода намного превосходит длину ПАВ, их зависимость от параметров нагружения определяется соотношениями:

$$C_{ijk}^{\alpha\phi\phi}(a_1, T) = C_{ijkl}(T) + \delta_{jk} \hat{t}_{il}(a_1, T) + C_{imkl}(T) \hat{U}_{j,m}(a_1) + C_{ijml}(T) \hat{U}_{k,m}(a_1) + C_{ijklmn}(T) \hat{\eta}_{mn}(a_1) - E_{mijkl}(T) \hat{E}_m(a_1), \quad (5)$$

$$E_{jkl}^{\alpha\phi\phi}(a_1, T) = E_{jkl}(T) + E_{jkm}(T) \hat{U}_{l,m}(a_1) + E_{jkimnl}(T) \hat{\eta}_{mn}(a_1) + F_{jmk}(T) \hat{E}_m(a_1), \quad (6)$$

$$\varepsilon_{jk}^{\alpha\phi\phi}(a_1, T) = \varepsilon_{jk}(T) + \varepsilon_{jkm}(T) \hat{E}_m(a_1) + F_{jkmn}(T) \hat{\eta}_{mn}(a_1); \quad (7)$$

где \hat{U}_i, \hat{E}_m — квазистатические смещения точек среды и электрическое поле, появляющиеся в результате внешнего воздействия, $\hat{t}_{ij}(a_1, T)$ — соответствующий тензор квазистатических термодинамических напряжений, $U_{i,k} = \frac{\partial U_i}{\partial a_k}$;

$\eta_{ik} = \frac{1}{2}(U_{i,k} + U_{k,i})$ — линейный тензор деформаций, $C_{ijkl}(T)$ и $C_{ijklmn}(T)$ — модули упругости второго и третьего порядка материала, измеренные при постоянном электрическом поле, $E_{jkl}(T)$ и $E_{jkimnl}(T)$ — соответствующие пьезомодули второго и третьего порядка, $F_{jmk}(T)$ — тензор электрострикции, $\varepsilon_{jk}(T)$ и $\varepsilon_{jkm}(T)$ — тензоры линейной и нелинейной диэлектрической проницаемости, измеренные при постоянной деформации.

Температурная зависимость характеристик ПАВ определяется температурной зависимостью материальных модулей, плотности, толщин слоев, а также температурными напряжениями в слоях и подложке, возникающими вследствие различия коэффициентов теплового расширения. В слоях действуют также внутренние механические напряжения, обусловленные структурной и фазовой неоднородностью материалов, которые можно считать изотропными в плоскости слоев. Суммарные статические напряжения в слое Q в линейном по температуре приближении можно представить в виде

$$\sigma_{ii}^{(Q)}(a_i, T) = \sigma_{ii}^{(Q)}(a_i, T) - (C_{ii11}^{(Q)} + C_{ii22}^{(Q)} - 2 \frac{C_{ii33}^{(Q)}}{C_{3333}^{(Q)}}) \cdot (\beta_{ii}^{(Q)} - \beta_{ii}^{(Q-1)}) \cdot (T - T_0), \quad i=1,2. \quad (8)$$

Здесь $\beta_{ii}^{(Q)}$ — тензор коэффициентов термического расширения, $\sigma_{ij}^{(Q)}$ — внутренних механических напряжений слоя Q, T_0 — опорная температура (комнатная). В том же приближении температурная зависимость толщины и плотности слоя Q дается выражениями:

$$H^{(Q)}(T) = H^{(Q)}(T_0) [1 + \{\beta_{33}^{(Q)} + \sum_{i=1}^2 \frac{C_{ii33}^{(Q)}}{C_{3333}^{(Q)}} (\beta_{ii}^{(Q)} - \beta_{ii}^{(Q-1)}) \cdot (T - T_0)\}], \quad (9)$$

$$\rho_0^{(Q)}(T) = \rho_0^{(Q)}(T_0) [1 + \{\beta_{33}^{(Q)} + \sum_{i=1}^2 (\beta_{ii}^{(Q)} + \frac{C_{ii33}^{(Q)}}{C_{3333}^{(Q)}} (\beta_{ii}^{(Q)} - \beta_{ii}^{(Q-1)})) \cdot (T - T_0)\}]. \quad (10)$$

Термодинамические напряжения в слое с номером Q представляются в виде

$$\hat{t}_{il}^{(Q)}(a_i, T) = T_{il}^{(Q)}(a_i, T) + (\delta_{il} - \delta_{i3} \delta_{l3}) \sigma_{ii}^{(Q)}(a_i, T), \quad (11)$$

где первое слагаемое зависит от температуры только вследствие температурной зависимости материальных констант и определяется термодинамическим соотношением

$$T_{il}^{(Q)}(a_i, T) = C_{ilmn}^{(Q)}(T) \hat{U}_{m,n}(a_i) + E_{kil}^{(Q)}(T) \hat{E}_k(a_i), \quad (12)$$

обобщающим закон Гука на пьезоэлектрики.

Компоненты материальных тензоров каждого слоя и подложки связаны с их значениями в соответствующих кристаллофизических системах координат, отмечаемых ниже штрихами, соотношениями

$$\begin{aligned} E_{ijk}^{(Q)} &= R_{im}^{(Q)} * R_{jn}^{(Q)} * R_{kp}^{(Q)} * E_{mnp}^{r(Q)}, \\ E_{ijkim}^{(Q)} &= R_{ip}^{(Q)} * R_{jq}^{(Q)} * R_{ks}^{(Q)} * R_{lt}^{(Q)} * R_{mu}^{(Q)} * E_{pqstu}^{r(Q)}, \\ \varepsilon_{ij}^{(Q)} &= R_{im}^{(Q)} * R_{jn}^{(Q)} * \varepsilon_{mn}^{r(Q)}, \\ \varepsilon_{ijk}^{(Q)} &= R_{ip}^{(Q)} * R_{jq}^{(Q)} * R_{ks}^{(Q)} * \varepsilon_{pqs}^{r(Q)}, \\ F_{ijkl}^{(Q)} &= R_{im}^{(Q)} * R_{jn}^{(Q)} * R_{kp}^{(Q)} * R_{ls}^{(Q)} * F_{mnpqs}^{r(Q)}, \end{aligned}$$

где ортогональная матрица $R^{(Q)}$, описывающая переход от координатной системы (a_1, a_2, a_3) в естественном недеформированном состоянии к соответствующей кристаллофизической системе есть

$$R^{(Q)} = \begin{vmatrix} \cos\lambda^{(Q)} \cos\mu^{(Q)} & \sin\lambda^{(Q)} \cos\theta^{(Q)} + \cos\lambda^{(Q)} \cos\mu^{(Q)} \sin\theta^{(Q)} & \sin\mu^{(Q)} \sin\theta^{(Q)} \\ \sin\lambda^{(Q)} \cos\mu^{(Q)} \sin\theta^{(Q)} & -\cos\lambda^{(Q)} \cos\mu^{(Q)} \sin\theta^{(Q)} & \sin\mu^{(Q)} \cos\theta^{(Q)} \\ -\cos\lambda^{(Q)} \sin\theta^{(Q)} \sin\lambda^{(Q)} \cos\mu^{(Q)} & \cos\theta^{(Q)} & \sin\theta^{(Q)} + \cos\lambda^{(Q)} \cos\mu^{(Q)} \\ \cos\theta^{(Q)} & \sin\theta^{(Q)} \cos\lambda^{(Q)} \cos\mu^{(Q)} & \cos\theta^{(Q)} \\ \sin\lambda^{(Q)} \sin\mu^{(Q)} & -\cos\lambda^{(Q)} \sin\mu^{(Q)} & \cos\mu^{(Q)} \end{vmatrix}$$

где $\lambda^{(Q)}, \mu^{(Q)}, \theta^{(Q)}$ — углы Эйлера системы (a_1, a_2, a_3) относительно кристаллофизической системы подложки и слоев.

Поля смещений точек среды в ПАВ $U_i^{(Q)}$ и электрический потенциал ПАВ $\phi^{(Q)}$ в подложке и слоях $Q=S, 1, 2, \dots, N-1$, удовлетворяют граничным условиям на границе раздела слоев с номерами L и (L+1), т.е. при $a_3 = \sum_{i=L+1}^N H^{(i)}(T)$, вида

$$\begin{cases} C_{3ikl}^{(L)} U_{k,l}^{(L)} + E_{k3l}^{(L)} \phi_{,k}^{(L)} = C_{3ikl}^{(L+1)} U_{k,l}^{(L+1)} + E_{k3l}^{(L+1)} \phi_{,k}^{(L+1)}; & (13a) \\ U_i^{(L)} = U_i^{(L+1)}, \quad i=1,2,3 \\ E_{3kl}^{(L)} U_{k,l}^{(L)} - \varepsilon_{3k}^{(L)} \phi_{,k}^{(L)} = E_{3kl}^{(L+1)} U_{k,l}^{(L+1)} - \varepsilon_{3k}^{(L+1)} \phi_{,k}^{(L+1)}; & (13b) \\ \phi^{(L)} = \phi^{(L+1)}, \end{cases}$$

и условиям на границе $a_3=0$ слоя N с вакуумом вида

$$\begin{cases} C_{3ik}^{(N)} U_{k,l}^{(N)} + E_{k3l}^{(N)} \phi_{,k}^{(N)} = 0; \\ U_i^{(N)} = U_i^{(vac)}, \quad i=1,2,3 \end{cases} \quad (13B)$$

$$\begin{cases} E_{3kl}^{(N)} U_{k,l}^{(N)} - \mathcal{E}_{3k}^{(N)} \phi_{,k}^{(N)} = E_{3kl}^{(vac)} U_{k,l}^{(vac)} - \mathcal{E}_{3k}^{(vac)} \phi_{,k}^{(vac)}; \\ \phi^{(N)} = \phi^{(vac)}, \end{cases} \quad (13Г)$$

где эффективные константы вакуума, возникающие при использовании лагранжевых координат, даются выражениями

$$\begin{aligned} E_{ij}^{(vac)} &= -F_{ij}^{(vac)} E_l^{(N)}; \\ \mathcal{E}_{ij}^{(vac)} &= \varepsilon_0 \delta_{ij} + F_{ijkl}^{(vac)} U_{k,l}^{(N)}; \\ F_{ijkl}^{(vac)} &= \varepsilon_0 (\delta_{ij} \delta_{kl} - \delta_{il} \delta_{jk}), \end{aligned} \quad (14)$$

с диэлектрической проницаемостью вакуума ε_0 .

Однородная система (5) имеет нетривиальное решение, только если ее определитель $\det \Gamma^{(Q)}=0$. Этот детерминант представляет собой полином восьмой степени относительно переменной $(i\alpha)$ с вещественными коэффициентами. Восемь корней этого полинома для заданного пробного значения V $\alpha^{(n)}$, $n=1, \dots, 8$, либо вещественные, либо появляющиеся парами с одинаковыми мнимыми и противоположными действительными частями, определяют коэффициенты проникновения для каждого слоя и подложки. Для подложки необходимо выбрать корни, для которых $\text{Re } a > 0$, что соответствует затуханию ПАВ в глубину подложки. Если слоев N, всего получим $8N+4$ корня, первые четыре из которых будем относить к подложке, а остальные — к соответствующим слоям.

Для каждого n , $n=1, \dots, 8N+4$, находятся парциальные амплитуды $\beta_i^{(n)}$, $i=1, \dots, 4$.

Для выполнения граничных условий поля смещений точек среды и электрический потенциал ПАВ в подложке и слоях $(U_i^{(Q)}, \phi^{(Q)})$, $Q=S, 1, 2, \dots, N$, выбираются в виде линейной комбинации парциальных волн вида:

$$\begin{cases} U_i^{(S)} \\ \phi^{(S)} \end{cases} = \sum_{n=1}^4 C_n \begin{cases} \beta_i^{(n)} \\ \beta_4^{(n)} \end{cases} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} a_3) \exp(i\omega(t - \frac{a_1}{V})); \quad (14)$$

$$\begin{cases} U_i^{(L)} \\ \phi^{(L)} \end{cases} = \sum_{n=8L-3}^{8L+4} C_n \begin{cases} \beta_i^{(n)} \\ \beta_4^{(n)} \end{cases} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} a_3) \exp(i\omega(t - \frac{a_1}{V})); \quad (15)$$

$L=1, 2, \dots, N$;

$$\begin{cases} U_i^{(vac)} \\ \phi^{(vac)} \end{cases} = \sum_{n=8N-3}^{8N+4} C_n \begin{cases} \beta_i^{(n)} \\ \beta_4^{(n)} \end{cases} \exp(\frac{\omega}{V} a_3) \exp(i\omega(t - \frac{a_1}{V})). \quad (16)$$

Подстановка этих соотношений в граничные условия приводит к системе алгебраических соотношений относительно множителей C_n :

$$\sum_{n=1}^{8N+4} B_{mn} C_n = 0. \quad (17)$$

Ненулевые элементы матрицы **B** задаются соотношениями:

$$1) \quad n=1, \dots, 4: \quad B_{mn} = T_{mn} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(S)}), \quad m=1, \dots, 4$$

$$B_{mn} = \beta_{m-4}^{(n)} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(S)}), \quad m=5, \dots, 8;$$

$$2) \quad n=8L-3, \dots, 8L+4, \quad L=1, \dots, N-1:$$

$$B_{8(L-1)+m,n} = -T_{mn} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(L-1)}),$$

$$B_{8L+m,n} = T_{mn} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(L)}), \quad m=1, \dots, 4$$

$$B_{8(L-1)+m,n} = -\beta_{m-4}^{(n)} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(L-1)}),$$

$$B_{8L+m,n} = \beta_{m-4}^{(n)} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(L)}), \quad m=5, \dots, 8;$$

$$3) \quad n=8N-3, \dots, 8N+4:$$

$$B_{8(N-1)+m,n} = -T_{mn} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(N-1)}),$$

$$B_{8N+m,n} = \{T_{mn} - (iE_{3k1}^{(vac)} - E_{3k3}^{(vac)})\beta_k^{(n)} +$$

$$(i\mathcal{E}_{31}^{(vac)} - \mathcal{E}_{33}^{(vac)})\beta_4^{(n)}\} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(N)}), \quad m=1, \dots, 4$$

$$B_{8(N-1)+m,n} = -\beta_{m-4}^{(n)} \exp(-\alpha^{(n)} \frac{\omega}{V} z^{(N-1)}), \quad m=5, \dots, 8.$$

Здесь $z^{(L)}$, $L=S, 1, \dots, N$ — координата поверхности раздела между слоями с номерами L и $L+1$,

$$\begin{aligned} T_{jn} &= \sum_{k=1,2,3} (iC_{3jk}^{(L)} + \alpha^{(n)} C_{3jk3}^{(L)}) \beta_k^{(n)} + \\ &+ (iE_{13j}^{(L)} + \alpha^{(n)} E_{33j}^{(L)}) \beta_4^{(n)}, \quad j=1, 2, 3; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} T_{4n} &= \sum_{k=1,2,3} (iE_{3ki}^{(L)} + \alpha^{(n)} E_{3k3}^{(L)}) \beta_k^{(n)} - \\ &- (i\mathcal{E}_{31}^{(L)} + \alpha^{(n)} \mathcal{E}_{33}^{(L)}) \beta_4^{(n)}. \end{aligned}$$

Условие совместности системы (17) $\det \mathbf{B}(V)=0$ определяет фазовую скорость ПАВ V_R как неявную функцию квазистатических градиентов смещений, электрического поля, температуры, толщин слоев, ориентации слоев и подложки, внутренних механических напряжений в слоях

$$V_R = V_R(\hat{U}_{k,l}^{(Q)}, \hat{E}_k^{(Q)}, T, \sigma_{ii}^{(Q)}, H^{(Q)}, \lambda^{(Q)}, \mu^{(Q)}, \theta^{(Q)}). \quad (19)$$

Используя это значение скорости ПАВ, можно из (17) определить значение множителей C_n , коэффициентов проникновения $a^{(n)}$ и парциальных амплитуд $\beta_i^{(n)}$, $i=1, \dots, 4$, $n=1, \dots, 8N+4$ и тем самым полностью определить акустическое и электрическое поле ПАВ.

В данной работе рассматривается композитный слой с углеродными нанотрубками цилиндрической формы. Диаметр нанотрубки составляет примерно 10 нм, а длина равна толщине композитного слоя.

Вектор, задающий оси нанотрубок в углах Эйлера, определяется как:

$$n_i = [\sin(\mu) \cdot \sin(\theta), -\sin(\mu) \cdot \cos(\theta), \cos(\mu)],$$

Объемная доля нанотрубок в слое задается величиной x . Плотность композитного материала рассчитывается по формуле:

$$\rho = \rho^{\text{графит}} \cdot (1 - x) + \rho^{\text{трубка}} \cdot x,$$

где $\rho^{\text{графит}}$ и $\rho^{\text{трубка}}$ — плотности графита и нанотрубок, соответственно. Модули упругости композитного слоя определяются из выражения:

$$C_{ijkl} = C_{ijkl}^{\text{графит}} \cdot (1 - x) + C_{ijkl}^{\text{трубка}} \cdot x, \quad (24)$$

где $C_{ijkl}^{\text{графит}}$, $C_{ijkl}^{\text{трубка}}$ — тензоры модулей упругости графита и нанотрубок. $C_{ijkl}^{\text{трубка}}$ задаются формулой:

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^{\text{трубка}} = & Z_1 \cdot \delta_{ij} \cdot \delta_{kl} + Z_2 \cdot (\delta_{ik} \cdot \delta_{jl} + \delta_{il} \cdot \delta_{jk}) + \\ & + Z_3 \cdot (D_{ij} \cdot \delta_{kl} + D_{kl} \cdot \delta_{ij}) + \\ & + Z_4 \cdot (D_{ik} \cdot \delta_{jl} + D_{il} \cdot \delta_{jk} + \\ & + D_{jl} \cdot \delta_{ik} + D_{jk} \cdot \delta_{il}) + Z_5 \cdot N_{ijkl}, \end{aligned}$$

где p_{ij} — символ Кронекера, а D_{ij} , N_{ijkl} и Z_{1-5} определяются выражениями:

$$D_{ij} = \frac{(3n_i \cdot n_j - \delta_{ij})}{2},$$

$$\begin{aligned} N_{ijkl} = & \frac{1}{8}(35n_i n_j n_k n_l - 5(n_i n_j \delta_{lm} + n_i n_l \delta_{jm} + \\ & + n_i \cdot n_m \cdot \delta_{lj} + n_j n_l \delta_{im} + n_j n_m \delta_{il} + n_l \cdot n_m \cdot \delta_{ij}) + \\ & + \delta_{ij} \cdot \delta_{lm} + \delta_{il} \cdot \delta_{jm} + \delta_{im} \cdot \delta_{jl}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_1 = & (si4 + 2 \cdot si22)/3, \quad Z_2 = (si4 - si22)/3, \\ Z_3 = & (sd4 + 2 \cdot sd22)/6, \quad Z_4 = (sd4 - sd22)/6, \\ Z_5 = & 8 \cdot (C_{11} + C_{33} - 2 \cdot C_{13} - C_{44})/35, \\ si4 = & (8 \cdot C_{11} + 3 \cdot C_{33} + 4 \cdot C_{13} + 2 \cdot C_{44})/15, \\ si22 = & (-C_{11} + 3 \cdot C_{12} + 4 \cdot C_{13} - C_{44})/6, \\ sd4 = & 2 \cdot (-8 \cdot C_{11} + 6 \cdot C_{33} + 2 \cdot C_{13} + C_{44})/21, \\ sd22 = & (2 \cdot C_{11} - 6 \cdot C_{12} + 4 \cdot C_{13} - C_{44})/3, \end{aligned}$$

где C_{11} , C_{12} , C_{13} , C_{33} , C_{44} — компоненты тензора модулей упругости нанотрубок.

Из-за незначительного влияния тензора диэлектрической проницаемости на скорость ПАВ, его значение принимается равным тензору диэлектрической проницаемости графита.

Результаты расчетов представлены на рис.2-4. Установлено, что зависимость фазовой скорости ПАВ от толщины углеродного слоя носит нелинейный характер. В направлениях ($\lambda=90^\circ$, $\mu=90^\circ$, $\theta=90^\circ$) на X срезе, ($\lambda=0$, $\mu=90^\circ$, $\theta=90^\circ$) на Y срезе и ($\lambda=0$, $\mu=0$, $\theta=30+60 \cdot n$, где $n=0,1,2$) на Z срезе наблюдается резкое уменьшение скорости ПАВ при увеличении толщины углеродного слоя, что приводит к изменению максимумов на минимумы. Это позволяет предположить высокую чувствительность данно-

го направления к внешним воздействиям и потенциальную возможность разработки сенсора, основанного на этом эффекте. Введение нанотрубок в материал слоя позволяет осуществлять управление характеристиками распространения ПАВ в широком диапазоне. При $\theta=0$ наблюдается линейная зависимость скорости ПАВ от концентрации нанотрубок в слое. С увеличением θ ($0 < \mu < 90^\circ$) зависимость приобретает существенную нелинейность, что обуславливает высокую чувствительность исследуемой структуры.

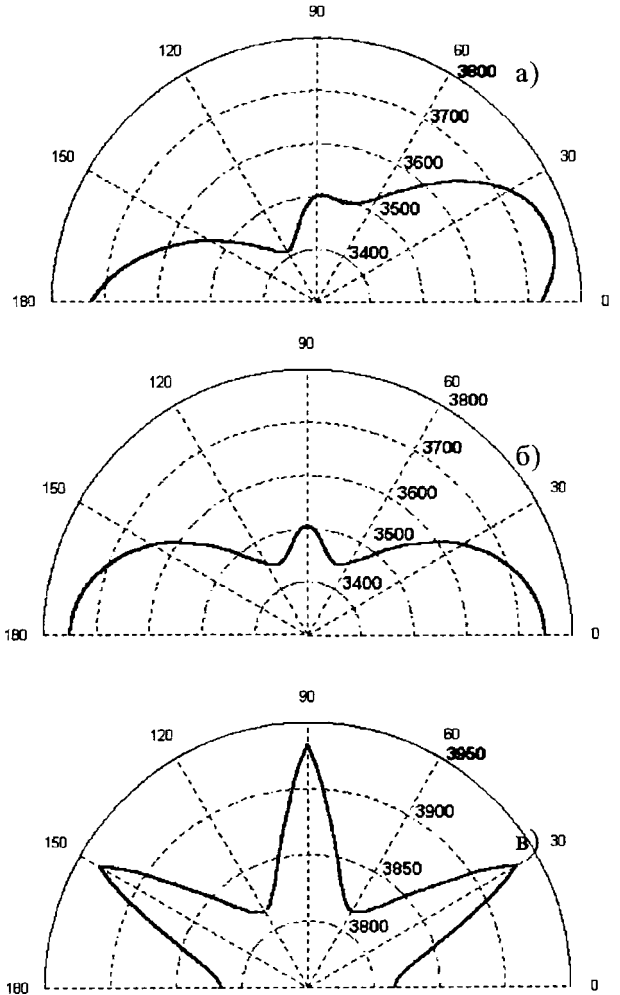
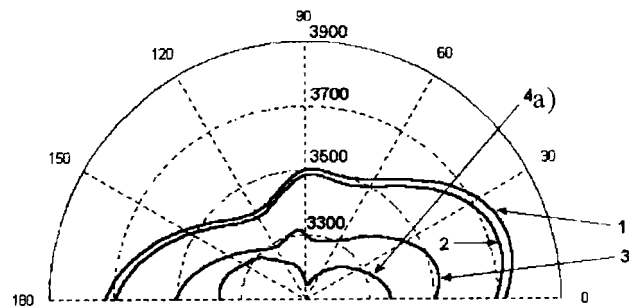
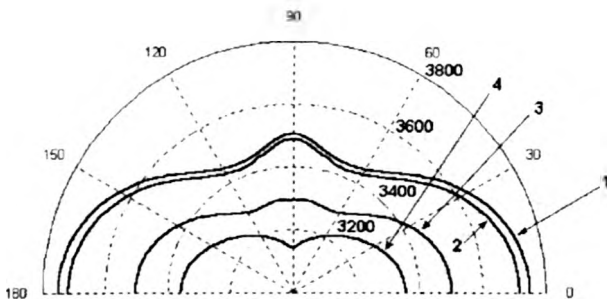


Рис.2. Зависимости скорости ПАВ от направления для LiNbO_3 : а) X срез; б) Y срез; в) — Z срез.



б)



в)

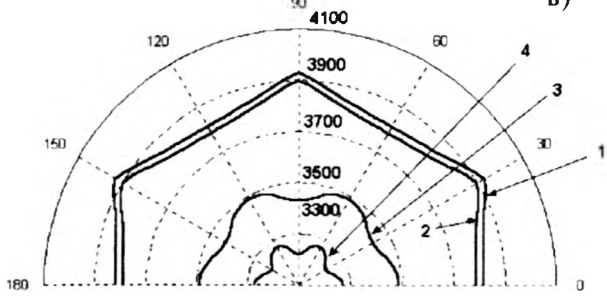
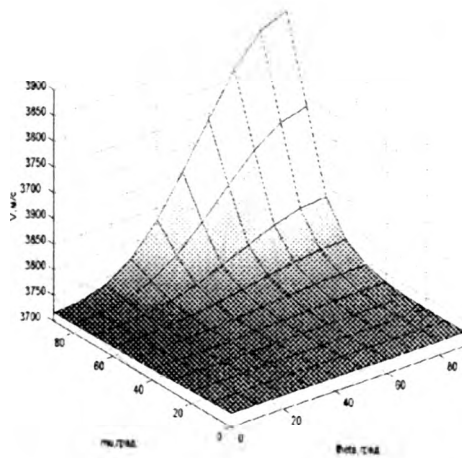
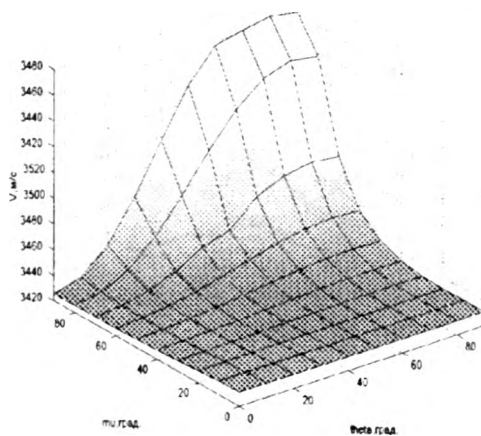


Рис. 3 — Зависимости скорости ПАВ в структуре $\text{LiNbO}_3/\text{углерод}$ от толщины слоя кН на основных срезах: а) — X срез; б) — Y срез; в) — Z срез (кривая 1 — $kH=0$; кривая 2 — $kH=0.1$; кривая 3 — $kH=0.85$; кривая 4 — $kH=1$).

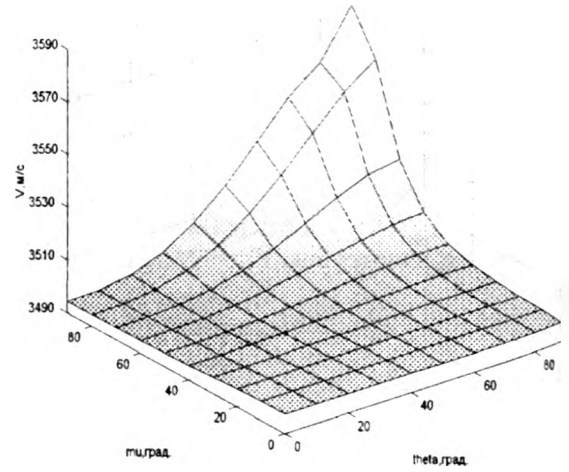
а



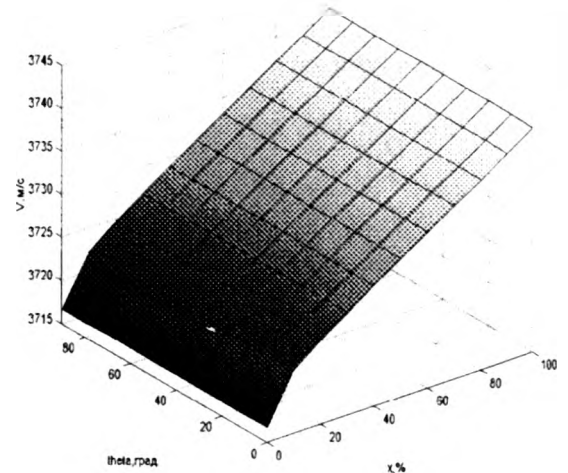
б



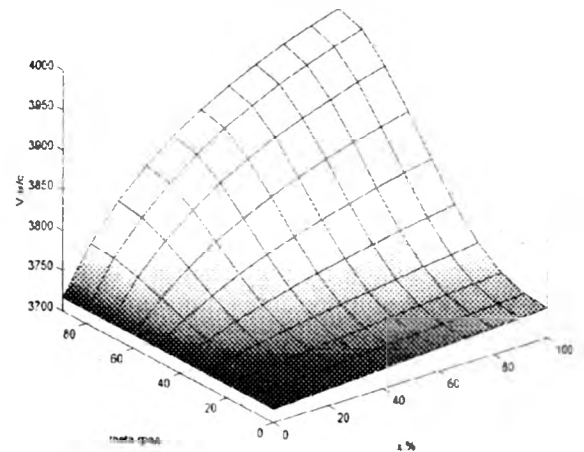
в



г



д



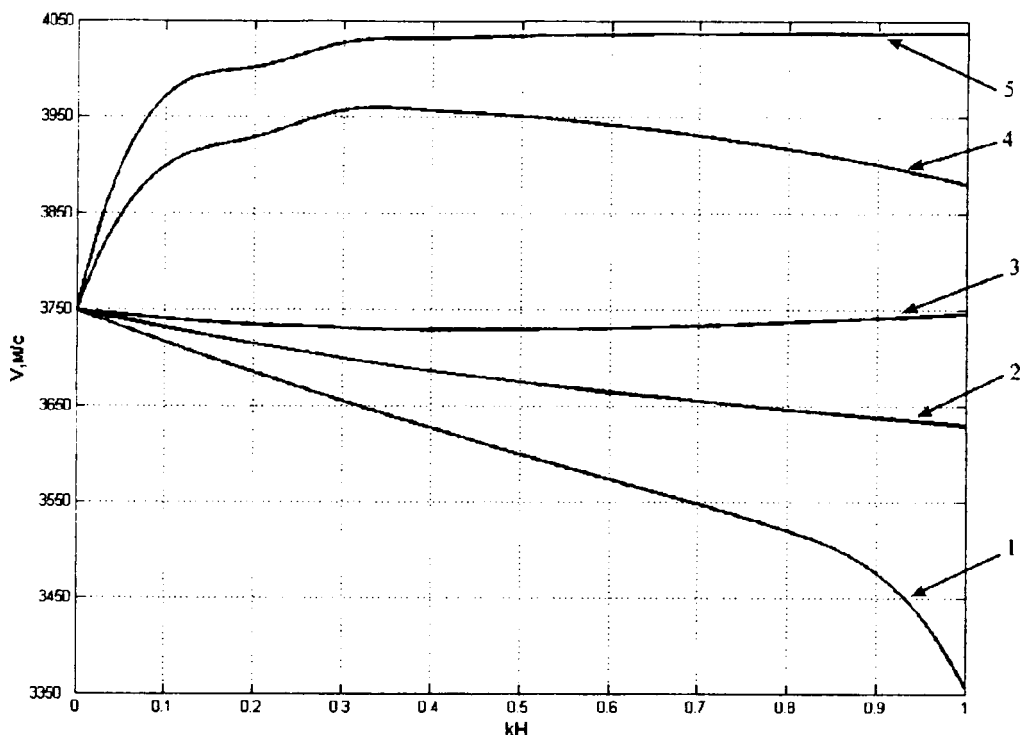


Рис.4 — Зависимости скорости ПАВ в структуре $\text{LiNbO}_3/\text{углерод}$ от толщины слоя, концентрации и ориентации нанотрубок: б), в) — зависимости скорости ПАВ от ориентации нанотрубок для направлений $\theta=0$, $\theta=67^\circ$ и $\theta=90^\circ$ на Y срезе, соответственно, ($kH=0.1$, $x=0.5$); г), д) — зависимости скорости ПАВ от ориентации и концентрации нанотрубок для $m=0$ и 90° , соответственно, ($kH=0.1$); е) — зависимости скорости ПАВ от толщины слоя kH на YX срезе (кривая 1 — $x=0$; кривая 2 — $x=0.5$, $\mu=0$, $\theta=0$; кривая 3 — $x=1$, $\mu=0$, $\theta=0$; кривая 4 — $x=0.5$, $\mu=90^\circ$, $\theta=90^\circ$; кривая 5 — $x=1$, $\mu=90^\circ$, $\theta=90^\circ$).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1634063.
2. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1634111.
3. Преобразователь давления (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1572187.
4. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1378721.
5. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1426400.
6. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1410642.
7. Устройство на поверхностных акустических волнах (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1436831.

СЕНСОРНЫЕ МИКРОСИСТЕМЫ НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ

Колешко В.М., Баркалин В.В., Польшкова Е.В.

The most promising tendency in development сенсорики represents mining of intelligent sensory microsystems (ISMS) on the basis of integrating sensory, processor and actuators. At present work the problems of designing ISMS with SAW with frequency band 100 MHz — 2 GHz conforming to dimensional area of technology micro and a nanoelectronics and the microelectromechanics are discussed.

The main control parameters of ISMS with SAW are determined. The SAW phase velocity is determined as an implicit function of quasistatic gradients of displacement, electrical field, temperature, thicknesses of layers, orientation of layers and substrate, internal mechanical stresses in layers. The same values determine the factor of a substrate in sensitivity of a SAW phase velocity to loading a surface. The physical channel of change of a SAW phase velocity V_R^0 is characterized by the set of partial sensitivity indexes of a SAW phase velocity to changes of independent thermodynamic variables. In case of quasi-homogeneous volumetric and surface effects as last act deformation of a substrate η_{ij} , external electrical field E_i , temperature T and structure of ambient atmosphere (concentration a component N_k). The physical channel is representable by the way

$$dV_R(\eta', \vec{E}, T, N_1, \dots, N_M) = V_R^0 * [KДЧ_{ij} * d\eta_{ij} + KЭЧ_i * dE_i + KТЧ * dT + KГЧ_K * dN_K],$$

where the partial factors of deformation sensitivity of a SAW phase velocity ($KДЧ_{ij}$), sensitivity indexes to variations of an electrical field ($KЭЧ_i$), temperature ($KТЧ$) and sensitivity index to change of concentrations a component of an ambient carburizing gas ($KГЧ_K$) are entered.

The orientation control of $KДЧ$ for crystals of a titanate of strontium and quartz, $KТЧ$ of silicon is investigated. The obtained data in aggregate testify to a management efficiency by the SAW characteristics by means of selection of orientation of the waveguide, kind and shape of an imposed exposure. The control of $KТЧ$ and $KДЧ$ and their temperature coefficients by means of the characteristics of functional layers is shown by $Si/SiO_2/ZnO$, C/ZnO structures. The influencing of internal mechanical stresses in layers of SAW structures was studied for $Si/SiO_2/ZnO$ structures.

The influencing of external surface effects is esteemed simultaneously with partial sensitivity indexes of a SAW phase velocity. With other things being equal peak response to mass loading of a surface have SAW in waveguides from quartz single-crystal of YZ-, XZ-, XY- orientations. The XY-orientation are SAW least responsive in the waveguide from sapphire.

The analysis of influencing of a stuff of bonding on the characteristics ISMS demonstrates, that usage of copper metallization appears by more perspective as contrasted to by other materials. Usage of hyper- and superconductivity effects basically allows intellectualize metallization in a degree, sufficient for maintenance of integrating nanoelectronic processors and acoustoelectronic sensory components of ISMS.

The examples of implementation of sensory microsystems on SAW are presented. In a full kind the tendered approach can be realized only on the basis of creation of a CAD system for ISMS on SAW. For this purpose it is necessary to use the multifunctional approach to SAW structure design and model based predictive control of a SAW fields.

Наиболее многообещающей тенденцией в развитии сенсорики в настоящее время представляется разработка интеллектуальных сенсорных микросистем (ИСМС) на основе функциональной интеграции сенсорных, процессорных и исполнительных акустоэлектронных элементов в микроэлектронном исполнении. Переход к микро- и нано-размерным структурам приводит к расширению списка существенных физико-химических процессов, которые необходимо учитывать разработке новых типов сенсорных микроструктур. По мере усложнения решаемых процессором в реальном масштабе времени задач необходимо вводить новые структурные уровни и использовать более гибкие алгоритмы управления. Таким новым структурным уровнем сенсорных микросистем может являться акустическое поле поверхностных

акустических волн (ПАВ). Вследствие микронных размеров элементов ИСМС обсуждаются ПАВ в частотном диапазоне 100 МГц — 2 ГГц, что соответствует длинам ПАВ 1 — 30 мкм и площади ПАВ-структур 0,05 — 10 мм², при этом ПАВ-структуры попадают в размерную область технологии микро- и нано-электроники и микроэлектромеханики. Сенсорные микросистемы, в отличие от традиционных изделий микроэлектроники, еще на этапе проектирования должны рассматриваться как открытые системы, связанные со своим окружением несколькими каналами потоков энергии, вещества и информации, посредством которых осуществляется управление состоянием микросистем.

1. Управляющие параметры поля ПАВ в микро- и нано-электронных структурах

Задача управления характеристиками поля ПАВ и соответствующих ПАВ-структур весьма сложна и должна ставиться уже на этапе проектирования микросистем на ПАВ. В таблицу 1 сведены основные управляющие параметры ПАВ-систем, влияние и значения которых определяет характеристики качества последних. Проектирование сенсорных микросистем на ПАВ с необходимостью включает этап компьютерного моделирования, который лучше всего интегрировать в САПР ИСМС на ПАВ.

При использовании ПАВ-структур в качестве сенсорных элементов ИСМС основное значение имеет правильный выбор материалов и параметров акустического волновода с точки зрения характеристик чувствительности ПАВ к внешним воздействиям. Воздействия, затрагивающие весь объем волновода ПАВ, будем относить к *объемным управлениям* (механические деформации волновода, изменение температуры, плотности веществ), а воздействия, локализованные у поверхности волновода — к *поверхностным управлениям*.

Одной из важнейших характеристик контроля и управления полем ПАВ в сенсорных микросистемах является фазовый сдвиг f_{AB} поля ПАВ при ее распространении между точками А и В поверхности волновода. Эта величина играет ключевую роль в формировании частотных характеристик ПАВ-структур, в частности, задает время задержки в линиях задержки на ПАВ, определяет резонансную частоту ПАВ-резонаторов.

Внешние воздействия на ПАВ-структуру ведут к вариациям f_{AB} вследствие изменения волнового вектора ПАВ и искажений прямой L_{AB} . При этом f_{AB} можно представить в виде, инвариантном к внешним воздействиям:

$$\Phi_{AB} = \omega \int_0^L \frac{d\ell}{V_R(\ell)}, \quad (1)$$

где интегрирование ведется по прямой L_{AB} , взятой в отсутствие внешних воздействий, ℓ — собственная длина L_{AB} , L — длина L_{AB} , ω — круговая частота ПАВ. При этом $V_R(\ell)$ играет роль фазовой скорости ПАВ в нагруженном состоянии волновода.

Для вычисления V_R используются эффективные модули упругости, пьезомодули и компоненты тензора диэлектрической проницаемости, зависящие от температуры, квазистатических деформаций и электрического поля в волноводе. При этом фазовая скорость ПАВ V_R определяется как неявная функция квазистатических градиентов смещений, электрического поля, температуры, толщин слоев, ориентации слоев и подложки, внутренних механических напряжений в слоях

$$V_R = V_R(\bar{U}_{k,l}^{(Q)}, \bar{E}_k^{(Q)}, T, \sigma_{ii}^{(Q)}, H^{(Q)}, \lambda^{(Q)}, \mu^{(Q)}, \theta^{(Q)}). \quad (2)$$

(здесь Q пробегает значения $S, 1, \dots, N$, где N — число слоев сенсорной ПАВ-структуры). Эти же величины определяют фактор подложки в чувствительности фазовой скорости ПАВ к нагружению поверхности

$$f_M = 2\pi \frac{A+B+C}{\rho V_R}, \quad (3)$$

где ρ — плотность материала подложки, A, B, C — параметры волновода ПАВ, характеризующие распределение энергии ПАВ по глубине подложки.

Указанные зависимости скорости ПАВ и фактора подложки составляют основу алгоритмов управления и оптимизации ИСМС на ПАВ и определяются в результате численного моделирования.

2. Фазовая скорость ПАВ как термодинамическая величина

Любое внешние воздействия влияет на характеристики ПАВ только вследствие изменения термодинамического состояния волновода, которое определяется набором конечного числа независимых термодинамических переменных. Таким образом, все многообразие влияний на фазовую скорость ПАВ сводится к ее зависимости от относительно небольшого числа термодинамических функций. Кроме того, значение V_R зависит и от некоторых конструктивно-геометрических параметров волновода в отсутствие воздействий: толщины функциональных слоев, кристаллографической ориентации, кривизны поверхности, несущей ПАВ, а также других параметров, задаваемых произвольно.

С информационной точки зрения разделять вклады в изменение V_R указанных двух типов параметров неправомерно. Следует учитывать их одновременно, тогда взаимосвязь физических и конструктивных свойств преобразователей информации становится явной и может быть учтена в исчерпывающей форме.

В частности, в таком подходе можно определить понятие полного дифференциала фазовой скорости ПАВ. В символическом виде он представим как

$$dV_R = \frac{\delta V_R}{\delta[\text{Физ}]} d[\text{Физ}] + \frac{\delta V_R}{\delta[\text{Геом}]} d[\text{Геом}], \quad (4)$$

где [Физ] обозначает набор термодинамических параметров, а [Геом] — набор геометрических и конструктивных характеристик волновода. Преобразование информации идет по обоим этим каналам. Их согласованное рассмотрение позволяет ставить полную оптимизационную задачу для разработки прецизионных информационных систем контроля и управления на основе ПАВ-устройств.

Таблица 1

Параметры, учитываемые при проектировании ИСМС на ПАВ

<i>N</i>	<i>Управляющий параметр</i>	<i>Формальный параметр ПАВ</i>
1.	Материалы подложки и слоев	Химический и фазовый состав материала волновода, материальные константы $C_{MN}, C_{MNK}, \epsilon_{iN}, \epsilon_{iNK}, \epsilon_M, \epsilon_{ijk}, f_{MN}$, плотность ρ
2.	Ориентация подложки и слоев	Углы Эйлера $\lambda^{(S)}, \mu^{(S)}, \theta^{(S)}, \lambda^{(I)}, \mu^{(I)}, \theta^{(I)} \dots$
3.	Толщины слоев	Нормированные толщины слоев $kH_1, kH_2, \dots, k=2\pi/\lambda$
4.	Температура	Температурные зависимости материальных констант, плотности, толщин слоев, коэффициенты теплового расширения материалов, температурные напряжения в слоях, температурный коэффициент фазовой скорости ПАВ
5.	Внутренние механические напряжения	σ^0
6.	Металлизация поверхности волновода	коэффициент электромеханической связи, потери распространения
7.	Неоднородность волновода ПАВ	Коэффициенты отражения и преобразования ПАВ в объемные волны
8.	Деформации волновода	Коэффициенты деформационной чувствительности фазовой скорости ПАВ
9.	Вращения в волноводе	Коэффициенты чувствительности фазовой скорости ПАВ к вращениям в волноводе
10.	Внешнее электрическое поле	Коэффициенты чувствительности фазовой скорости ПАВ к электрическому полю
11.	Адсорбции из газового окружения	Коэффициенты чувствительности фазовой скорости ПАВ к изменению концентраций газовой смеси
12.	Затухание ПАВ	Коэффициент затухания ПАВ
13.	Акустоэлектронное взаимодействие	Коэффициент увлечения ПАВ
14.	Поглощение ПАВ	Коэффициент поглощения ПАВ
15.	Излучение энергии во внешнюю среду	Коэффициент потерь на излучение
16.	Генерация гармоник ПАВ и другие нелинейные эффекты взаимодействия	Амплитудные коэффициенты нелинейных взаимодействий
17.	Преобразователи для возбуждения и приема ПАВ	Частотные характеристики преобразователей
18.	Электрические схемы согласования ПАВ-структур с внешними цепями	Параметры элементов схем согласования
19.	Напряжение питания электрической схемы с ПАВ структурой	Режимная нестабильность ПАВ-генераторов
20.	Шумы	Уровень шумов, отношение сигнал/шум
21.	Характеристики микропроцессорной подсистемы	Электрические и информационные характеристики сигнала ПАВ-структур

Физический канал изменения фазовой скорости ПАВ в соответствии с вышесказанным можно охарактеризовать совокупностью парциальных коэффициентов чувствительности (ПКЧ) фазовой скорости ПАВ к изменению независимых термодинамических переменных. В случае квазиоднородных квазистационарных объемных и поверхностных воздействий в качестве последних выступают чаще всего деформация подложки η_{ij} , внешнее электрическое поле E_i , температура T и состав окружающей атмосферы (концентрации компонент N_k). Физический канал представим поэтому в виде

$$dV_R(\eta', \vec{E}, T, N_1, \dots, N_M) = V_R^0 * [KДЧ_{ij} * d\eta_{ij} + KЭЧ_i * dE_i + КТЧ * dT + КГЧ_K * dN_K],$$

где введены парциальные коэффициенты деформационной чувствительности фазовой скорости ПАВ ($KДЧ_{ij}$), коэффициенты чувствительности к вариациям электрического поля ($KЭЧ_i$), коэффициент температурной чувствительности ($КТЧ$) и коэффициент чувствительности к изменению концентраций компонент окружающей газовой атмосферы ($КГЧ_K$). Фазовая скорость ПАВ в начальном состоянии V_R^0 и парциальные коэффициенты чувствительности, вообще говоря, зависят от всех физических и конструктивно-геометрических факторов, входящих в (3). Поэтому их вычисление сопряжено с определенными трудностями.

Следует отметить, что обычно каждое внешнее воздействие на волновод ПАВ влияет на V_R не по одному, а по нескольким физическим каналам, одновременно меняя значения нескольких термодинамических переменных. Отклик фазовой скорости на данное воздействие можно поэтому представить в виде

$$dV_R = \gamma * dy, \quad (6)$$

где через y обозначена характерная для данного воздействия физическая величина, а через γ — соответствующий коэффициент чувствительности. Тогда

$$\gamma = KДЧ_{ij} \frac{\delta\eta_{ij}}{\delta y} + KЭЧ_i \frac{\delta E_i}{dy} + КТЧ \frac{\delta T}{dy} + КГЧ_K \frac{\delta N_K}{dy}. \quad (7)$$

Таким образом, коэффициент чувствительности фазовой скорости ПАВ к данному воздействию представляется в виде линейной комбинации вкладов от каждого независимого термодинамического параметра. Это позволяет ставить задачу оптимизации структуры волновода по величине чувствительности ПАВ к данному виду воздействия. Целью такой оптимизации может быть, в частности, поиск структур волновода, обеспечивающих заданную чувствительность ПАВ-устройств к данному воздействию или определение условий взаимной компенсации различных воздействий.

3. Объемное управление

Для объемных квазиоднородных и квазистатических воздействий фазовая скорость ПАВ в подложке может рассматриваться как термодинамическая функция состояния приповерхностного слоя материала волновода толщиной в несколько длин ПАВ и функция кристаллографической ориентации волновода.

3.1. Ориентационное управление

Для исследования влияния кристаллографической ориентации волновода на характеристики акустического поля ПАВ необходимо использовать численный алгоритм. Рассчитывались коэффициенты деформационной чувствительности КДЧ для случаев продольного и поперечного по отношению к направлению ПАВ нагружения волновода в конфигурации консоли, которая используется для построения сенсоров механических величин и актюаторов с контролем на ПАВ. Представленные данные свидетельствуют о том, что КДЧ обладают собственными экстремумами, не сводящимися к экстремумам фазовой скорости ПАВ, и поэтому информационно более емки, чем V_R .

На рис.1,2 в качестве примера представленные данные по ориентационной зависимости фа-

Таблица 2
Коэффициент температурной чувствительности фазовой скорости ПАВ КТЧ (К⁻¹) в монокристаллическом кремнии

Ориентация волновода	Температурный диапазон, К			
	293-373	373-473	473-573	573-673
{001}<100>	-2,956·10 ⁻⁵	-2,775·10 ⁻⁵	-3,195·10 ⁻⁵	-3,256·10 ⁻⁵
{001}<110>	-3,049·10 ⁻⁵	-2,607·10 ⁻⁵	-3,152·10 ⁻⁵	-3,280·10 ⁻⁵
{111}<011>	-3,015·10 ⁻⁵	-3,136·10 ⁻⁵	-2,919·10 ⁻⁵	-2,977·10 ⁻⁵
{111}<112>	-3,031·10 ⁻⁵	-2,884·10 ⁻⁵	-3,030·10 ⁻⁵	-3,124·10 ⁻⁵
{110}<110>	-2,995·10 ⁻⁵	-3,133·10 ⁻⁵	-2,922·10 ⁻⁵	-2,922·10 ⁻⁵

зовой скорости ПАВ и КДЧ для кристаллов титаната стронция и кварца, а в таблице 2 - данные об ориентационной зависимости КТЧ для монокристаллического кремния в нескольких температурных диапазонах. Полученные данные в совокупности свидетельствуют об эффективности управления характеристиками ПАВ посредством выбора ориентации волновода, вида и формы налагаемого внешнего воздействия.

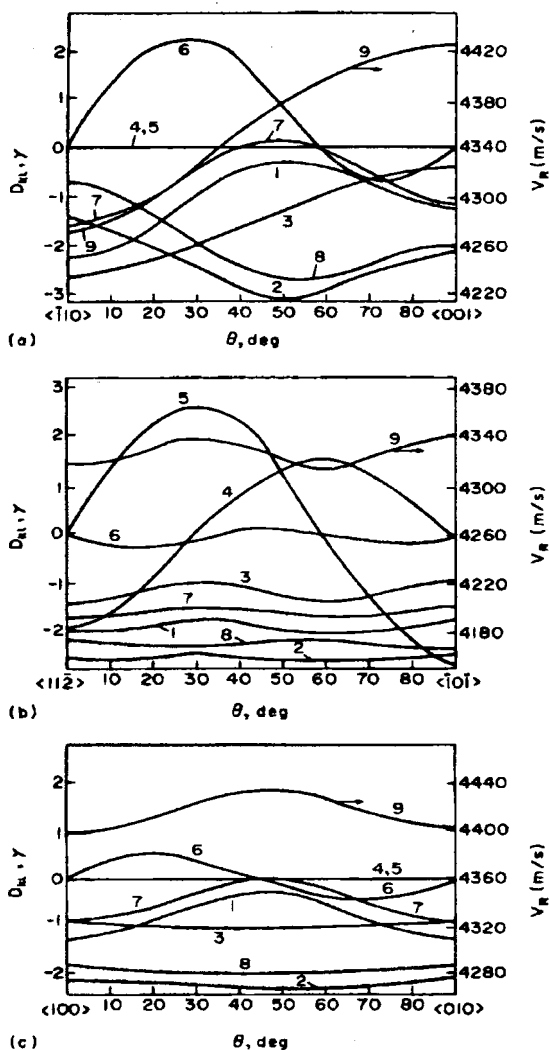


Рис. 1. ПАВ в $SrTiO_3$. а) $\{110\}$ $SrTiO_3$; б) $\{111\}$ $SrTiO_3$; в) $\{001\}$ $SrTiO_3$. 1- $KДЧ_{11}$; 2- $KДЧ_{22}$; 3- $KДЧ_{33}$; 4- $KДЧ_{23}$; 5- $KДЧ_{13}$; 6- $KДЧ_{12}$; 7- $KДЧ$; 8- $KДЧ_n$; 9- $V_{ПАВ}$

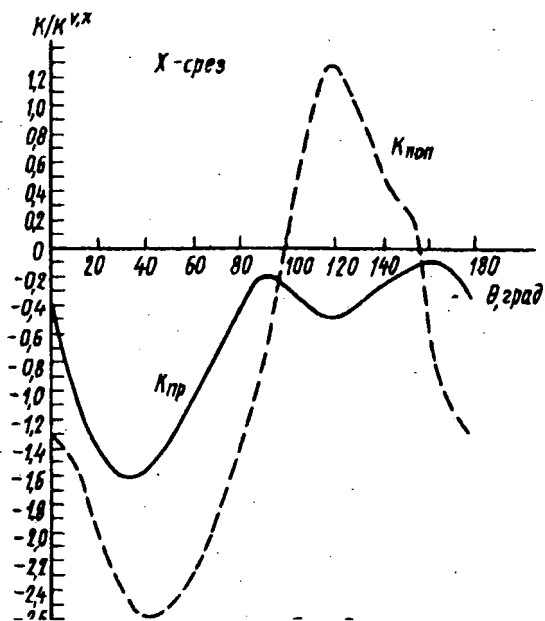
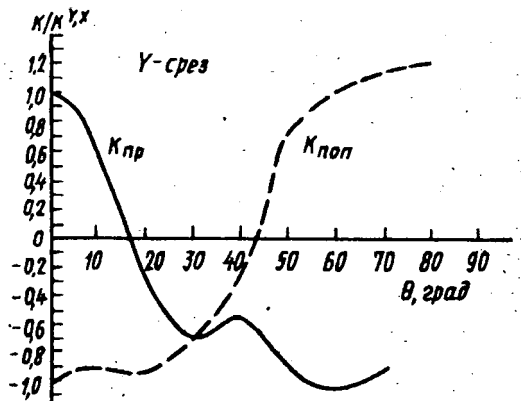


Рис. 2. Тензоэффект на кварце

3.2. Управление ПАВ посредством характеристик функциональных слоев.

Функциональные слои, вносимые в поле ПАВ, используются в очень разнообразных целях. Это пьезоэлектрические и магнитострикционные слои для возбуждения ПАВ на непьезоэлектрических подложках, чувствительные слои в преобразователях концентрации газов, диэлектрические слои для подстройки резонансной частоты ПАВ-резонаторов, слои металлизации и резистивные слои для управления электрическим полем ПАВ, электрически и акустически нелинейные слои в нелинейных устройствах обработки сигналов на ПАВ.

Многослойные ПАВ-структуры характеризуются наличием нескольких мод ПАВ. ПАВ в этом случае обладают дисперсией, определяемой зависимостью их фазовой скорости от нормированных толщин слоев. Таким образом, влияние слоя на характеристики ПАВ зависит

от частотного диапазона ПАВ-структуры. Проведенные исследования показали, что толщина слоя является эффективным параметром управления характеристиками ПАВ в узком диапазоне. На рис.3 представлены зависимости фазовой скорости ПАВ, КТЧ и КДЧ при продольном нагружении звукопровода в конфигурации консоли и его температурного коэффициента ТСКДЧ от нормированной толщины слоя SiO_2 для основной моды ПАВ в структуре $\text{Si}/\text{SiO}_2/\text{ZnO}$ ориентации $\{001\}\langle 100\rangle$ при фиксированной толщине слоя ZnO , равной 0,03 μm при температуре 293 К. На рис.4 представлены дисперсионные кривые C/ZnO для нескольких мод ПАВ в зависимости от нормированной толщины слоя ZnO .

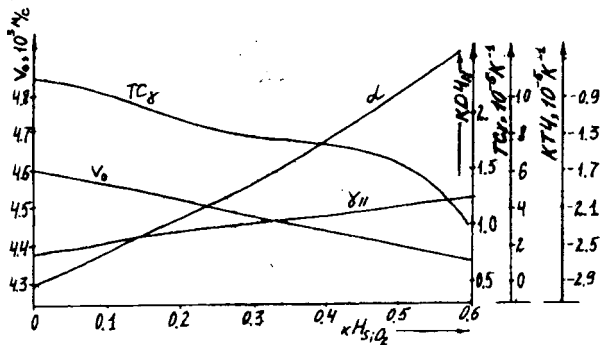


Рис. 3. Дисперсия фазовой скорости различных мод ПАВ в структуре C/ZnO

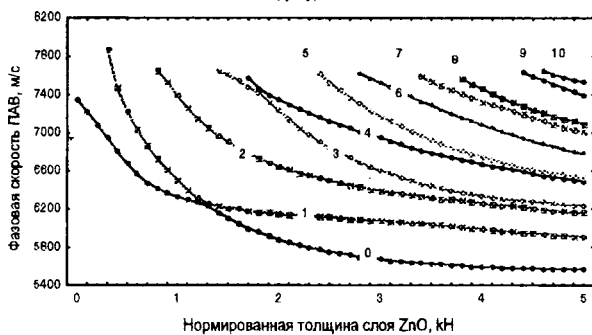


Рис. 4.

3.3. Влияние температуры.

Как уже отмечалось, температура оказывает влияние на характеристики ПАВ как вследствие температурной зависимости материальных констант и геометрических параметров ПАВ-структур (табл.2), так и вследствие температурных напряжений в слоях ПАВ-структур из-за различий коэффициентов теплового расширения материалов. На рис.5 представлены зависимости TCVР и ТСКДЧ от температуры для структуры $\text{Si}/\text{SiO}_2/\text{ZnO}$ ориентации $\{001\}\langle 100\rangle$ при различных толщинах слоев. В целом температура оказывает на параметры ПАВ влияние, достаточное для его использования в ПАВ-преобразователях температуры.

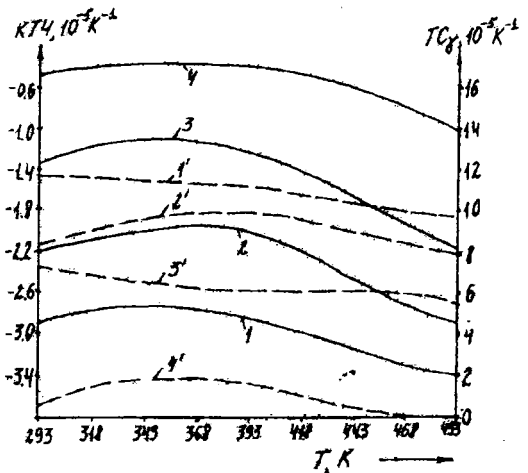


Рис. 5.

3.4. Влияние внутренних напряжений.

Влияние внутренних механических напряжений в слоях ПАВ-структуры подробно исследовалось для структуры $\text{Si}/\text{SiO}_2/\text{ZnO}$ как наиболее перспективной для использования в интегральных многофункциональных сенсорных элементах с микропроцессорной обработкой информации. Изучалось влияние напряжений как на фазовую скорость ПАВ, так и на коэффициенты деформационной и температурной чувствительности для ПАВ фундаментальной моды при различных толщинах слоев. Получены зависимости относительных изменений указанных величин от величины внутренних механических напряжений в слоях в диапазоне $-1\text{ ГПа} + 1\text{ ГПа}$ (рис.6,7). Указанное влияние можно использовать для контроля внутренней среды волновода ПАВ.

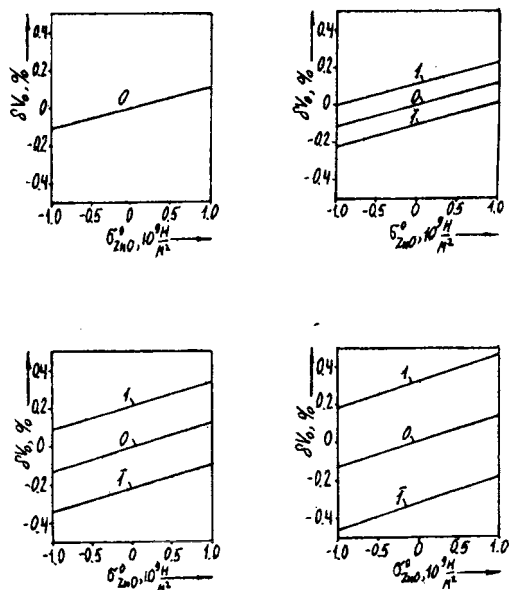


Рис. 6.

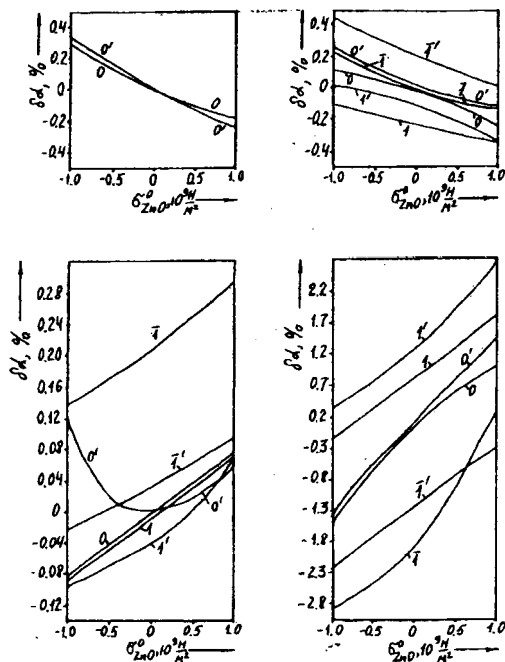


Рис. 7.

4. Поверхностное управление

В большинстве случаев влияние поверхностных воздействий сводится к изменению геометрических, электрических и упругих характеристик поверхностного слоя ПАВ-структуры, приводящих к локальному изменению фазовой скорости ПАВ. Например, в случае только массового нагружения фактор подложки изменяет резонансную частоту f автогенератора на ПАВ определяется соотношением

$$\Delta f/f = -f \cdot f_M \cdot \Delta m, \quad (5)$$

где m — поверхностная плотность, а фактор подложки дается (3). Эти параметры рассчитываются одновременно с парциальными коэффициентами чувствительности фазовой скорости ПАВ.

Из полученных данных следует, что при прочих равных условиях максимальной чувствительностью к массовому нагружению поверхности обладают ПАВ в волноводах из монокристаллического кварца Y,Z-, X,Z-, X,Y- ориентаций. Наименее чувствительны ПАВ в волноводе из сапфира X,Y-ориентацией. Отметим, что во всех исследованных случаях $A < B < C$.

Представленные данные позволяют просто оценивать изменение чувствительности фазовой скорости ПАВ к массовому нагружению поверхности при замене материала и ориентации подложки. В таблице 3 представлены данные по чувствительности ПАВ-преобразователей концентраций NO_2 , NH_3 , CO_2 , CO , H_2O , CH_4 с чувствительным слоем из фталоцианина толщиной 0,32 мкм и рабочей частотой ПАВ 236,85 МГц, полученные на основе данных по чувствительности аналогичного преобразователя из квар-

ца ST,X- ориентации. Положительные значения изменения частоты по отношению к концентрации легких газов (NH_3 , CO , H_2O , CH_4) можно объяснить имеющейся в этом случае десорбцией кислорода, захваченного из воздуха.

В случае неоднородного вдоль волнового фронта ПАВ чувствительного слоя может быть реализовано бездисперсионное управление характеристиками ПАВ во всей полосе пропускания ПАВ-структуры. Такое управление может быть перспективным в случае широкополосных устройств.

Следует заметить, что резонансная частота ПАВ-резонатора f является функцией времени t вследствие разнообразных процессов, протекающих на поверхности волновода и в материале электродов ПАВ-структуры.

5. Влияние металлизации

Слой металлизации в сенсорных структурах на поверхностных акустических волнах (ПАВ) используются для создания элементов, осуществляющих генерацию и прием ПАВ, а также элементов управления распространением ПАВ в пьезоактивных звукопроводах. Физической основой такого использования металлизированных участков звукопровода является эффект изменения характеристик распространения ПАВ при изменении распределения электрического потенциала и зарядов на поверхности звукопровода вследствие пьезоэлектрического эффекта.

Для возбуждения ПАВ в пьезоактивных звукопроводах обычно используются встречно-штыревые преобразователи (ВШП), образованные парами металлических электродов, наносимых на рабочую поверхность звукопровода, на которые подается переменное напряжение различной полярности. Период электродных структур определяет частоту генерируемой ПАВ, длина которой совпадает с периодом преобразователя или является его пространственной субгармоникой. Для уменьшения эффектов переотражения ПАВ в электродных структурах используют аподизированные преобразователи с различными законами взвешивания длины области пересечения электродов каждой пары.

При уменьшении толщины металлической пленки ее сопротивление обычно возрастает. Рост сопротивления, кроме нежелательных резистивных потерь в ВШП, приводит и к нарушению эквипотенциальности металлизированных участков, что вызывает искажение фазовых соотношений в волне и искажению волнового фронта ПАВ в направлении, перпендикулярном направлению распространения. Учет конечной электрической проводимости материала металлизации имеет важное значение и для снижения уровней шумов в ПАВ-устройствах. Были рассчи-

Таблица 3

Чувствительность ПАВ-преобразователей концентрации газов в воздухе $\Delta f/\Delta C$ (Гц/млн.часть) на частоте ПАВ 236.85 МГц при толщине чувствительного слоя фталоцианана 0,32 мкм

Материал под ложки	Ориентация	ΔC					
		100 млн. частей NO_2	200 млн. частей NH_3	3500 млн. частей CO_2	1200 млн. частей CO	8000 млн. частей H_2O	400 млн. частей CH_4
Кварц	ST,X	-4.900	0.800	-0.01	0.03	0.02	0.200
	Z,X	-2.97	0.49	-0.006	0.018	0.012	0.12
	Y,Z	-8.15	1.33	-0.017	0.05	0.033	0.33
Сапфир	Z,X	-1.65	0.27	-0.003	0.01	0.007	0.07
	X,Z	-1.981	0.323	-0.004	0.012	0.008	0.081
	Y,X	-1.378	0.225	-0.003	0.008	0.006	0.056
	Y,Z	-1.986	0.324	-0.004	0.012	0.008	0.081
Ниобат Лития	Z,X	-3.235	0.528	-0.007	0.020	0.013	0.132
	Y,X	-3.467	0.566	-0.007	0.021	0.014	0.142
	X,Y	-3.213	0.525	-0.007	0.020	0.013	0.131
Кремний	X,Z	-6.048	0.988	-0.012	0.037	0.025	0.247
SiO_2 (пл.)		-8.451	1.380	-0.017	0.052	0.034	0.345
Германий	X,Z	-4.599	0.751	-0.009	0.028	0.019	0.188
Оксид Цинка	Y,Z	-2.022	0.330	-0.004	0.012	0.008	0.083
	Z,X	-2.567	0.419	-0.005	0.016	0.010	0.105

таны резистивные потери в двухэлектродном ВШП в случае металлизации из Al, Cu и аморфного углерода а-С для электродов различной длины и толщины в звукопроводах из кварца ST-среза и структуры $Si/SiO_2/ZnO$ в зависимости от длины свободного пробега электронов в случае металлов и удельного электрического сопротивления материала в случае а-С металлизации. Обычно используемые

параметры массивных металлов представлены в таблице 4 вместе с предельными значениями, известными в настоящее время для комнатной температуры и соответствующими сверхчистым монокристаллическим образцам Al и Cu. Минимальное электрическое сопротивление а-С в настоящее время составляет 0,1 Ом*см.

Таблица 4

Параметры материалов металлизации

Металл	Удельное сопротивление, 10^{-6} Ом*см	Длина свободного пробега электронов	Предельная длина свободного пробега электронов при гелиевых температурах
Al	2,70	32,9 нм	17,5 мкм
Cu	1,72	31,5 нм	31 мкм

Полученные результаты расчетов представлены на рис.8. Следует отметить, что полученные данные свидетельствуют о необходимости всемерно уменьшать электрическое сопротивление металлизации при переходе к нанометровому диапазону толщин, поскольку резистивные потери в ВШП оказываются слишком высокими. Использование медной металлизации оказывается во всех случаях более перспективным. Использование аморфного углерода в качестве металлизации весьма проблематично.

Основной механизм рассеяния электронов в тонких металлических пленках — фононный. Рас-

сеяние на поверхности близко к зеркальному. В этой связи необходимо развивать способы управления фононным рассеянием и использовать, в частности, гиперпроводящую металлизацию, особенно в слоистых ПАВ-структурах, где резистивные потери в ВШП растут при уменьшении толщины электродов существенно быстрее (рис.9). В частности, одним таким механизмом управления фононным рассеянием является перевод металлизации в сверхпроводящее состояние. Таким образом, возможность управления механизмами рассеяния электронов в материале металлизации ВШП, в частности, использование эффектов гипер-

Металлизация толщиной 10 нм на ST-кварце

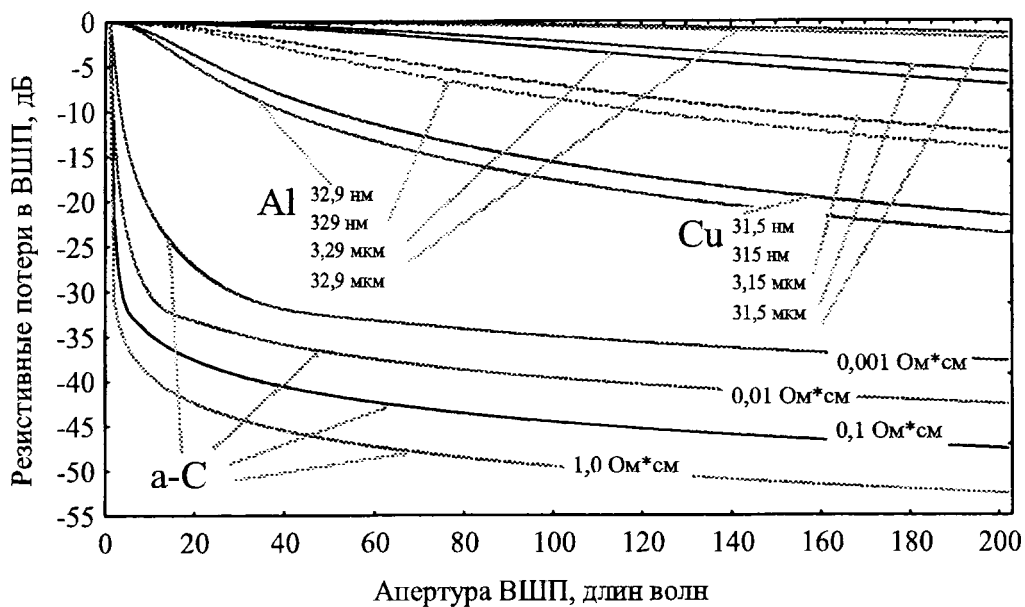


Рис. 8.

Cu metallization thickness 10 nm in $\text{Si}/\text{SiO}_2/\text{ZnO}_{(001)}\{100\}$

$$k_{\text{H}_{\text{ZnO}}} = 2,9; k_{\text{H}_{\text{SiO}_2}} = 0,0314$$

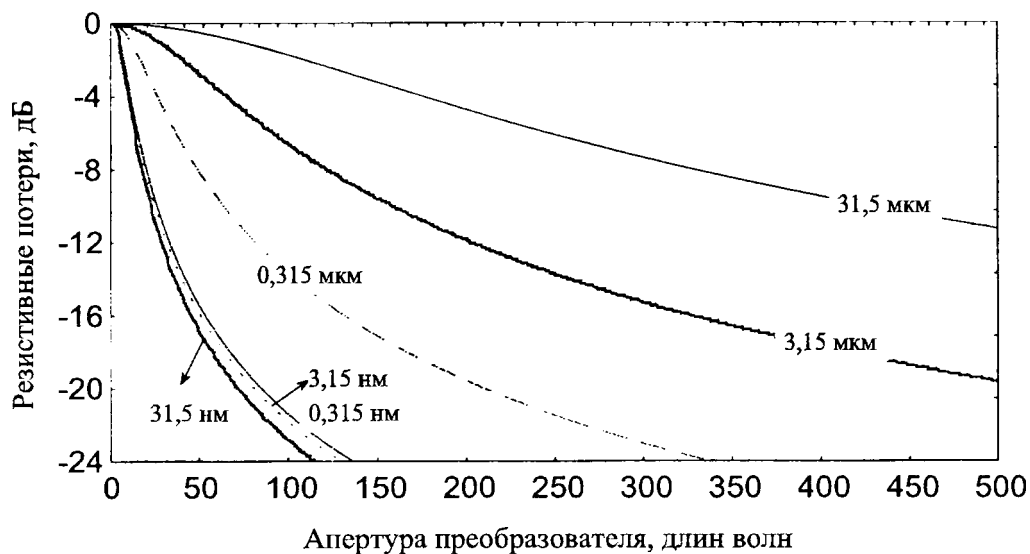


Рис. 9.

сверхпроводимости, в принципе позволяет «интеллектуализировать» эти материалы в степени, достаточной для обеспечения технологической интеграции нанoeлектронных процессорных и акустоэлектронных сенсорных элементов.

6. Заключение

Представленные данные свидетельствуют о том, что состояние поля ПАВ в сенсорных микросистемах действительно аккумулирует информацию о наиболее важных параметрах самой сис-

темы и ее окружения. Для использования этой информации необходимо использовать многофункциональный подход к разработке ПАВ-структур и управление полем ПАВ по принципу прогнозирования на основе математических моделей. На рис.10 представлены некоторые из разработанных в соответствии с предложенным подходом ИСМС. В полном виде этот подход может быть реализовать на основе создания САПР ИСМС на ПАВ.

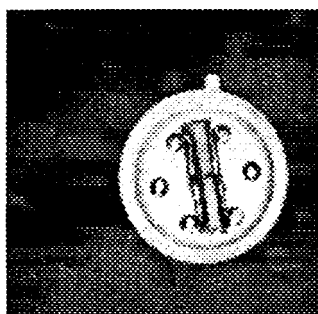
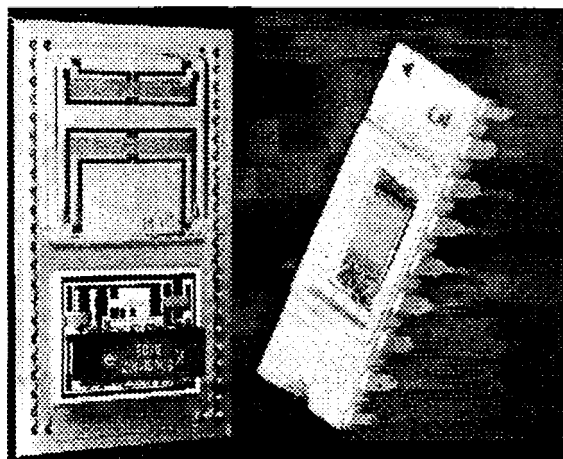


Рис. 10

ЛИТЕРАТУРА:

1. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1634063.
2. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1634111.
3. Преобразователь давления (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1572187.
4. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1378721.
5. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1426400.
6. Преобразователь механических величин (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1410642.
7. Устройство на поверхностных акустических волнах (Колешко В.М., Мешков Ю.В., Баркалин В.В.) - авторское свидетельство СССР N 1436831.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ В КУБИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ НА БАЗЕ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК

Босяков С.М.

The expressions for velocities of propagation of elastic waves are obtained, and also for coordinates of points of cubic anisotropic medium, up to which the wave perturbation has reached. With their help the wave surface and surface of inverse velocities of quasitransversal waves is constructed.

Формирование наглядных физико-механических представлений о закономерностях поведения объемных упругих волн в анизотропных средах является важной и актуальной задачей механики деформируемого твердого тела [1]. С этой

целью используются различные поверхности, характеризующие распространение волн в сплошных средах, например, поверхности обратных скоростей, волновые поверхности и др. [2—4]. Однако для большинства анизотропных сред их

не удается построить, поскольку соответствующие характеристические уравнения аналитически могут быть решены только для особых направлений или плоскостей. Использование современных средств и возможностей вычислительной техники делают доступным решение динамических задач высокой степени сложности и позволяют математически моделировать волновые процессы в сплошных средах. Ниже предлагается реализация метода характеристик применительно к трехмерным динамическим задачам теории упругости кубически анизотропных сред. Соответствующая система уравнений движения в отсутствие массовых сил имеет следующий вид [5]:

$$(A_4\Delta + (A_1 - A_2 - 2A_4)\partial_i^2)u_i + (A_2 + A_4)\partial_i \sum_{k=1}^3 \partial_k u_k = \rho \ddot{u}_i, \quad (1)$$

где $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор перемещений, A_1, A_2, A_4 — постоянные упругости в основной кристаллографической системе координат, ρ — плотность среды, $\Delta = \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2$, $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$, $i = \overline{1, 3}$, точка обозначает дифференцирование по времени.

Уравнение характеристик для (1) запишем, следуя [5]:

$$(g^2 - p_0^2/c^2)^3 + ag^2(g^2 - p_0^2/c^2)^2 + (a^2 - b^2)(g^2 - p_0^2/c^2)m + (a^3 - 3ab^2 + 2b^3)n = 0. \quad (2)$$

Здесь $a = A_1/A_4 - 1$; $b = A_2/A_4 + 1$; $c = \sqrt{A_4/\rho}$;

$$m = \sum_{i \neq j=1}^3 p_i^2 p_j^2; \quad n = p_1^2 p_2^2 p_3^2; \quad p_0 = \frac{\partial Z}{\partial t}; \quad p_k = \frac{\partial Z}{\partial x_k};$$

$$g^2 = \sum_{k=1}^3 p_k^2.$$

Из (2) выразим p_0 :

$$p_0^{(k)} = \sqrt{g^2 + \frac{a}{3} - 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\Lambda_k + 2\pi k}{3}\right)}, \quad k = \overline{1, 3} \quad (3)$$

где $p = -\frac{a^2 g^4}{3} + (a^2 - b^2)m$;

$$q = \frac{2a^3 g^6}{27} - \frac{ag^2(a^2 - b^2)m}{3} + (a^3 - 3ab^2 + 2b^3)n; \quad \Lambda_k = \arccos\left(-\frac{q}{2}\sqrt{-\left(\frac{3}{p}\right)^3}\right).$$

Индексы k в выражениях (3) и ниже указывают на тип упругой волны: $k = 1$ — квазипродольная волна, $k = 2, 3$ — квазипоперечные волны.

Дифференцируя (3) по p_1, p_2 и p_3 , будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_0^{(k)}}{\partial p_j} &= \frac{ct}{p_0^{(k)}} \left(p_j \left(1 + \frac{a}{3} \right) + \right. \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\sqrt{-p}} \frac{\partial p}{\partial p_j} \cos(\Lambda_k + 2\pi k) + \right. \\ &+ \frac{1}{3} \frac{\sqrt{4p^3} \sin(\Lambda_k + 2\pi k)}{\sqrt{4p^3 + 27q^2}} \\ &\left. \left. \sqrt{-\left(\frac{3}{p}\right)^3} \left(\frac{\partial q}{\partial p_j} + \frac{9\sqrt{3} q}{2 p} \frac{\partial p}{\partial p_j} \right) \right) \right), \quad j = \overline{1, 3}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \frac{\partial p}{\partial p_j} &= 2(a^2 + b^2)p_j(g^2 - p_j^2) - \frac{4a^2 p_j g^2}{3}, \\ \frac{\partial q}{\partial p_j} &= \frac{4a^3}{9} - 2a(a^2 - b^2) \left/ \begin{aligned} &+ (p_j m + g^2 p_j (g^2 - p_j^2)) \\ &+ 2n(a^3 - 3ab^2 + 2b^3) / p_j \end{aligned} \right/ 3 + \end{aligned}$$

Учитывая, что $p_j = g \cos \alpha_j$ ($\cos \alpha_j$ — направляющий косинус нормали к характеристической поверхности), из (4) после несложных преобразований получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_0^{(k)}}{\partial p_j} &= \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{a}{3} - 2\sqrt{-\frac{p^*}{3}} \cos(\Lambda_k^* + 2\pi k)}} \times \\ &\times (2 \cos \alpha_j \left(1 + \frac{a}{3} \right) + \sqrt{3} \left(\frac{p_j^*}{\sqrt{-p^*}} \cos(\Lambda_k^* + 2\pi k) + \right. \\ &+ \frac{1}{3} \frac{\sqrt{4(p^*)^3} \sin(\Lambda_k^* + 2\pi k)}{\sqrt{4(p^*)^3 + 27(q^*)^2}} \sqrt{-\left(\frac{3}{p^*}\right)^3} \times \\ &\left. \left. \times \left(q_j^* + \frac{9\sqrt{3} q^*}{2 p^*} p_j^* \right) \right) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{Здесь } \Lambda_k^* = \arccos\left(-\frac{q^*}{2}\sqrt{-\left(\frac{3}{p^*}\right)^3}\right),$$

$$p^* = (a^2 - b^2)m^* - \frac{a^2}{3},$$

$$q^* = \frac{2a^3}{27} - \frac{a(a^2 - b^2)m^*}{3} + (a^3 - 3ab^2 + 2b^3)n^*,$$

$$p_j^* = 2(a^2 - b^2) \cos \alpha_j (1 - \cos^2 \alpha_j) - \frac{4a^2 \cos \alpha_j}{3},$$

$$q_j^* = \frac{4a^3}{9} - \frac{2a}{3}(a^2 - b^2)(m^* \cos \alpha_j +$$

$$\begin{aligned}
 & + \cos \alpha_j (1 - \cos^2 \alpha_j) \Big) + \\
 & + 2(a^3 - 3ab^2 + 2b^3) \cos \alpha_j (m^* - \cos^2 \alpha_j (1 - \cos^2 \alpha_j)) \Big) \\
 & m^* = \sum_{i \neq j=1}^3 \cos^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_j, \\
 & n^* = \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 \cos^2 \alpha_3, \quad i, j = \overline{1,3}.
 \end{aligned}$$

Поскольку правая часть (5) не зависит от времени t , то координаты $x_j^{(k)}$, $k, j = \overline{1,3}$ точек упругой среды, до которых дошла энергия волнового возмущения, запишем в следующем виде

$$x_j^{(k)} = \frac{\partial p_0^{(k)}}{\partial p_j} t, \quad k, j = \overline{1,3}. \quad (6)$$

На рис. 1 показана безразмерная волновая поверхность одной из квазипоперечных волн в момент времени $t=1$, распространяющейся в кубически анизотропном материале, упругие свойства которого характеризуются коэффициентами $a = 2.24$, $b = 3.72$ (к таким материалам относятся, например, свинец [6]).

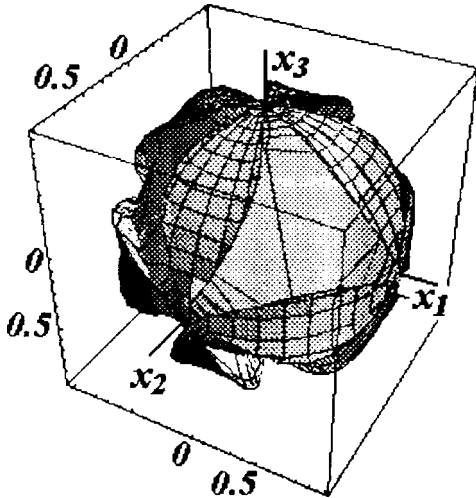


Рис. 1. Волновая поверхность одной из квазипоперечных волн.

Рис. 1 показывает, что при распространении одной из квазипоперечных волн возникают двенадцать лагун в виде полос, сходящихся у координатных осей. Чтобы определить абсолютные значения координат точек волнового фронта, следует умножить приведенные на рис. 1 безразмерные значения на величину численно равную скорости c для данной среды. Также отметим, что с помощью (6) можно достаточно легко построить кривые волновых фронтов в плоскостях, проходящих через начало основной системы координат, задавая в (5) соответствующим образом направляющие косинусы нормали к характеристической поверхности.

Найдем скорости распространения упругих волн. Для этого запишем уравнение (2) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & (1 - v^2)^3 + a(1 - v^2)^2 + \\
 & + (a^2 - b^2)(1 - v^2)m^* + (a^3 - 3ab^2 + b^3)n^* = 0, \quad (8)
 \end{aligned}$$

где $v_k = V_k/c$.

Отсюда

$$v_k = \sqrt{1 + \frac{a}{3} - 2\sqrt{\frac{p^*}{3}} \cos\left(\frac{\Lambda_k^* + 2\pi k}{3}\right)}. \quad (10)$$

На рис. 2 представлена безразмерная поверхность обратных скоростей, построенная с помощью (10), для кубически анизотропных материалов, упругие свойства которых характеризуются выше приведенными коэффициентами.

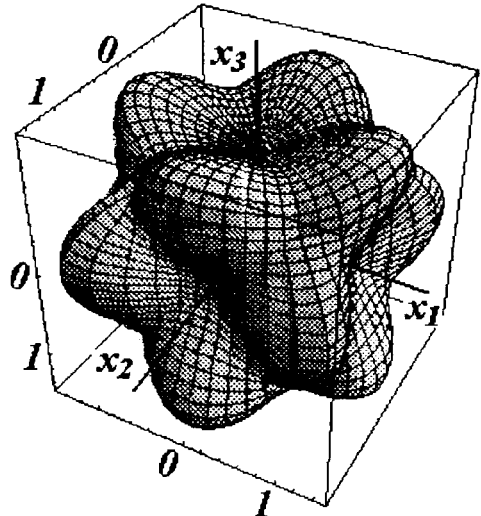


Рис. 2. Безразмерная поверхность обратных скоростей квазипоперечной волны $1/v_3$.

В заключение отметим, что анализ волновых поверхностей, поверхностей обратных скоростей и их сечений для кубически анизотропных материалов позволяет дополнить результаты исследований волновых движений в анизотропных материалах [4].

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Ф03М—171).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Петрашень Г. И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. Л. 1980.
2. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах. М. 1965.
3. Musgrave M.J.P. Crystal Acoustics. San Francisco. 1970.
4. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. М. 1982.
5. Скляр О. Н., Босяков С. М. // Материалы, технологии, инструменты. 2000. Т. 5. № 4. С. 26—28.
6. Современная кристаллография Т. IV. Физические свойства кристаллов. М. 1984.

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ САПР ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Бурносенко А.А., Жданович Ч.И., Каминьский Э.

Scientific investigation of mechanism is impossible without mathematical modeling. CAE software is the best tool for simulation of complicated dynamical system's behavior. The idea of designer's universal work place is formulated. Agricultural vehicle suspension with hydropneumatic springs was designed. Suspension designing and all necessary calculations were performed using CAD/CAE software. This enables usage of dynamical model for practical purposes.

Развитие информационных технологий обуславливает все более активное использование компьютера в научных и инженерных целях. При решении ряда задач компьютерное математическое моделирование вытесняет традиционные методы расчетов поведения динамических систем и даже заменяет собой натурные испытания. Приближенные численные методы расчетов, обладая достаточной точностью, требуют меньших затрат времени и труда. Использование компьютера при расчетах механических систем, поведение которых часто описывается системами дифференциальных уравнений, особенно целесообразно.

Математическая компьютерная модель позволяет сохранить время исследователя, с минимальными изменениями самой модели исследовать поведение механизма при различных массовых, размерных, силовых и других его параметрах, а также получить при расчете данные, непосредственно интересующие исследователя. То, что данные при этом имеют цифровую форму, облегчает их хранение, обработку и использование.

Однако математическому моделированию с использованием компьютера сопутствует ряд трудностей. Прежде всего, это связано с громоздкостью математического аппарата, которым приходится оперировать. Компьютер выполняет вычислительные задачи, но составление уравнений и зависимостей, описание звеньев и кинематических связей механизма и способов их взаимодействия приходится выполнять исследователю. Второй важной проблемой математического компьютерного моделирования является программирование системы, которое требует значительного объема специальных знаний. Составление программы может занять много времени. Неотъемлемой частью написания программы является ее отладка и проверка точности расчетов, на которую влияет множество факторов.

При решении вычислительных задач исследователи, занимаясь совершенно разными проблемами, выполняют большие объемы сходных задач. Работы эти касаются не столько математической стороны проблем, сколько собственно программирования математической модели. При этом если рассчитывается одна механическая система, для определения, например, кинематических и динамических ее характеристик требуется

создать две различных расчетных модели, иначе программирование задачи будет затруднено.

Математическая компьютерная модель всегда является абстракцией, и если моделирование проводится при проектировании какого-либо изделия, то передача данных из расчетной среды в САД-систему может стать «узким местом» всего процесса и выполняться практически вручную. Та же проблема возникает с размерными и массовыми характеристиками элементов системы, которые при трехмерном проектировании, используемом всеми крупными промышленными предприятиями, вычисляются САД-системами автоматически. Вдобавок, в большинстве расчетных моделей динамические системы имеют двухмерное представление, что упрощает математическую сторону задачи, но часто приводит к огрублению расчетов.

Использование специальных программных комплексов, предназначенных для моделирования поведения механизмов и реализующих модульный принцип построения расчетной модели, позволяет избежать большинства проблем традиционного компьютерного математического моделирования. Эти программы, написанные профессиональными программистами и математиками, к которым, например, относится ADAMS (производитель — Mechanical Dynamics), Unigraphics Motion (производитель — EDS), I-DEAS (производитель — SDRC), являются сертифицированными проверенными решениями для расчета механизмов. Такие программы содержат мощные и устойчивые решатели, и при их использовании исследователь избавляется от необходимости программировать вычисление своей задачи. Работа с этими программами не требует глубокой специальной подготовки по программированию и другим специфическим дисциплинам.

Особенностью расчетов математических моделей в таких программных комплексах является создание динамических моделей высокой сложности из набора стандартных простых динамических элементов (например, звено, связь, силовой элемент и тому подобное). Исследователь «набирает» механизм, основываясь на вспомогательной геометрии, созданной, например, в САД-системе, задает связи, входные воздействия и так далее. Программа автоматически составляет зависимости и решает необходимые уравнения. Входное воздействие (сила, движение и др.), в ряде задач задаю-

шееся графически, либо массивом точек, можно задавать по вспомогательному геометрическому построению, либо из внешнего файла.

Характерной особенностью математического моделирования механических систем в программах, реализующих модульный принцип создания модели, является то, что корректно созданная расчетная схема может использоваться для расчетов кинематики, статики, динамики и для оптимизационных вычислений. Внешние условия и входные воздействия в системе при этом задаются исследователем наглядно, в тех точках модели, где это происходит при реальной работе механизма.

Системы механического анализа, как правило, обладают мощным инструментарием для обработки результатов расчетов, например, для спектрального анализа колебательных процессов, вычисления усредненных характеристик и так далее. Немаловажным плюсом таких систем является визуализация результатов, при которой исследователь в реальном времени может отследить поведение системы. Все расчетные переменные, необходимые для обработки результатов, доступны в графической форме.

Двусторонний обмен данными с CAD-системами значительно облегчает моделирование, если расчеты, проводимые в системах анализа механизмов, выполняются при проектировании каких-либо изделий. В таком случае трехмерные модели, созданные средствами CAD-систем, используются как базовая геометрия для создания расчетных моделей. Такой подход к созданию модели прост и нагляден, вдобавок, система может автоматически рассчитать инерционные параметры звеньев механизма, а внешние воздействия и связи между звеньями механизмов задаются непосредственно на поверхностях звеньев, дальнейший их пересчет производится автоматически. При параметрическом проектировании, реализованном в CAD-системах среднего и высокого уровня, изменения в геометрии трехмерной модели передается в расчетную схему, что облегчает проектирование и оптимизацию. Математические модели, созданные средствами специализированных программных комплексов, имеют трехмерное представление, что повышает точность расчетов и приближает расчетную модель к реально функционирующему механизму.

Математическое моделирование динамических систем может значительно ускорить проектирование, так как на концептуальной его стадии, когда основой для расчета является «проволочное» представление модели, определяется оптимальная структура будущего механизма. Геометрия, использованная для расчета, является основой для создания детальных трехмерных моделей, на базе которых затем производятся окончательные, уточненные расчеты. Результаты расчетов механизма при этом могут использоваться в струк-

турно-прочностных расчетах методом конечных элементов.

К основным проблемам математического моделирования поведения механизмов с использованием специализированных программных комплексов следует отнести отсутствие методик их использования и их относительную дороговизну. Эти вопросы могут быть решены при создании универсального конструкторского рабочего места, на котором проектирование и все сопутствующие ему расчеты производятся одним исследователем.

К исследовательской работе, выполненной на универсальном рабочем месте, можно отнести проектирование гидropневматической подвески переднего моста колесного трактора. Проектирование подвески выполнялось в программах Unigraphics Modeling, Solid Edge Part, Solid Edge Assembly, расчеты кинематики и динамики подвески в программе Unigraphics Motion, структурно-прочностные расчеты производились в модуле Unigraphics Structures.

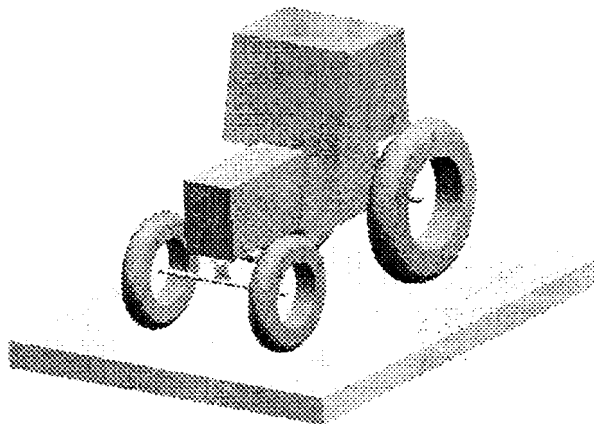


Рис. 1. Упрощенная трехмерная модель трактора с подвеской переднего моста

Последовательность создания математической модели системы поддрессоривания имела следующий вид:

- собирались данные о массовых параметрах трактора и условиях его работы, например, результаты тягового расчета;
- производился анализ требований к модели, по результатам которого исследователь определял, точность, с которой расчетная модель будет соответствовать реальной конструкции;
- создавалась трехмерная модель машины с системой поддрессоривания (рис. 1), использовались как твердотельные объекты (при детальном анализе и проектировании подвески), так и «проволочные» или листовые тела (при определении схемы или кинематических параметров звеньев подвески), в последнем случае массовые параметры задавались вручную;
- определялся способ, которым модели сообщалось входное воздействие;

- на основе созданной трехмерной модели определялись звенья механизма подвески;
- определялись кинематические связи между звеньями механизма и силовые элементы типа «пружина», «демпфер», «сферический контакт», «сила» и т.д. (рис. 2,3);

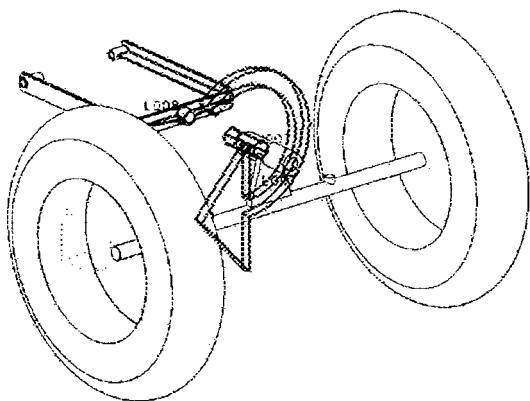


Рис. 2. Кинематическая связь между передним мостом и продольным рычагом подвески

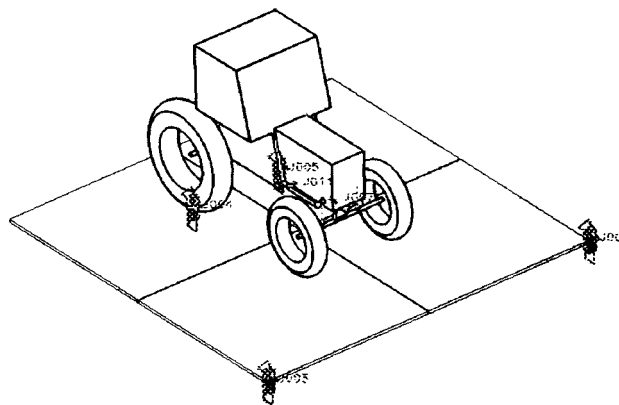


Рис. 3. Динамическая модель системы поддресоривания

- производилась «обкатка» модели — проверка качества ее работы при имитации различных режимов работы машины;
- производился расчет исследуемой подвески, для чего ее поведение исследовалось на всем диапазоне значений изменяемых конструктивных параметров и входных воздействий
- результаты расчетов анализировались;
- исследователь сформулировал требования к значениям конструктивных параметров механизма подвески.

В качестве опорных поверхностей колес трактора использовались плоскости, «прикрепленные» с помощью кинематических связей типа «рейка» к «земле» пространства модели.

Задающим движением при расчетах модели служило синусоидальное (в функции от времени) перемещение, сообщенное «рейкам». Частота задающего воздействия определялась через скорость движения трактора, на которой испытывалась модель. Фазовый сдвиг между колебаниями

опорных поверхностей соответствовал тому, который возникает при наезде на неровность последовательно передними и задними колесами на заданной скорости.

Также модель испытывалась на ступенчатое входное воздействие (однократный наезд трактора на неровность высотой 0,15 м). Такой расчет позволил подробнее оценить динамические свойства системы поддресоривания. Результаты расчетов представлялись в графической форме (рис. 4).

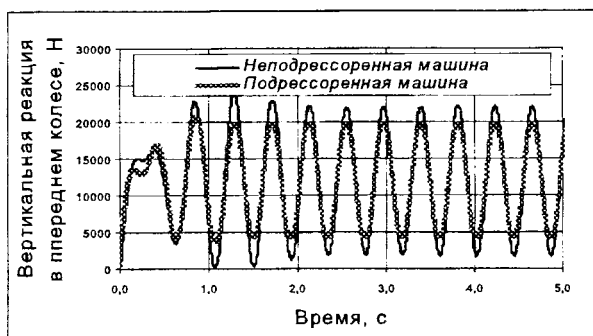


Рис. 4. Вертикальные реакции в передних колесах при движении по грунтовой дороге для поддресоренного и неподдресоренного трактора

Детальное проектирование (рис. 5) подвески и структурно-прочностные расчеты производились по результатам расчетов механизма поддресоривания.

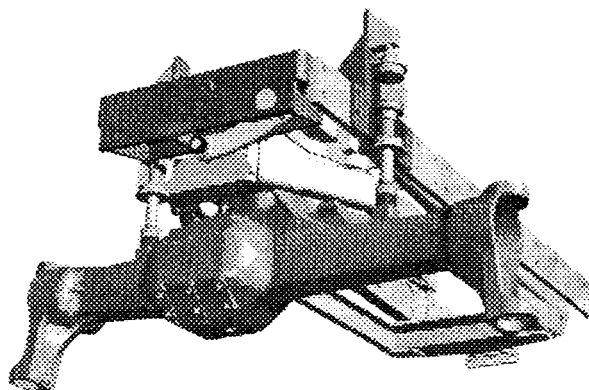


Рис. 5. Общий вид системы поддресоривания переднего моста

Все работы по исследованию свойств механизма поддресоривания и его влияния на плавность и устойчивость хода колесного трактора были выполнены на одном рабочем месте, расчетные данные и геометрия передавались непосредственно из приложения в приложение. Использование специализированного программного обеспечения для исследования механизма подвески позволило создать трехмерную расчетную модель и с высокой точностью предсказать поведение машины при движении по различным типам почв.

СВЯЗАННОСТЬ ТЕПЛООВОГО И МЕХАНИЧЕСКОГО ПОЛЕЙ В ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ В НАПРЯЖЕНИЯХ ДЛЯ ИЗОТРОПНЫХ И АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

Босяков С.М., Складар О.Н.

On the equations of weak disruptions for combined equations of a motion isotropic and cubic anisotropic mediums noted in builders of a stress tensor, the expressions for coefficients of a connectedness of mechanical and thermal fields are obtained. It is shown, that at magnification of dimensionality of a problem (on spatial coordinate) the values of coefficients of a connectedness also will increase.

Решения динамических и статических задач, найденные в рамках классической и обобщенной теории термоупругости, незначительно отличаются от решений теории упругости или теории теплопроводности, поскольку связанность полей деформаций и температур незначительная. Однако исследование закономерностей распространения термоупругих волн показывает, что качественное отличие процессов распространения упругих и термоупругих волн является принципиальным [1, 2]. Связанность механического и температурного полей в таких задачах характеризуется безразмерным коэффициентом связанности, который для анизотропной среды можно представить в следующем виде:

$$\epsilon_k = \beta_{kk}^2 T_0 / c_1^2 C_v, \quad (1)$$

где $\beta_{kk} = \sum_{i=1}^3 \alpha_{ii} A_{kkii}$; α_{ii} — коэффициент линейного теплового расширения; A_{kkii} — постоянные упругости; $c_1 = \sqrt{A_{1111}}/\rho$ — скорость распространения упругой продольной волны; ρ — плотность среды; $C_v = c_v \rho$; c_v — теплоемкость среды при постоянной деформации; T_0 — начальная температура.

Число независимых термомеханических констант β_{kk} для анизотропных сред не превышает трех [3], поэтому количество коэффициентов связанности также не больше трех. Кубически анизотропные и изотропные среды характеризуются одним коэффициентом связанности, поскольку в этом случае $\beta = \beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{33}$.

Следует отметить, что размерность системы разрешающих дифференциальных уравнений (число пространственных координат), записанной для компонент вектора перемещений, не влияет на величину коэффициента связанности. Так, при исследовании как трехмерных, двумерных, так и одномерных волновых движений в изотропной и кубически анизотропной среде коэффициенты связанности принимаются соответственно [2, 4]

$$\epsilon_u = \alpha_u^2 (3A_{1111} + 4A_{1212})^2 T_0 / c_1^2 C_v,$$

$$\epsilon_a = \alpha_a (A_{1111} + 2A_{1122}) / c_1^2 C_v. \quad (2)$$

Однако в случае если система уравнений записана в компонентах тензора напряжений, коэффициенты связанности в задачах различной

размерности не совпадают. Рассмотрим одномерную по пространственной координате систему уравнений движения изотропной термоупругой среды в напряжениях:

$$c_1^2 \partial_1^2 \sigma_{11} = \ddot{\sigma}_{11} + \beta \ddot{T} / \rho, \\ K \partial_1^2 T - (c_v + \beta^2 T_0 / A_{1111}) (\dot{T} + \tau \ddot{T}) = \beta T_0 (\dot{\sigma} + \tau \ddot{\sigma}) / A_{1111}, \quad (4)$$

где K — коэффициент теплопроводности; T — абсолютная температура; τ — время релаксации тепловых возмущений; $\partial_1 = \frac{\partial}{\partial x}$; точкой обозначено дифференцирование по времени.

Уравнение характеристической плоскости $Z(t, x) = 0$ системы (4) имеет следующий вид:

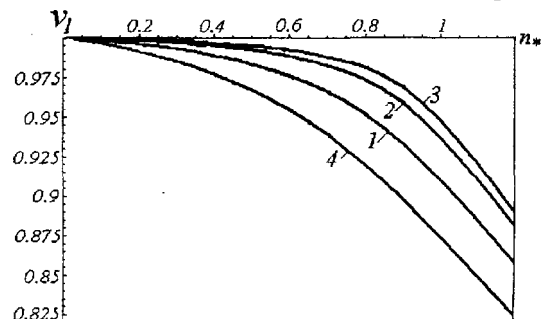
$$\begin{vmatrix} c_1^2 p^2 - p_0^2 & -\beta p_0^2 / \rho \\ -\beta T_0 \tau p_0^2 / A_{1111} & K p^2 - (c_v + \beta^2 T_0 / A_{1111}) p_0^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (5)$$

$$p_0 = \frac{\partial Z}{\partial t}, \quad p = \frac{\partial Z}{\partial x}.$$

После несложных преобразований из (5) получим

$$v_i = \sqrt{\left(1 + 1/n_* + \epsilon_u^{(i)} \mp \sqrt{1/n_* + 2(\epsilon_u^{(i)} - 1) + n_* (1 + \epsilon_u^{(i)})^2}\right) / 2}, \\ i = 1, 2, \quad (6)$$

n_* — безразмерный параметр, определяющий число колебаний за время τ ; $v_i = V_i / c_1$; V_1 — скорость распространения тепловой волны; сопровождающейся полем деформаций; V_2 — скорость распространения квазипродольной упругой волны, сопровождающейся тепловым полем ($V = p / p_0$); коэффициент $\epsilon_u^{(i)}$ в выражениях (6) совпадает с ϵ_u в (2). На рис. 1 представлены графики зависимости безразмерных скоростей v_1 и v_2 от параметра n_* (необходимые числовые данные взяты из [2, 6]).



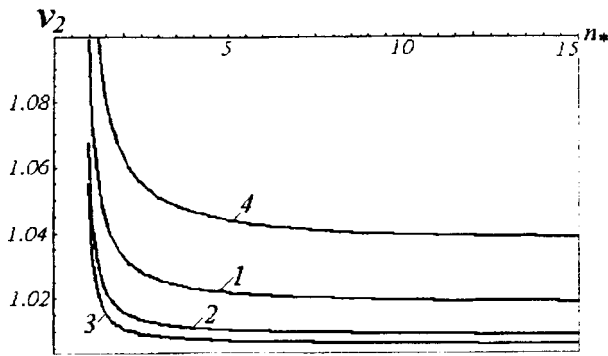


Рис. 1. Зависимости безразмерных скоростей v_1 и v_2 от параметра n_* : 1 — алюминий; 2 — медь; 3 — сталь; 4 — свинец.

Аналогичный подход, реализованный применительно к трехмерным и двумерным системам уравнений движения изотропной термоупругой среды, записанных в напряжениях, показывает, что коэффициенты связанности в этих случаях отличаются от ϵ_u , и имеют следующий вид (верхний индекс указывает размерность задачи):

$$\epsilon_u^{(3)} = 3\alpha_u^2 (3A_{1111} + 4A_{1122})T_0/c_v, \quad (7)$$

$$\epsilon_u^{(2)} = \alpha_u^2 (3A_{1111} + 4A_{1122})^2 T_0/c_v (A_{1111} - A_{1122}).$$

Коэффициент $\epsilon_u^{(1)}$ совпадает с ϵ_u в формулах (2). Значения коэффициентов связанности $\epsilon_u^{(k)}$, $k = 1, 3$ для некоторых изотропных сред, вычисленные по числовым данным [5, 6], приведены в табл. 1.

Как следует из таблицы 1, коэффициенты свя-

Таблица 1

Коэффициенты связанности для изотропных сред

Коэффициенты связанности	Материалы			
	алюминий	медь	сталь	свинец
$\epsilon_u^{(3)}$	0.0526	0.0243	0.0153	0.0852
$\epsilon_u^{(2)}$	0.0470	0.0219	0.0141	0.0819
$\epsilon_u^{(1)}$	0.0356	0.0168	0.0114	0.0733

Таблица 2

Коэффициенты связанности для кубически анизотропных сред

Коэффициенты связанности	Материалы			
	серебро	молибден	золото	никель
$\epsilon_u^{(3)}$	0.0402	0.0082	0.0352	0.0191
$\epsilon_u^{(2)}$	0.0383	0.0069	0.0342	0.0175
$\epsilon_u^{(1)}$	0.0336	0.0048	0.0315	0.0140

занности в динамических задачах термоупругости в напряжениях возрастают при увеличении размерности задачи, и изменение коэффициентов связанности в зависимости от термомеханических свойств материала может составлять 35%. Тем не менее, исследование методами теории слабых разрывов, например, двумерных волновых движений в изотропной термоупругой среде, характеризующейся коэффициентом $\epsilon_u^{(2)}$, показывает, что зависимости $v_1(n_*)$ и $v_2(n_*)$ при нулевом угле наклона нормали к характеристической поверхности (т. е. в направлении оси $x_1 \equiv x$) имеют вид зависимостей, представленных на рис. 1.

Исследование одномерных волн напряжений в анизотропных термоупругих средах методом характеристик сводится к решению характеристического уравнения (5), причем коэффици-

енты связанности имеют вид (1) [4]. В трехмерных и двумерных случаях выражения для коэффициентов связанности принимают другой вид. Приведем выражения для коэффициентов связанности теплового поля и поля напряжений, полученные при применении метода характеристик к системам уравнений движения кубически анизотропной термоупругой среды:

$$\epsilon_a^{(3)} = 3\alpha_a^2 (A_{1111} + 2A_{1122})T_0/c_v,$$

$$\epsilon_a^{(2)} = 2\alpha_a^2 (A_{1111} + 2A_{1122})^2 T_0/c_v (A_{1111} + A_{1122}), \quad (7)$$

$$\epsilon_a = \alpha_a (A_{1111} + 2A_{1122})/c_1^2 c_v.$$

В таблице 2 приведены значения коэффициентов связанности для некоторых кубически анизотропных материалов, рассчитанные по числовым данным [5, 6].

Из таблицы 2 следует, что коэффициенты связанности для кубически анизотропных материалов также возрастают с увеличением пространственной размерности задачи, причем коэффициенты связанности $\epsilon_a^{(1)}$ и $\epsilon_a^{(3)}$ полей температур и деформаций, например, для молибдена отличаются на 40%.

В заключение отметим, что исследование трехмерных и двумерных волновых движений методом характеристик, в частности, в термоупругих кубически анизотропных средах носит гораздо более сложный характер по сравнению с изотропными средами, поскольку скорости распространения термоупругих волн зависят от углов наклона нормали к поверхности характеристик [7].

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект №Ф03М—171).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Новацкий В. Теория упругости. — М.: Мир, 1975. — 872 с.
2. Шашков А. Г., Бубнов В. А., Яновский С. Ю. Волновые явления теплопроводности: систем-

но-структурный подход. — Мн.: Навука і тэхніка, 1993. — 279 с.

3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Наука, 1987. — 248 с.
4. Sharma J. N., Singh H. Propagation of generalized thermoelastic waves in cubic crystals // Arch. Mech. — 1990. — Vol. 42, № 1. — P. 19—30.
5. Современная кристаллография. Физические свойства кристаллов. — М.: Наука, 1984. — 584 с.
6. Таблицы физических величин. Справочник. Под редакцией И. К. Кикоина. — М.: Атомиздат, 1976. — 1008 с.
7. Мартыненко М. Д., Босяков С. М. Метод характеристик для динамической термоупругой задачи кубически анизотропного тела в напряжениях. — ИФЖ. 2002. Т 75, № 3. С. 74—81.

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Босяков С.М., Журавков М.А., Медведев Д.Г.

The structure of course of laboratory operations «Dynamic problems of the theory of elasticity», designed on faculty of a theoretical and applied mechanics of the Byelorussian state university is submitted. The solution of the tasks of laboratory operations is under construction with the help of functions of computer system of «Mathematica». The example of realization of one of the tasks of laboratory operation «Radial oscillations of homogeneous isotropic mediums» is given.

Задачи динамики упругих изотропных и анизотропных сред занимают важное место в современной механике деформируемого твердого тела. Сведения о динамическом поведении упругих тел можно получить, например, при изучении напряжений, возникающих при вращении тел, при исследовании закономерностей распространения упругих волн от действия источника возбуждения силового характера и т. д. Подобные задачи [1, 2] достаточно сложны и громоздки, поэтому при их решении целесообразно использовать современные системы компьютерной математики, например, Mathematica. На кафедре теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета в соответствии с учебным планом подготовки механиков (специальность G

310303) разработан и апробирован курс лабораторных работ «Задачи динамической теории упругости», включающий задания по динамической теории упругости, решение которых строится с помощью функций системы Mathematica. Эта программа позволяет находить выражения для производных и первообразных заданных функций, решать в аналитическом виде сложные алгебраические и дифференциальные уравнения, производить всевозможные символьные преобразования математических выражений, а также визуализировать полученные результаты [3].

Программа курса «Задачи динамической теории упругости» предусматривает выполнение лабораторных работ, причем лабораторные работы могут включать от одного до трех за-

даний. На выполнение одного задания лабораторной работы в зависимости от его объема и сложности может быть отведено два или три академических часа.

Лабораторная работа №1 «Напряженно-деформированное состояние тел под действием центробежных сил» включает три задания: определение НДС тонкого однородного кольцевого диска, определение НДС сплошного и полого однородного цилиндров. Выполнение этих заданий предусматривает решение дифференциальных уравнений, систем линейных алгебраических уравнений, операции с символьными выражениями, а также построение эпюр напряжений.

Лабораторная работа №2 «Радиальные колебания однородных изотропных тел» включает следующие задания: определение частот собственных радиальных колебаний сплошного и полого шаров, а также однородного кольцевого диска. Особенностью выполнения этих заданий с помощью системы Mathematica является применение функций системы для численного решения трансцендентных уравнений методом Ньютона, построение графиков решения уравнений, разложение в ряд функций Бесселя при расчете собственных частот радиальных колебаний.

Лабораторная работа №3 «Волновые процессы в прямолинейном однородном бесконечном и изотропном стержне кругового сечения» предусматривает выполнение следующих заданий: определение фазовой скорости и коэффициента затухания волн кручения, а также определение зависимости фазовой скорости распространения продольной волны от циклической частоты.

Следующие четыре лабораторные работы посвящены исследованию закономерностей распространения упругих волн в неограниченных изотропных средах: «Поверхностные волны Рэлея», «Волны Лява», «Распространение волн в упругом слое», а также «Отражение упругой продольной волны от свободной поверхности».

Лабораторная работа № 8 «Волновые движения в бесконечном пространстве с полостью» предусматривает выполнение двух заданий: определение перемещений и напряжений в бесконечном пространстве со сферической и цилиндрической полостью.

Приведем пример выполнения одного из заданий лабораторной работы №2 «Радиальные колебания однородных изотропных сред», которое заключается в определении частот собственных радиальных колебаний упругого шара радиуса b , внешняя поверхность которого свободна от напряжений.

Радиальные колебания упругого шара происходят в случае, если шар нагрузить радиаль-

ными силами, равномерно распределенными по его поверхности, а затем эти силы внезапно убрать [1]. Поскольку такие колебания носят центрально-симметричный характер, то соответствующие уравнения движения целесообразно записать в сферической системе координат (r, β, α) . В этом случае перемещения $u_\alpha = u_\beta = 0$, а отличным от нуля будет перемещение u_r , которое выразим через неизвестную функцию $W(r)$, $0 \leq r \leq b$ следующим образом [1]

$$u_r(r, t) = W(r) r \cos(pt + \varepsilon), \quad (1)$$

где p — круговая частота; ε — начальная фаза колебаний.

Функцию $W(r)$ находим из дифференциального уравнения движения:

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{2u_r}{r^2} = \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \frac{d^2 u_r}{dt^2}, \quad (2)$$

λ, μ — постоянные упругости Ламе; ρ — плотность материала.

Решение (2) относительно $W(r)$ находим с помощью функции DSolve без предварительной подстановки (по умолчанию константы интегрирования обозначаются C[i]):

```
РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ
ur[x,t]=W[x] x Cos[p t + ε];
DSolve[Dxx ur[x,t] + 2 Dc ur[x,t]/x -
2 ur[x,t]/x^2 - ρ Dct ur[x,t]/(λ + 2 μ) == 0,
w[x],x]//Simplify
```

Из частных решений уравнения (2) выбираем те, которые не имеют особенности в нуле, т. к. ввиду центрально-симметричного характера колебаний предполагаем, что $u_r(0, t) = 0$ [1]. Значит, в полученном решении приравняем нулю константу интегрирования при той функции, которая не удовлетворяет этому требованию:

ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ

% /.C[i] -> 0

Для определения другой постоянной интегрирования C[j] используем граничное условие задачи

$$\sigma_r = 0 \text{ при } r = b, \quad (3)$$

где

$$\sigma_r = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2\lambda \frac{u_r}{r}. \quad (4)$$

Подставим функцию $u_r(r, t)$ в граничное условие (3):

```
ГРАНИЧНОЕ УСЛОВИЕ
W[r]=solution;
{σr = (λ+2 μ) Dc u[r,t]+2 λ u[r,t]/r} /.r->b
//Simplify
```

Чтобы получить уравнение частот необходимо выделить коэффициент при константе C[j]. Для этого применяем функцию CoefficientList, которая возвращает список коэффициентов перед степенями переменной в

выражении, начиная с нулевой степени этой переменной:

СПИСОК КОЭФФИЦИЕНТОВ
CoefficientList[%, C[j]]

Для нахождения собственных частот радиальных колебаний, полученное выражение приравниваем нулю. В результате будем иметь трансцендентное уравнение относительно частоты p , которое не имеет аналитического решения. Однако решение этого уравнения возможно численными методами, например, с помощью функции FindRoot, которая находит одно решение уравнения методом Ньютона по начальному приближению. Уравнение $\cos(pt + \varepsilon) = 0$ не рассматриваем, поскольку оно приводит к тривиальному решению.

Предварительно будет полезна графическая визуализация решения уравнения, т. к. это позволит убедиться в существовании решения, определить количество корней и установить необходимые начальные приближения. На рис. 1 показан график функции, представляющей левую часть частотного уравнения для стального шара радиусом $b = 0.2$ м (частота p изменяется от нуля до 1 Mc^{-1} , числовые данные взяты из [4]).

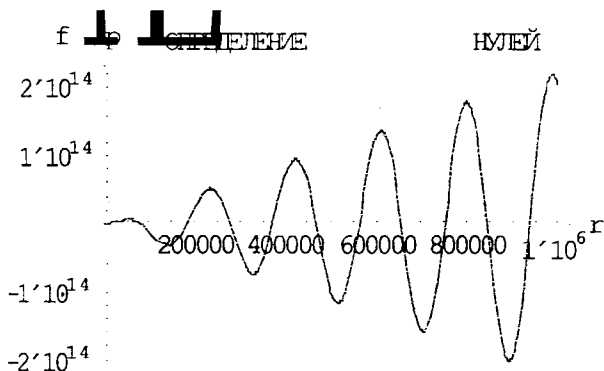


Рис. 1. Графическое решение частотного уравнения радиальных колебаний стального шара.

При построении зависимости $f(p)$ для цветового выделения графика примените директива GrayLevel[Ci], позволяющая задавать степень плот-

ности серого цвета (значения Ci указываются в относительных единицах — от 0 до 1).

Как следует из рис. 1, на заданном промежутке существует десять нетривиальных решений (при $p = 0$ колебания не происходят). Найдем одно решение вблизи точки пересечения $f(p)$ с осью абсцисс (начальная точка 0.15 Mc^{-1}):

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ
FindRoot[numerical_expression==0, {p, 150000}]

Получим
{p->182499.}

Меняя начальную точку, определяем все частоты собственных радиальных колебаний.

Одновременно несколько корней частотного уравнения можно найти, используя «таблицу» решений. В этом случае применяем функцию Table совместно с функцией FindRoot, в которую последовательно подставляются различные начальные приближения [3].

В заключение отметим, что данный курс лабораторных работ может выполняться как студентами-механиками, так и студентами-математиками.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Новацкий В. Теория упругости. — М.: Мир, 1975. — 872 с.
2. Рекач В. Г. Руководство к решению задач по теории упругости. — М.: Высшая школа, 1977. — 216 с.
3. Дьяконов В. Mathematica 4. Учебный курс. — Санкт-Петербург: Питер, 2001. — 656 с.
4. Справочник по сопротивлению материалов / Е. Ф. Винокуров, М. К. Балыкин, И. А. Голубев и др. — Мн.: Наука и техника, 1988. — 464 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СУБД В РАСЧЕТАХ УПРУГИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Семькина Т.Д., Стрельникова С.Н.

The method of finite element is widely used in different engineer calculations. The basic correlations are in the matrix form; it allows to use some Control Data Base Systems to solve these tasks. In this research work we made the special interface and main program; also we'd like to note the way to enter and edit the input data.

Метод конечных элементов основан целиком на использовании современных вычислительных технологий и в научно-методической работе представляется возможность использования МКЭ для освоения механиками и прикладными математиками современных СУБД, языков программирования, сред программирования типа Delphi. С другой стороны, эти технологии могут быть весьма эффективно использованы в создании инженерных и учебных программ по МКЭ. Основание технологии СУБД для решения инженерных задач, построение интерфейса с целью создания условий пользования программой человеку без образования программиста. В процессе работы над этой задачей лучше осваиваются особенности метода, условие его надежной работы, а для прикладника появляется хорошая практика создания программного продукта. Ниже рассматриваются основные аспекты этой проблемы.

В практике машиностроения наиболее распространенным является расчет упругого поведения деталей, что в математической постановке задачи требует введение производной от перемещений не выше первого порядка. В качестве примера рассмотрим осесимметричную задачу упругости и в качестве переменных примем компоненты перемещения в меридиональном сечении тела, ограничимся линейной аппроксимирующей функцией, которая приводит к необходимости разбивать область на треугольные элементы [1].

В осесимметричной задаче упругости искомой вектор-функцией является $\{f\}^e$, которая в методе конечных элементов представляется формулами

$$\{f\}^e = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^e = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$N_i(r, z) = a_i^e + b_i^e r + c_i^e z. \quad (2)$$

Формальный вектор деформации ϵ и вектор напряжений σ в осесимметричной задаче имеет вид

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ u/r \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

где ϵ_r — радиальная деформация; ϵ_θ — окружная деформация; ϵ_z — осевая деформация; γ_{rz} — сдвиговая деформация в меридиональной плоскости.

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{Bmatrix} (1-\nu)\epsilon_{rz} + \nu\epsilon_{\theta\theta} + \nu\epsilon_{zz} \\ \nu\epsilon_{rz} + (1-\nu)\epsilon_{\theta\theta} + \nu\epsilon_{zz} \\ \nu\epsilon_{rz} + \nu\epsilon_{\theta\theta} + (1-\nu)\epsilon_{zz} \\ (1-2\nu)\gamma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

После подстановки (2) и (3) в формулу (4) для произвольного элемента e вектор напряжений примет форму

$$\{s\}^e = [D]\{e\}^e = [D][B]^e\{d\}^e \quad (5)$$

где $[D]$ — матрица упругости

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix}$$

$$[B]^e = \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ (a_i+b_j r_c+c_j z_c)/r_c & 0 & (a_j+b_j r_c+c_j z_c)/r_c & 0 & (a_k+b_k r_c+c_k z_c)/r_c & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix}$$

Равновесие рассматриваемого элемента достигается вводом узловых сил $\{F\}^e = (r_i F_i R_i, r_i F_i Z_i, r_j F_j R_j, r_j F_j Z_j, r_k F_k R_k, r_k F_k Z_k)$.

Используя равенство элементарных работ напряжений и узловых сил получим

$$\{F\}^e = [k]^e \{d\}^e \quad (6)$$

где $[k]^e = [B]^e T [D] [B]^e r_c S^e$ ($[k]^e$ — матрица жесткости элемента).

Совокупность эквивалентных узловых сил в каждом узле заменим обобщенными узловыми силами. Приравнявая виртуальную работу

обобщенных узловых сил и эквивалентных узловых сил по допустимым узловым перемещениям, мы получим связь между вектором узловых сил R и вектором узловых перемещений U .

$$\{R\} = [K]\{U\} \quad (7)$$

Матрица K — матрица жесткости системы. Последнее соотношение можно рассматривать как систему линейных уравнений относительно неизвестных узловых перемещений и неизвестных узловых сил. В задачах упругости краевые условия на перемещения и силы [2] получают из анализа связей, наложенных на упругое тело, при этом в случае, если наложено ограничение на перемещения, то неизвестна узловая сила. В тех точках тела, где заданы силы, неизвестны перемещения, поэтому общее количество неизвестных остается одинаковым, но приходится переформировывать систему (7).

Таким образом, использование метода конечных элементов предполагает несколько этапов работы: разбиение области на конечные элементы, подсчет матрицы жесткости элемента, формирование матрицы жесткости системы, решение линейной системы уравнений. Перед разработчиком программы встал вопрос о минимальном участии инженера пользователя в

работе программы и максимальном его контроле за характером полученных результатов, поэтому интерфейс задачи должен быть составлен с учетом этих требований, что с применением СУБД значительно упрощается. При составлении интерфейса студентами специальности «механика» нагляднее представляются все особенности вычислительных аспектов МКЭ и ограничения, которые могут быть наложены на входные данные; студенты, обучающиеся по специальности «прикладная математика», получают практику составления пакетов прикладных программ, ориентированных на пользователя без специальных навыков программирования. Интерфейс пользователя может быть создан средствами VisulFoxPro.

Для работы программы необходимо ввести матрицу, дающую узловые координаты разбиения области на конечные элементы и матрицу, устанавливающую соотношение между номером элемента и узлами, которые он содержит. Такая возможность предоставляется при нажатии кнопки «Матрица жесткости системы». Ключом связи между этими матрицами является номер узла, по которому из первой матрицы могут быть выбраны его координаты. Поскольку при определении коэффициентов функции формы приходится постоянно проводить эту выборку, использова-

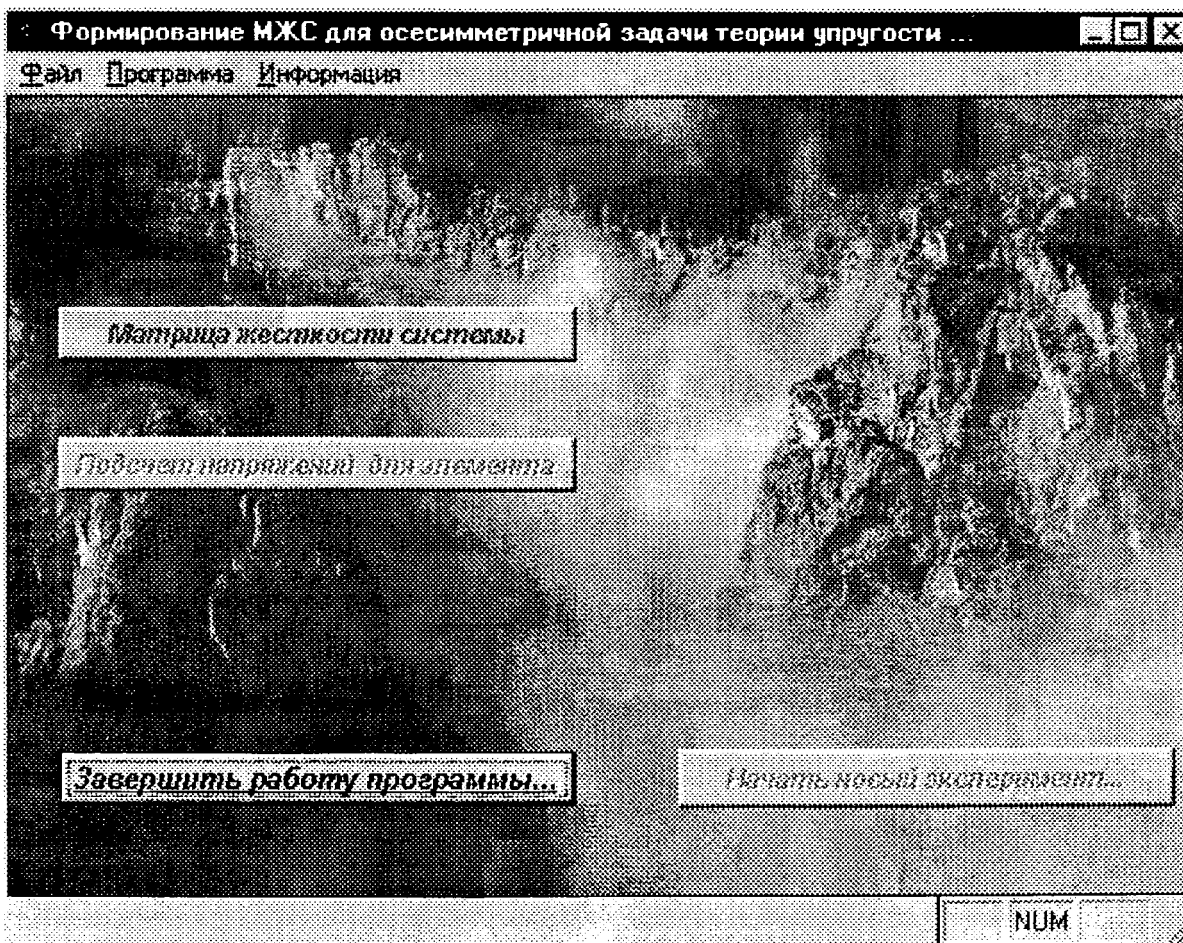


Рис.1. Основное меню программы.

ние программной среды, ориентированной на работу с базами данных значительно сокращает время решения задачи. После ввода начальных матриц производится запуск программы.

Отметим, что VisualFoxPro позволяет организовать контроль за вводом данных, в данном случае за его полнотой и корректностью значений.

На экран предъявляется область после ее дискретизации, визуальное использование которой в дальнейшем даст возможность полностью определить, в каких узлах заданы ограничения на перемещения и внешние силы. Одновременно пользователь может провести контроль за корректностью первоначального разбиения и в случае неудовлетворенности его провести эксперимент заново и с помощью кнопки «Начать новый эксперимент» активизировать модуль разбиения области на более мелкие элементы, при этом первоначальные таблицы дополняются новыми записями соответствующими новым узлам и элементам. При удовлетворенно проведенном разбиении производится подсчет матрицы жесткости элемента и формирование матрицы жесткости системы.

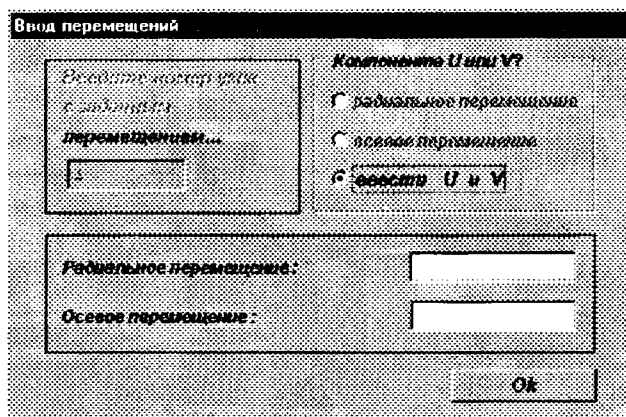


Рис. 2. Ввод заданных перемещений в узлах.

С помощью экрана (рис. 2) производится ввод значений заданных перемещений и номеров узлов, в которых они заданы. В соответствии с этим производится выборка номеров строк и столбцов в отношении «МЖС», которое в дальнейшем используется для переформирования системы определения перемещений.

В качестве выходных данных пользователю предоставляется отношение, содержащее номера узлов и узловые перемещения, а также наглядное изображение конструкции с учетом формы изменения.

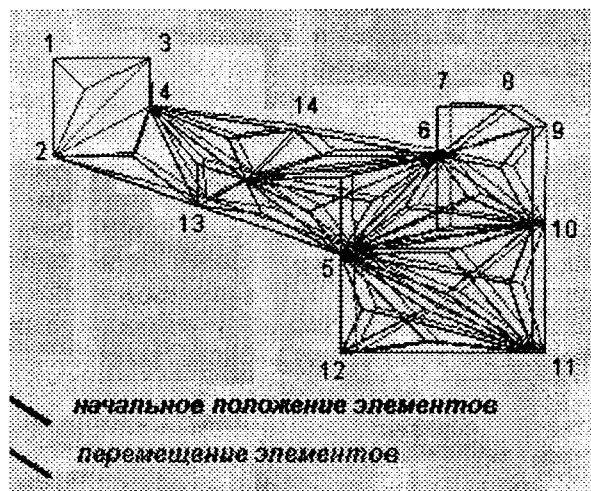


Рис.3 Изображение перемещений.

Программа организована таким образом, что ввод данных пользователь осуществляет в форме диалога с помощью интерактивных окон и ему представляется возможность контроля результатов на основных этапах с возможностью редактирования этих данных которая осуществляется с помощью кнопки «Начать новый эксперимент».

Полученное решение может быть использовано для определения приближенного значения деформаций и напряжений в каждом элементе. Осуществить этот расчет можно с помощью кнопки «Подсчет напряжений для элемента».

Предложенное исследование подтверждает эффективность использования сред СУБД для решения задач МКЭ и может эффективно использоваться студентами при изучении инженерных расчетов с помощью этого метода и получить практические навыки работы с базами данных.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 318 с., ил.
2. Демидов С.П. Теория упругости: Учебник для вузов.- М.: Высшая школа, 1979. — 432 с., ил.

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЯЗЫКОВ ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ МДТТ

Крестников В.Ю. Семькина Т.Д.

Today the object-oriented program language became more and more applicable. To solve problems by the method of finite element is the most appropriate way to know a lot about these lang. And, on the other hand, the object-oriented languages of programming can make quite lacier the method of finite element realization. In the following we consider the whole cycle the method of finite element realization by using C++ language.

В последнее время все большее применение получают объектно-ориентированные языки, которые позволяют использовать численные алгоритмы и методы расчетов задач математики и механики. Наилучшее представление об особенностях этих языков можно получить при решении задач методом конечных элементов, с другой стороны, реализация алгоритмов МКЭ значительно упрощается с применением ООП. Ниже рассматривается аспекты реализации всего цикла решения задач МКЭ с применением языка C++.

Для определенности рассмотрим реализацию плоской задачи упругости методом конечных элементов с применением линейного аппроксимирующего полинома Лагранжа и разбиением плоской области на треугольные элементы.

Рассмотрим не односвязную область. Область изначально описывается набором точек, гранями, соединяющими эти точки, а также модулем Юнга E , коэффициентом Пуассона μ и толщиной h . Внутри данной области могут быть внутренние области, обладающие иными значениями параметров E, μ, h , либо внутренняя область может быть пустой (дырка), см. рис. 1.

Очевидно, что данная структура описывается в виде дерева (рис 2).

Первоначально структура областей хранится в виде дерева (см. рис 1, 2), при этом у каждой области свой набор точек, граней, дополнительные параметры: модуль Юнга, коэффициент Пуассона, а также флаг, который дает понять, является ли область пустой. Каждая область имеет номер и хранит список номеров своих потомков, а также номер родителя.

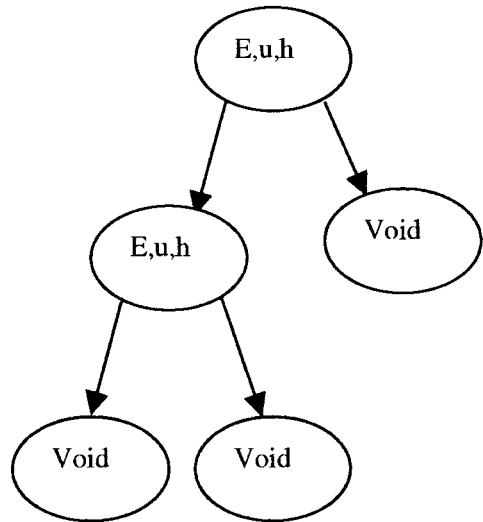


Рис. 2.

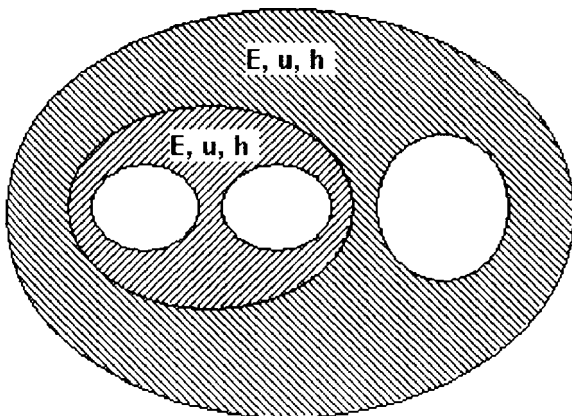


Рис. 1 Пример области

Для разбиения на конечные элементы можно выбрать один из известных алгоритмов, например алгоритм Рапперта [1], при этом необходимо учитывать границы областей, особые точки, в которых могут быть заданы некоторые физические условия.

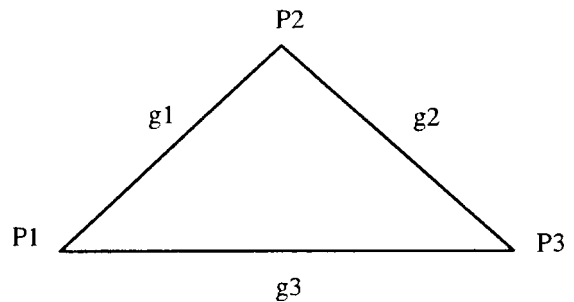


Рис. 3 Обозначение граней и вершин элементов

Заданную структуру областей в виде дерева алгоритм первичной триангуляции преобразует в три списка: список точек, список граней, список треугольников, которые связаны как показано на рис. 4.

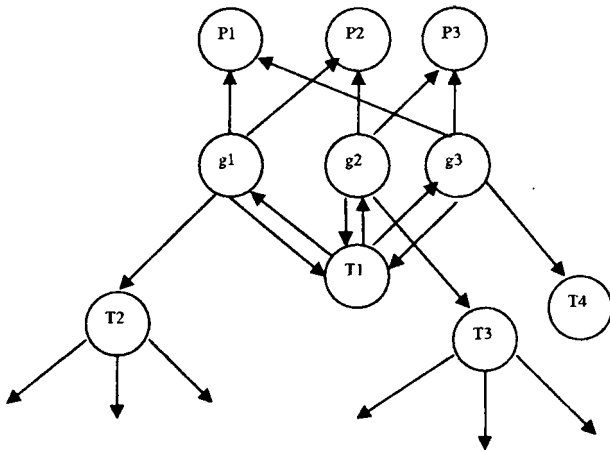


Рис. 4 Структура данных

Таким образом, треугольники в сети связываются следующим образом: грани, имея указатели на соседние треугольники, скрепляют сеть. Треугольники, в свою очередь, ссылаются на грани, которые им принадлежат, а грани ссылаются на две точки — концы граней (рис. 5).

После того, как алгоритм триангуляции области обработает, производится перенумерация элементов, таким образом, чтобы максимальная разность номеров узлов, принадлежащих одному элементу, была наименьшей, это сократит впоследствии ширину ленты в матрице жесткости системы. В процессе перенумерации промежуточная структура данных «грань», необходимая для работы алгоритма триангуляции, ликвидируется, и треугольник непосредственно ссылается на три точки, свои вершины. Далее производится формирование матрицы жесткости системы, расчет перемещений, деформаций и напряжений.

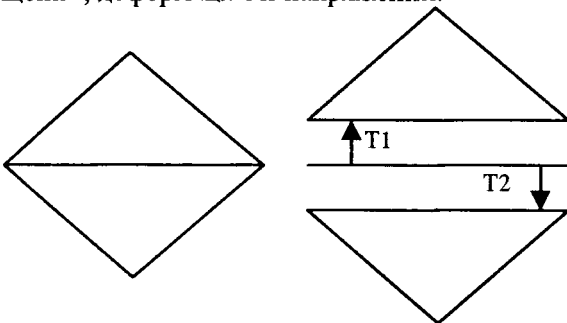


Рис. 5 Связывание треугольников

Преимущества ООП можно продемонстрировать на этапе задания граничных условий. Это заключается в том, что тип закрепления, нагружения, а также числовые характеристики краевой задачи, можно указать для каждой точки или грани на границе, а также для внутренних точек, так как граничные условия являются

свойством каждого объекта точка или грань. Для узлов, принадлежащих граням, после триангуляции производится автоматический пересчет граничных условий, что значительно облегчает труд пользователя при вводе данных.

С точки зрения МДТТ должно быть сформировано понятие непротиворечивого задания граничных условий и понятие реакций закрепления. Для простоты, граничные условия предлагаются либо кинематического, либо статического вида, что предусмотрено при создании окна ввода граничных условий (рис. 6): при задании перемещений окно ввода усилий становится недоступно. При выборе области, грани и узлы, принадлежащие ей, отображаются на экране.

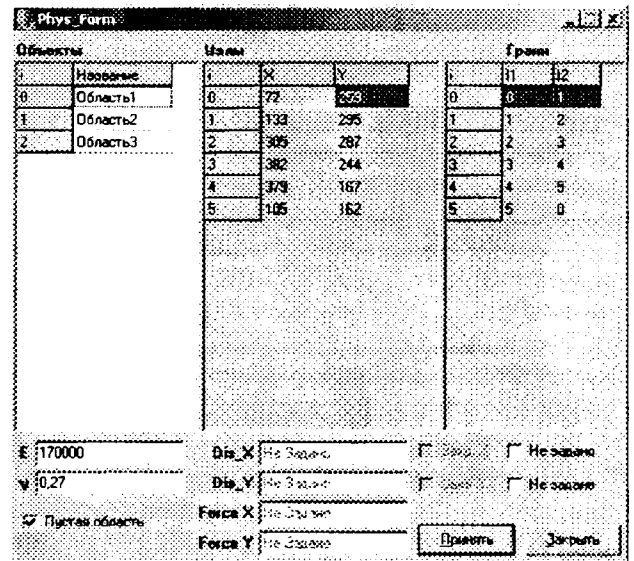


Рис. 6. Задание граничных условий

После задания граничных условий можно приступить к формированию МЖС и системы для определения узловых параметров.

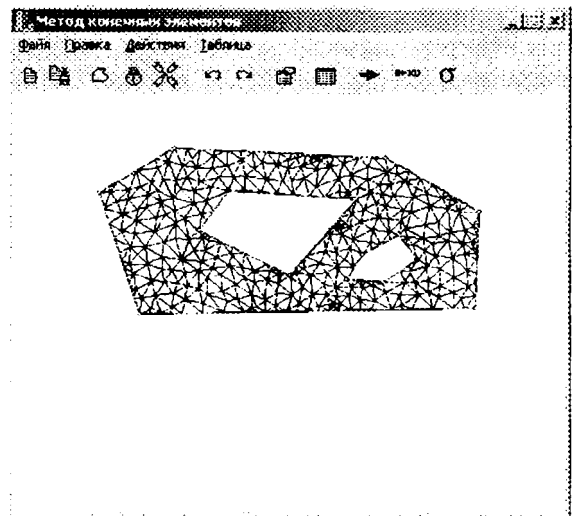










Рис. 7. Главное окно программы

На рис. 7 представлено главное окно программы, с помощью которого вводится информация о геометрии области и производится доступ ко всем остальным функциям программы.

С помощью кнопок  и  можно соответственно считывать и записывать в файлы информацию о геометрии области (или областей). Используя кнопку  можно ввести данные о геометрии новой области — полигона, замыкание которого по кнопке  программа осуществит сама.

Кнопка  вызывает форму для задания граничных условий и изменения свойств объектов (областей), см. рис. 6. Можно изменить следующие свойства областей: модуль Юнга и коэффициент Пуассона, а также является ли область пустой (дырка) или заполненной. Граничные условия можно задавать в точках или на гранях области — вначале выбирается область, а затем и сами точки или грани. Выбранное окно ввода подсвечивается (на рис. 6 активным является окно для редактирования свойств объектов (областей)). Предусмотрен контроль правильности задания граничных условий, их непротиворечивости и полноты.

Кнопка  запускает процесс триангуляции области (областей).

По кнопке  производится перенумерация элементов, составление матрицы жесткости и определение узловых перемещений [2]. По кнопке  производится расчет деформаций и напряжений.

Приведенная программа может использоваться в курсах МКЭ в качестве лабораторного практикума, а также при инженерных или исследовательских расчетах, когда использование стандартных пакетов по каким-либо причинам невозможно.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Jim Ruppert: A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation, NASA Ames Research Center, Submission to Journal of Algorithms, 1994.
2. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. М.: Мир, 1977.—349 с.

О НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ПОВЫШЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ, НАДЕЖНОСТИ И ТОЧНОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Игнатищев Р.М.

In the pitch point zone of involute gearing the reductioning curvature is appreciably increasing by operation. The contact stress is appreciably increasing also. This may be taken into account: by designing, making, operation.

Сущность новизны

Из всех зубчатых передач на долю эвольвентных приходится более 75%, 90% которых работают в режиме хорошей смазки. Об этом классе передач и ведется, прежде всего, речь. Основная первопричина выхода их из строя — прогрессирующий *питтинг* (в околополосных зонах зацеплений); синонимы — явление выкрашивания, оспообразования.

Причиной появления питтинга являются недопустимо большие контактные напряжения. Для их вычисления принято использовать формулу Герца:

— если считают, что первоначальные трещины образуются с поверхности и развиваются вглубь, в качестве расчетной применяют формулу

$$\sigma = 0,418 \cdot \sqrt{q \cdot E \cdot k} \leq [\sigma], \quad (1)$$

где q — нагрузка на единицу длины контактной линии; E — приведенный модуль упругости материалов сопряженных зубчатых колес — постоянная величина;

k — соответствующая полюсу зацепления приведенная кривизна взаимодействующих поверхностей зубьев (аппроксимируемых в местах соприкосновения цилиндрами),

$$k = k_1 + k_2,$$

индекс «1» соответствует шестерне, «2» — колесу.

Если полагают, что трещины возникают под поверхностным слоем по причине чрезмерно больших касательных напряжений, то -

$\tau = 0,127 \cdot \sqrt{q \cdot E \cdot k} \leq [\tau]$ — в предположении распределения нагрузки по ширине контакта

по закону эллипса;

либо — $\tau = 0,145 \cdot \sqrt{q \cdot E \cdot k} \leq [\tau]$ — в предположении распределения нагрузки по ширине контакта по параболе.

Результаты расчета не зависят от того, какая из приведенных 3-х формул применяется — по той причине, что разными принимают допускаемые напряжения (пропорциональные стоящим перед

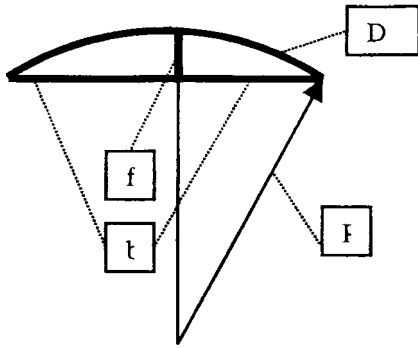
корнями числовым коэффициентам). По этой причине, говоря о формуле Герца, в дальнейшем будем иметь ввиду наиболее распространенную зависимость (1).

Некорректность ныне действующих подходов заключается в том, что k считают постоянной во времени величиной. На самом же деле:

— малые, едва заметные на глаз, износы поверхностей зубьев приводят к существенному увеличению их кривизны в околополосных зонах — в 2-3 и более раз. Обусловлено это неравномерными по длине профилей износами: минимальный — в точках перехода головок в ножки; максимальный — примерно посередине ножек.

Об указанной некорректности уже сообщалось — 3 десятка лет назад, с подробными доказательствами — см. [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7] и др.

К сожалению, рассматриваемая научная находка осталась незамеченной специалистами (о чем свидетельствуют публикации последних лет — см. [8], [9], [10], другие). Это и побудило автора возвратиться к вопросу.



Основной причиной незамеченности существенного научного результата является неверие специалистов в то, что такое может быть. Это вынуждает автора начать пояснения с приведения элементарного математического анализа. На рисунке изображены: D — дуга окружности радиуса R ; b — длина стягивающей ее хорды; f — стрелка. По теореме Пифагора:

$$(R-f)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = R^2 \quad \mapsto \quad \left(R - \frac{f}{2}\right) = \frac{b^2}{8 \cdot f} \quad \mapsto$$

$$R \equiv \frac{b^2}{8 \cdot f} \quad (2)$$

Чтобы специалист поверил в существенность изменения радиусов кривизны профилей зубьев у нормально эксплуатируемых передач достаточно, на наш взгляд, точечно-численной иллюстрации, основанной на зависимости (2). Приводим ее.

В некорректированной передаче с модулем зацепления $m = 10$ мм радиус кривизны эвольвентного профиля в зоне полюса для зубчатого колеса с числом зубьев $z = 40$ — $R_p = 61,8$ мм. Это зна-

чит, что для аппроксимирующей дуги окружности при хорде $b = 0,3 \cdot m = 3$ мм ее стрелка $f_p = 0,018$ мм.

Если в процессе эксплуатации передачи профиль зуба в околополосной зоне изменился так, что стрелка f возросла всего на $0,05$ мм (максимальный износ, при этом, на ножке будет находиться в диапазоне $0,1-0,3$ мм, что, по оценкам обслуживающего персонала, для передачи $m = 10$ мм составляет мизерную величину — «зубья только приработались»), то радиус кривизны на рассматриваемом участке составит:

$$R = \frac{3^2}{8 \cdot (0,018 + 0,05)} = 16,5 \text{ мм},$$

что в 3,7 (!) раза меньше доэксплуатационного его значения.

О возможности повышения долговечности зубчатых передач на ремонтных заводах

Иллюстрируем это примером из практики. — В середине 60-х годов ушедшего столетия в комбинате «Луганскуголь» (46 шахт) было установлено: после капитального ремонта угольные комбайны «Кировец» не отработывают свой межремонтный цикл (вместо 7,5 месяцев отказы наступают через 2-4 месяца); главная причина — поломка зубчатой пары «К-4-0002» — «К-4-0053» («К-4-0002» и «К-4-0053» — это условные обозначения завода-изготовителя — Горловский машзавод; сталь 18ХГТ, цементация на глубину 1,5 мм с последующей закалкой; $z_1 = 11$, $z_2 = 29$, $m = 9$ мм).

Обследования (на Кадиевском рудоремонтном заводе) радиусов кривизны в околополосных зонах подвергшихся питтингу зубьев на колесах «К-4-0053» специально созданным радиусомером [6] позволили установить: математическое ожидание критических значений (при которых имел место прогрессирующий питтинг) радиусов кривизны в околополосной зоне — 20,5 мм, что в 2,7 раза было меньшим доэксплуатационного его значения (56 мм); критическое значение радиуса кривизны распределялось по нормальному закону со среднеквадратическим отклонением — $S = 3,2$ мм. Было принято решение: те зубчатые колеса пар «К-4-0002» — «К-4-0053», которые выглядели как только что приработавшиеся, но у которых в околополосных зонах колес «К-4-0053» радиусы кривизны оказывались менее 30 мм (15 — 20 — 25 — 30), ставить на зубошлифовальный станок и шлифовать поверхности зубьев на глубину 0,2-0,4 мм (глубина отсчитывалась от точек профилей, соответствующих полюсу зацепления). Решение оказалось правильным — главная причина преждевременного отказа выпшедших из капремонта комбайнов «Кировец» была ликвидирована.

Об эксплуатационном методе повышения долговечности

Часто встречаются передачи, допускающие доступ к зубьям (смотровые крышки, возможность

снятия верхних частей корпусов и т.д.) во время планово-предупредительных ремонтов. Проблем с замером радиусов кривизны рабочих поверхностей зубьев модулем 5 и более миллиметров нет; сегодня для этой цели наиболее приемлем, на наш взгляд, метод слепков с боковых поверхностей зубьев с последующим использованием математической зависимости (2). Это и позволяет непосредственно эксплуатационникам (службам механиков) повышать долговечности зубчатых передач в 2 и более раз. При этом, чаще всего будут иметь место случаи, когда статистические данные по питтингу конкретно интересующей пары отсутствуют (не накоплены). Для них можно пользоваться правилом:

— если радиусы кривизны поверхностей зубьев колеса, замеренные в зоне полюса на базе 0,3 модуля, уменьшились в два раза, по сравнению с первоначальным значением, то службам механиков, с целью упреждения появления прогрессирующего питтинга, целесообразно планировать их восстановление в течение месяца.

Если задача по разборке редуктора с последующей установкой зубчатых колес на зубошлифовальный станок реально неразрешима, то для крупномодульных зубчатых пар (10-20 и более мм) корректировку профилей зубьев можно осуществлять ручным инструментом — через смотровые крышки быстро-вращающимися (от пневмо- или электроприводов) абразивными кругами.

О возможности повышения долговечности зубчатых передач путем использования внеполюсных и околоэвольвентных зацеплений

У профилей зубьев внеполюсных зацеплений нет точек, в которых скорость относительного скольжения изменяет направление на 180°. Это снимает явление существенного повышения приведенных кривизн и обеспечивает (при правильном расчете) любую длительность эксплуатации передачи без появления в ней питтинга.

Негатив: увеличение потерь на трение. Но это увеличение не кратное (поскольку потери в зацеплении — это лишь одна из трех составляющих общих потерь в передаче) и если энергоэкономическая составляющая требований, предъявляемых к устройству, малозначима, то можно идти на использование внеполюсных зацеплений.

Можно долговечности зубчатых передач повышать и методом замены околополюсных частей эвольвент зубьев шестерни плавно сопряженными, внутренне расположенными, отрезками линий. И динамика от этого не возрастет; дело в том, что факторы «эксплуатационно нормальные износы», «смазочные прослойки», «изгибные» и «контактные деформации зубьев» являются более существенно влияющими факторами.

К вопросу о повышении точности проектирования зубчатых передач

Целесообразность корректировки ныне действующих методик расчета зубчатых передач на

контактную прочность лучше всего, на наш взгляд, обосновать напоминанием всеобщего известного исторического примера-аналога — напоминанием о той большой пользе, которую получило общество переходя от ошибочного Геоцентрического к правильному Гелиоцентрическому представлению строения Мира (от общепринятого в течение полутора тысяч лет руководства по астрономии Птолемея под названием «Альмагест» к «О вращении небесных сфер» Коперника).

При разработке новых методик расчета зубчатых передач на предупреждение питтинга целесообразно:

1. Учитывать действительные значения приведенных кривизн (которые в околополюсных зонах являются существенно возрастающими функциями времени эксплуатации передач);

2. Освободить существующие методики от наносного, появившегося как нечто компенсированное промахи, связанные с учетом действительных кривизн; в частности, целесообразно перейти к пределам контактной выносливости материалов, как единой количественной характеристики, пригодной для оценки контактной прочности и роликотополщителей, и лобовых вариаторов, и поверхностей зубьев зубчатых передач.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Игнатищев Р.М. Об условии контактной прочности зубчатых колес. В сб. «Вопросы технологии, механизации и экономики угольной промышленности». — М.: Недра, 1968. — Вып.2. — С.88-92.
2. Игнатищев Р.М. К вопросу о контактной прочности ... зубьев //Горная электромеханика и автоматика. — Харьков, 1969. — Вып.12. — С.53-54.
3. Игнатищев Р.М. Влияние эксплуатационно-нормальных износов на контактные напряжения. В трудах Курского политехнического института. — Курск, 1971. — Сб.1, Ч.2. — С.258-267.
4. Игнатищев Р.М. Появление питтинга в ответственных зубчатых передачах можно предсказывать и предупреждать. /Тяжелое машиностроение, 1991, №9. — М.: Машиностроение, С.38.
5. Игнатищев Р.М. О новой возможности повышения надежности высоконагруженных зубчатых передач /Известия ВУЗов, Черная металлургия, 1991, №8. — М.: Машиностроение, С.82.
6. А.с. 225479 СССР, Кл. 42в, 26/02. Радиусомер / Р.М.Игнатищев, А.Ф.Побицкий. — Оpubл. 29.08.1968, Бюл. N 27.
7. Игнатищев Р.М. Исследование контактной прочности эвольвентных цилиндрических передач: Дис... канд. техн. наук: 161 (машиноведение и детали машин). — Защищена 26.11.68; — М.: ВЗПИ, 1967. — Т.1 (текст, библиогр.), 176с.; Т.2 (ил.), 181 с.

8. Детали машин. Учебник для студентов машиностроительных специальностей /Под ред. О.А.Ряховского.- М.: МГТУ им. Баумана, 2002.- 496 с.
9. Айрапетов Э.Л. О расчетной оценке контактных разрушений на зубьях зубчатых колес //Вестник машиностроения, 1999, №8, с.3-21.

10. Руденко С.П. Сопротивление контактной усталости цементованных зубчатых колес //Вестник машиностроения, 1999, №4, с.13-15.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ

Ящерицын П.И., Хейфец М.Л., Кухта С.В., Пальвинский С.В.

It is offered to use the criteria describing controllable parameters of technological system at the automated designing physical and chemical methods of processing. Designing plasma-mechanical, electromagnetic and electron-beam superficial processing of constructional materials is considered.

It is shown, that transitions of technological system from one condition in another are described by criteria of carry which characterize determining parameters of the combined methods of physical and chemical processing of materials. Mechanisms of formation of physical and chemical parameters of quality of processing are determined by modes of equilibrium conditions of technological system.

Перспективным направлением является создание новых физико-химических комбинированных методов обработки, основанных на сочетании в одном процессе различных видов энергии или разных способов воздействия на обрабатываемый материал [1].

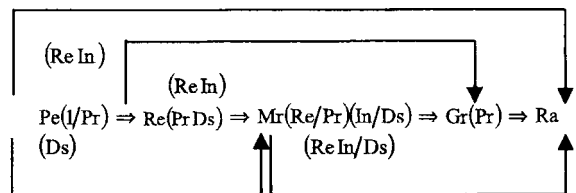
Под методом обработки понимается совокупность энергетических и информационных процессов, направленных на изменение формы, размеров, качества поверхности и физико-химических свойств конструкционного материала [2, 3].

Для формализации условий целенаправленного создания новых методов обработки каждая совокупность одноименных компонентов системы описывается как некоторое множество технологических решений (ТР) [3, 4].

При обосновании выбора ТР и синтезе комбинированных физико-химических методов необходимо учитывать стабильность формирования параметров качества обработки и рассматривать механизмы управления устойчивостью технологического процесса путем применения обратных связей [5, 6]. Поскольку условия, обеспечивающие самоорганизацию поверхностных явлений и стабилизацию формирования параметров качества физико-химической обработки, являются следствием избыточности рассматриваемой технологической системы по структурному составу [7], то целесообразно в качестве целевой функции вместо конкретных зна-

чений совокупности критериев выбора использовать критерии самоорганизации процессов [8].

Критерии термомеханических процессов. Критерии переноса устанавливают последовательности структурообразования в обрабатываемом материале и на формируемой поверхности при постепенном (\Rightarrow) и резком (\rightarrow) возрастании мощности воздействий потоками энергии [5, 10]:



в которых $Pe = vt/\omega$ — критерий Пекле, определяющий отношение количества теплоты, отводимого конвекцией и путем теплопроводности; $Pr = \nu/\omega$ — критерий Прандтля, характеризующий способность теплоты распространяться в данной среде; $Re = vt/\nu$ — критерий Рейнольдса, описывающий переход движения обрабатываемого материала из ламинарного в турбулентное; $In = \beta g \nabla T t^2 / \nu^2$ — отношение подъемной силы плавучести к инерционной силе; $Ds = \lambda \nabla T t / (\nu \rho \nu)$ — отношение сил капиллярности и вязкости; $Mr = \lambda \nabla T t^2 / (\rho \omega \nu)$ — критерий Марангони, определяющий возникновение регулярных поверхностных течений вследствие

температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения; $Gr = \beta g \nabla T t^4 / \nu^2$ — критерий Грасгофа, характеризующий естественную конвекцию при свободном движении обрабатываемого материала внутри формируемого слоя; $Ra = \beta g \nabla T t^4 / (\omega \nu)$ — критерий Рэлея, описывающий образование силой плавучести пространственно-периодических конвекционных вихрей, где t — характерный размер; ω — коэффициент температуропроводности; ν — коэффициент кинематической вязкости; β — коэффициент объемного расширения; g — ускорение свободного падения; T — абсолютная температура; λ — коэффициент термокапиллярности; r — плотность обрабатываемого материала.

Критерии электромагнитных процессов.

Критерии, характеризующие электромагнитные потоки, при физико-химической обработке взаимосвязаны с последовательностями критериев переноса, поэтому они оказывают существенное влияние на последовательности изменения поверхностных явлений и помогают управлять формированием свойств обрабатываемого материала [8, 9]:

$$Sm (Em/Se) \Rightarrow Si \quad \text{---} \rightarrow$$

$$Mr (Ek) \Rightarrow E (Tk/Ek) \Rightarrow Ra,$$

в которых $Sm = IB / (\nu^2 \rho t)$ — критерий магнитно-го взаимодействия; $Em = \nu E_1 / (HB)$ — отношение скорости потока к его теплосодержанию и напряженности электрического поля к его магнитной индукции; $Se = E_1 t^2 / (IR)$ — критерий напряженности электрического поля; $Si = I^2 R / (\nu \rho H t^3)$ — энергетический критерий; $Ek = \epsilon^* \gamma^{*2} \nabla T / \lambda$ — отношение термоэлектрической и капиллярной сил; $E = \epsilon^* \gamma^{*2} \nabla T t^2 / (\rho \omega \nu)$ — термоэлектрический критерий; $Tk = \rho \beta^* g t^2 / \lambda$ — отношение подъемной силы плавучести к капиллярной силе, где I — сила тока; B — магнитная индукция; E_1 — напряженность электрического поля; H^1 — энтальпия потока; R — электросопротивление; ϵ^* — диэлектрическая проницаемость; γ^* — коэффициент термоэлектродвижущей силы.

Совокупность критериев тепломассопереноса и критериев, характеризующих электромагнитные потоки, описывает взаимодействие гидродинамических и электродинамических подсистем в открытой технологической системе физико-химической обработки. Такое взаимодействие осуществляется как на уровне подсистем путем наложения полей и воздействия потоков на технологическую среду, так и на уровне элементов системы, посредством изменения их кинематических, динамических и объемных характеристик [5, 10].

Использование последовательностей критериев переноса, анализ режимов перехода и состояний технологической системы многократно сокращает объем экспериментальных исследова-

ний при проектировании комбинированных методов физико-химической обработки материалов.

Рассмотрим проектирование плазменно-механического, электромагнитного и электронно-лучевого методов формирования поверхности материалов, используя предложенные последовательности критериев, анализируя режимы обработки и состояние технологической системы.

Плазменно-механическая обработка. Для определения режимов устойчивого формирования параметров качества обработки в процессе ротационного резания с предварительным плазменным нагревом согласно критериям Pe , Pr , Re , описывающим изменения проводимости и вязкости среды при увеличении интенсивности воздействий, рассматривались малые отклонения составляющих сил P и моментов M , формообразования поверхности.

Результаты исследований показали, что возможны два типа равновесных состояний: неустойчивый узел (НУ) и неустойчивое седло (НС) [5, 11]. При режиме НУ динамические параметры рабочей зоны технологической системы удаляются от положения равновесия. Система совершает аperiodические самовозбуждающиеся движения, которые переходят в устойчивые автоколебания предельного цикла (ПЦ). В режиме НС при малых отклонениях динамические параметры системы удаляются от положения равновесия в заданных направлениях. Всегда существуют два новых стабильных состояния, к которым приближается система. Эти состояния могут слиться, расширив диапазоны своего существования, при использовании дополнительных перемещений — вращений режущей кромки ротационного инструмента.

Анализ образования структур поверхностного слоя в процессе плазменно-механической обработки при исследовании влияния устойчивости динамических характеристик P и M на формирование параметров качества поверхности показал возможность использования режимов НУ при черновой обработке и позволил рекомендовать режимы НС для чистовой обработки [5, 11].

Электромагнитная обработка. Оптимальные режимы электромагнитной наплавки с поверхностным пластическим деформированием определялись с использованием критериев тепломассопереноса Pe , Pr , Re и электромагнитных потоков Sm , Se , Si .

Вязкость и проводимость технологической среды, формируемой в рабочей зоне под воздействием электромагнитного поля частицами ферромагнитного порошка, описывается соотношениями ротационной и трансляционной составляющих напряженного состояния ферропорошковой среды [5, 12].

Электромагнитное поле согласно критерию магнитного взаимодействия Sm изменяет напря-

женное состояние технологической среды через производство ВІ, управляя магнитными потоками и создавая, в соответствии с критерием напряженности электрического поля Se , через отношение E_1/I необходимую разность потенциалов между частицами порошка, заготовкой и полюсным наконечником. В результате при электромагнитной наплавке обеспечивается тепловое действие тока I^2R , описываемое энергетическим критерием Si .

В процессе поверхностного пластического деформирования нагретой при наплавке поверхности определены те же типы равновесных состояний НУ и НС, характеризующиеся не только вращением, но и прецессией деформирующего элемента — шарика. В соответствии с режимом формируется траектория пятна контакта по обрабатываемой поверхности: петлеобразная или волнообразная кривая [5, 12].

В результате управление процессом формирования поверхностного слоя осуществляется воздействиями потоков энергии и вещества через потоки электромагнитного поля, степени свободы частиц технологической среды и инструментов.

Электронно-лучевая обработка. Стабильность формирования параметров качества при электронно-лучевом нагреве поверхности определялась по критериям тепломассопереноса Mg , Gr , Ra и по термоэлектрическому критерию E . При этом значения параметров качества обработки сравнивались с количеством формируемых структур, характеризующим относительной площадью модифицированной поверхности [5, 10, 13].

Образование ячеистой структуры на модифицируемой поверхности титанового однофазного псевдо-а-сплава происходит путем формирования вихревых диссипативных структур в жидком состоянии. Вначале зарождаются, а затем отодвигаются на периферию узкие ячейки, формируемые термокапиллярной силой, описываемой критерием Mg . С ростом интенсивности электронно-лучевого воздействия в центре зоны нагрева естественная конвекция, характеризующаяся критерием Gr , размывает вихревые диссипативные структуры. Широкие тороидальные вихри, создаваемые силой плавучести, описываемой критерием Ra , при электронно-лучевом воздействии наблюдаются только при глубоком оплавлении поверхности. Термоэлектрический критерий E характеризует влияние ионизированного жидкого металла на вихревые течения в ванне расплава [10 13].

Исследование соотношения площади S_0 поверхности с ячеистой структурой и общей площади оплавленного участка в зависимости от удельной мощности q и продолжительности нагрева t , что наибольшая площадь с регулярной структурой об-

разуется в узком диапазоне интенсивности нагрева [5, 13].

Рассмотренные типы равновесных состояний технологической системы НУ и НС наблюдаются также при электронно-лучевой обработке. Так, образование ячеистой структуры на максимальной площади характеризуется режимом НУ, трансформирующимся в предельный цикл. Ограничением цикла являются процессы перехода обрабатываемого материала из твердого состояния в жидкое. Формирование поверхности раздела — границы плавления — описывается режимом НС. Движения от поверхности раздела в противоположных направлениях путем теплопроводности и конвекции тепловых потоков стабилизируют состояние различных фаз системы [5, 10].

Зависимости изменения микротвердости структур, характеризующие физико-химическими превращениями в поверхностном слое титановых сплавов с покрытиями, выглядят аналогично зависимостям формирования ячеистых структур. Химические реакции, растворение в твердом состоянии элементов покрытия, образование фаз эвтектического состава, оплавление поверхности покрытия с образованием регулярной структуры, подплавление основы с образованием переходной зоны, формирование диффузионной зоны при электронно-лучевых воздействиях [5, 13] приводят к изменению микротвердости по глубине поверхностного слоя титанового сплава с хромоникелевым покрытием.

Следовательно, для управления прочностью сцепления покрытия с основой и улучшения физико-химических параметров обрабатываемых поверхностей необходимо ограничивать диапазон интенсивности электронно-лучевого воздействия в соответствии с химическим составом и толщиной покрытия.

Выводы. Математическое моделирование и алгоритмизация принятия решений путем определения вида уравнений, установления критериев подобия и анализа равновесных состояний системы при проектировании высокоэффективных технологий обработки поверхностей концентрированными потоками энергии [14] позволили сделать следующие выводы:

1. Переходы технологической системы из одного состояния в другое описываются критериями переноса, характеризующими определяющие параметры комбинированных методов физико-химической обработки материалов.

2. Механизмы формирования физико-химических параметров качества обработки определяются режимами равновесных состояний технологической системы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. О самоорганизации в технологическо-эксплуатационных процессах при комбинированных методах обработки материалов / П.И.Ящерицын, Л.М.Кожуро, И.А.Сенчило, М.Л.Хейфец // Доклады АН Беларуси. — 1995. — Т. 39. — № 1. — С. 112 — 116.
2. Подураев В.Н. Технология физико-химических методов обработки. — М.: Машиностроение, 1985. — 264 с.
3. Рыжов Э.В., Аверченков В.И. Оптимизация технологических процессов механической обработки. — Киев: Наукова думка, 1989. — 192 с.
4. Голоденко Б.А., Смоленцев В.П. Организация целенаправленного формирования новых методов комбинированной обработки // Вестник машиностроения. — 1994. — № 4. — С. 25 — 28.
5. Хейфец М.Л., Кожуро Л.М., Мрочек Ж.А. Процессы самоорганизации при формировании поверхностей. — Гомель: ИММС НАНБ, 1999. — 276 с.
6. Проектирование технологических комплексов высокоэффективной обработки изделий на основе многофакторной оптимизации / П.И.Ящерицын, Л.М.Кожуро, М.Л.Хейфец, Б.П.Чемисов // Доклады АН Беларуси. — 1997. — Т. 41. — № 3. — С. 121 — 127.
7. Артоболевский И.И., Ильинский Д.Я. Основы синтеза машин автоматического действия. — М.: Наука, 1983. — 280 с.
8. Совершенствование производственных систем на основе создания условий для самоорганизации технологических процессов и объектов / П.И.Ящерицын, А.А.Шипко, М.Л.Хейфец, Н.Н.Попок // Доклады АН Беларуси. — 1996. — Т. 40. — № 1. — С. 118 — 121.
9. Дружинин В.В., Жонторов Д.С. Проблемы системологии: проблемы теории сложных систем. — М.: Сов. радио, 1976. — 296 с.
10. Синергетические аспекты физико-химических методов обработки / А.И.Гордиенко, М.Л.Хейфец, Б.П.Чемисов и др. — Мн.: ФТИ НАНБ; Новополоцк: ПГУ, 2000. — 172 с.
11. Обработка износостойких покрытий / Под ред. Ж.А.Мрочка. — Мн.: ДизайнПРО, 1997. — 208 с.
12. Акулович Л.М. Термомеханическое упрочнение деталей в электромагнитном поле. — Новополоцк: ПГУ, 1999. — 240 с.
13. Шипко А.А., Поболь И.Л., Урбан И.Г. Упрочнение сталей и сплавов с использованием электронно-лучевого нагрева. — Мн.: Наука и техника, 1995. — 280 с.
14. Интеллектуальное производство: состояние и перспективы развития / Под ред. М.Л.Хейфеца и Б.П.Чемисова. — Новополоцк: ПГУ, 2002. — 268 с.

ОЦЕНКА И СРАВНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ КРУЧЕНИЯ

Кондратюк В.Ф., Вербило И.Н., Эльхади Саид

Simple formulas, that give satisfactory results, of tension calculation of torsion of arbitrary section rods are presented here.

В настоящее время в расчетах конструкций широко используются универсальные компьютерные комплексы на базе методов теории конечных элементов с мощной сервисной поддержкой. Не потеряли своего значения и «прозрачные» методы сопротивления материалов (одномерные модели) и аналитические приближенные методы теории упругости, в частности, вариационные. С помощью последних можно получать решения с достаточной для практических целей точностью по сильно усеченным математическим моделям — по первому приближению. Это дает возможность оперативно оценить различные конструктивные решения на ранних стадиях проектирования, а также при модернизации конструкции, позволяет выполнить тестирование приобретаемых компьютерных программ, а учитывая, что на практике принимаются значительные коэффициенты запаса, полу-

ченные приближенные решения могут оказаться достаточными.

Рассматриваем задачу кручения конструкции с произвольным поперечным сечением и возможно переменным по ее длине.

В работе [1] рассмотрен расчет кручения рамы автомобиля от воздействия дороги заданием кинематической связи — имитация неровности проезжей части. Упругие перемещения по трем координатам аппроксимировались степенными рядами. Обобщенные перемещения вычислялись на основе вариационного уравнения Лагранжа (метод Треффтца) в результате решения 37 линейных алгебраических уравнений (24 вариационных, 12 уравнений внутренних связей, одно уравнение кинематической связи, задающее перемещение некоторой точки).

В работе [2] показано, что аналогичная задача может быть сведена к нахождению только двух

перемещений: деформации сечений (перемещений $u = Uyz$ вдоль продольной оси x) и трансверсальному $w_\tau = W_\tau r x$ (y, z – горизонтальная и вертикальная оси сечения, r – его линейная полярная координата). Обобщенные перемещения U, W_τ находятся в первом приближении по двум алгебраическим уравнениям. Коэффициенты уравнений при неизвестных содержат объемные интегралы, представляющие собой физические (материал неоднороден, модуль сдвига — функция координат) или геометрические моменты второго порядка, умноженные на постоянный модуль сдвига G , если материал конструкции однородный.

В настоящей статье рассмотрим элемент постоянного поперечного сечения, выполненный из однородного материала.

Разрешающая система уравнений:

$$bU + JW_\tau = 0, \quad JU + bW_\tau = T;$$

$$b = G \int_V (y^2 + z^2) dA, \quad J = G \int_V (y^2 - z^2) dA$$

или $b = G(J_z + J_y)$, $J = G(J_z - J_y)$, J_z, J_y – осевые моменты инерции.

Определители системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} b & J \\ J & b \end{vmatrix} = b^2 - J^2; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & J \\ T & b \end{vmatrix} = -JT; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} b & 0 \\ J & T \end{vmatrix} = bT$$

Решение системы уравнений:

$$U = \Delta_1 / \Delta = -JT / (b^2 - J^2); \quad W_\tau = \Delta_2 / \Delta = bT / (b^2 - J^2),$$

$$b^2 - J^2 = 4G^2 J_z J_y.$$

Относительный угол закручивания ($x=1$):

$$\theta = w_\tau / r = W_\tau x = W_\tau \cdot 1 = bT / (b^2 - J^2).$$

Крутящий момент T , выраженный через относительный угол закручивания:

$$T = [(b^2 - J^2) / b] \theta = 4G [J_z J_y / (J_z + J_y)] \theta.$$

Сравнение результатов с точным решением по угловым деформациям для некоторых сечений дано в работе [2]. Здесь для отдельных сечений приведем сравнение по напряжениям с точными и приближенными решениями [3]. Так как в указанном источнике напряжения выражаются через крутящий момент T (точное решение) или через относительный угол закручивания θ (приближенное решение), выразим напряжения через эти параметры.

Касательные напряжения, выраженные через обобщенные перемещения согласно уравнениям Коши и Гука при перемещениях

$$u = U y z, \quad v = -W_\tau x y, \quad w = W_\tau x y;$$

$$\tau_{xy} = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = G(U - W_\tau) z;$$

$$\tau_{xz} = G \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = G(U + W_\tau) y;$$

$$\tau_{yz} = G \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = (-W_\tau + W_\tau) = 0.$$

Касательные напряжения, выраженные через крутящий момент:

$$\tau_{xy} = -\frac{T}{2J_y} z; \quad \tau_{xz} = \frac{T}{2J_z} y.$$

Касательные напряжения, выраженные через относительный угол закручивания:

$$\tau_{xy} = -2G \frac{J_z}{J_z + J_y} \theta z; \quad \tau_{xz} = 2G \frac{J_y}{J_z + J_y} \theta y.$$

Сравнение с точным решением

по наибольшим касательным напряжениям

1. Стержень круглого поперечного сечения диаметром d .

$$\tau_{\max} = \frac{T}{2} \frac{d}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{T}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{T}{W_p},$$

W_p – полярный

момент сопротивления,

совпадает с точным решением [3, с. 235].

2. Стержень прямоугольного сечения размерами $b \times h$ ($h \geq b$).

$$\tau_{\max} = \frac{T}{2} \frac{b}{\frac{hb^3}{12}} = \frac{T}{0,333hb^2},$$

$W_x = 0,333hb^2$ – момент сопротивления

при кручении.

Решение совпадает с точным при $h/b > 10$.

Момент сопротивления при кручении в точном решении определяется формулой [3, с. 238]:

$$W_x = \alpha hb^2, \quad \text{где } \alpha = 0,208 \div 0,313 \text{ при } h/b = 1 \div 10.$$

Наибольшее расхождение значений напряжений по предлагаемому и точному решениям обнаруживается при кручении стержня квадратного сечения и составляет 37,6% по отношению к точному решению.

Сравнение с приближенным решением [3, табл. 23, с. 248]:

по наибольшим касательным напряжениям

1. Стержень коробчатого квадратного сечения (рис. 1).

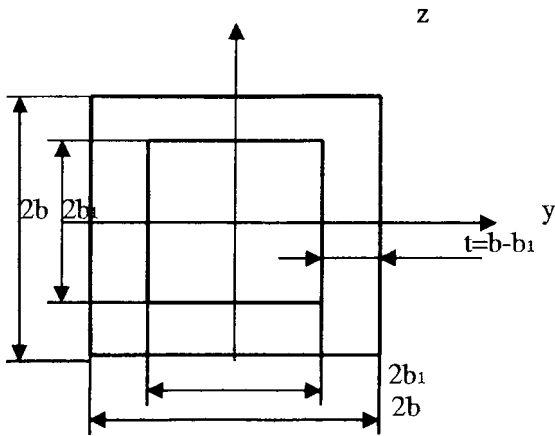


Рис. 1. Коробчатое квадратное сечение

Предлагаемое приближенное решение:

$$\tau_{\max}^{\text{предл}} = 2G \frac{J_y}{J_z + J_y} \theta \quad y_{\max} = 2G \frac{J_y}{2J_y} b \theta = Gb\theta,$$

так как $J_y = J_z$, $y_{\max} = b$.

Приближенное решение по [3]:

$$\tau_{\max}^{[3]} = (\gamma + 1)G\theta t,$$

где t — толщина стенок сечения; γ — коэффициент, зависящий от отношения b/t .

Для возможности сопоставления результатов выразим касательное напряжение приближенного решения через параметр b .

Обозначим $b/t = k_{b/t}$. Тогда:

$$\tau_{\max}^{[3]} = (\gamma + 1)G\theta b / k_{b/t}.$$

Предлагаемое приближенное решение не зависит от отношения b/t , а приближенное решение по [3] — зависит.

Наибольшие касательные напряжения по разным решениям соотносятся следующим образом:

$$\tau_{\max}^{[3]} = K \tau_{\max}^{\text{предл}}, \quad \text{где } K = (\gamma + 1) / k_{b/t}.$$

Величина отклонения предлагаемого приближенного решения по отношению к аналогичному справочному, приведенная в таблице, вычислена по формуле:

Таблица

Зависимости между параметрами сечения

$k_{b/t}$	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	10,0	20,0
γ	1,154	1,681	2,194	2,701	3,206	3,709	4,713	9,720	19,723
K	1,436	1,341	1,278	1,234	1,202	1,177	1,143	1,072	1,036
δ %	30,4	25,4	21,8	19,0	16,8	15,0	12,5	6,7	3,5

$$\delta = \frac{\tau_{\max}^{[3]} - \tau_{\max}^{\text{предл}}}{\tau_{\max}^{[3]}} 100\%.$$

ВЫВОДЫ

1. Выполнена частичная сравнительная оценка универсального алгоритма приближенного решения задачи кручения стержней (рам) произвольной геометрической структуры.
2. Представленную математическую модель обеспечивают два алгебраических уравнения, в коэффициенты которых помимо модуля сдвига входят лишь два геометрических параметра — осевые моменты инерции. Сумма их

определяет угол закручивания, а разность — депланацию.

3. Получены окончательные формулы для вычисления касательных напряжений при кручении элементов конструкций из однородного материала постоянного поперечного сечения в зависимости от крутящего момента и относительного угла закручивания.
4. Сравнение с некоторыми известными решениями обнаруживает достаточную для практических целей точность, по крайней мере, по наибольшим напряжениям. Анализ сравнительной оценки показал:
 - сравнение решений при кручении стержня круглого сечения обнаружило полное совпадение результатов;

- решение задачи кручения стержня прямоугольного сечения совпадает с точным по наибольшим напряжениям при соотношении сторон больше 1:10; при меньших соотношениях сторон результаты также вполне приемлемы.
 - замечена тенденция быстрого уменьшения отклонения результатов расчета с уменьшением толщины стенок в коробчатом сечении при сравнении с приближенным решением.
5. Алгоритм может быть использован в практике оперативной оценки вариантов конструктивных решений при проектировании и модернизации конструкций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кондратюк В.Ф. Оценка жесткости и прочности базовых конструкций горных машин // Горная механика — 1999. — № 3 — 4. — С. 34 — 36.
2. Кондратюк В.Ф., Цыбулько В.А., Сологуб Д.П. К вопросу определения деформаций рам мобильных машин // Межведомственный сб. научно-методических статей / Минск: УП «Технопринт», 2002. — С. 136 — 138.
3. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. — Киев: Наукова думка, 1988. — 736 с.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА УСКОРИТЕЛЯ ДРОБИЛКИ КАК СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Крушевский А.Е., Воробьев В.В., Кондратюк В.Ф., Шепель С.Р.

The formula for the calculation of natural frequency of stone crusher was derived.

Пусть (рис. 1):

- φ_1 — угол поворота ротора двигателя;
- φ_2 — угол поворота вала, соединяющего ротор с карданом;
- φ_3 — угол поворота вала, соединяющего кардан с ускорителем;
- φ_4 — угол поворота ускорителя;
- J_1 — момент инерции ротора электродвигателя;
- J_4 — момент инерции ускорителя.

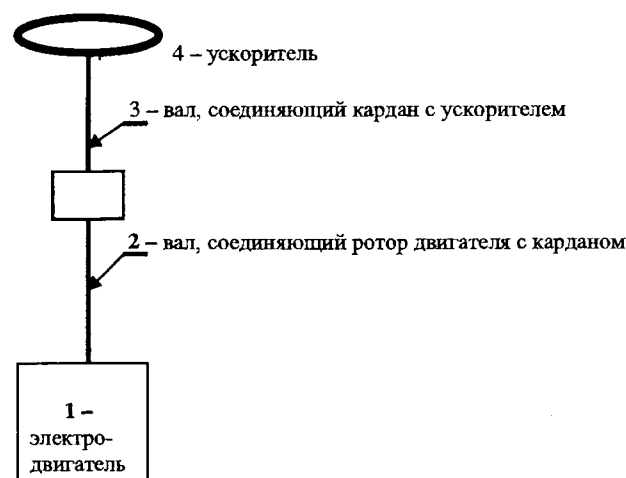


Рис. 1. Принципиальная механическая схема механизма

На основании теоремы об изменении кинетического момента запишем:

$$J_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = -c_2 (\varphi_1 - \varphi_2);$$

$$J_4 \frac{d^2 \varphi_4}{dt^2} = -c_3 (\varphi_4 - \varphi_3),$$

где c_2, c_3 — жесткости валов 2 и 3 при кручении.

Передаточное число $\frac{\varphi_2}{\varphi_3} = \frac{1}{i_{23}}$ — условие равенства окружных усилий в кардане.

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_4 - \varphi_3} = -\frac{c_3}{c_2} i_{23},$$

где i_{23} — передаточное число кардана, включающего два шарнира Гука:

$$i_{23} = i_{20} / i_{03} = \frac{\cos \alpha_1 / \cos \alpha_2}{(1 - \sin^2 \alpha_1 \cos^2 \gamma_1) / (1 - \sin^2 \alpha_2 \cos^2 \gamma_2)},$$

где α_1 — угол между осью вала 2 и осью вилки со шлицами; α_2 — угол между осью вала 3 и осью вилки со шлицами; γ_1 — угол между плоскостью ведущей вилки с плоскостью осей: оси вала 2 и оси вилки со шлицами; γ_2 — угол между плоскостью ведомой вилки с плоскостью осей: оси вала 3 и оси вилки со шлицами.

Итак, имеем систему двух дифференциальных уравнений и двух уравнений связей:

$$J_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = -c_2 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad J_4 \frac{d^2 \varphi_4}{dt^2} = -c_3 (\varphi_4 - \varphi_3);$$

$$\varphi_3 = i_{23} \varphi_2, \quad \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{\varphi_4 - \varphi_3} = -\frac{c_3 i_{23}}{c_2}.$$

Разделив первое дифференциальное уравнение на второе, получим:

$$\frac{J_1 \ddot{\varphi}_1}{J_4 \ddot{\varphi}_4} = -i_{23}.$$

Из второго дифференциального уравнения находим:

$$\varphi_3 = \frac{J_4 \ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4.$$

Затем, используя передаточное число, определяем

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_3}{i_{23}} = \frac{1}{i_{23}} \left(\frac{J_4 \ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4 \right)$$

и подставляем в первое дифференциальное уравнение:

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 = -c_2 \left[\varphi_1 - \frac{1}{i_{23}} \left(\frac{J_4 \ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4 \right) \right].$$

В результате исключения углов φ_2 и φ_3 имеем:

$$J_4 i_{23} \ddot{\varphi}_4 + J_1 \ddot{\varphi}_1 = 0;$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_2 \varphi_1 - \frac{c_2}{i_{23}} \left(\frac{J_4 \ddot{\varphi}_4}{c_3} + \varphi_4 \right).$$

Решение последних уравнений ищем в форме:

$$\varphi_1 = A \sin kt, \quad \varphi_4 = B \sin kt.$$

Для нахождения A и B получим систему двух однородных линейных уравнений:

$$J_1 A k^2 + J_4 i_{23} B k^2 = 0,$$

$$A(-J_1 k^2 + c_2) - \frac{c_2}{i_{23}} B \left(-\frac{J_4 k^2}{c_3} + 1 \right) = 0.$$

Равенство определителя нулю дает нам частотное уравнение:

$$\begin{vmatrix} J_1 k^2 & J_4 i_{23} k^2 \\ -J_1 k^2 + c_2 & \frac{c_2}{i_{23}} \left(\frac{J_4 k^2}{c_3} - 1 \right) \end{vmatrix} = 0,$$

откуда имеем:

$$\frac{J_1 c_2}{i_{23}} \left(\frac{J_4 k^2}{c_3} - 1 \right) + J_4 i_{23} (J_1 k^2 - c_2) = 0.$$

Квадрат частоты равен:

$$k^2 = \frac{c_2 \left(1 + \frac{J_1}{J_4 i_{23}^2} \right)}{J_1 \left(1 + \frac{c_2}{c_3 i_{23}^2} \right)} = \frac{c_2 \left(i_{23}^2 + \frac{J_1}{J_4} \right)}{J_1 \left(i_{23}^2 + \frac{c_2}{c_3} \right)}.$$

В частности, при $c_2 = i_{23} c_3 = c$, $J_1 = i_{23}^2 J_4 = J$, $i_{23} = 1/3$ имеем:

$$k^2 = \frac{c(1+1)}{J(1+3)} = \frac{c}{2J},$$

что совпадает с решением задачи №14.70 из сборника Колесникова К.С. [2].

Так как $0 \leq i_{23} \leq \infty$, то $\frac{c_3}{J_4} \leq k^2 \leq \frac{c_2}{J_1}$, т.е. диапазон изменения собственной частоты механизма находится в пределах:

$$\sqrt{\frac{c_3}{J_4}} \leq k \leq \sqrt{\frac{c_2}{J_1}}.$$

Момент инерции J_4 значительно больше момента инерции J_1 , т.е. момент инерции ускорителя вместе с вращающимися другими деталями и обрабатываемым материалом на несколько порядков больше момента инерции ротора двигателя. Это означает, что собственная частота колебаний механизма в зависимости от углов кардана изменяется в большом диапазоне. В частности, при углах α_1 или α_2 близких к 90° собственная частота k весьма незначительная, что является одной из причин возникновения усиленных вибраций механизма при малых оборотах вращения вала 3. Чтобы увеличить собственную частоту механизма, на основании формулы видим, что нужно уменьшить момент инерции ускорителя и увеличить крутильную жесткость вала ускорителя.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Колесников К.С. Сборник задач по теоретической механике. — М.: Физматгиз, 1983. — 320 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ДЕМПФЕРА ЦЕНТРОБЕЖНОЙ УСТАНОВКИ

Крушевский А.Е., Воробьев В.В., Кондратюк В.Ф., Шепель С.Р.

The methods of definition of natural frequencies of resilient circular plate were developed, using variational equation of elementary layer balance.

Одной из главных задач расчета на виброустойчивость является определение полного или неполного спектра частот собственных колебаний конструкции. Знание частот собственных колебаний необходимо как для предотвращения опасного резонанса, так и для изучения вопросов, связанных с возникновением нелинейных колебаний. В настоящее время имеется достаточно литературы, посвященной расчету на вибрационную нагрузку, например, [1] с приведенной там обширной библиографией по данному вопросу. В представленной работе разработана оригинальная методика определения собственных частот демпфера как упругой пластинки.

Для решения поставленной задачи используем вариационное уравнение равновесия элементарного слоя [2]:

$$\frac{d}{dz} \int_A (T \cdot \vec{e}_k) \cdot \delta \vec{u} dA - \int_A (T \cdot \delta E) dA + \int_A (\vec{K} - \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}) \cdot \delta \vec{u} dA + \iint \frac{\vec{F}_n \cdot \delta \vec{u} dS}{\sqrt{1-n_k^2}} = 0,$$

где T – тензор напряжений, $\delta \vec{u}$ – вектор возможных перемещений (\vec{u} – вектор перемещений), $T \cdot \delta E$ – бискалярное произведение тензора напряжений на тензор возможной деформации, \vec{K} – вектор объемных сил, ρ – плотность материала демпфера, \vec{F}_n – вектор поверхностных сил, \vec{e}_k – орт оси z , n_k – проекция единичной внешней нормали на ось z ;

$$dA = r dr d\theta, \quad dS = rd\theta.$$

Структуру упругих перемещений u, w в цилиндрических координатах по оси r (радиальные) и по оси z (вертикальные) строим с помощью степенных рядов:

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} r(r^m - R_2^m) U_{m+1} + Cr,$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{(R_1^{m+1} - r^{m+1})}{m+1} - R_2^m (R_1 - r) \right] R_1 d_z U_{m+1} - \frac{1}{\gamma_2 d_z} [(\gamma m + \gamma + \gamma_2) R_1^m - 2(\gamma - 1) R_2^m] U_{m+1} \right\} - \frac{2(\gamma - 1) Cz}{\gamma_2} + D.$$

Можно привлечь неголономную связь:

$$G \sum_{m=1}^{\infty} [(\gamma m + \gamma + \gamma_2)(R_2^m - R_1^m) + \gamma_2 R_1 \left(\frac{R_1^{m+1} - R_2^{m+1}}{m+1} - R_1 R_2^m + R_2^{m+1} \right) d_z^2] U_{m+1} = \sigma_r |_{r=R_2}.$$

Здесь R_1, R_2 – внутренний и наружный диаметры демпфера:

$$\gamma = \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}, \quad \gamma_2 = \gamma - 2, \quad \nu - \text{коэффициент Пуассона, } G - \text{модуль сдвига; } U_{m+1} - \text{обобщенные перемещения; } C, D - \text{постоянные; } d_z, d_z^2 - \text{дифференциальные операторы (первая и вторая производные по } z); \frac{1}{d_z} - \text{интегральный оператор; } \sigma_r - \text{радиальное напряжение.}$$

Если ограничиться лишь одним слагаемым ($m=1$), то получим:

$$u = r(r - R_2) U_2,$$

$$w = \left[\frac{R_1^2 - r^2}{2} - R_2 (R_1 - r) \right] R_1 d_z U_2 - \frac{1}{\gamma_2 d_z} [(3\gamma - 2) R_1 - 2(\gamma - 1) R_2] U_2.$$

$$\tau_{rz} = G(R_1 - r)(R_2 - r) d_z U_2,$$

$$\sigma_r = G[(3\gamma - 2)(r - R_1) + \gamma_2 R_1 \left(\frac{R_1^2 - r^2}{2} - R_1 R_2 + r R_2 \right) d_z^2] U_2,$$

$$\sigma_\theta = G[(3\gamma - 4)r - (3\gamma - 2)R_1 + \gamma_2 R_1 \left(\frac{R_1^2 - r^2}{2} - R_1 R_2 + r R_2 \right) d_z^2] U_2,$$

$$\sigma_z = G[3\gamma_2 r + (3\gamma - 4)R_2 - \frac{\gamma}{\gamma_2} (3\gamma - 2)R_1 + \gamma R_1 \left(\frac{R_1^2 - r^2}{2} - R_1 R_2 + r R_2 \right) d_z^2] U_2.$$

Возможные перемещения: $\delta u = r, \delta w = 0$.
Вариационное уравнение при $\vec{K} = \vec{F} = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{-R_1}^{R_2} \tau_{rz} r^2 dr - \int_{-R_1}^{R_2} (\sigma_r + \sigma_\theta) r dr - \rho \int_{-R_1}^{R_2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} r^2 dr = 0.$$

В результате интегрирования получаем следующее дифференциальное уравнение.

$$\left[\frac{(5\gamma - 9)R_1^5 - R_2^5}{20} - \frac{(4\gamma - 7)R_1^4 R_2 + (5\gamma - 11)R_2^4 R_1}{12} - \frac{\gamma_2 R_1^2 R_2^2 (R_1 - 2R_2)}{2} \right] \frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2} - [2(\gamma - 1)R_2^3 - (3\gamma - 2)R_1 R_2^2 +$$

$$+\gamma R_1^3 U_2 + \rho \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} \left(\frac{R_1^5}{5} + \frac{R_2^5}{20} - \frac{R_1^4 R_2}{4} \right) = 0.$$

При $z=0$ $w=0$; $\tau_z=0$;
при $z=h$ $\sigma_z=0$; h — толщина демпфера.
Этим условиям удовлетворим при

$$U_2 = A \cos \frac{\pi(2n-1)}{2h} z \sin(\omega t + \alpha).$$

В результате получаем частотное уравнение для расчета собственных частот ω . В частности, при $R_1=0$ (для сплошного цилиндра):

$$\frac{\rho \omega^2}{G} = \frac{\pi^2(2n-1)^2}{4h^2} - \frac{40(\gamma-1)}{R_2^2}.$$

Условие применимости формулы для сплошной цилиндрической прокладки:

$$h < \frac{\pi(2n-1)R_2}{4\sqrt{10(\gamma-1)}}, \quad n - \text{номер частоты.}$$

Приводим результаты компьютерного расчета (см. таблицу) собственных частот демпфера кольцевого сечения при следующих исходных данных:

$$R_1 = 290 \text{ мм}, \quad R_2 = 530 \text{ мм}, \quad h = 40 \text{ мм}, \\ G = 100 \text{ МПа}, \quad \nu = 0,45, \quad \rho = 1550 \text{ кг/м}^3.$$

Таблица

Собственные частоты демпфера

Номер частоты, n	Частота $\omega/10^3$	Номер частоты, n	Частота $\omega/10^3$	Номер частоты, n	Частота $\omega/10^3$
1	25,8	4	185	7	343
2	79,0	5	238	8	396
3	132	6	291	9	449

ЛИТЕРАТУРА:

1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.) — М.: Машиностроение, 1978. — Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. 1978. — 352 с.
2. Крушевский А.Е. Вариационные методы расчета корпусных дегаей машин. — Минск: Наука и техника, 1967. — 228 с.

**КРУЧЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ
С УЧЕТОМ ДЕПЛАНАЦИИ СЕЧЕНИЙ
(на примере кратцер-крана)**

Кондратюк В.Ф., Смычник А.Д., Эльхади Саид

The evaluation methods of tensely-deformed state of «kratzer»-crane (mining) upon the displacement error of carts are given here.

На предприятиях ПО «Беларуськалий» для разгрузки-погрузки концентрата калийных удобрений используется кратцер-кран. Нормативный срок службы, определенный заводом-изготовителем (20 лет), превышен. Для гарантирования нормальной дальнейшей эксплуатации крана необходима квалифицированная оценка его технического состояния. Сюда входит как техническая экспертиза с помощью современных диагностических приборов, так и расчетная оценка.

В данной статье предлагается алгоритм определения напряженно-деформированного состояния несущей конструкции (портальной опоры) крана в случае возникновения нештатной си-

туациим, например, рассогласования перемещений тележек.

В работе [1] даны формулы для вычисления деформаций кручения стержней (рам) произвольного сечения в первом приближении:

$u = Uyz = Ur^2 \sin\theta \cos\theta$ — депланация сечения;

$w_r = W_r r x$ — трансверсальное перемещение;

$w_r / r = W_r x$ — угол закручивания произвольного сечения;

$w_r = 0$ — радиальное перемещение отсутствует;

$v = -w_r \sin\theta = -W_r x y$ — составляющая перемещения вдоль оси y ; $w = w_r \cos\theta = W_r x z$ — составляющая перемещения вдоль оси z ;

x, y, z — декартовы координаты произвольной точки;

r, θ — полярные координаты этой точки;

U, W_τ — обобщенные перемещения — постоянные коэффициенты, которые в первом приближении находятся в результате решения двух алгебраических уравнений:

$$bU + JW_\tau = 0, \quad JU + bW_\tau = T; \quad (1)$$

$$b = G \int_V (y^2 + z^2) dA, \quad J = G \int_V (y^2 - z^2) dA.$$

Здесь T — крутящий момент, G — модуль сдвига материала стержня.

Сумма осевых моментов инерции или полярный момент определяет угол закручивания, а разность осевых моментов инерции — депланацию сечения, т.е. отклонение от первоначально плоского сечения (нарушается гипотеза Бернулли). Очевидно, что при равенстве осевых моментов инерции депланация отсутствует, например, для круглого, квадратного сечений.

Кроме деформаций — угла закручивания и депланации — можно приближенно найти касательные напряжения:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = G(U - W_\tau)z; \\ \tau_{xz} &= G \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = G(U + W_\tau)y. \end{aligned} \quad (2)$$

(Касательные напряжения действуют в плоскости сечения yz ; индекс x указывает на направление нормали к сечению, а индексы y, z — на направление самих напряжений: τ_{xy} параллельно оси y , а τ_{xz} — оси z).

Полученные приближенные формулы будем использовать для вычисления наибольших напряжений — в точках A и B — стержня коробчатого поперечного сечения (рис. 1).

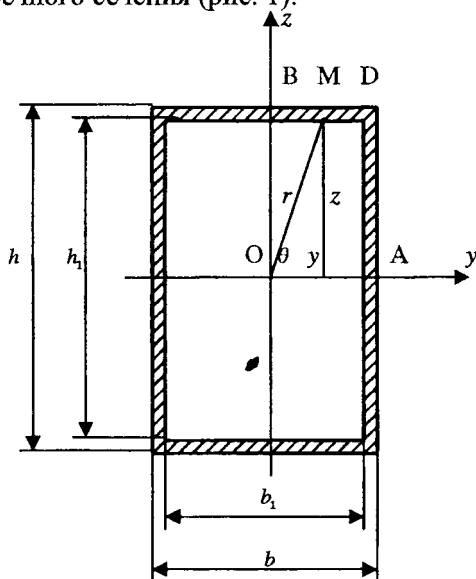


Рис. 1. Сечение стержня

Рассмотрим пример — кручение горизонтальной части портальной опоры кратер-крана (рис. 2).

Размеры сечения: $h = 200 \text{ см}, b = 145 \text{ см},$
 $h_1 = 198 \text{ см}, b_1 = 143 \text{ см}.$

Моменты инерции: $J_y = 4,16 \cdot 10^6 \text{ см}^4,$
 $J_z = 2,56 \cdot 10^6 \text{ см}^4.$

Обобщенные перемещения, полученные в результате решения системы уравнений (1):

$$W_\tau = 15,78T/G; \quad U = 0,238W_\tau = 3,76T/G. \quad (3)$$

Относительный угол закручивания:

$$\Phi_{отн} = \Phi_{x=1} = W_\tau \cdot 1 = 15,78T/G.$$

Величина депланации в точке D:

$$u = Uyz = 3,76T/G \cdot 0,725 \cdot 1 = 2,73T/G.$$

Крутящий момент, выраженный через относительный угол закручивания:

$$T = 0,0634\Phi_{отн}G. \quad (4)$$

Относительный угол закручивания горизонтальной части портальной опоры, выраженный через рассогласование s_{xp} перемещений тележек крана без учета изгиба стоек:

$$\Phi_{отн} = \frac{s_{xp}}{h_0 l_2}, \quad (5)$$

где h_0 — расстояние между осями колес тележек и осью горизонтальной части портальной опоры; l_2 — длина горизонтальной части портальной опоры.

Подставляя $\Phi_{отн}$ из (5) в (4), получим формулу для вычисления крутящего момента через рассогласование перемещений тележек крана:

$$T = \frac{0,0634s_{xp}}{h_0 l_2} G. \quad (6)$$

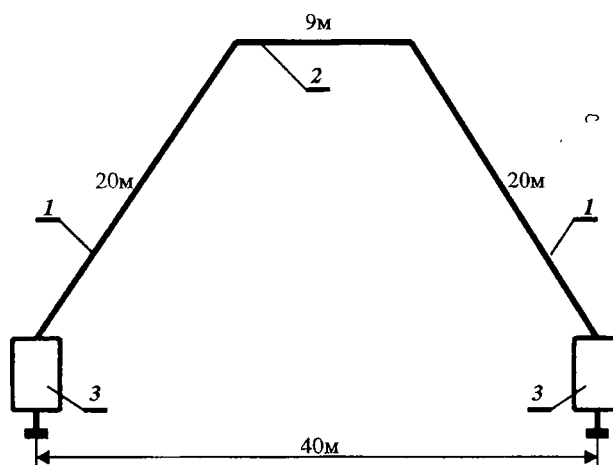


Рис. 2. Схема несущей конструкции кратер-крана:
 1 — стойка, 2 — горизонтальная часть портальной опоры;
 3 — тележка

При $h_0 = 15 \text{ м}, l_2 = 9 \text{ м}, G = 80 \text{ ГПа}$ $T = 37,6 \cdot 10^6 \text{ с}.$

Подставляя обобщенные перемещения из (3) в (2), получим формулы для напряжений, выраженных через крутящий момент:

$$\tau_{xy} = -12,02Tz; \tau_{xz} = 19,54Ty.$$

Формулы для напряжений в зависимости от рассогласования s_{xp} :

$$\tau_{xy} = -452 \cdot 10^6 s_{xp} z; \tau_{xz} = 735 \cdot 10^6 s_{xp} y.$$

Наибольшие касательные напряжения:

$$\tau_{xy}^{\max} = -452 \cdot 10^6 s_{xp} \cdot 1 = -452 \cdot 10^6 s_{xp};$$

$$\tau_{xz}^{\max} = 735 \cdot 10^6 s_{xp} \cdot 0,725 = 533 \cdot 10^6 s_{xp}.$$

Величина предельного рассогласования перемещений тележек, приходящегося на кручение, при которой в горизонтальной части порталной опоры касательные напряжения достигают предела текучести:

$$s_{xp} = \tau_{\max} / 533 \cdot 10^6 = \tau_m / 533 \cdot 10^6 = \\ = 150 \cdot 10^6 / 533 \cdot 10^6 = 0,28 \text{ м},$$

где $\tau_m = 0,6\sigma_m = 150 \text{ МПа}$, $\sigma_m = 250 \text{ МПа}$ – предел текучести стали 20 [2, приложение 1, с. 646].

Наибольшие напряжения изгиба возникают в стойке порталной опоры:

$$\sigma_{\max} = \frac{37,6 \cdot 10^6 s_{xp}}{W_z} = \\ = \frac{37,6 \cdot 10^6 \cdot 0,28}{2,56 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8} / 0,725} = 298 \text{ МПа},$$

где $W_z = \frac{J_z}{y_{\max}}$ – осевой момент сопротивления.

Так как напряжение больше предела текучести, то необходимо соответственно уменьшить рассогласование за счет кручения s_{xp} :

$$s_{xp}^{\text{умоч}} = \frac{250}{298} 0,28 = 0,23 \text{ м}.$$

Крутящий момент:

$$T_{\text{умоч}} = 37,6 \cdot 10^6 s_{xp}^{\text{умоч}} = 37,6 \cdot 10^6 \cdot 0,23 = \\ = 8,65 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Усилия, приложенные к тележкам при рассогласовании их перемещений:

$$F = \frac{T_{\text{умоч}}}{h_b} = \frac{8,65 \cdot 10^6}{15} = 577 \text{ кН}.$$

Возможное рассогласование перемещений тележек за счет изгиба стоек и горизонтальной части порталной опоры:

$$s_{\text{изз}} = \frac{F[2(l_{cm})^3 + l_z^3]}{3EJ_z} = \frac{577 \cdot 10^3 [2 \cdot 20^3 + 9^3]}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,56 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8}} = \\ = 0,63 \text{ м},$$

где $l_{cm} = 20 \text{ м}$, $l_z = 9 \text{ м}$ – длины стойки и горизонтальной части опоры; $E = 200 \text{ ГПа}$ – модуль продольной упругости материала опоры.

Предельное суммарное рассогласование перемещений тележек:

$$s = s_{xp}^{\text{умоч}} + s_{\text{изз}} = 0,86 \text{ м}.$$

ВЫВОД: Рассогласование перемещений тележек до одного метра приведет к появлению необратимых пластических деформаций порталной опоры даже при холостом перемещении кратцера.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кондратюк В.Ф. Методическое пособие к расчетно-проектировочной работе «Исследование деформаций кручения рам мобильных горных машин» для студентов специальности Т 05.01.00 — «Горные машины и оборудование». Ч. 1 / Бел. гос. политех. акад. — Минск, 2001. — 14 с.
2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. — Киев: Наукова думка, 1988. — 736 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГИДРОПРИВОДА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ МАШИНЫ ПРИ НЕУСТОЯВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ

Зинкевич В.И., Анисько С.М.

It Is Considered particularities of change to velocities of piston from time for area of runaway under separate influence of mass mechanically rolling elements of machine and power of technological resistance. Accounting formulas and graphs of results of study are Brought.

Гидравлические приводы получают все более широкое применение в различных отраслях народного хозяйства (технологические машины-автоматы, транспортные машины), что тесно связано с проведением комплексной автоматизацией

производственных процессов. Анализ исследований по динамике гидроприводов различного назначения показывает сложность процессов, происходящих в потоке жидкости при ее взаимодействии с твердыми телами. Управления переход-

ных процессов в гидравлических приводах, как правило, нелинейны.

В работе исследовалась динамическая нагруженность объемного поршневого гидропривода технологической машины на участке разгона. Объемный поршневой гидропривод (рис. 1) состоит из гидроцилиндра 1, насоса 2, распределителя 3, тормозного устройства 4, переливного клапана 5, соединительных трубопроводов и сливного бака.

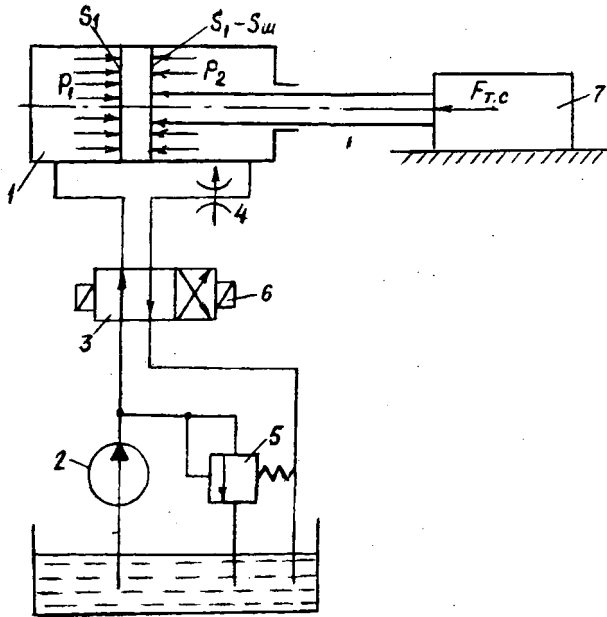


Рис. 1. Схема поршневого гидропривода

Двухпозиционный четырехлинейный распределитель 3 показан в позиции, соответствующей передвижению поршня слева направо (рабочий ход технологической машины 7). Переключение распределителя из одной позиции в другую происходит от электромагнитов 6. Тормозное устройство 4 (регулируемый дроссель) включено в линию, которая при рабочем ходе является сливной.

При математическом описании динамических процессов в гидроприводе выбрана наиболее простая динамическая модель, которая адекватна исследуемым процессам. В качестве звена приведения взят поршень, к которому приведена масса рабочей жидкости на рассматриваемом участке и масса механически подвижных элементов машины. В этой модели введен ряд допущений: жидкость рассматривается несжимаемой и сосредоточенной в одном объеме, учитывается только один режим течения.

Дифференциальное уравнение движения звена приведения имеет вид:

$$m_n \frac{dv}{dt} = F_g - F_c, \quad (1)$$

Приведенная к поршню движущая сила и сила сопротивления

$$F_g = p_1 S_1;$$

$$F_c = F_{т.с} + p_2 (S_1 - S_{ш})$$

Давление p_1 в напорной полости зависит от давления на выходе из насоса p_n и от потерь давления в напорной линии Δp_1 , т.е.

$$p_1 = \Delta p_n - \Delta p_1$$

Давление p_2 в сливной полости зависит от потерь давления в сливной линии Δp_2 и потерь давления в тормозном устройстве Δp_T , т.е.

$$p_2 = \Delta p_2 + \Delta p_T$$

Потери давления Δp_1 и Δp_2 зависят от скорости течения жидкости, которая при постоянном расходе пропорциональна величине скорости поршня v

$$\Delta p_1 = A_1 v + B_1 v^2$$

$$\Delta p_2 = A_2 v + B_2 v^2,$$

где A_1, A_2, B_1, B_2 — постоянные коэффициенты.

Потери давления в тормозном устройстве:

$$\Delta p_T = B_T \frac{v^2}{f_T^2},$$

где B_T — экспериментальный коэффициент, f_T — площадь проходного сечения в тормозном устройстве.

Общая приведенная масса m_n находится из условия равенства кинетических энергий массы механических частей поршня m и массы жидкости m_1 в напорном и сливном трубопроводах

$$m_n = m + m_1 \frac{v_{т.р.}^2}{v^2}, \quad (2)$$

Уравнение баланса мгновенных объемных расходов жидкости представляет собой алгебраическую сумму входного $Q_{вх}$ и выходного $Q_{вых}$ расходов. Для рабочего хода поршня расход на выходе из насоса связан со скоростью поршня соотношением:

$$Q_{вых} = v S_1$$

а расход на входе связан со скоростью жидкости в трубопроводах:

$$Q_{вх} + v_{т.р.} f$$

$$\text{Откуда } \frac{v_{т.р.}}{v} = \frac{S_1}{f},$$

где $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$, d_1 — диаметр поршня, f — площадь проходного сечения трубопровода.

Начальные данные к расчету: $d_1 = 0,065 \text{ м}$,

$$d_w = 0,02 \text{ м}, \quad f = 0,785 \text{ см}^2, \quad f_T = 0,1 \text{ см}^2, \\ m_1 = 0,02 \text{ кг},$$

$$A_1 = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{НС}}{\text{М}^3}, \quad A_2 = 17 \cdot 10^6 \frac{\text{НС}}{\text{М}^3},$$

$$B_1 = 4 \cdot 10^6 \frac{\text{HC}^2}{\text{M}^4}, \quad B_2 = 15 \cdot 10^6 \frac{\text{HC}^2}{\text{M}^4}$$

$$B_T = 4,810^{-4} \text{HC}^2, \quad P_H = 4,710^6 \text{ПА}$$

Учитывая принятые исходные данные получаем:

$$m_n = m + m_1 \frac{v_{\text{TP}}^2}{v^2} = m + m_1 \frac{S_1^2}{f^2} =$$

$$= m + 0,02 \left(\frac{33,16}{0,785} \right)^2 = m + 35,687,$$

$$F_g = (p_n - A_1 v - B_1 v^2) S_1 = (4,7 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^6 v - 4 \cdot 10^6 v^2) 3316 \cdot 10^{-6} =$$

$$= 15582 - 6632v - 13264v^2$$

$$F_c = F_{T.C} + \left(A_2 v + B_2 v^2 + B_T \frac{v^2}{f^2} \right) (S_1 - S_w) =$$

$$= F_{T.C} + \left(17 \cdot 10^6 v + 15 \cdot 10^6 v^2 + 4,8 \cdot 10^{-4} \frac{v^2}{0,1^2 (10^{-4})^2} \right) \times$$

$$\times (3316 - 314) \cdot 10^{-6} = F_{T.C} + 51034v + 59439v^2$$

После подстановки значений m_n , F_g , F_c в уравнение (1) окончательно имеем:

$$(m + 35,687) \frac{dv}{dt} = 15582 - 57666v - 72703v^2 - F_{T.C}, \quad (3)$$

На основании уравнения (3) рассчитаны различные варианты изменения скорости поршня от времени, т.е. быстроедействие машины, при раздельном влиянии массы механически подвижных элементов машины m и силы технологического сопротивления $F_{T.C}$. Составлена программа расчетов на ПЭВМ, на основании которой выполнены построения, представленные на рис. 2 и рис. 3. Анализ результатов исследования при разгоне машины позволяет установить следующее:

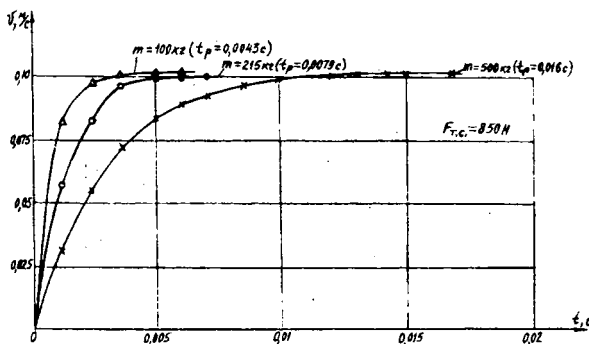


Рис. 2.

1. При постоянной силе технологического сопротивления и переменной массе скорость поршня с ростом массы убывает (рис.2). Причем, уменьшение скорости наблюдается до определенных пределов, т.е. до момента времени, которое соответствует концу времени разгона t_p .

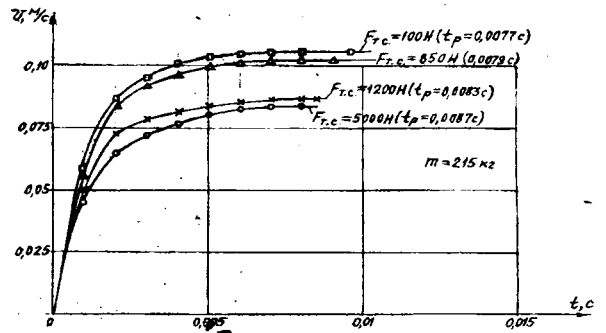


Рис. 3.

2. При постоянной массе и переменной силе скорость поршня по мере увеличения массы убывает (рис. 3). Если для каждого опыта исследования скорость поршня в начале времени разгона резко возрастает, то к концу времени разгона эти колебания уменьшаются.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Динамика машин и управления машинами. Справочник / Под ред. Г.В.Кулейнина. — М.: Машиностроение, 1988. — 240 с.
2. Гидропневмоавтоматика и гидропневмопривод мобильных машин: теория систем автоматического управления: Учеб. пособие / Под ред. Н.В.Богдана. — Минск: НПО «Пион», 2001. — 396 с.
3. Коловский М.З. Динамика машин. — Л.: Машиностроение, 1989. — 263 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В МЕТАЛЛАХ С ПОМОЩЬЮ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫМ ТЕРМОГРАФОМ IRTIS200

Карнов Ю.В.

In the current paper an attempt was made to compare the stress fields and temperatures obtained by the numerical method algorithm with the temperature fields for a sample, which is in its flat stress state, registered with the help of computer thermography. Dependences between the temperature change ΔT and the change of the sum of principal stresses $\Delta \sigma$ are given. These dependences are true for all homogeneous isotropic materials which are loaded adiabatically in the linear area range of deformation.

Выделим в деформируемой среде объем W , ограниченный поверхностью Σ . Пусть температура произвольной материальной частицы выделенного объема составит ϑ , а за время dt изменится на $d\vartheta$. Элемент объема dW поглотит тепло, равное $\rho \cdot dW \cdot c \cdot d\vartheta$, где c — теплоемкость среды.

В зависимости от вида термодинамического процесса под c можно подразумевать c_v (давление $p = const$), c_p (объем $v = const$), c_σ (тензор напряжений $T_\sigma = const$), c_ϵ (тензор деформации $T_\epsilon = const$) и т. д.

В целом для объема W это тепло будет равно $\iiint_W (d\vartheta \cdot c \cdot \rho \cdot dW)$ и состоит из двух частей: теплового потока через поверхность Σ и тепла, выделяющегося в теле в процессе его деформации. При этом мы полагаем мощность распределенных по объему внешних тепловых источников равной нулю. Тем самым мы исключаем из рассмотрения такие процессы, когда деформируемое тело нагревается током высокой частоты, пропускаемым через тело электрическим током и т. д.

Выше мы предположили, что тензор скоростей деформаций $T_{\dot{\epsilon}}$ может быть представлен в виде суммы двух тензоров: тензора скоростей упругих (обратимых) деформаций $T_{\dot{\epsilon}}^e = [\dot{\xi}_{ik}^e]$ и тензора скоростей пластических (необратимых) деформаций $T_{\dot{\epsilon}}^p = [\dot{\xi}_{ik}^p]$. Величина $\sigma_{ik} \cdot \dot{\xi}_{ik}^p$ называется диссипативной функцией, она представляет собой скорость диссипации (рассеяния) энергии в единице объема. При этом за время dt в элементе объема dW выделится тепло $(1/J) \cdot \sigma_{ik} \cdot \dot{\xi}_{ik}^p \cdot dW \cdot dt$, где J — механический эквивалент тепла.

Общее количество равно интегралу -

$$\frac{1}{J} \iiint_W \sigma_{ik} \cdot \dot{\xi}_{ik}^p \cdot dW \cdot dt.$$

Переходя к вычислению потока тепла через поверхность Σ , введем некоторые гипотезы.

Прежде всего предположим, что существует вектор теплового потока: $\vec{q} = \vec{q}(\vec{x}, t)$, причем количество тепла, протекающего за единицу времени через некоторую поверхность S , равно потоку вектора через эту поверхность: $Q = \iint_S q_n \cdot ds$.

В результате количество тепла, втекающего за время dt в объем W , равно $-\iint_\Sigma q_n \cdot d\Sigma \cdot dt$, а уравнение теплового баланса для объема W будет иметь вид

$$\iiint_W d\vartheta \rho c dW = -\iint_\Sigma q_n d\Sigma dt + \iiint_W \frac{\sigma_{ik} \dot{\xi}_{ik}^p}{J} dW. \quad (1)$$

Преобразуем интеграл по поверхности в интеграл по объему:

$$\iiint_W \left(\frac{d\vartheta}{dt} \rho c + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \frac{\sigma_{ik} \dot{\xi}_{ik}^p}{J} \right) dW = 0.$$

Поскольку объем W выбран соответственно произвольно, то

$$\frac{d\vartheta}{dt} \rho \cdot c + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \frac{\sigma_{ik} \dot{\xi}_{ik}^p}{J} = 0 \quad (2)$$

В качестве второй гипотезы свяжем вектор теплового потока q с градиентом температурного поля ϑ следующей зависимостью (закон Фурье):

$$\vec{q} = -k \cdot grad \vartheta. \quad (3)$$

Здесь k — некоторая величина, называемая коэффициентом теплопроводности. Знак «минус» означает, что тепло движется от более нагретых к менее нагретым частям тела.

После подстановки этого уравнения в (2) получаем уравнение теплопроводности

$$\rho \cdot c \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \right) - \frac{\sigma_{ik} \dot{\xi}_{ik}^p}{J} = 0 \quad (4)$$

Рассмотрим частный случай этого уравнения, когда $k = const$. Разделив обе части на ρc , получаем

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \varpi \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x_3^2} \right) + v \cdot \sigma_{ik} \cdot \dot{\xi}_{ik}^p, \quad (5)$$

где $\varpi = k/\rho \cdot c$ называется коэффициентом температуропроводности, а величина $v = 1/[\rho \cdot c]$.

Из уравнения (4) следует, что изменение температуры деформируемого объема определяется как физическими свойствами материала тела, так его формой, конструктивными параметрами, скоростью нагружения и условиями теплообмена деформируемого материала с окружающей средой. При упругом деформировании твердого тела В. Томсон (лорд Кельвин) установил линейную зависимость между изменением температуры ΔT и изменением суммы главных напряжений $\Delta \sigma$. Теорию Кельвина развил Био[2]. Было получено следующее уравнение:

$$\Delta T = \frac{T}{\rho c_\epsilon} \sum_{ij} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial T} \epsilon_{ij} + \frac{Q}{\rho c_\epsilon}, \quad (6)$$

где $i, j = 1, 2, 3$.

Для адиабатических условий $Q=0$ и уравнение (6) можно представить в виде

$$\Delta T = \frac{E\alpha_L T}{\rho C_\varepsilon (1-2\nu)} \sum_{i=1,2,3} \varepsilon_{ii}, \quad (7)$$

где $\sum_{i=1,2,3} \varepsilon_{ii}$ - сумма относительных деформаций.

Используя зависимость между удельными тепловыделениями при постоянных деформациях (C_ε) и напряжениях (C_p) и выражая линейные деформации через напряжения зависимость (7) представим в виде

$$\Delta T = -\frac{\alpha_L}{\rho C_p} T \sum_{i=1,2,3} \sigma_{ii}, \quad (8)$$

где α_L — коэффициент линейного расширения материала, K^{-1} ; ρ — плотность материала, $кг/м^3$; C_p — удельная теплоемкость материала при постоянном давлении или напряжении, $Дж/(кг \cdot K)$; T — температура в точке измерения, K .

Уравнение (8) можно представить в виде:

$$\Delta T = -K_m T \Delta \sigma, \quad (9)$$

где $\Delta \sigma$ — регистрируемая величина изменения суммы главных напряжений, $Па$.

Уравнение (9) справедливо для всех однородных изотропных материалов, загружаемых адиабатически в линейной области деформирования. Зависимость (9) можно связать с изменением потока фотонов ($\Delta \Phi$) инфракрасной части спектра излучения тел. Для этого достаточно продифференцировать уравнение Стефана-Больцмана [2] по температуре в результате получим следующее выражение

$$\Delta \Phi = 13eB^* T^2 \Delta T. \quad (10)$$

Из выражений (9) и (10) следует зависимость [3]:

$$\Delta \Phi = -3eB^* T^3 K_m \Delta \sigma, \quad (11)$$

Из (11) вытекает, что при упругом деформировании материала сигнал, воспринимаемый фотонным детектором, пропорционален $\Delta \sigma$. Многочисленные эксперименты [2] подтвердили зависимость (11) при упругой работе материала. Для пластической стадии деформирования металлов проведены отдельные эксперименты по проверке соответствия изменений температуры величинам деформаций [2], результаты которых выявили более сложные зависимости между температурами и напряжениями, чем в предыдущем случае.

В настоящей работе предпринята попытка сопоставить поля напряжений и температур, получаемые расчетным методом, с полями температур для образца, находящегося в плоском напряженном состоянии, получаемых с использованием компьютерной термографии.

В качестве объекта исследования были выбраны плоские стальные образцы толщиной 1,5 мм с

двумя симметричными надрезами (рис. 1). Механические свойства материала образца были определены экспериментальным путем согласно требованиям ГОСТ 1497-84 ($\sigma_{pr} = 360$ МПа, $E = 257$ ГПа). Принимая во внимание, что толщина образца на два порядка меньше его остальных размеров, задача сводится к двумерной (плоской) задаче.

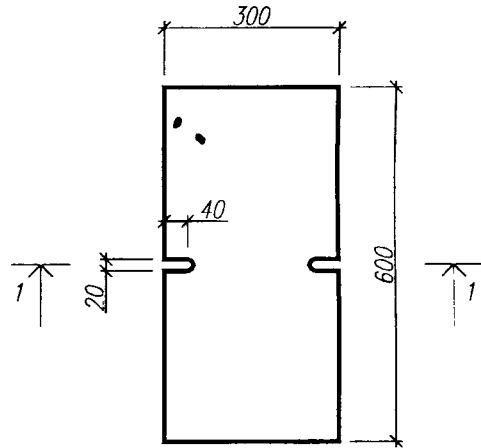


Рис. 1.

С помощью программного комплекса MSC/NASTRAN [5] был выполнен расчет величины суммы главных напряжений. Распределение $\Delta \sigma$ по сечению 1-1 приведено на (рис. 2).

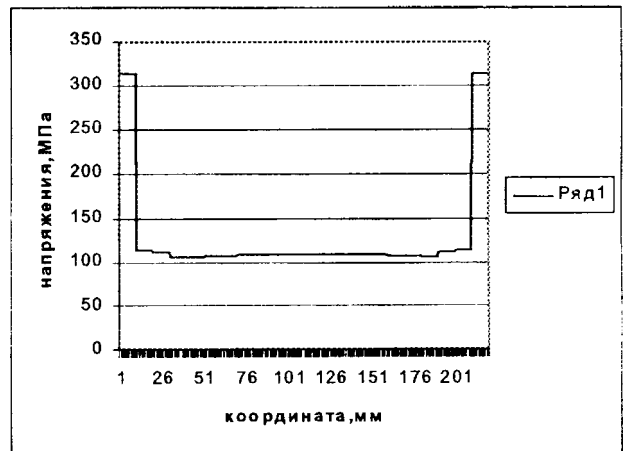


Рис. 2.

Анализ двумерного температурного поля с учетом рассчитанного распределения механических напряжений производился с помощью программного комплекса ELCUT [6]. Распределения температур по сечению 1-1 приведено на (рис. 3).

Экспериментальное исследование тепловыделений образцов при испытании на растяжение выполнялось с помощью компьютерного термографа IRTIS200 (периодом сканирования термограмм — 2 сек). Образцы испытывались до полного разрушения на разрывной машине P-50. Опытное распределение температур в сечении 1-1 приведено на (рис. 3).

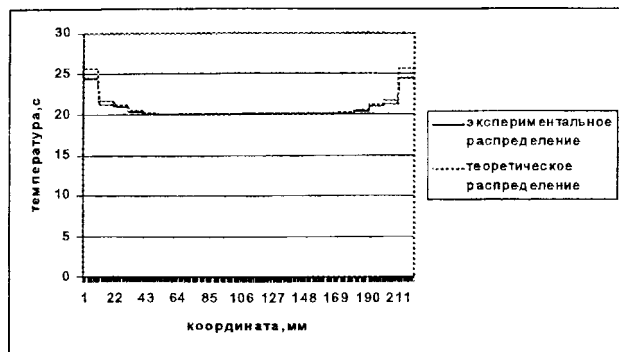


Рис. 3.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы.

1. В упругой стадии работы стального плосконапряженного образца с симметричными надрезами наблюдается качественное соответствие полей расчетных напряжений и температур с распределением температур, полученных методом компьютерной термографии. В областях образца с нелинейной работой материала соответствие полей менее однозначно. В этой стадии работы требуются дополнительные экспериментальные и теоретические разработки методик тарировки и обработки экспериментальных данных.

2. Эксперименты подтвердили основные преимущества исследования полей напряжений и дефор-

маций при статическом нагружении образцов посредством анализа инфракрасного излучения с поверхности деформируемого металла (бесконтактность, широкий диапазон изменения нагрузки, минимальное время снятия показаний, минимальная подготовка поверхности, простота регистрации и обработки данных и др.). С использованием изложенного метода существенно упрощается исследование динамики зарождения и развития разрушения образцов. Экспериментально подтверждено, что при зарождении трещины в области ее вершины происходит значительное повышение температуры. Нагретая область металла у вершины движущейся трещины локализована в ее устье. Величина максимальной температуры в вершине увеличивается с ростом скорости движения трещины.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. Т.2.-М.:Мир, 1969.-864с.
2. Экспериментальная механика. В 2-х кн.: Кн.2.Пер. с англ./Под ред.А.Кобаяси.-М.:Мир,1990.-552с.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена.- М.-Л.:Машгиз, 1962.-456с.
4. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN.-М.: МДК,2001.-448с.
5. <http://tor.ru/elcut>

РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ МЕТОДА ОСРЕДНЕНИЯ И СТАТИСТИЧЕСКОГО ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАКРО- И МИКРОСТРУКТУРЫ СРЕДЫ

Корчеменко С.В.

Let us consider the problem of resolution of the method of averages and statistical inversion method for the identification of macro- and microstructure of a medium. The quality of identification is essentially affected by the distribution of the sources of detecting emission and the receivers of dispersed field. These problems are wide investigated in many papers. We will restrict our consideration by the problem the influence of the values used in the method of averages on the accuracy of unhomogenous medium structure reconstruction. According to the method of averages the identified function can be written as follows $\varepsilon(\bar{x}) = \hat{\varepsilon}^ + \varepsilon'$, where $\hat{\varepsilon}^*$ is the effective wave operator containing the information about the integrated properties of medium structure and ε' are fluctuations characterizing local individual properties of given realization. The information about field correlation function $\varepsilon(x)$ contains a good deal of information about the local properties of realization $\varepsilon(x)$: differentiability, structure regularity or irregularity, as well as about average dispersion of amplitudes and average scale of fluctuations.*

На качество идентификации структуры неоднородности оказывают влияние многие факторы, например, распределение источников зондирующего излучения и приемников рассеянного поля (разрешающая способность), многократное рассеяние, различной природы шумы.

Рассмотрим вопрос о влиянии метода осреднения на реконструкцию структуры неоднородности среды. Согласно методу осреднения реконструируемая функция неоднородности среды представляется в виде $\varepsilon(\bar{x}) = \hat{\varepsilon}^* + \varepsilon'$,

где $\hat{\varepsilon}^*$ — эффективный волновой оператор, содержащий информацию об интегральных свойствах структуры среды, а ε' — флуктуации, характеризующие локальные свойства данной реализации.

Выясним, какую информацию о конкретной реализации неоднородности можно получить, зная ее корреляционную функцию.

По виду корреляционной функции можно сделать вывод о степени гладкости реализации. На основании существования производной корреляционной функции $R(z)$ при $z=0$

делается вывод о дифференцируемости самой реализации.

На рис. 1 представлен пример корреляционной функции $R(z) = R_0 \exp(-\alpha^2 z^2) \cos(\beta z)$ дифференцируемой реализации.

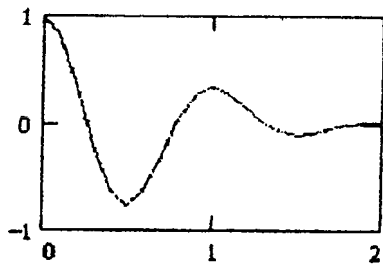
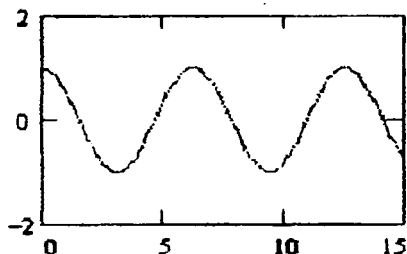


Рис. 1. График корреляционной функции $R(z)$.

Корреляционная функция содержит в общем случае периодические и аperiodические составляющие, которые отражают наличие в структуре среды периодичности и неperiodичности. На рис. 2 (а, б) представлены корреляционная функция $R(z)$ и спектральная плотность $R(q)$ в случае периодической реализации типа

$$\varepsilon'(x) = \sum_{m=-1}^1 \varepsilon'_m \exp(-im\theta x), \quad \varepsilon'(0) = \varepsilon' \left(\frac{2\pi}{\theta} \right).$$

а) $R(z)$



б) $R(q)$

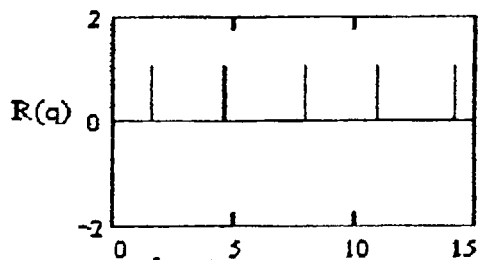


Рис. 2.

Знание дисперсии $R(0)$ позволяет оценить величину среднего квадратичного отклонения σ реализации $\varepsilon(x)$ (рис. 3).

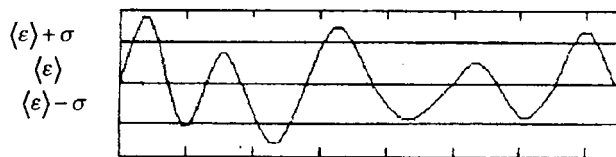


Рис. 3. Реализация $\varepsilon(x)$ дифференцируемой функции.

Радиус корреляции позволяет оценить масштаб неоднородности, в случае слоистой среды — среднюю толщину слоя.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986, 286 с.
2. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах. М.: Мир, 1981, т. 2, 317 с.
3. Чигарев А. В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред. Мн.: УП «Технопринт», 2000, 425 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ОРТОТРОПНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА ОТ ЗАДАННОЙ НОРМАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Алейникова О.И.

Based on the new conception of general formulas for components of stress pressure and moving of orthotropic in this work it is investigation influence of anisotropic propertus of material on deformation characteristics. Immersion of border of orthotropic half space depending on action of normal load it is determined using method potential.

Одним из эффективных методов расчета осадки анизотропного полупространства под действием нормальной нагрузки является метод сведения рассматриваемой задачи к некоторой краевой задаче теории потенциала. При заданном значении нормального напряжения s_z на границе полупространства и при отсутствии касательных напряжений t_{xz} и t_{yz} задача сводится к нахождению одной квазигармонической функции, обладающей всеми характеристическими свойствами потенциала простого слоя.

В [2] разработан аналитический метод исследования напряженно — деформированного состояния в анизотропном упругом теле, обладающем тремя плоскостями упругой симметрии. Такие тела называются ортотропными. Исходя из общих формул для компонент напряжений и перемещений ортотропно-

го тела в настоящей работе получены формулы для расчета деформационных характеристик анизотропного полупространства, находящегося под действием равномерно распределенной нагрузки.

Компоненты напряжений и перемещений в трехмерном анизотропном упругом теле, обладающем тремя плоскостями упругой симметрии, в зависимости от заданной нормальной статической нагрузки определяются по формулам

$$\sigma_x = \frac{\alpha_3 z}{\lambda_1} \left(\frac{\partial^3 \Phi}{\partial z \partial y^2} + \xi_1 \frac{\partial^3 \Phi}{\partial z^3} \right) + \alpha_3 \left(\frac{2\xi_1}{\lambda_1} + \frac{\partial \xi_1}{\partial \lambda_1} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + 2\alpha_2 \left(\xi_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right),$$

$$\sigma_y = \frac{\alpha_3 z}{\lambda_1} \left(\frac{\partial^3 \Phi}{\partial z \partial x^2} + \eta_1 \frac{\partial^3 \Phi}{\partial z^3} \right) + \alpha_3 \left(\frac{2\eta_1}{\lambda_1} + \frac{\partial \eta_1}{\partial \lambda_1} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + 2\alpha_2 \left(\eta_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right),$$

$$\sigma_z = \frac{\alpha_3 z}{\lambda_1} \left(\xi_1 \frac{\partial^3 \Phi}{\partial z \partial x^2} + \eta_1 \frac{\partial^3 \Phi}{\partial z \partial x^2} \right) - \frac{\alpha_3}{\lambda_1} \left(\xi_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right), \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{z\alpha_3}{\lambda_1} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x \partial y \partial z} - 2\alpha_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}, \quad \tau_{xz} = -z \frac{\alpha_3 \xi_1}{\lambda_1} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x \partial z^2}, \quad \tau_{yz} = -z \frac{\alpha_3 \mu_1}{\lambda_1} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial y \partial z^2},$$

$$u = \frac{z\alpha_3}{2\lambda_1} (a_{44}\eta_1 - a_{55}\xi_1 - a_{66}) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} + \frac{1}{2} \left[\alpha_3 \left(a_{44} \frac{\partial \eta_1}{\partial \lambda_1} - a_{55} \frac{\partial \xi_1}{\partial \lambda_1} \right) + 2\alpha_2 (a_{44}\eta_1 - a_{55}\xi_1 - a_{66}) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$v = \frac{z\alpha_3}{2\lambda_1} (a_{55}\xi_1 - a_{44}\eta_1 - a_{66}) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial z} + \frac{1}{2} \left[\alpha_3 \left(a_{55} \frac{\partial \xi_1}{\partial \lambda_1} - a_{44} \frac{\partial \eta_1}{\partial \lambda_1} \right) + 2\alpha_2 (a_{55}\xi_1 - a_{44}\eta_1 - a_{66}) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$w = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\alpha_3}{\lambda_1} \left[a_{66} - \left(1 + \frac{\lambda_1}{\xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial \lambda_1} \right) (a_{44}\eta_1 + a_{55}\xi_1) \right] + 2\alpha_2 (a_{66} - a_{44}\eta_1 - a_{55}\xi_1) \right\} \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{z\alpha_3}{2\lambda_1} (a_{66} - a_{44}\eta_1 - a_{55}\xi_1) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2},$$

где $F(x, y_1, z_1)$ — квазигармоническая функция, удовлетворяющая уравнению $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z_1^2} = 0$;

$y_1 = \mu y$, $z_1 = \lambda z$; a_i , l , x_1 , h_1 , m и l — безразмерные параметры, выраженные по соответствующим формулам через постоянные упругости a_{ij} ; остальные обозначения приведены в [2].

В предельном случае, когда a_{ij} стремятся к соответствующим значениям изотропного тела, формулы (1) преобразуются в известные формулы Галина Л.А. для изотропного тела [3].

Пусть на границе полупространства действует нормальное напряжение s_z , равное интенсивности распределения давления $p(x, y)$ в области A_1

$$\sigma_z = -p(x, y) \text{ в области } A_1;$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \text{ в области } A;$$

$$\sigma_z = 0 \text{ в области } A_2;$$

$$\text{где } A_2 = A - A_1.$$

Тогда, исходя из третьего уравнения (1), запишем решение задачи

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z_1} \right)_{z_1 \rightarrow 0} = \begin{cases} \Omega(x, y_1), & \text{в области } A_1, \\ \left(\frac{\eta_1}{\xi_1} - \frac{1}{\mu_1^2} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, & \text{в области } A_2, \end{cases}$$

$$\text{где } \Omega(x, y_1) = \left(\frac{\eta_1}{\xi_1} - \frac{1}{\mu_1^2} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\lambda_1}{\alpha_3 \xi_1} p(x, y).$$

На основании теории потенциала простого слоя искомую функцию $j(x, y, z_1)$ представим в виде

$$\varphi(x, y, z_1) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_1} \frac{\Omega(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2}{\sqrt{(x-\theta_1)^2 + (y-\theta_2)^2 + z_1^2}} - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\eta_1}{\xi_1} - \frac{1}{\mu_1^2} \right) \iint_{S_2} \frac{\partial^2 \Phi / \partial y^2 d\theta_1 d\theta_2}{\sqrt{(x-\theta_1)^2 + (y-\theta_2)^2 + z_1^2}}$$

Для изотропных и трансверсально-изотропных материалов постоянные упругости удовлетворяют условию

$$\frac{\eta_1}{\xi_1} = \mu^{-2} \quad \text{или} \quad a_{23} \sqrt{a_{11}} = a_{13} \sqrt{a_{22}}.$$

При разработке и создании новых анизотропных материалов, обладающих трехосной симметрией, это соотношение также может выполняться. При этом решение задачи упрощается.

Пусть область A_1 представляет прямоугольник, ограниченный прямыми $x = \pm a$, $y = \pm b$.

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\lambda_1 p}{2\pi \xi_1 \alpha_3} \int_{-b\mu_1}^{b\mu_1} d\theta_2 \int_{-a}^a \frac{d\theta_1}{\sqrt{(x-\theta_1)^2 + (y-\theta_2)^2 + z_1^2}} = \\ &= \frac{\lambda_1 p}{4\pi \xi_1 \alpha_3} \left[\mu_1 (y-b) \ln \frac{x-a + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y-b)^2 + z_1^2}}{x+a + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2 + z_1^2}} - \right. \\ &\quad - \mu_1 (y+b) \ln \frac{x-a + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2 + z_1^2}}{x+a + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2 + z_1^2}} + \\ &\quad + (x-a) \ln \frac{\mu_1 (y-b) + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y-b)^2 + z_1^2}}{\mu_1 (y+b) + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2 + z_1^2}} - \\ &\quad - (x+a) \ln \frac{\mu_1 (y-b) + \sqrt{(x+a)^2 + \mu_1^2 (y-b)^2 + z_1^2}}{\mu_1 (y+b) + \sqrt{(x+a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2 + z_1^2}} + \\ &\quad + 2z_1 \left(\operatorname{arctg} \frac{x-a + \mu_1 (y-b) + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y-b)^2 + z_1^2}}{z_1} - \right. \\ &\quad - \operatorname{arctg} \frac{x-a + \mu_1 (y+b) + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2 + z_1^2}}{z_1} - \\ &\quad - \operatorname{arctg} \frac{x+a + \mu_1 (y-b) + \sqrt{(x+a)^2 + \mu_1^2 (y-b)^2 + z_1^2}}{z_1} + \\ &\quad \left. \left. + \operatorname{arctg} \frac{x+a + \mu_1 (y+b) + \sqrt{(x+a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2 + z_1^2}}{z_1} \right) \right] \end{aligned}$$

С учетом полученного выражения для потенциала j можно найти компоненты перемещений и напряжений. В частности,

$$\begin{aligned} w(x, y, 0) &= \frac{\lambda_1 p}{4\pi \xi_1 \alpha_3} \left\{ \alpha_3 \left[\frac{\alpha_6}{\lambda_1} - \left(1 + \frac{\lambda_1}{\xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial \lambda_1} \right) (a_{44} \eta_1 + a_{55} \xi_1) \right] + 2\alpha_2 (a_{66} - a_{44} \eta_1 - a_{55} \xi_1) \right\} \times (2) \\ &\times \left[\mu_1 (y-b) \ln \frac{x-a + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y-b)^2}}{x+a + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2}} - \mu_1 (y+b) \ln \frac{x-a + \sqrt{(x-a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2}}{x+a + \sqrt{(x+a)^2 + \mu_1^2 (y+b)^2}} \right] \end{aligned}$$

$$+(x-a)\ln \frac{\mu_1(y-b)+\sqrt{(x-a)^2+\mu_1^2(y-b)^2}}{\mu_1(y+b)+\sqrt{(x-a)^2+\mu_1^2(y+b)^2}} - (x+a)\ln \frac{\mu_1(y-b)+\sqrt{(x+a)^2+\mu_1^2(y-b)^2}}{\mu_1(y+b)+\sqrt{(x+a)^2+\mu_1^2(y+b)^2}}.$$

Проведем численный расчет осадки w для некоторых анизотропных материалов.

Определим перемещение w точек равномерно нагруженной квадратной области анизотропного полупространства. Расположим начало координат в центре квадрата, а оси x и y направим параллельно его сторонам.

Квадратная область границы полупространства, находящегося под действием нормального давления интенсивности $p=\text{const}$, ограничена прямыми $x = \pm 20$ см, $y = \pm 20$ см.

Для ортотропного тела при

$$E_1 = 1.31\text{E}+04 \text{ МПа}, E_2 = 1.79\text{E}+04 \text{ МПа}, E_3 = 3.80\text{E}+03 \text{ МПа}, \\ G_{23} = 3.48\text{E}+03 \text{ МПа}, G_{13} = 2.98\text{E}+03 \text{ МПа}, G_{12} = 6.54\text{E}+04 \text{ МПа}, \\ \nu_{12} = 0.146, \quad \nu_{23} = 0.4, \quad \nu_{31} = 0.1$$

получаем значения $w \cdot 10^3 / p$:

$x \setminus y$	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20
-20	0,411	0,479	0,538	0,559	0,566	0,559	0,538	0,479	0,411
-15	0,492	0,624	0,678	0,705	0,713	0,705	0,678	0,624	0,492
-10	0,531	0,677	0,739	0,770	0,779	0,770	0,739	0,677	0,531
-5	0,551	0,703	0,769	0,803	0,813	0,803	0,769	0,703	0,551
0	0,557	0,711	0,779	0,813	0,823	0,813	0,779	0,711	0,557
5	0,551	0,703	0,769	0,803	0,813	0,803	0,769	0,703	0,551
10	0,531	0,677	0,739	0,770	0,779	0,770	0,739	0,677	0,531
15	0,492	0,624	0,678	0,705	0,713	0,705	0,678	0,624	0,492
20	0,411	0,497	0,538	0,559	0,566	0,559	0,538	0,497	0,411

Увеличим значения модули Юнга в два раза.

Для ортотропного тела при

$$E_1 = 2.62\text{E}+04 \text{ МПа}, E_2 = 3.58\text{E}+04 \text{ МПа}, E_3 = 3.80\text{E}+03 \text{ МПа}, \\ G_{23} = 6.70\text{E}+04 \text{ МПа}, G_{13} = 5.95\text{E}+03 \text{ МПа}, G_{12} = 1.31\text{E}+04 \text{ МПа}, \\ \nu_{12} = 0.146, \quad \nu_{23} = 0.4, \quad \nu_{31} = 0.1$$

получаем значения $w \cdot 10^3 / p$:

$x \setminus y$	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20
-20	0,0069	0,0093	0,0090	0,0093	0,0094	0,0093	0,0090	0,0093	0,0069
-15	0,0082	0,0104	0,0113	0,0118	0,0118	0,0118	0,0113	0,0104	0,0082
-10	0,0088	0,0113	0,0123	0,0129	0,0130	0,0129	0,0123	0,0113	0,0088
-5	0,0092	0,0117	0,0129	0,0134	0,0136	0,0134	0,0129	0,0117	0,0092
0	0,0093	0,0119	0,0130	0,0136	0,0138	0,0136	0,0130	0,0119	0,0093
5	0,0092	0,0117	0,0129	0,0134	0,0136	0,0134	0,0129	0,0117	0,0092
10	0,0088	0,0113	0,0123	0,0129	0,0130	0,0129	0,0123	0,0113	0,0088
15	0,0082	0,0104	0,0113	0,0118	0,0118	0,0118	0,0113	0,0104	0,0082
20	0,0069	0,0093	0,0090	0,0093	0,0094	0,0093	0,0090	0,0093	0,0069

При увеличении в два раза модулей Юнга значительно уменьшились значения перемещения.

Для трансверсально-изотропного тела при

$$E_1 = E_2 = 2.62\text{E}+04 \text{ МПа}, E_3 = 7.60\text{E}+03 \text{ МПа}, \\ G_{23} = G_{13} = 5.95\text{E}+03 \text{ МПа}, G_{12} = 1.09\text{E}+04 \text{ МПа}, \\ \nu_{12} = 0.2, \nu_{23} = 0.345, \quad \nu_{31} = 0.1$$

получаем значения $w \cdot 10^3 / p$:

xy	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20
-20	0,204	0,246	0,265	0,276	0,279	0,276	0,265	0,246	0,204
-15	0,246	0,310	0,336	0,350	0,354	0,350	0,336	0,310	0,246
-10	0,265	0,336	0,367	0,382	0,387	0,382	0,367	0,336	0,265
-5	0,276	0,350	0,382	0,399	0,404	0,399	0,382	0,350	0,276
0	0,290	0,354	0,387	0,404	0,409	0,404	0,387	0,354	0,290
5	0,276	0,350	0,382	0,399	0,404	0,399	0,382	0,350	0,276
10	0,265	0,336	0,367	0,382	0,387	0,382	0,367	0,336	0,265
15	0,246	0,310	0,336	0,350	0,354	0,350	0,336	0,310	0,246
20	0,204	0,246	0,265	0,276	0,279	0,276	0,265	0,246	0,204

Используя формулу (2) для нахождения перемещения изотропного полупространства при $E = 3.56E+04$ МПа, $G = 3.83E+03$ МПа, $\nu = 0.274$ получаем значения $w \cdot 10^3 / p$:

xy	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20
-20	0,213	0,256	0,276	0,287	0,290	0,287	0,276	0,256	0,213
-15	0,256	0,323	0,350	0,364	0,368	0,364	0,350	0,323	0,256
-10	0,276	0,350	0,382	0,398	0,403	0,398	0,382	0,350	0,276
-5	0,287	0,364	0,398	0,415	0,420	0,415	0,398	0,364	0,287
0	0,290	0,368	0,403	0,420	0,425	0,420	0,403	0,368	0,290
5	0,287	0,364	0,398	0,415	0,420	0,415	0,398	0,364	0,287
10	0,276	0,350	0,382	0,398	0,403	0,398	0,382	0,350	0,276
15	0,256	0,323	0,350	0,364	0,368	0,364	0,350	0,323	0,256
20	0,213	0,256	0,276	0,287	0,290	0,287	0,276	0,256	0,213

Из полученных результатов следует, что при увеличении значений E и G , значения перемещения w уменьшается.

Максимальное значение w достигается в центре рассматриваемой области, а наименьшее — по контуру квадратной области. Значения w в угловых точках в два раза меньше, чем в центре области.

Для подтверждения полученных результатов рассмотрим решение краевой задачи методом, предложенным Лурье А.И.[1].

Перемещение в точках граничной области изотропного полупространства можно вычислить по формулам:

$$u = -\frac{m-2}{4\pi m G} \frac{\partial \omega_1(x, y, 0)}{\partial x}, \quad v = -\frac{m-2}{4\pi m G} \frac{\partial \omega_1(x, y, 0)}{\partial y},$$

$$w = -\frac{m-2}{4\pi m G} \frac{\partial \omega(x, y, 0)}{\partial z},$$

где G — модуль сдвига,

m — число Пуассона (отношение относительного удлинения в направлении действия нагрузки к относительному укорочению поперечных размеров [1]),

$\omega(x, y, 0)$, $\omega_1(x, y, 0)$ — гармонические функции, обладающие характеристиками простого слоя.

В случае распределенной нагрузки интенсивности $p(x^2, y^2)$ в области Ω плоскости $z = 0$ функции $\omega(x, y, z)$ и $\omega_1(x, y, 0)$ вычисляются по формулам

$$\omega(x, y, z) = \iint_{\Omega} p(x', y') \frac{dA}{R},$$

$$\omega_1(x, y, z) = \iint_{\Omega} p(x', y') \ln(R' + z) dA,$$

где dA — элемент площади,

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}$$

Запишем $\omega(x, y, 0)$, в полярных координатах, приняв за начало координат точку M , находящуюся внутри области Ω

$$\omega(x, y, 0) = p \int_0^{2\pi} r(\lambda) d\lambda$$

Если участок нагружения A представляет полигональную область, то его можно разбить на n треугольников $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n$ с общей вершиной в точке $P(x, y, 0)$, находящейся внутри нагруженной области. Вычисление функции $\Omega(x, y, 0)$ сведется к вычислению интегралов по площадям Ω_i полигонов и их последующему сложению. Каждый полигон-треугольник разбивается на два прямоугольных с общей вершиной в точке M и высотой h_i , опущенной из M на основание, и интеграл по W представится как сумма двух интегралов по полученным треугольникам (рис.).

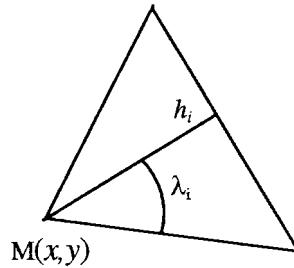


Рис. 1.

Таким образом, задача сводится к вычислению потенциала простого слоя постоянной плотности, распределенного по площади прямоугольного треугольника, в вершине острого угла которого l_0 расположена точка $M(x, y, 0)$, а прилежащий к ней катет равен h .

При $z = 0$ имеем:

$$\omega(x, y, 0) = \frac{ph}{2} \ln \frac{1 + \sin \lambda_0}{1 - \sin \lambda_0}.$$

Для полигональной области перемещение w находится по формуле:

$$w(x, y, 0) = \frac{(m-1)p}{2\pi m G} \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{2} \ln \frac{1 + \sin \lambda_0}{1 - \sin \lambda_0}. \quad (3)$$

Этот метод применим только для изотропного полупространства. Полученные числовые значения осадки w для изотропного тела квадратной области при

$E = 3.56E+04$ МПа, $G = 3.83E+03$ МПа, $\nu = 0.274$, рассчитанные по формуле (3) совпадают со значениями, полученными по формуле (2).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. — М.: Госиздат технико-теоретической литературы, 1955. — 492 с.
2. Василевич Ю.В. Решение первой основной задачи для ортотропного полупространства. — Изв. АН БССР. — 1990, Сер. Физ.- мат. н., № 1.
3. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1953 — 264 с.

ВОЛНОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ В КУБИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛАХ

Мартыненко И.М.

It is obtained general solution of the problem of waves propagation in cubic anisotropic bodies by means of Helmholtz equation solutions.

Получено общее представление решений задач об установившихся движениях в кубически анизотропных телах через решения уравнения Гельмгольца.

Будем рассматривать твердые тела, процессы деформирования в которых описываются следующим законом Гука [1]:

$$\begin{aligned}\sigma_{ii} &= (A_{11} - A_{12})\varepsilon_{ii} + A_{12}\theta \\ \sigma_{ij} &= 2A_{44}\varepsilon_{ij}, i \neq j = \overline{1,3}\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i), \theta = \sum_{k=1}^3 \partial_k u_k, \partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, A_{ij} = const \quad (2)$$

Уравнения движения для таких тел при условии отсутствия массовых сил имеют вид: где

$$\varepsilon = \frac{A_{11} - A_{12}}{A_{44}} - 2, \sigma = 1 + \frac{A_{12}}{A_{44}}, \Delta = \sum_{k=1}^3 \partial_k^2, \ddot{u}_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \rho = const \quad (3)$$

$$(\Delta + \varepsilon \partial_i^2) u_i + \sigma \partial_i \theta = \rho \ddot{u}_i, i = \overline{1,3} \quad (4)$$

Для установившихся движений

$$u_i(x, t) = v_i(x) e^{ikt}$$

и поэтому (3) преобразуются к следующему виду:

$$(\Delta + \varepsilon \partial_i^2) v_i + \sigma \partial_i \sum_{k=1}^3 \partial_k v_k + k^2 v_i = 0 \quad (5)$$

или в матричной форме:

$$M \bar{v} = 0 \quad (6)$$

где

$$M = \begin{vmatrix} \Delta + (\varepsilon + \sigma) \partial_1^2 + k^2 & \sigma \partial_1 \partial_2 & \sigma \partial_1 \partial_3 \\ \sigma \partial_1 \partial_2 & \Delta + (\varepsilon + \sigma) \partial_2^2 + k^2 & \sigma \partial_2 \partial_3 \\ \sigma \partial_1 \partial_3 & \sigma \partial_2 \partial_3 & \Delta + (\varepsilon + \sigma) \partial_3^2 + k^2 \end{vmatrix}, \bar{v} = \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{vmatrix} \quad (7)$$

Обозначим

$$F(\partial_1, \partial_2, \partial_3, k^2) = \det M \quad (8)$$

Из (7) имеем:

$$\begin{aligned}F(\partial_1^2, \partial_2^2, \partial_3^2, k^2) &= (\Delta + k^2)^3 + (\varepsilon + \sigma) f_1 (\Delta + k^2)^2 + \varepsilon (\varepsilon + 2\sigma) f_2 (\Delta + k^2) + \varepsilon^2 (\varepsilon + 3\sigma) f_3 \equiv \\ &\equiv (\Delta + k^2)^3 + \lambda f_1 (\Delta + k^2)^2 + (\lambda^2 - \sigma^2) f_2 (\Delta + k^2) + (\lambda - \sigma)^2 (\lambda + 2\sigma) f_3\end{aligned}$$

Здесь :

$$\left. \begin{aligned}\lambda &= \varepsilon + \sigma = \frac{A_{11}}{A_{44}} - 1, \varepsilon = \lambda - \sigma, \varepsilon + 3\sigma = \lambda + 2\sigma \\ f_1 &= \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2 = \Delta, f_2 = \partial_1^2 \partial_2^2 + \partial_2^2 \partial_3^2 + \partial_3^2 \partial_1^2, f_3 = \partial_1^2 \partial_2^2 \partial_3^2\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Положим

$$\Phi(\partial_1^2, \partial_2^2, \partial_3^2, k^2) = \begin{vmatrix} (\Delta^*)^2 + \lambda\Delta^*(\partial_2^2 + \partial_3^2) + (\lambda^2 - \sigma^2)\partial_2^2\partial_3^2 & -\sigma\partial_1\partial_2[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_3^2] & -\sigma\partial_1\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_2^2] \\ -\sigma\partial_1\partial_2[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_3^2] & (\Delta^*)^2 + \lambda\Delta^*(\partial_1^2 + \partial_3^2) + (\lambda^2 - \sigma^2)\partial_1^2\partial_3^2 & -\sigma\partial_2\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_1^2] \\ -\sigma\partial_1\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_2^2] & -\sigma\partial_2\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_1^2] & (\Delta^*)^2 + \lambda\Delta^*(\partial_1^2 + \partial_2^2) + (\lambda^2 - \sigma^2)\partial_1^2\partial_2^2 \end{vmatrix} \quad (11)$$

где для краткости принято $\Delta^* = \Delta + k^2, \lambda = \varepsilon + \sigma$ (12)

Непосредственной проверкой убеждаемся, что

$$M\Phi = FE \quad (13),$$

где

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Из (13) вытекает, что если $\varphi(x)$ является решением уравнения

$$F(\partial_1^2, \partial_2^2, \partial_3^2, k^2)\varphi(x) = 0 \quad (14),$$

то решениями (5) будут также вектор-функции

$$\left. \begin{aligned} v_1^{(1)}(x) &= \left[(\Delta^*)^2 + \lambda\Delta^*(\partial_2^2 + \partial_3^2) + (\lambda^2 - \sigma^2)\partial_2^2\partial_3^2 \right] \varphi(x) \\ v_2^{(1)}(x) &= -\sigma\partial_1\partial_2[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_3^2] \varphi(x) \\ v_3^{(1)}(x) &= -\sigma\partial_1\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_2^2] \varphi(x) \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\left. \begin{aligned} v_1^{(2)}(x) &= -\sigma\partial_1\partial_2[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_3^2] \varphi(x) \\ v_2^{(2)}(x) &= \left[(\Delta^*)^2 + \lambda\Delta^*(\partial_1^2 + \partial_3^2) + (\lambda^2 - \sigma^2)\partial_1^2\partial_3^2 \right] \varphi(x) \\ v_3^{(2)}(x) &= -\sigma\partial_2\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_1^2] \varphi(x) \end{aligned} \right\} (16)$$

$$\left. \begin{aligned} v_1^{(3)}(x) &= -\sigma\partial_1\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_2^2] \varphi(x) \\ v_2^{(3)}(x) &= -\sigma\partial_2\partial_3[\Delta^* + (\lambda - \sigma)\partial_1^2] \varphi(x) \\ v_3^{(3)}(x) &= \left[(\Delta^*)^2 + \lambda\Delta^*(\partial_1^2 + \partial_2^2) + (\lambda^2 - \sigma^2)\partial_1^2\partial_2^2 \right] \varphi(x) \end{aligned} \right\} (17)$$

Решение уравнения (14) может быть выполнено с помощью разложения его на множители:

$$\begin{aligned} F(\partial_1^2, \partial_2^2, \partial_3^2, k^2) &= (\Delta + a\partial_1^2 + b\partial_2^2 + m) \times \\ &\times (\Delta + a\partial_2^2 + b\partial_3^2 + m)(\Delta + a\partial_3^2 + b\partial_1^2 + m), \end{aligned} \quad (18)$$

где a, b, m — константы, которые определим из поточечного равенства правых частей (14) и (18). [2]. Так, например, имеем:

$$F(0, 0, 0, k^2) = (k^2)^3 = m^3 \quad (19)$$

Откуда $m = k^2 e^{\frac{2\pi ni}{3}}, n = 1, 2, 3$ (20)

Далее

$$\begin{aligned} F(1, 1, -2, k^2) &= (k^2)^3 - 3(\lambda^2 - \sigma^2)k^2 - 2(\lambda - \sigma)^2(\lambda + 2\sigma) = \\ &= (a + b + m)(a - 2b + m)(b - 2a + m) \equiv \\ &\equiv m^3 + m(3ab - 3a^2 - 3b^2) + (a + b)(a - 2b)(b - 2a) \end{aligned} \quad (21)$$

В силу (20) отсюда получаем:

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 - \sigma^2 &= (a^2 + b^2 - ab)e^{\frac{2\pi ni}{3}} \\ -2(\lambda - \sigma)^2(\lambda + 2\sigma) &= (a+b)(a-2b)(b-2a) \end{aligned} \right\} \\ \text{или} \\ \left. \begin{aligned} (a+b)^2 &= 3ab + (\lambda^2 - \sigma^2)e^{\frac{2\pi ni}{3}} \\ (a+b)[9ab - 2(a+b)^2] &= -2(\lambda - \sigma)^2(\lambda + 2\sigma) \end{aligned} \right\} (22)$$

После очевидных выкладок получим:

$$\left. \begin{aligned} 3ab &= (a+b)^2 - (\lambda^2 - \sigma^2)e^{\frac{2\pi ni}{3}} \\ (a+b)\left[(a+b)^2 - 3(\lambda^2 - \sigma^2)e^{\frac{2\pi ni}{3}}\right] &= -2(\lambda - \sigma)^2(\lambda + 2\sigma) \end{aligned} \right\} (23)$$

Обозначим:

$$a+b = t \quad (24).$$

Тогда (22) принимает следующий вид:

$$3ab = t^2 - (\lambda^2 - \sigma^2)e^{\frac{2\pi ni}{3}} \quad (23)$$

$$t^3 - 3(\lambda^2 - \sigma^2)e^{\frac{2\pi ni}{3}}t + 2(\lambda - \sigma)^2(\lambda + 2\sigma) = 0 \quad (24)$$

Уравнение (24) решается непосредственно с помощью формул Кардано [3]:

$$\begin{aligned} t = & \sqrt[3]{-(\lambda - \sigma)^2(\lambda + 2\sigma) + |\sigma(\lambda - \sigma)|\sqrt{(\sigma - \lambda) + (3\lambda + 5\sigma)}} + \\ & + \sqrt[3]{-(\lambda - \sigma)^2(\lambda + 2\sigma) - |\sigma(\lambda - \sigma)|\sqrt{(\sigma - \lambda)(3\lambda + 5\sigma)}} \end{aligned} \quad (25)$$

Внося (25) в (23), найдем $ab = \frac{1}{3}\left[t^2 - (\lambda^2 - \sigma^2)e^{\frac{2\pi ni}{3}}\right]$ (26).

Формулы (25) и (26) показывают, что a и b являются корнями квадратного уравнения

$$x^2 - (a+b)x + ab = 0 \quad (27)$$

или

$$x^2 - tx + \frac{1}{3}\left[t^2 + (\lambda^2 - \sigma^2)e^{\frac{2\pi ni}{3}}\right] = 0 \quad (28)$$

Таким образом, приходим к следующему выражению для a и b :

$$\left\{ \begin{array}{l} a \\ b \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ t \pm \sqrt{\frac{4(\lambda^2 - \sigma^2 e^{\frac{2\pi ni}{3}}) - t^2}{3}} \right\} \quad (29),$$

где t определяется по формуле (25).

При известных a, b, m решение уравнения (14) представимо в таком виде [1]:

$$\varphi(x) = \varphi_\alpha(x) + \varphi_\beta(x) + \varphi_\gamma(x) \quad (30),$$

где $\varphi_\alpha, \varphi_\beta, \varphi_\gamma$ являются решением уравнений:

$$(\Delta + a\partial_\alpha^2 + b\partial_\beta^2 + m)\varphi_\gamma(x) = 0 \quad (31)$$

Здесь (α, β, γ) являются циклической перестановкой чисел $(1, 2, 3)$.

Уравнения (31) сводятся к стандартному уравнению Гельмгольца $(\Delta + m)\varphi = 0$ с помощью замены [4]:

$$\xi_\alpha = \frac{x_\alpha}{\sqrt{1+a}}, \xi_\beta = \frac{x_\beta}{\sqrt{1+b}}, \xi_\gamma = x_\gamma \quad (32)$$

В самом деле, из (32) имеем:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi_\alpha} \frac{d\xi_\alpha}{dx_\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1+a}} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi_\alpha};$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_\alpha^2} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi_\alpha} \frac{1}{\sqrt{1+a}} \right) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi_\alpha^2} \frac{1}{1+a}$$

Поэтому (31) принимает вид:

$$\begin{aligned} & \left(\Delta + a \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2} + b \frac{\partial^2}{\partial x_\beta^2} + m \right) \varphi_\gamma = \\ & = \left[(1+a) \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2} + (1+b) \frac{\partial^2}{\partial x_\beta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_\gamma^2} + m \right] \varphi_\gamma = \\ & = \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi_\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_\beta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_\gamma^2} + m \right) \varphi_\gamma = \quad (33) \\ & = (\Delta + m) \varphi_\gamma (\xi_\alpha, \xi_\beta, \xi_\gamma) = 0 \end{aligned}$$

Здесь

$$\varphi_\gamma (\xi_\alpha, \xi_\beta, \xi_\gamma) = \varphi_\gamma \left(\frac{x_\alpha}{\sqrt{1+a}}, \frac{x_\beta}{\sqrt{1+b}}, x_\gamma \right) \quad (34)$$

С учетом вышесказанного общее решение уравнения (14), даваемое формулами (30)-(31), может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, x_2, x_3) &= \varphi_\gamma \left(\frac{x_\alpha}{\sqrt{1+a}}, \frac{x_\beta}{\sqrt{1+b}}, x_\gamma \right) + \\ &+ \varphi_\alpha \left(x_\alpha, \frac{x_\beta}{\sqrt{1+a}}, \frac{x_\gamma}{\sqrt{1+b}} \right) + \varphi_\beta \left(\frac{x_\alpha}{\sqrt{1+a}}, x_\beta, \frac{x_\gamma}{\sqrt{1+b}} \right) \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА:

1. В. Новацкий. Теория упругости. М., Мир, 1976.
2. В.Г. Болтянский, Н.Я. Виленкин. Симметрия в алгебре. М., Наука, 1967.
3. В.И. Смирнов. Курс высшей математики. Т.1, М., Наука, 1962, с.479.
4. А.Ф. Бермант. Отображения. Криволинейные координаты. Преобразования. Формулы Грина. М., Наука, 1958, с. 308.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМЫ БЕЗМОМЕНТНЫХ ОБОЛОЧЕК, ПОДКРЕПЛЕННЫХ УПРУГИМ КОЛЬЦОМ

Мартыненко Т.М.

Nonlinear integro-differential equation for determination of meridian of revolution's shell in which given external loading induce momentless state is derived. The formula for determination of surface of elastic supported ring is obtained.

Выведено нелинейное интегро-дифференциальное уравнение для определения формы меридиана оболочки вращения, при которой заданная внешняя нагрузка не вызывает изменения кривизны и кручения срединной поверхности. Получена формула для определения площади упругого подкрепляющего кольца.

Рассматривается упругая оболочка вращения, ограниченная плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, и деформируемая оссиметрической нагрузкой, действующей по поверхности и краям оболочки. Требуется определить форму меридиана и опорного кольца, при которой заданная внешняя нагрузка не вызывает в оболочке моментных напряжений.

Согласно безмоментной теории оболочек определение усилий в оболочке вращения, нагруженной симметрично относительно оси вращения, сводится к решению системы уравнений [1,2]

$$\frac{d}{d\varphi}(rN_\varphi) - r_1 N_\theta \cos \varphi + q_\varphi r r_1 = 0 \quad (1)$$

$$rN_\varphi + r_1 N_\theta \sin \varphi + q_n r r_1 = 0$$

После очевидных преобразований система (1) принимает вид

$$\frac{d}{d\varphi}(r \sin \varphi N_\varphi) + (q_n \cos \varphi + q_\varphi \sin \varphi) r r_1 = 0, \quad (2)$$

$$\frac{N_\varphi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} + q_n = 0$$

Радиусы кривизны меридиана r_1 и срединной поверхности r_2 в плоскости, перпендикулярной к меридиану, связаны с радиусом оболочки r (параллельного круга) и углом φ , образованным нормалью \vec{n} к срединной поверхности и осью вращения, следующими формулами [1,2]:

$$\frac{1}{r_1} = \frac{d \sin \varphi}{dr}, \quad \frac{1}{r_2} = \frac{\sin \varphi}{r}, \quad (3)$$

Введя обозначение

$$\eta = \cos \epsilon \varphi \quad (4)$$

Получаем решение системы (2) в виде

$$N_\varphi = \frac{1}{r} \left[C - \int_{\eta_0}^{\eta} \left(q_n + \frac{q_\varphi}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) r dr \right] \eta, \quad (5)$$

$$N_\theta = -q_n r \eta + \left[C - \int_{\eta_0}^{\eta} \left(q_n + \frac{q_\varphi}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) r dr \right] \frac{d\eta}{dr},$$

где C — постоянная интегрирования, r_0 — радиус начальной окружности оболочки вращения. Если этот край оболочки загружен равномерно распределенной по параллели нагрузкой с интенсивностью $q = const$ параллельно оси вращения, из первого уравнения (5) имеем [2]

$$C = -r_0 q \quad (6)$$

Если $r_0 = 0$ (нет выреза), то $q = 0$ и $C = 0$

Для вывода разрешающего уравнения задачи воспользуемся уравнением совместности (неразрывности) деформаций, которое в рассматриваемом случае линейных деформаций и изотропных тел имеет вид [2]:

$$\frac{d}{dr}(r\epsilon_\theta) = \epsilon_\varphi. \quad (7)$$

Преобразуя (7) с помощью закона Гука

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{Eh}(N_\theta - \nu N_\varphi), \quad \epsilon_\varphi = \frac{1}{Eh}(N_\varphi - \nu N_\theta), \quad (8)$$

из (7) и (8) при $E, \nu = const; h = h(r)$, находим

$$N_\varphi - \nu N_\theta = h \frac{d}{dr} \left[\frac{r}{h} (N_\theta - \nu N_\varphi) \right]. \quad (9)$$

При учете (5) из (9) следует нелинейное интегро-дифференциальное уравнение второго порядка относительно $\eta = \cos \epsilon \varphi$

$$\begin{aligned} & r^2 \left[C - \int_{\eta_0}^{\eta} \left(q_n + \frac{q_\varphi}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) r dr \right] \frac{d^2 \eta}{dr^2} + \\ & + r \left[-2q_n r^2 - \frac{q_\varphi r^2}{\sqrt{\eta^2 - 1}} + \frac{h - h'r}{h} C - \right. \\ & \left. - \frac{h - h'r}{h} \int_{\eta_0}^{\eta} \left(q_n + \frac{q_\varphi}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) r dr \right] \frac{d\eta}{dr} + \\ & + \left[r^3 \frac{dq_n}{dr} - \frac{2h - h'r}{h} q_n r^2 + \frac{\nu q_\varphi r^2}{\sqrt{\eta^2 - 1}} - \right. \\ & \left. - \frac{h - h'rv}{h} C + \frac{h - h'r}{h} \int_{\eta_0}^{\eta} \left(q_n + \frac{q_\varphi}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) r dr \right] \eta = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

где $h' = \frac{dh}{dr}$. Искомая форма меридиана $r = r(x)$ определяется из уравнения

$$\frac{dr}{dx} = \sqrt{\eta^2 - 1} \quad (11)$$

где x — расстояние вдоль оси вращения.

Решение уравнения (10) является функцией r , т.е. $\eta = \eta(r)$, уравнение (12) допускает разделение переменных:

$$x = x_0 + \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \quad (12)$$

где (x_0, r_0) — координаты начальной точки меридиана.

Другой вариант разрешающей системы уравнений можно получить, используя условия равновесия для части оболочки, расположенной над параллельной окружностью. В этом случае исходная система уравнений записывается так [2]

$$\begin{aligned} 2\pi r N_\varphi \sin \varphi + R &= 0 \\ N_\varphi r + r_1 \sin \varphi N_\theta + q_n r r_1 &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь R — проекция главного вектора полной нагрузки, приложенной к вышеупомянутой части оболочки, на ось вращения.

Решение системы уравнений (13) имеет вид

$$\begin{aligned} N_\varphi &= -\frac{R\eta}{2\pi r} \\ N_\theta &= -\frac{\eta}{r_1} \left[q_n r r_1 - \frac{2R\eta}{2\pi} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) и (9) получаем уравнение для определения $\eta = \eta(r)$. Искомую форму меридиана находим при подстановке этой функции в (12).

Формулы (11)–(14) обеспечивают безизгибную форму меридиана и, естественно, безизгибное напряженное состояние оболочки в ее главной части, т.к. напряжения изгиба могут появиться в окрестности границы. Этого можно избежать, подкрепляя оболочку круглыми кольцами подходящими жесткостями. Параметры такого кольца определяются из условий равенства окружных деформаций кольца и оболочки и равновесия элемента кольца

$$\epsilon'_\theta = \epsilon_\theta; S\sigma'_\theta \pm h\sigma_\varphi r \cos \varphi = 0 \quad (15)$$

Здесь ϵ'_θ и σ'_θ — деформация и напряжение в кольце, S — площадь его поперечного сечения. Для простоты будем считать, что оболочка и кольцо выполнены из одного материала. Тогда (15) в силу закона Гука принимает следующий вид:

$$\sigma'_\theta = \sigma_\theta - \nu\sigma_\varphi; S\sigma'_\theta \pm h\sigma_\varphi r \cos \varphi = 0,$$

Откуда получаем

$$S = \mp \frac{h\sigma_\varphi r \cos \varphi}{\sigma_\theta - \nu\sigma_\varphi} \quad (16)$$

или

$$S = \mp \frac{hN_\varphi r \cos \varphi}{N_\theta - N\sigma_\varphi}$$

Здесь знак «+» или «-» выбирается из условия $S > 0$.

Выражение (16) при отрицательном значении дроби в его правой части может быть использовано для определения площади поперечного сечения внешнего граничного кольца, а при положительном — площади внутреннего кольца.

Обозначения.

x — расстояние вдоль оси вращения оболочки; r — радиус оболочки; h — толщина; φ — угол между нормалью к оболочке и осью вращения; $\eta = \cos \epsilon \cos \varphi$; r_1 и r_2 — радиусы кривизны меридиана и сечения в плоскости, перпендикулярной к меридиану; θ — полярный угол; $\epsilon_\varphi, \epsilon_\theta$ и $N_\varphi, N_\theta, \sigma_\varphi, \sigma_\theta$ — деформации и усилия в меридианной плоскости и в плоскости перпендикулярной к меридиану; E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона, q_n и q_φ — нормальная и касательная компоненты нагрузки.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Horne M.R. Shells with zero bending stress, J. Mech. Phys. Solids, 1954, 2, №2 p. 117.
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С., Пластинки и оболочки, М., Наука.

ТОНКОСТЕННЫЕ ПОЛОГИЕ ОБОЛОЧКИ С ЧИСТОМОМЕНТНЫМ НАПРЯЖЕННЫМ СОСТОЯНИЕМ

Мартыненко Т.М.

Выведено уравнение для определения формы срединной поверхности оболочки из условия, что заданная внешняя нагрузка вызывает в ней чистомоментное напряженно-деформированное состояние.

Чистомоментное напряженное состояния является одним из основных в теории упругих оболочек. Оно характеризуется тем, что чистомоментное напряженно-деформированное состояние вызывает только изменение кривизны и кручение срединной поверхности оболочки, в то время как чисто безмоментное напряженно-деформированное состояние характеризуется отсутствием изменения кривизны и кручения срединной поверхности [1,2]. Поэтому

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \gamma_{12} = 0; \quad (1)$$

или, в силу соотношений упругости [1]

$$T_1 = T_2 = S = 0; \quad T_{12} = \frac{H}{R_2}; \quad T_{21} = \frac{H}{R_1} \quad (2)$$

В этом случае разрешающая система уравнений в рамках теории пологих оболочек Кирхгофа — Лява примет следующий вид [1]:

Условия совместности деформаций:

$$A = B = 1; \quad \frac{\partial \chi_1}{\partial \beta} - \frac{\partial \chi_{12}}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial \chi_2}{\partial \alpha} - \frac{\partial \chi_{12}}{\partial \beta} = 0; \\ \frac{\chi_1}{R_2} + \frac{\chi_2}{R_1} = 0; \quad (3)$$

Уравнения равновесия:

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{H}{R_1} \right) + \frac{Q_1}{R_1} + q_1 = 0; \quad \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{H}{R_2} \right) + \frac{Q_2}{R_2} + q_2 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{H}{R_1} \right) + \frac{Q_1}{R_1} + q_1 = 0; \quad \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{H}{R_2} \right) + \frac{Q_2}{R_2} + q_2 = 0; \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial Q_2}{\partial \beta} + q_3 = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial H}{\partial \beta} - Q_1 = 0; \quad \frac{\partial M_2}{\partial \beta} + \frac{\partial H}{\partial \alpha} - Q_2 = 0; \quad (5)$$

Соотношения упругости (закон Гука):

$$M_1 = D(\chi_1 + \mu \chi_2); \quad M_2 = D(\chi_2 + \mu \chi_1); \\ M_{12} = M_{21} = H = D(1 - \mu)\chi_{12}; \\ D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} = const \quad (6)$$

Внося (5) в (4), получим следующие формулы для уравнения равновесия:

$$\frac{1}{R_1} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} + 2 \frac{\partial H}{\partial \beta} \right) + q_1 = 0; \\ \frac{1}{R_2} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \beta} + 2 \frac{\partial H}{\partial \alpha} \right) + q_2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial H}{\partial \beta} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \beta} + \frac{\partial H}{\partial \alpha} \right) + q_3 = 0 \quad (7)$$

Из (6) имеем:

$$\chi_1 = \frac{1}{D(1 - \mu^2)} (M_1 - \mu M_2); \\ \chi_2 = \frac{1}{D(1 - \mu^2)} (M_2 - \mu M_1); \quad \chi_{12} = \frac{H}{D(1 - \mu)} \quad (8)$$

Поэтому условия совместности деформаций (3) принимают вид:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_2 - \mu M_1) = (1 + \mu) \frac{\partial H}{\partial \beta}; \\ \frac{\partial}{\partial \beta} (M_1 - \mu M_2) = (1 + \mu) \frac{\partial H}{\partial \alpha}; \\ M_1 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{\mu}{R_1} \right) + M_2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{\mu}{R_2} \right) = 0 \quad (9)$$

Перепишем (7) так

$$\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial H}{\partial \beta} = -R_1 q_1 - \frac{\partial H}{\partial \beta}; \\ \frac{\partial M_2}{\partial \beta} + \frac{\partial H}{\partial \alpha} = -R_2 q_2 - \frac{\partial H}{\partial \alpha}; \\ 2 \frac{\partial^2 H}{\partial \alpha \partial \beta} = q_3 - \frac{\partial}{\partial \alpha} (R_1 q_1) - \frac{\partial}{\partial \beta} (R_2 q_2) \quad (10)$$

Последнее уравнение (10) дает такое представление для $H(\alpha; \beta)$:

$$2H(\alpha; \beta) = f(\alpha) + g(\beta) + \iint_{0^{\alpha} 0^{\beta}} (q_3 - \frac{\partial}{\partial \alpha} (R_1 q_1) - \frac{\partial}{\partial \beta} (R_2 q_2)) d\alpha d\beta \quad (11)$$

где $f(\alpha) = 2H(\alpha; 0) - g(0)$, $g(\beta) = 2H(0; \beta) - f(0)$

Кроме того, из первых двух уравнений (10) и (9) вытекает:

$$\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} = -R_1 q_1 - 2 \frac{\partial H}{\partial \beta}; \quad \frac{\partial M_2}{\partial \beta} = -R_2 q_2 - 2 \frac{\partial H}{\partial \alpha} \quad (12)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial \beta} = (1 + \mu) \frac{\partial H}{\partial \alpha} + \mu \frac{\partial M_2}{\partial \beta};$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \alpha} = (1 + \mu) \frac{\partial H}{\partial \beta} + \mu \frac{\partial M_1}{\partial \alpha} \quad (13)$$

Если

$$-\frac{\partial}{\partial \beta} (R_1 q_1 + 2 \frac{\partial H}{\partial \beta}) = \frac{\partial}{\partial \alpha} ((1 + \mu) \frac{\partial H}{\partial \alpha} - \mu (R_2 q_2 + 2 \frac{\partial H}{\partial \alpha})) \equiv$$

$$\equiv \frac{\partial}{\partial \alpha} ((1 - \mu) \frac{\partial H}{\partial \alpha} - \mu R_2 q_2) \quad ;$$

$$-\frac{\partial}{\partial \alpha} (R_2 q_2 + 2 \frac{\partial H}{\partial \alpha}) = \frac{\partial}{\partial \beta} ((1 + \mu) \frac{\partial H}{\partial \beta} - \mu (R_1 q_1 + 2 \frac{\partial H}{\partial \beta})) \equiv$$

$$\equiv \frac{\partial}{\partial \beta} ((1 - \mu) \frac{\partial H}{\partial \beta} - \mu R_1 q_1)$$

то:

$$M_1(\alpha; \beta) = \int_{M_0, M} (\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial M_1}{\partial \beta} d\beta) \quad ;$$

$$M_2(\alpha; \beta) = \int_{M_0, M} (\frac{\partial M_2}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial M_2}{\partial \beta} d\beta)$$

и поэтому:

$$M_1(\alpha; \beta) = \int_{M_0, M} ((1 - \mu) \frac{\partial H}{\partial \alpha} - \mu R_2 q_2) d\beta - (R_1 q_1 + 2 \frac{\partial H}{\partial \beta}) d\alpha$$

$$M_2(\alpha; \beta) = \int_{M_0, M} ((1 - \mu) \frac{\partial H}{\partial \beta} - \mu R_1 q_1) d\alpha - (R_2 q_2 + 2 \frac{\partial H}{\partial \alpha}) d\beta \quad (14)$$

здесь $H(\alpha, \beta)$ определяется формулой (11).

Внесем (14) в третье уравнение условий совместности деформаций (9), получим интегро-дифференцированное уравнение для нахождения срединной поверхности оболочки:

$$(\frac{1}{R_1} - \frac{\mu}{R_2}) \int_{M_0, M} ((1 - \mu) \frac{\partial H}{\partial \beta} - \mu R_1 q_1) d\alpha - (R_2 q_2 + 2 \frac{\partial H}{\partial \alpha}) d\beta$$

$$+ (\frac{1}{R_2} - \frac{\mu}{R_1}) \int_{M_0, M} (- (R_1 q_1 + 2 \frac{\partial H}{\partial \beta})) d\alpha + ((1 - \mu) \frac{\partial H}{\partial \alpha} - \mu R_2 q_2) d\beta = 0 \quad (15)$$

Для произвольной срединной пологой поверхности оболочки, заданной уравнением:

$$z = f(x, y) \quad (16)$$

пологость которой определяется условиями:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \ll 1; \quad \frac{\partial f}{\partial y} \ll 1; \quad A = B = 1; \quad \chi = \frac{\pi}{2} \quad (17)$$

имеем [1]

$$\frac{1}{R_1} \approx -\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}; \quad \frac{1}{R_2} \approx -\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}; \quad \frac{1}{R_{12}} \approx -\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \quad (18)$$

Для пологой поверхности переноса, задаваемой уравнением:

$$z = \varphi(x) + \psi(y) \quad (19)$$

и условиями:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \ll 1; \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} \ll 1 \quad (20)$$

имеем [1]:

$$A = B = 1; \quad \frac{1}{R_1} \approx -\varphi''(x); \quad \frac{1}{R_2} \approx -\psi''(y); \quad \frac{1}{R_{12}} = 0 \quad (21)$$

Поэтому (16) представляет искомое интегро-дифференцированное уравнение для определения безмоментной формы срединной поверхности оболочек. Это уравнение упрощается для оболочек с нулевой гауссовой, кривизной срединной поверх-

ности, для которых $k = \frac{1}{R_1} \frac{1}{R_2} = 0$, то есть или $\frac{1}{R_1} = 0$, или $\frac{1}{R_2} = 0$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бидерман В.Л., Механика тонкостенных конструкций, М., Машиностроение.-1977г.
2. Огибалов М.П., Колгунов М.А., Оболочки и пластины, М., Издательство МГУ, 1969 г.
3. Гольденвейзер А.Л., Теория упругих тонких оболочек, М., ГИТТЛ, 1953г.
4. Гольденвейзер А.Л., Теория упругих тонких оболочек, издание 2, М., Наука, 1976г

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Мартыненко И.М., Казакевич В.А., Куранова О.В.

The new method of problem solving of Cauchy for differential second-kind equations with variable coefficients is offered which rests on a reduction of this equation to the equation Rickati. The solution last is under construction on the basis of a method of a linearization. The estimates of approximation of the precise and approximate solution are given.

Рассмотрим задачу Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами

$$y'' + \varphi(x)y' + \psi(x)y = 0 \quad (1)$$

$$y(x_0) = y_0 \quad y'(x_0) = y_1 \quad (2)$$

Будем предполагать, что $y_0 \neq 0$ (этого всегда можно достичь с помощью замены

$y(x) = z(x) + \alpha$, $\alpha = \text{const} \neq 0$), а коэффициенты $\varphi(x)$, $\psi(x)$ удовлетворяют условиям теоремы существования о единственности решения задачи (1) — (2) [1,2].

Внесем в (1) — (2) замену

$$u(x) = y'/y \quad (3)$$

имеем

$$y' = u(x)y(x)$$

$$y'' = u'(x)y(x) + u(x)y'(x) =$$

$$= u'(x)y(x) + u^2(x)y(x)$$

Поэтому задача (1) — (2) преобразуется к следующему виду:

$$(u'(x) + u^2(x))y(x) + \varphi(x)u(x)y(x) + \psi(x)y = 0$$

или

$$u'(x) + u^2(x) + \varphi(x)u(x) + \psi(x) = 0 \quad (4)$$

$$u(x_0) = u_0 \quad u_0 = \frac{y_1}{y_0} \quad (5)$$

Таким образом, исходная задача Коши (1) — (2) приведена к задаче Коши для уравнения Риккати (4) — (5), которую будем решать с помощью следующего метода линеаризации. Для этого заменим в (4) нелинейный член u^2 на κu , где $\kappa = u_0$ и обозначим через \tilde{u} решение такой задачи:

$$\tilde{u}'(x) + (\kappa + \varphi(x))\tilde{u} + \psi(x) = 0 \quad (6)$$

$$\kappa = u_0; \quad \tilde{u}_0 = u(x_0) \quad (7)$$

В силу известной формулы [1,2] решение уравнения (6) представимо в виде:

$$u(x) = e^{-\int_{x_0}^x (\kappa + \varphi(\xi)) d\xi} \left[C - \int_{x_0}^x (\varphi(\xi) e^{\int_{x_0}^{\xi} (\kappa + \varphi(\xi)) d\xi} d\xi \right] \quad (8)$$

где C — произвольная постоянная, определяемая из условия (7):

$$C = u_0$$

Поэтому

$$u(x) = e^{\int_{x_0}^x \varphi(\xi) d\xi} e^{\kappa(x-x_0)} \left[u_0 - \int_{x_0}^x \psi(\xi) e^{\kappa(x-\xi)} e^{\int_{x_0}^{\xi} \varphi(\xi) d\xi} d\xi \right] \quad (9)$$

Оценим близость точного и приближенного решений задачи (4) — (5) и для этого перепишем их в интегральной форме. Обозначим

$$z(x) = u(x) - \tilde{u}(x) \quad (10)$$

$$u(x) = u_0 - \int_{x_0}^x \{u^2 + \varphi(x)u(x) + \psi(x)\} dx \quad (11)$$

Тогда

$$|z(x)| = \left| \int_{x_0}^x [u^2 - \tilde{u}^2] + (\tilde{u}^2 - u_0^2) + (u_0^2 - u_0\tilde{u}) + \varphi(x)(u - \tilde{u}) dx \right| \leq C \left| \int_{x_0}^x |z(\xi)| d\xi \right| + F(x) \quad (12)$$

где

$$F(x) = \left| \int_{x_0}^x (|\tilde{u}^2 - u_0^2| + |u_0^2 - u_0\tilde{u}|) dx \right|, \quad C = \text{const} > 0 \quad (13)$$

Пусть

$$R(x) = \int_{x_0}^x |z(\xi)| d\xi \quad (14)$$

Тогда (12) может быть записана в таком виде:

$$\frac{dR}{dx} - CR(x) \leq F(x) \quad (15)$$

Умножим обе части неравенства (15) на e^{-Cx} и проинтегрируем полученный результат по x :

$$\int_{x_0}^x \frac{d}{dx} (R(x)e^{-Cx}) dx \leq \int_{x_0}^x F(x)e^{-Cx} dx \quad (16)$$

Из (13) и (14) вытекает, что $F(x_0) = 0$, $R(x_0) = 0$ и поэтому (16) принимает такой вид:

$$R(x)e^{-Cx} \leq \int_{x_0}^x F(\xi)e^{-C\xi} d\xi$$

или

$$R(x) \leq \int_{x_0}^x F(\xi)e^{C(x-\xi)} d\xi \quad (17)$$

Формула (17) устанавливает искомую интегральную близость точного и приближенного решений уравнения (14) в зависимости от $u - u_0$.

Из (14) имеем: после интегрирования по частям:

$$R(x) \leq -\frac{1}{C}F(x) + \frac{1}{C} \int_{x_0}^x F'(\xi) e^{c(x-\xi)} d\xi \quad (18)$$

или

$$R(x) + \frac{1}{C}F(x) \leq \frac{1}{C} \int_{x_0}^x F'(\xi) e^{c(x-\xi)} d\xi$$

Откуда в силу неравенства (12) имеем такую оценку близости решений уравнений (4) и (6):

$$|z(x)| \leq \frac{1}{C} \int_{x_0}^x (|\tilde{u}^2 - u_0^2| + |u_0^2| |u_0 - \tilde{u}|) dx \quad (19)$$

Формула (19) представляет поточечную оценку близости u и \tilde{u} .

Приближенное решение \tilde{y} исходного уравнения (1) находится по формуле (3). Для этого перепишем (3) так:

$$\frac{d}{dx} \ln \tilde{y} = \tilde{u}(x)$$

Откуда

$$\tilde{y} = y_0 e^{\int_{x_0}^x \tilde{u}(\xi) d\xi} \quad (20)$$

Тогда

$$\begin{aligned} y - \tilde{y} &= y_0 (e^{\int_{x_0}^x u(\xi) d\xi} - e^{\int_{x_0}^x \tilde{u}(\xi) d\xi}) = \\ &= y_0 e^{\int_{x_0}^x \tilde{u}(\xi) d\xi} [e^{\int_{x_0}^x (u(\xi) - \tilde{u}(\xi)) d\xi} - 1] \end{aligned} \quad (21)$$

Поэтому

$$|y - \tilde{y}| \leq |y_0| e^{\int_{x_0}^x \tilde{u}(\xi) d\xi} |e^{\int_{x_0}^x (u - \tilde{u}) d\xi} - 1|$$

Эта формула позволяет оценить близость точного и приближенного решений задачи (1)-(2).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. -М. «Наука», 1965 г.
2. Я.Б. Лопатинский. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Киев. «Вища школа», 1984.

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СВОБОДНЫХ И ЛОКАЛИЗОВАННЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ОБЪЕКТАХ С ИНДУЦИРОВАННОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Гусев О.К.

In this work the procedure of measurement of charge carrier parameters in non-homogeneous object of measurement — monocrystal indium arsenide with inversion channels on the surface is proposed.

Analysis that was held shows that using of integral characteristic of formation process of complex integral galvanomagnet measurement signal in selected object allows us to determinate local parameters of free charge carriers in the volume and in surface channel of crystal, and also of localized charge carriers on the surface and in oxide film together with separation on positive and negative sign components.

Discussed methods can be interpreted as realization of the model of non-homogeneous object described as superposition of areas with homogeneous charge carrier parameters. Measurement procedure includes selection of regime of measurements, identification of charge carrier type in corresponding homogeneous area, and measurement based on homogeneous object model.

Неоднородность электрофизических параметров [1], отсутствие адекватной модели объекта [2] и соответствующих ей методов измерений [3] концентрации и подвижности носителей заряда в монокристаллическом арсениде индия, легированном акценторной примесью, привели к тому, что до конца 80-х годов отсутствовали сколько-нибудь достоверные данные об изменении концентрации и подвижности носителей заряда в нем при различных внешних воздействиях: от технологических до эксплуатационных. ЭДС Холла, получившая в данном материале название «аномальной», обнаруживала двойную инверсию знака в процессе охлаждения и имела при низких температурах знак, противоположный классическому полупроводнику с дырочным типом проводимости. Одна-

ко природа эффекта была невыясненной, а его использование для измерений в рамках модели однородного объекта приводило к противоречивым и невоспроизводимым результатам [3].

В работах [4-6] предложена модель аномального эффекта Холла в узкозонных полупроводниковых соединениях, включающая модель качественно неоднородного объекта исследования в виде кристалла с инверсионными каналами на поверхности, обусловленными собственными поверхностными состояниями.

На рис. 1 показаны экспериментальные зависимости ЭДС Холла от тока в кристаллах $InAs$, легированных цинком, при температуре 77 К. Согласно разработанной модели, в области малых (до 10^{-4} - 10^{-3} А) электрических токов проводимость осуще-

ствляется по поверхности образца, при этом измеряемые экспериментально величины ЭДС Холла и проводимости позволяют рассчитывать поверхностную плотность N_s и подвижность M_s электронов в инверсионных каналах. После достижения величины тока J_b , которому соответствует падение напряжения вдоль инверсионного канала U_b , равное пороговому напряжению пробоя поверхностного p - n -перехода, происходит стабилизация поверхностной составляющей электрического тока, приводящая к появлению протяженной (2-3 порядка величины тока) полки на зависимости ЭДС Холла от тока.

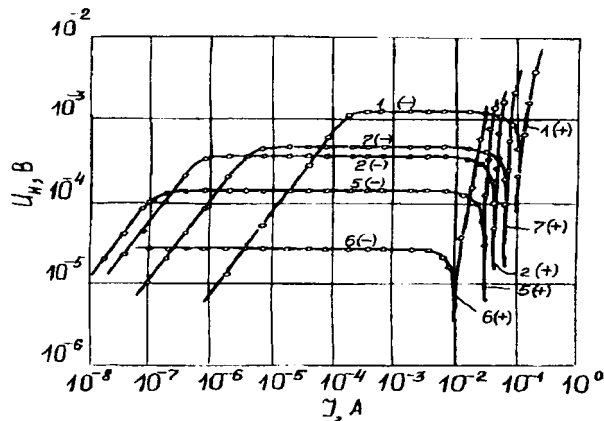


Рис. 3. Зависимость ЭДС Холла в кристаллах p - $InAs$ от величины электрического тока при различных обработках поверхности

В процессе возрастания электрического тока происходит расширение области пробоя поверхностного p - n -перехода и при достижении величины тока $J_0 = U_b \Delta x / R_d (l - \Delta x)$, где Δx — расстояние от положительного смещенного токового до холловских электродов, l — расстояние между токовыми электродами, в нее попадают холловские контакты кристалла. При этом нарушается условие выключения объемной составляющей ЭДС Холла и происходит инверсия знака измеряемой ЭДС с аномального (отрицательного) на положительный. Дальнейшее увеличение тока приводит к асимптотическому приближению значений ЭДС Холла к ее объемному значению.

Таким образом, процедура измерений, посредством которой оказывается возможным использовать приближение однородного объекта для измерений концентрации дырок в объеме и концентрации электронов в поверхностном инверсионном канале, включает:

1. Нахождение областей токов, в которых ЭДС Холла линейно возрастает с током и определяется параметрами только одной области кристалла — объемом, или поверхностным каналом.

2. Идентификация типа носителей в однородной области — электроны, если знак ЭДС Холла отрицателен, и дырки, если знак положителен.

3. Применение известной методики ЭДС Холла (2) для определения концентрации носителей заряда в идентифицированной области.

Для оценки заряда поверхности p - $InAs$ и его положительной и отрицательной компонент нами использовался следующий подход.

В работе [7] применительно к МДП-структурам на основе арсенида индия теоретически и экспериментально показано, что в инверсионных каналах на границе раздела $InAs$ - диэлектрик подвижность электронов при низких температурах определяется двумя основными механизмами рассеяния носителей заряда:

1. Рассеяние на кулоновском потенциале заряженных поверхностных центров при поверхностных плотностях электронов $n_s < 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$,

2. Рассеяние на поверхностном рельефе при поверхностных плотностях электронов $n_s > 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$.

Сравнение с экспериментально полученными зависимостями подвижности от плотности электронов в индуцированном поперечным электрическим полем канале подтвердило расчеты и показало, основное влияние на зависимость $m_s(n_s)$ оказывает локализованный в приграничной области диэлектрика заряд, тогда как фактор рельефа границы раздела оказывается практически одним и тем же (порядка 15 ангстрем) как для собственных, так и синтезированных диэлектриков.

В отличие от [7], модуляция плотности электронов на свободной реальной поверхности p - $InAs$ осуществляется не электрическим полем, приложенным к металлическому затвору при неизменных параметрах границы раздела, а за счет изменения самих этих параметров, в первую очередь, заряда, локализованного на поверхности кристалла и составляющих его положительной и отрицательной компонент.

Поэтому, чтобы использовать теоретические результаты работы [7] для оценки параметров свободной поверхности p - $InAs$, введем в них следующие условия:

1. Плотность электронов в инверсионном канале составляет

$$n_s = N^+ - N^- - N_{\text{ОПЗ}}, \quad (1)$$

где N^+ и N^- — положительная и отрицательная компоненты поверхностного заряда, а $N_{\text{ОПЗ}}$ — плотность ионизованных акцепторных примесей в области пространственного заряда, соответствующая началу сильной инверсии [35].

2. Рассеяние на кулоновском потенциале поверхностных заряженных центров определяется суммой абсолютных значений его положительной и отрицательной составляющих.

Введя указанные граничные условия в результаты [7], получаем связь величин n_s , m_s , N^+ , N^- , которая для случая свободной поверхности p - $InAs$ представлена в виде номограммы на рис.2.

Из рассмотрения номограммы видно, что измерение на эксперименте плотности и подвижности электронов в инверсионном канале позволяет получать расчетные значения положительной и

отрицательной компонент заряда N^+ , N^- , локализованного на свободной поверхности арсенида индия или границе его раздела с окисными пленками различного состава.

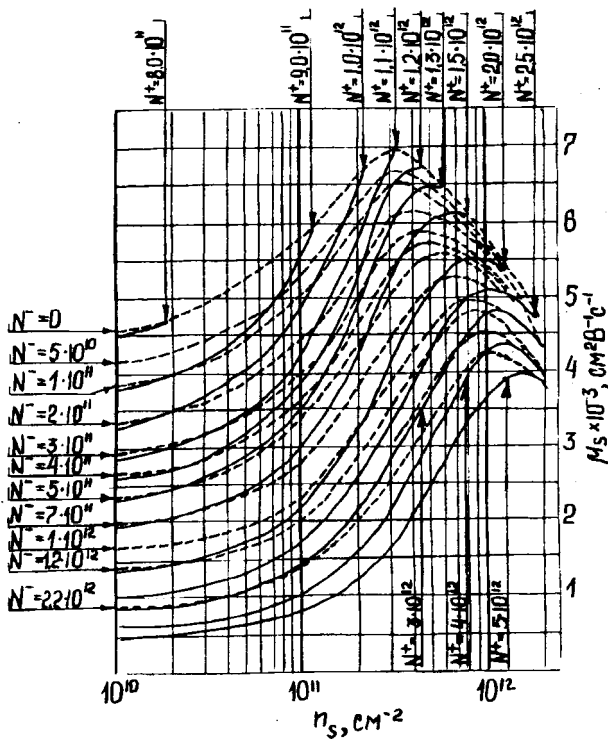


Рис. 2. Номограмма для определения величин N^+ и N^- по известным значениям плотности (n_s) и подвижности (m_s) электронов в инверсионных каналах на поверхности дырочного арсенида индия.

Выводы

Проведенный анализ показывает, что использование интегральной характеристики процесса формирования сложного суммарного измерительного сигнала гальваномагнитной ЭДС в неоднородном объекте измерений — монокристаллическом арсениде индия с инверсионными каналами на поверхности позволяет измерять локальные параметры как свободных носителей заряда в объеме и поверхностном канале кристалла, так и локализо-

ванных носителей заряда на поверхности или пленке окисла с его разделением на компоненты с положительным и отрицательным знаком.

Рассмотренные методы измерений можно рассматривать как реализацию модели неоднородного объекта как совокупности областей с однородным распределением параметров носителей заряда. Процедура измерений включает операции выбора режима измерений, идентификации типа носителей заряда в соответствующей выбранному режиму однородной области и измерений по методу, основанному на модели однородного объекта.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кучис Е.В. Гальваномагнитные эффекты и методы их исследования. — М.: радио и связь, 1990. — 264 с.: ил.
2. Джилавдари И.З., Сидорик В.В. Физика в компьютерных моделях. Минск, Пион, 1998, 248 с.
3. МИ 1317-96. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров. Москва, Издательство стандартов, 1986., 29 с.
4. Андерсен Г.Ю., Гусев О.К., Киреенко В.П., Зайтов Ф.А., Яржембицкий В.Б. Влияние условий измерений на аномальный эффект Холла в p-InAs. Физика и техника полупроводников. Т.25, вып.11, 1991, с.1999-2002.
5. Гусев О.К., Киреенко В.П., Ломтев А.А., Яржембицкий В.Б. О природе низкотемпературной аномальной инверсии знака постоянной Холла в p-InAs. Физика и техника полупроводников. 1983, т.17, вып.6, с.1153-1155.
6. Гусев О.К., Киреенко В.П., Яржембицкий В.Б. Аномальный фото-Холл эффект в кристаллах p-InAs. Физика и техника полупроводников. Т.26, вып.6, 1992, с.1138-1139.
7. Moore V.T., Ferry D.K. Scattering of inversion layer electrons by oxide polar mode generated interface photons. — J. Vac. Sci. Technol., 1980 v.17, №5, p.1037-1040.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНДУКТОМЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЯ pH В СМЕСИ РАСТВОРОВ КИСЛОТ И ЩЕЛОЧЕЙ

Воробей Р.И., Гусев О.К.

The model of non-straight method of pH factor measurement in acid-alkali mixture based on measurement of material quantity in separate components of mixture is described. Mathematical model allows us to calculate tolerable meanings of metrological characteristics of measurement channels and technical characteristics of the object of measurement (i. e. volumes and concentrations of mixing solutions).

Analysis held in this work allows us to consider that conductivity measurement method for the determination of the pH factor in acid-alkali mixture can be used for the automatization of the process of neutralization of acid and alkali washing processing wastes of industrial plants for which traditional pH -measuring methods are not available because of large amount of disperse deteriorations in objects of measurement.

Особое внимание при подготовке специалистов в технических областях должно уделяться вопросам разработки методов измерений параметров исследуемых, создаваемых или используемых объектов.

Предприятия ряда отраслей промышленности, в частности, предприятия молокопереработки, для санитарной обработки трубопроводных линий и аппаратов используют водные растворы щелочи ($NaOH$) и кислоты (HNO_3). После проведения цикла мойки предприятия непригодная для дальнейшего использования часть раствора требуют утилизации в соответствии со все ужесточающимися требованиями нормативных документов Госсанэпиднадзора. Так, показатель pH сточных вод предприятия должен находиться в пределах от 6 до 9. Для удовлетворения этим требованиям заводы должны оснащаться станциями нейтрализации, работающими в автоматическом режиме [1]. Для автоматического контроля pH в емкостях нейтрализации существующих станций используют потенциометрические pH -метры промышленного типа, в качестве датчиков использующие стеклянные электроды. Точность контроля pH , а следовательно и управления процессом нейтрализации, в этом случае ограничивается несколькими факторами, среди которых следующие:

растворы, требующие нейтрализации, содержат примеси, не влияющие непосредственно на показание pH , однако образующие пленочные отложения на поверхности мембран стеклянных электродов. Это приводит к росту погрешности измерений с течением времени и необходимости частого технического обслуживания электродов или применения специальных механизмов с приводом для очистки электродов.

в процессе нейтрализации происходит образование солей металлов, концентрация которых возрастает с приближением раствора к нейтральному. Наличие солей также приводит к увеличению погрешности измерений.

Указанные факторы снижают надежность и точность контроля pH в процессе нейтрализации промышленных стоков. На практике это проявлялось в том, что работоспособные в автоматическом режиме станции нейтрализации стоков сани-

тарной обработки молокоперерабатывающих предприятий к моменту постановки данной работы либо отсутствовали, либо работали в особых режимах, при которых обеспечивалась ограниченное содержание пленкообразующих примесей в нейтрализуемых смесях.

Это выдвигает задачу разработки новых методов контроля показателей pH в процессе осуществления нейтрализации, и их реализации в автоматических измерительных системах. Наиболее перспективным в этом отношении является метод, основанный на кондуктометрических измерениях параметров растворов электролитов.

Целью настоящей работы являлась разработка модели кондуктометрического метода определения показателей pH в смеси водных растворов сильных кислот и сильных щелочей применительно к процессам нейтрализации непригодных и отработанных стоков санитарной обработки.

Метод заключается в том, что организуется предварительный сбор в отдельных емкостях непригодных растворов щелочи и кислоты без их смешивания и частичной нейтрализации. Массовая доля щелочи и кислоты в собранных водных растворах определяется кондуктометрическим методом, а их объем — промышленным расходомером. На основе полученной измерительной информации осуществляется расчет (косвенное измерение) показателей pH смеси или других параметров смешиваемых растворов, необходимых для автоматического управления достижением заданного значения pH .

Отметим, что, по условиям техпроцесса, количество собранного на нейтрализацию раствора щелочи многократно превышает количество раствора кислоты. Поэтому процесс нейтрализации заключается в добавлении водного раствора кислоты в собранный раствор щелочи. Процесс нейтрализации в этом случае можно представить следующим образом (рис.1):

1) В емкость нейтрализации набирают определенную массу щелочного раствора из накопительной емкости.

2) В процессе накопления раствора щелочи осуществляют контроль объема раствора расходомером Р.

3) Кондуктометрическим методом, с помощью измерителя концентрации ИК, определяют концентрацию щелочи в емкости нейтрализации.

4) Расчетным путем определяют массу водного раствора кислоты определенной концентрации, добавление которой в емкость нейтрализации приведет к получению требуемого значения pH смеси, удовлетворяющего нормам Госсанэпиднадзора по сточным водам.

5) По результатам расчета осуществляют автоматическое управление нейтрализацией, в процессе которого объем добавленной кислоты контролируют расходомером, а концентрацию — кондуктометрическим измерителем ИК.

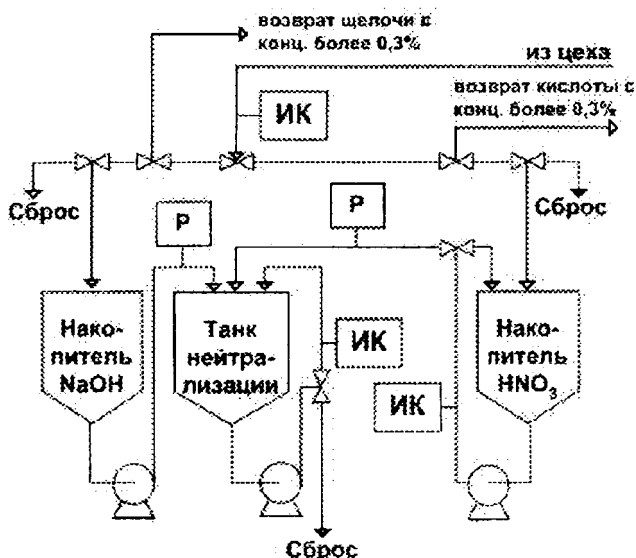


Рис.1 Блок-схема станции нейтрализации.

ИК — измеритель концентрации; P — расходомер

В общем случае, масса раствора кислоты, добавление которой в нейтразуемый раствор щелочи обеспечивает требуемое значение показателя pH смеси, определяется зависимостью:

$$M_x = f(M_{щ}, C_{щ}, C_x, pH) \quad (1)$$

где M_x — масса добавленного раствора кислоты выраженная в килограммах; $M_{щ}$ — масса раствора щелочи в емкости нейтрализации; $C_{щ}$ — концентрация (массовая доля) щелочи в собранном растворе, выраженная в процентах; C_x — концентрация (массовая доля) добавленной кислоты выраженная в процентах.

Проведя анализ условий ионного равновесия [2] в смеси растворов кислоты и щелочи, получаем:

$$M_x = M_{щ} \frac{A_{pH} C_{щ} - \frac{1}{1 + 0,009 C_{щ}}}{\frac{40}{63} A_{pH} C_x + \frac{1}{1 + 0,004 C_x}} \quad (2)$$

где $A_{pH} = 10^{(14 - \lg 4 - pH)}$.

Исходя из нормативных документов Минздрава РБ по санитарной обработке молокоперераба-

тывающих предприятий, концентрации рабочих растворов щелочи и кислоты составляют 1...1,5 % и 0,8...1,2 % соответственно, при этом концентрация растворов, подлежащих нейтрализации, не превышает 0,2 %. Объемы емкостей для нейтрализации составляют, как правило, 5... 15 м³.

Для практической реализации предложенной модели нейтрализации оценим области допустимых значений $C_{щ}$, C_x , $M_{щ}$ и M_x и погрешности, с которой необходимо их измерять, для получения требуемого значения показателя pH смеси в интервале 6...9. Для этого, используя выражение (2), рассчитаем изменение каждого из четырех параметров $\Delta C_{щ}$, ΔC_x , $\Delta M_{щ}$ и ΔM_x , при которых pH изменяется на единицу, для любых соответствующих технологическому процессу нейтрализации значениях остальных трех параметров. Получим систему из четырех уравнений:

$$\Delta M_{x_{\alpha \rightarrow \alpha+1}} = \frac{9}{A_{\alpha}} \frac{1}{(0,63)^2} \frac{C_{щ} + 0,63 C_x}{C_x^2} M_{щ} \quad (3)$$

$$\Delta M_{щ_{\alpha \rightarrow \alpha+1}} = -\frac{9}{A_{\alpha}} \frac{C_{щ} + 0,63 C_x}{C_{щ}^2} M_x \quad (4)$$

$$\Delta C_{x_{\alpha \rightarrow \alpha+1}} = \frac{9}{A_{\alpha}} \frac{1}{0,63} \left(\frac{M_{щ}}{M_x} + 1 \right) \quad (5)$$

$$\Delta C_{щ_{\alpha \rightarrow \alpha+1}} = -\frac{9}{A_{\alpha}} \left(1 + \frac{M_x}{M_{щ}} \right) \quad (6)$$

где α — значение pH смеси после нейтрализации.

Так как допустимый интервал по pH нейтрализованного раствора составляет от 6 до 9, а процесс нейтрализации заключается в добавлении раствора кислоты в раствор щелочи, целесообразно оценить величины изменений параметров $\Delta M_{щ}$, ΔM_x , $\Delta C_{щ}$ и ΔC_x , приводящих к изменению pH от 7 до 9. Тогда, если абсолютная погрешность измерений концентраций и объемов кислот и щелочей не будет превышать рассчитанных значений данных параметров, можно ожидать, что показатель pH смеси после нейтрализации будет находиться в интервале 6 — 9. Система уравнений в этом случае примет вид:

$$\Delta M_{x_{7 \rightarrow 9}} = \frac{9}{(0,63)^2} \frac{C_{щ} + 0,63 C_x}{C_x^2} M_{щ} (A_7^{-1} + A_8^{-1}) \quad (7)$$

$$\Delta M_{щ_{7 \rightarrow 9}} = -\frac{9(C_{щ} + 0,63 C_x)}{C_{щ}^2} M_x (A_7^{-1} + A_8^{-1}) \quad (8)$$

$$\Delta C_{x_{7 \rightarrow 9}} = \frac{9}{0,63} \left(\frac{M_{щ}}{M_x} + 1 \right) (A_7^{-1} + A_8^{-1}) \quad (9)$$

$$\Delta C_{щ_{7 \rightarrow 9}} = -9 \left(1 + \frac{M_x}{M_{щ}} \right) (A_7^{-1} + A_8^{-1}) \quad (10)$$

Из уравнений (9) и (10) найдем область допустимых значений M_x , $M_{щ}$, для которых ΔC_x и $\Delta C_{щ}$

могут быть больше либо равны $1 \cdot 10^{-4} \%$, что удовлетворяет области значений концентрации, автоматически регулируемых с помощью измерителя концентрации ИК рис.1. Графическое решение этой задачи для выбранных значений ΔC_x и $\Delta C_{щ}$ приведено на рис. 3. (область допустимых значений M_k и $M_{щ}$ заштрихована). Если в емкость для нейтрализации набрать массу щелочи равную $4 \cdot 10^3$ кг. то, согласно рис. 3, масса кислоты для нейтрализации должна находиться в интервале $5 \cdot 10^3$ — $9 \cdot 10^3$ кг, при этом абсолютная погрешность определения концентрации должна быть не более $1 \cdot 10^{-4} \%$.

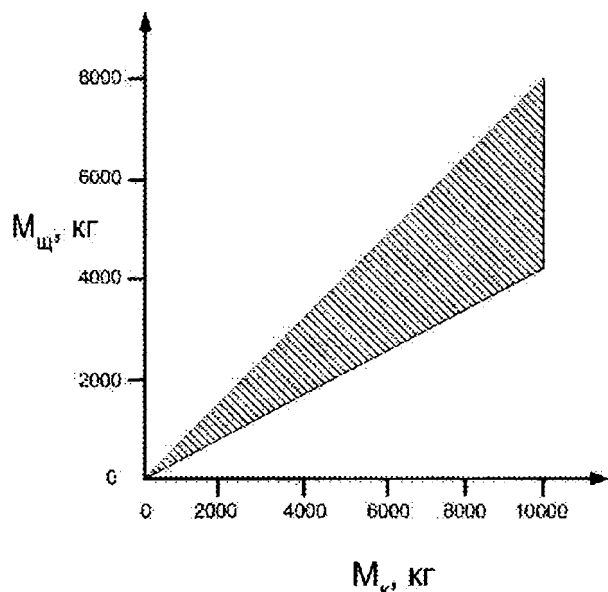


Рис.2 Область допустимых значений масс растворов нейтразуемой щелочи и добавленной кислоты, концентрация которых измерена с абсолютной погрешностью $1 \cdot 10^{-4} \%$

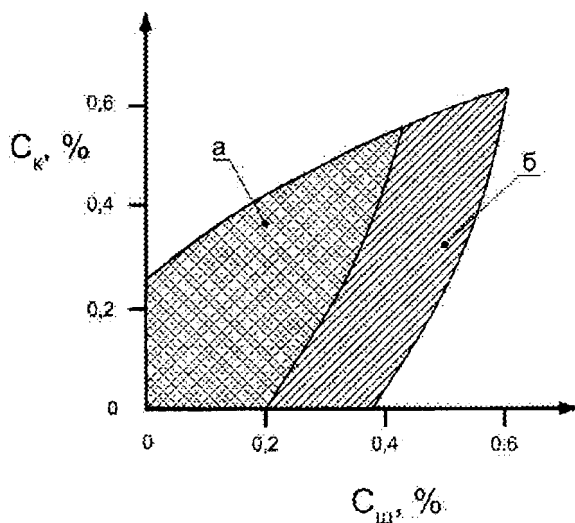


Рис. 3 Область допустимых значений концентраций C_x и $C_{щ}$ растворов щелочи массой $4 \cdot 10^3$ кг. и кислоты — $5 \cdot 10^3$ и $9 \cdot 10^3$ кг., для которых масса измерена с погрешностью 1 кг . а — $M_x = 5 \cdot 10^3$ кг.; б — $M_x = 9 \cdot 10^3$ кг.

Из уравнений 7 и 8 найдем область допустимых значений C_x и $C_{щ}$ для которых ΔM_k и $\Delta M_{щ}$ могут быть больше либо равны 1 кг, что соответствует абсолютной погрешности современных промышленных расходомеров. Расчет проведем для $M_{щ} = 4 \cdot 10^3$ кг и крайних точек интервала M_k , равных $5 \cdot 10^3$ кг и $9 \cdot 10^3$ кг. Графическое решение данных уравнений для выбранных параметров приведено на рис. 4, где а — область допустимых значений при $M_x = 5 \cdot 10^3$ кг, б — при $M_x = 9 \cdot 10^3$ кг.

Таким образом кондуктометрические измерители концентрации щелочных и кислотных растворов должны иметь абсолютную погрешность измерения (либо дискретность регулирования) концентрации в диапазоне $0 \dots 0,23\%$ не более $1 \cdot 10^{-4} \%$ а расходомеры, определяющие массу смешиваемых растворов, погрешность не более 1 кг. Тогда, при условии, что $4 \cdot 10^3$ кг нейтразуемого щелочного раствора с концентрацией не более $0,2\%$ будет смешиваться с рассчитанной по формуле (2) массой кислоты с концентрацией не более $0,23\%$, и данная расчетная масса кислоты попадает в интервал $5 \cdot 10^3 \dots 9 \cdot 10^3$ кг, то pH смеси будет находиться в интервале $7 \dots 9$.

Выводы

Проведенный в работе анализ позволяет сделать следующие выводы.

1. Кондуктометрический метод измерения показателей pH смеси кислот и щелочей применим для автоматизации процесса нейтрализации стоков санитарной обработки перерабатывающих предприятий.

2. Разработана модель кондуктометрического метода измерений показателя pH смеси растворов кислот и щелочей, позволяющая производить расчет допустимых значений метрологических характеристик измерительных каналов и технические характеристики элементов системы нейтрализации.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Брусиловский Л.П., Вайнберг А.Я. Приборы технологического контроля в молочной промышленности: Справочник — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Аргпромиздат, 1990. — 288 с.; ил.
2. Киреев В.А. Краткий курс физической химии. — М.: Химия, 1969. — 639 с.; ил.
3. Кантере В.М., Казаков А.В., Кулаков М.В. Потенциометрические и титрометрические приборы. — М.: Машиностроение, 1970, — 304 с.; ил.

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ В ПРИКЛАДНОЙ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Немцов В.Б.

Some probability problems in an applied mechanics of the random vibration are discussed.

В Белорусском государственном технологическом университете разработан и читается односеместровый курс по прикладной теории случайных колебаний. Слушателями курса являются успевающие на хорошо и отлично студенты четвертого курса, обучающиеся по специальности «Машины и механизмы лесного комплекса». Рассмотрим структуру и основные особенности указанного курса.

Прежде всего отметим, что при изложении современной теоретической механики мы сталкиваемся с необходимостью привлекать методы теории вероятностей в силу того, что вероятностное описание содержится в исходных принципах механики, определяющих движение и равновесие тел, оно присуще природе механического движения.

Уже при изложении статики приходится указывать, что фактически задающие силы не могут быть определены с абсолютной точностью и не могут рассматриваться как достоверные величины, они всегда находятся с неизбежной погрешностью, их значения имеют некоторый разброс и описываются некоторыми распределениями вероятностей, определяемыми опытным путем.

Особенно часто приходится сталкиваться с вероятностной природой сил в динамике механических систем. Например, зачастую возмущающие силы представляют собой случайный процесс. Хорошо известным примером служит воздействие случайных неровностей дороги на колеса транспортных средств. Под действием возмущающих случайных сил возникают вынужденные случайные колебания.

При введении понятия о начальных условиях мы также встречаемся с неопределенностью значений начальных положений материальных точек и их скоростей в силу невозможности их точного определения. Фактически начальные условия задаются с некоторой погрешностью, имеют неизбежный разброс и могут быть строго описаны в терминах теории вероятностей с помощью некоторых функций распределения.

Если это распределение (для наглядности рассматриваем дисперсию начальных состояний материальных точек) не испытывает существенных изменений (дисперсия неограниченно не возрастает) при последующем движении материальных точек, то возможно однозначно предсказать их движение в том смысле, что можно определить трансформацию начального распределения, обусловленную движением системы. Трансформированная функция распределения позволяет рассчитать средние положения и скорости материальных точек

системы и их дисперсии не только при конечном времени движения, но и при $t \rightarrow \infty$.

Наглядным примером служит эллипс рассеивания попаданий пуль или снарядов в мишень при конечном времени их движения. Само существование указанного эллипса говорит о разбросе начальных условий для этих тел.

Но если движение неустойчиво, то при $t \rightarrow \infty$ дисперсия состояния системы резко увеличивается и мы сталкиваемся в ряде случаев с возникновением детерминированного хаоса. В общем случае можно сказать, что при потере устойчивости происходит качественное изменение функции распределения состояния системы.

Подобные представления фактически содержатся в определении устойчивости движения механических систем, предложенном А.М. Ляпуновым. Но А.М. Ляпунов не вводил вероятностные характеристики начального и последующего состояний движущихся механических систем. Это было сделано М. Борном в 1958 году. Таким образом, следует различать внешний и внутренний характер случайностей, возникающих при движении системы.

В курсе прикладной теории колебаний используются сведения не только из теории вероятностей, но и по теории рядов Фурье и интегралов Фурье. Учитывая, что слушателями являются студенты четвертого курса и что изложение упомянутых разделов математики было, как правило, формальным (оно не насыщалось конкретными примерами), приходится повторить изложение элементов теории рядов и интегралов Фурье, а также теории вероятностей.

При этом экскурсия в математику сопровождается рядом примеров, связанных с механикой лесных машин. При повторении теории вероятностей решаются ряд задач из Сборника задач И.В. Мещерского (в последних изданиях содержатся вероятностные задачи механики).

Например, большой интерес у слушателей вызывает вероятностная задача о торможении автомобиля, о преодолении препятствия дорожным катком и другие задачи. При анализе динамики торможения рассматривается задача о расчете плотности вероятности тормозного пути по известной плотности вероятности для начальной скорости автомобиля при неизменном его замедлении. Небезынтересно, что при нормальном законе распределения начальной скорости распределение вероятности для тормозного пути перестает быть нормальным.

При изложении интегралов Фурье рассматривается задача о вынужденном движении осцилля-

тора при наличии линейных сил сопротивления под действием произвольно изменяющейся со временем возмущающей силы. В результате находится частотная передаточная функция. В физике она называется функцией реакции.

Этот пример позволяет обсудить актуальную задачу о линейном отклике (реакции) не только механической системы но и термодинамической системы на действие возмущающей силы. В итоге студенты получают начальные представления о так называемой теории реакции, играющей важную роль в современной статистической механике неравновесных процессов.

Анализ этого примера приводит к необходимости рассмотреть теорему о свертке двух функций и ее преобразование Фурье. Кроме того вводится понятие о δ -функции и показывается, что функция реакции описывает смещение осциллятора при действии δ -образной возмущающей силы.

Большое внимание уделяется корреляционной теории случайных функций и, в частности, подробно рассматриваются стационарные случайные

функции. Здесь анализируются наиболее часто встречающиеся модели корреляционных функций: чисто экспоненциальная функция и функции гармонического типа, модулируемые экспонентой.

Изучается также спектральная теория корреляционных функций, причем изложение сопровождается подробным расчетом спектральных плотностей для введенных ранее моделей корреляционных функций. Рассматривается понятие о белом шуме и с помощью δ -функции определяется вид соответствующей корреляционной функции.

В заключении курса рассматривается определение корреляционных функций по результатам опытов в случае стационарного случайного процесса.

Можно надеяться, что предложенный курс будет иметь важное значение не только при подготовке инженеров-механиков лесного комплекса, но и при обучении специалистов других направлений. Кроме того, рассматриваемый курс усиливает фундаментальную подготовку инженеров и демонстрирует большое прикладное значение фундаментальных наук.

РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ

Локтионов А.В.

Analytical dependencies for calculating speed and acceleration of the point are obtained by matrix method. The given methodology is used for robots—manipulators working in spherical system of coordinates.

В работах [1, 2] скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} в сферической системе координат определяются как частный случай их расчета в ортогональных криволинейных координатах. Для расчета скорости определяются частные производные от декартовых координат x, y, z точки по соответствующим криволинейным q_1, q_2, q_3 и находятся коэффициенты Ляме H_1, H_2, H_3 . Модуль скорости v точки определяется из выражения $v^2 = \dot{q}_1^2 H_1^2 + \dot{q}_2^2 H_2^2 + \dot{q}_3^2 H_3^2$.

Для расчета ускорения также используются коэффициенты Ляме, определяются соответственно частные производные от квадрата скорости по обобщенным криволинейным скоростям $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3$ и координатам q_1, q_2, q_3 и полные производные по времени от полученных соответствующих разностей частных производных по \dot{q} и q .

Такая методика расчета кинематических параметров достаточно трудоемка. Искомые \vec{v} и \vec{a} определяются только в проекциях на подвижные сферические оси координат R, φ, Θ связанные с движущейся точкой М.

В работах [3, 4] скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} получены с использованием векторного анализа. Матричное исчисление использовано в работе [3] для преобразования от прямоугольных и цилиндрических к сферическим системам координат.

Рассмотрим матричный метод расчета кинематических параметров в сферических координатах и применим изложенную методику к роботу-манипулятору с тремя степенями подвижности [5, 6].

Аналитические исследования по расчету кинематических параметров точки М (рис. 1, а) матричным методом выполнены для случая, когда она совпадает с началом координат X_R, Y_φ, Z_Θ . В общем случае, который здесь не рассматривается, координаты $X_R, Y_\varphi, Z_\Theta \neq 0$.

В прямоугольной неподвижной системе координат xyz положение вектора \vec{r} (рис. 1) определяется текущими координатами x, y, z точки М. В сферической подвижной системе координат положение точки М определяется расстоянием R , углом φ и углом Θ . Введем также подвижные системы координат $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2$, начало которых находится в точке О. Указанные на рисунке 1, а, б, в системы координат составляют между собой углы, косинусы которых образуют матрицы A_φ, A_Θ . Проекция абсолютной скорости \vec{v} и ускорения \vec{a} точки М определены как на неподвижные оси координат xyz , так и на подвижные сферические оси координат $X_R, Y_\varphi, Z_\Theta (R, \varphi, \Theta)$.

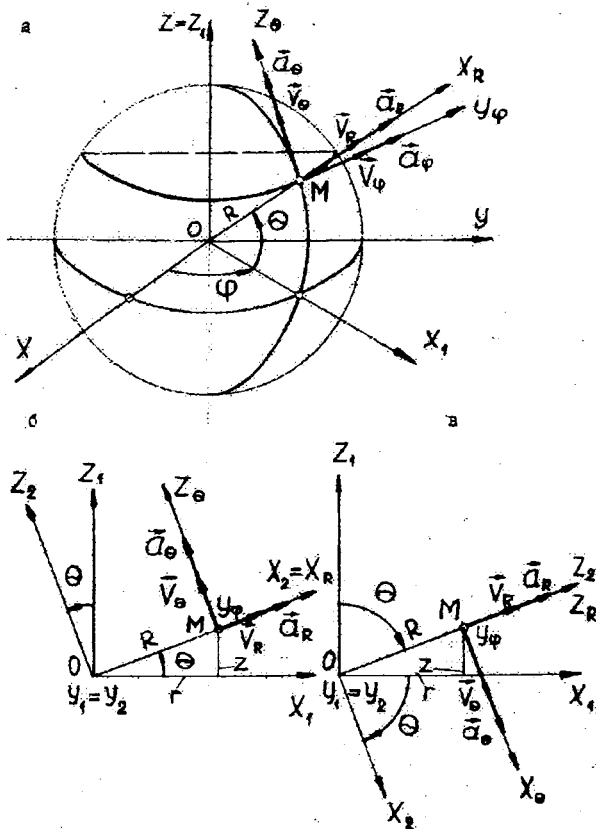


Рис. 1. Расчетная схема для определения кинематических параметров в сферической системе координат

Координаты точки М в неподвижной системе x, y, z в рассматриваемом случае выражается через координаты этой точки в системе X_R, Y_φ, Z_Θ следующим образом

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A_\varphi A_\Theta \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + A_\varphi A_\Theta \begin{pmatrix} x_R \\ y_\varphi \\ z_\Theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

Вектор скорости \vec{v} точки М в системе x, y, z определяется дифференцированием текущих координат равенства (1) из выражения

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = (\dot{A}_\varphi A_\Theta \dot{\varphi} + A_\varphi \dot{A}_\Theta \dot{\Theta}) \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + A_\varphi A_\Theta \begin{pmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_\varphi \\ \dot{z}_\Theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

Из формулы (2) определяются проекции вектора скорости точки М на неподвижные оси координат x, y, z , которые имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x} = v_x &= \dot{R} \cos \varphi \cos \Theta - R \dot{\varphi} \cos \Theta \sin \varphi - R \dot{\Theta} \cos \varphi \sin \Theta; \\ \dot{y} = v_y &= \dot{R} \sin \varphi \cos \Theta + R \dot{\varphi} \cos \Theta \cos \varphi - R \dot{\Theta} \sin \varphi \sin \Theta; \\ \dot{z} = v_z &= \dot{R} \sin \Theta + R \dot{\Theta} \cos \Theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Модуль скорости точки М найдется из равенств (3) по формуле

$$v = \sqrt{\dot{R}^2 + R^2 \dot{\varphi}^2 \cos^2 \Theta + R^2 \dot{\Theta}^2}. \quad (4)$$

В свою очередь вектор скорости \vec{v}_M точки М в системе X_R, Y_φ, Z_Θ (R, φ, Θ)

$$\vec{v}_M = A^T \vec{v}, \quad (5)$$

где A^T — транспонированная матрица, равная произведению транспонированных матриц-множителей, взятых в обратном порядке: $A^T = A_\Theta^T \cdot A_\varphi^T$.

Векторы \vec{v} и \vec{v}_M в равенствах (2) и (5) представляют разложение одного и того же вектора \vec{v} по разным базисам систем координат x, y, z и X_R, Y_φ, Z_Θ . С учетом (2) равенство (5) будет иметь вид

$$\vec{v}_M = (A^T \dot{A}_\varphi A_\Theta \dot{\varphi} + A^T \dot{A}_\Theta \dot{\Theta}) \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{R} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Из формулы (6) определяются проекции вектора скорости точки М на подвижные сферические оси координат X_R, Y_φ, Z_Θ , которые имеют вид

$$\dot{x}_R = v_R = \dot{R}; \quad \dot{y}_\varphi = v_\varphi = R \dot{\varphi} \cos \Theta; \quad \dot{z}_\Theta = v_\Theta = R \dot{\Theta} \quad (7)$$

Модуль скорости точки М определяется из равенств (7) формулой (4), а направление скорости — направляющими косинусами.

Определим ускорение точки М в сферической системе координат матричным методом. Вектор ускорения \vec{a} точки М в системе x, y, z определится дифференцированием равенства (2)

$$\begin{aligned} \vec{a} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} &= [(\ddot{A}_\varphi \dot{\varphi}^2 + \dot{A}_\varphi \ddot{\varphi}) A_\Theta + \\ &+ 2 \dot{A}_\varphi \dot{A}_\Theta \dot{\varphi} \dot{\Theta} + A_\varphi (\ddot{A}_\Theta \dot{\Theta}^2 + \dot{A}_\Theta \ddot{\Theta})] \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ &+ 2 (\dot{A}_\varphi A_\Theta \dot{\varphi} + A_\varphi \dot{A}_\Theta \dot{\Theta}) \begin{pmatrix} \dot{R} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + A_\varphi A_\Theta \begin{pmatrix} \ddot{R} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из формулы (8) определяются проекции вектора ускорения точки М на неподвижные оси координат x, y, z , которые для краткости записи с учетом полученных ниже формул (12) имеют вид

$$\begin{aligned} a_x &= \ddot{x}_R \cos \varphi \cos \Theta - \ddot{y}_\varphi \sin \varphi - \ddot{z}_\Theta \cos \varphi \sin \Theta; \\ a_y &= \ddot{x}_R \sin \varphi \cos \Theta + \ddot{y}_\varphi \cos \varphi - \ddot{z}_\Theta \sin \varphi \sin \Theta; \\ a_z &= \ddot{x}_R \sin \Theta + \ddot{z}_\Theta \cos \Theta. \end{aligned} \quad (9)$$

Модуль ускорения точки М определяется из равенств (9) по формуле

$$a = \sqrt{\ddot{x}_R^2 + \ddot{y}_\varphi^2 + \ddot{z}_\Theta^2} = \sqrt{a_R^2 + a_\varphi^2 + a_\Theta^2}. \quad (10)$$

Значения a_R, a_φ, a_Θ приведены ниже в (12).

Вектор ускорения \vec{a}_M точки М в системе X_R, Y_φ, Z_Θ (R, φ, Θ , см. рис. 1) $\vec{a}_M = A^T \vec{a}$. (11)

С учетом (8) из равенства (11) получим проекции вектора ускорения точки М на подвижные сферические оси координат $X_R Y_\varphi Z_\Theta$, которые имеют вид

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= a_R = \ddot{R} - R\dot{\Theta}^2 - R\dot{\varphi}_2 \cos^2 \Theta; \\ \ddot{y}_\varphi &= a_\varphi = R\ddot{\varphi} \cos \Theta + 2(\dot{R} \cos \Theta - R\dot{\Theta} \sin \Theta)\dot{\varphi}; \\ \ddot{z}_\Theta &= a_\Theta = R\ddot{\Theta} + R\dot{\varphi}^2 \cos \Theta \sin \Theta + 2\dot{R}\dot{\Theta}.\end{aligned}\quad (12)$$

Искомые кинематические параметры (7) и (12) показаны на рис. 1, а, б. Модуль ускорения точки М определяется формулой (10), а направление ускорения — направляющими косинусами.

В тех механических задачах, где ось Z является осью симметрии, угол Θ удобно отсчитывать вниз от положительного направления оси Z (рис. 1, в).

Для рис. 1, в равенство (1) имеет вид

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A_\varphi A_\Theta \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{pmatrix} + A_\varphi A_\Theta \begin{pmatrix} x_\Theta \\ y_\varphi \\ z_R \end{pmatrix}\quad (13)$$

Сохраняется матрица A_φ . Матрица A_Θ по рис. 1, в получается транспонированием матрицы A_Θ по рис. 1, б относительно главной диагонали.

Формулы для расчета скорости и ускорения по рис. 1, в имеют соответственно вид (2), (6) и (8), (11). В соответствии с (13) в них видоизменяется запись столбцевых матриц.

Применительно к рис. 1, в формулы (3), (4), (7), (12) имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v_x = R\dot{\Theta} \cos \varphi \cos \Theta - R\dot{\varphi} \sin \Theta \sin \varphi + \dot{R} \cos \varphi \sin \Theta; \\ \dot{y} &= v_y = R\dot{\Theta} \sin \varphi \cos \Theta + R\dot{\varphi} \sin \Theta \cos \varphi - \dot{R} \sin \varphi \sin \Theta; \\ \dot{z} &= v_z = -R\dot{\Theta} \sin \Theta + \dot{R} \cos \Theta;\end{aligned}\quad (14)$$

$$v = \sqrt{R^2 \dot{\Theta}^2 + R^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \Theta + \dot{R}^2};\quad (15)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_\Theta = v_\Theta &= R\dot{\Theta}; \quad \dot{y}_\varphi = v_\varphi = R\dot{\varphi} \sin \Theta; \\ \dot{z}_R &= v_R = \dot{R}\end{aligned}\quad (16)$$

$$\begin{aligned}a_x &= \ddot{x}_\Theta \cos \varphi \cos \Theta - \ddot{y}_\varphi \sin \varphi + \ddot{z}_R \cos \varphi \sin \Theta; \\ a_y &= \ddot{x}_\Theta \sin \varphi \cos \Theta + \ddot{y}_\varphi \cos \varphi + \ddot{z}_R \sin \varphi \sin \Theta; \\ a_z &= -\ddot{x}_\Theta \sin \Theta + \ddot{z}_R \cos \Theta.\end{aligned}\quad (17)$$

$$\ddot{x}_\Theta = a_\Theta = R\ddot{\Theta} + 2\dot{R}\dot{\Theta} - R\dot{\varphi}^2 \sin \Theta \cos \Theta;$$

$$\ddot{y}_\varphi = a_\varphi = R\ddot{\varphi} \sin \Theta + 2(\dot{R} \sin \Theta - R\dot{\Theta} \cos \Theta)\dot{\varphi};\quad (18)$$

$$\ddot{z}_R = a_R = \ddot{R} - R\dot{\Theta}^2 - R\dot{\varphi}^2 \sin^2 \Theta.$$

Искомые кинематические параметры (16) и (18) показаны на рис. 1, в. Модуль ускорения точки М найдется из (18) по формуле

$$a = \sqrt{\ddot{x}_\Theta^2 + \ddot{y}_\varphi^2 + \ddot{z}_R^2} = \sqrt{a_\Theta^2 + a_\varphi^2 + a_R^2}.\quad (19)$$

Полученные расчетные формулы позволяют определить скорость и ускорение точки М в сферических координатах матричным методом. Для численного расчета можно использовать стандартные программы вычисления произведения матриц на ЭВМ.

Пример (№ 12.39 [5]). Вертикальная колонна, несущая руку робота-манипулятора, может поворачиваться на угол φ . Рука со схватом поворачивается на угол Θ и выдвигается на расстояние R. Найти скорость и ускорение центра схвата при заданных $R(t)$, $\varphi(t)$, $\Theta(t)$.

Кинематическая и расчетная схема для робота-манипулятора с тремя степенями подвижности, работающего в сферической системе координат, изображена на рис. 2. Координаты центра схвата (точка М) в неподвижной системе координат xyz при заданных $R(t)$, $\varphi(t)$, $\Theta(t)$ выражаются формулой (13).

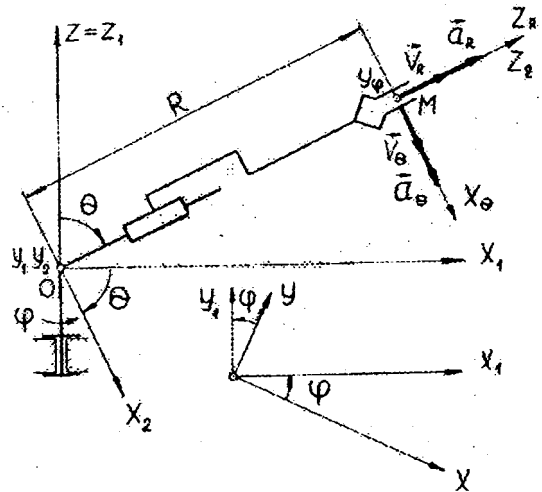


Рис. 2. Кинематическая схема робота-манипулятора с тремя степенями подвижности, работающего в сферической системе координат

Скорость и ускорения центра схвата определяются из (15) и (19).

При заданных $R(t)$, $\varphi(t)$, $\Theta(t)$ уравнения траектории центра схвата в параметрической форме получим из формулы (13), где роль параметра играет время t . Они имеют вид

$$x = R \sin \Theta \cos \varphi, \quad y = -R \sin \Theta \sin \varphi, \quad z = R \cos \Theta.\quad (20)$$

При заданных $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$ уравнения траектории центра схвата в параметрической форме, используя транспонированную матрицу A^T , получим из формулы (13). Они имеют вид

$$\begin{aligned}R &= x \cos \varphi \sin \Theta + y \sin \varphi \sin \Theta + z \cos \Theta, \\ \varphi &= \arctg(y/x), \\ \Theta &= \arctg\left(\sqrt{x^2 + y^2}/z\right)\end{aligned}\quad (21)$$

Уравнения (20) и (21) позволяют построить траекторию центра схвата как при заданных $R(t)$, $\varphi(t)$, $\Theta(t)$, так и при $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$.

Изложенную методику расчета скорости и ускорения следует использовать для роботов-манипуляторов, работающих в сферической системе координат.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики, том I. — М.: Наука, 1970. с. 240.
2. Бухгольц Н.Н. Основы курса теоретической механики, ч. I. — М.: Наука, 1972, с. 468.
3. Халфман Р.Л. Динамика. — М.: Наука, 1972. — с. 568.
4. Добронравов В.В., Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. — М.: Наука, 1986. — с. 448.
5. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. — М.: Наука, 1986. — с. 448.
6. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. Т.1. Статика и кинематика. — М.: Наука, 1990. — с. 672.

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Кравчук А.С., Иванова Е.Б.

Some problems of construction of the automatized training system (ATS) of applied mechanics are touched in this article.

The ATS consists of two information blocks: an electronic directory and control-checking system. The electronic directory includes some amount of numbered contexts. Questions of a different level of difficulty form this testing system. Question's selection is realized with the help of randomizing. All questions have different levels of difficulty, that are defined by the methods of the theory of Graphs. A final test evaluation is constructed by the methods of Mathematical Statistics. The results of any tests are recorded in the special form and saved in the fail.

The software of the set exploitation is based on the complex of programs, that allow to view the electronic directory, to make tests in different ways and to analyze final evaluations. Service routines ensure the modification of tests base and a convenient interface for users. System test running showed that it provides gaining accessible and high quality knowledge on the subject.

The set system needs some further development in the field of test methods and evaluation criteria forming. The ATS can be consider as a part of the electronic teaching complex.

Современный уровень информатизации образования позволяет усовершенствовать и модернизировать образовательную систему. Этот процесс сопровождается:

- использованием новых возможностей представления информации — комбинацией текста, графических изображений, анимации, звука, видеофрагментов;

- доступом к большим объемам информации не только в традиционном печатном виде, но и, благодаря сети *Internet*, к большим интеллектуальным ресурсам;

- внедрением новых форм учебных занятий — электронных учебных курсов, которые представляют собой учебные материалы, структурированные особым образом, записанные на магнитные носители и доступные через локальную или глобальную сеть.

Основой информатизации образования является массовое использование информационных компьютерных технологий (ИКТ), которое, в конечном итоге, должно обеспечить получение доступного и качественного образования.

Программное обеспечение ИКТ включает в себя: обучающие системы, информационно-поисковые системы, моделирующие программы, микромиры и инструментальные средства создания новых электронных ресурсов.

В настоящее время во многих учебных заведениях в рамках модульно-рейтингового подхода к обучению [1] разрабатываются и используются автоматизированные обучающие системы (АОС) по различным учебным предметам. Наиболее распространены АОС по естественно-научным и техническим дисциплинам.

Процесс подготовки дипломированных специалистов по различным специальностям регламентируется требованиями государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования. Поэтому содержание и объем учебного курса одной и той же дисциплины по различным специальностям различаются. Это приводит к необходимости разработки собственных компьютерных учебных курсов (в т.ч. АОС) для каждой специальности.

Разработанная по дисциплине «Прикладная механика» АОС используется при обучении студентов

по специальности 190500 — «Биотехнические и медицинские аппараты и системы» и может работать в режиме диалога со студентом либо в автоматическом режиме. Система включает в себя два модуля: *электронный справочник*, состоящий из пронумерованных специальным образом контекстов основных определений, понятий, теорем и т.п. по всем темам данного курса, и *систему контроля* для оценки степени понимания учебного материала.

В системе контроля использовались тесты (наборы вопросов) следующих видов:

- *текущие*. Вопросы задаются непосредственно по ходу изложения материала лекции, при ответе на вопрос можно пользоваться любыми материалами;

- *рубежные*. Набор вопросов, на которые дается ответ по завершении изучения темы. При ответах можно использовать только справочник;

- *итоговые*. Набор вопросов, на которые дается ответ по завершении всего курса. Количество вопросов задается преподавателем. Выборка вопросов осуществляется случайным образом по всем темам дисциплины с учетом заданных процентных соотношений. При ответах на вопросы нельзя пользоваться никакими информационными материалами. Время тестирования ограничивается.

Все виды тестов состоят из вопросов с набором вариантов возможного единственного ответа. При ответе на вопрос допускается ввод текста или чисел в фиксированном формате.

Тестовые задания ориентированы на диагностику различных уровней знания. При ответе на тестовые вопросы первого уровня используются базовые понятия дисциплины. Второй уровень требует умения применять базовые понятия. На третьем уровне проверяется умение анализировать различные ситуации и обобщать полученные знания. Вопросы первого и второго уровня представляются в виде вопроса в альтернативной форме. На третьем уровне вопросы формулируются в виде расчетной или качественной задачи.

Таким образом, задания разного уровня отличаются по степени сложности, т. е. обладают разным «весом». Вес вопроса определяется по методу графового моделирования [2].

Итоговая оценка тестирования формируется на основе вероятностного подхода. При этом учитывается количество и вес заданных вопросов.

Анализ результатов позволяет преподавателю проводить мониторинг процесса обучения каждого студента.

Предложенная разработка базируется на комплексе программ, которые позволяют:

— студенту

- просматривать *электронный справочник* и выбирать (по результатам самоконтроля) последовательность и темп освоения учебного материала;

- осуществлять *самостоятельный контроль*. В случае неверного ответа на вопрос система выда-

ет ссылку на соответствующий контекст электронного справочника;

— преподавателю

- проводить все виды тестов;

- анализировать результаты тестирования;

— протоколировать работу студента и сохранять результаты в соответствующих файлах;

— подсчитывать результирующую оценку.

Перед началом тестирования в режиме диалога студент вводит номер студенческого билета, фамилия, имя и отчество и выбирает необходимый режим работы. На все выводимые на экран монитора вопросы необходимо выбрать один из нескольких вариантов ответа. По окончании тестирования система выдает всю информацию о результате тестирования, с возможностью апеллировать перед преподавателем или экспертной комиссией в случае несогласия с оценкой.

Служебные режимы обеспечивают преподавателю возможность

- перерабатывать, корректировать и усовершенствовать массив вопросов;

- получать в любой момент информацию о степени усвоения учебного материала любым студентом;

- на основе статистической обработки результатов тестирования определять качество тестовых заданий;

- иметь удобную форму представления результатов;

- архивировать результаты очередного цикла обучения для пополнения файла статистических данных.

Алгоритм АОС реализован на языке DELPHI под управлением системы WINDOWS. Созданная информационная система апробирована и может быть предложена к эксплуатации.

К неоспоримым преимуществам использования АОС следует отнести охват большого контингента студентов, предоставление широкого доступа к образовательным ресурсам и возможность выбора наиболее удобной формы обучения для каждого студента.

Вместе с тем выявлен и ряд недостатков: работа студента может носить непродуктивный характер при отсутствии контроля со стороны преподавателя за процессом обучения; структурированность учебного материала требует от студента активных самостоятельных занятий (в противном случае представление о предмете будет носить фрагментарный характер); отсутствие учета индивидуальных психологических особенностей каждого студента снижает эффективность тестирования.

Дальнейшее развитие АОС предполагает сочетание традиционных форм тестирования и адаптивных тестов, которые учитывают индивидуальные возможности студента [3]; развитие методик построения критериев оценки уровня подготовленности студентов; индивидуальную настройку АОС на основе методов психодиагностики.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Каланова Ш.М. Положение о рейтинговом контроле знаний студентов. — Тараз: Жамбыльский университет, 1997.
2. Фигуровский Е.Н., Шпиченецкий Б.Я. Применение графового моделирования для определения степени сложности задач. // Доклады II международной научно-технической конференции «Моделирование и исследование сложных систем», — М.: МГАПИ, 1998, ч.4, с. 734.
3. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании: Учеб. Пособие. — М., Издательский центр «Академия», 2003, 192с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ И ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ ПРОБЛЕМЫ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ «КОМПЬЮТЕРНАЯ МЕХАНИКА» В БНТУ

Чигарев А.В., Кравчук А.С.

The paper deals with the peculiarities of organization of «Computational Mechanics» at any technical university. It concerns significant increasing of mathematical and computer-oriented disciplines at the curriculum.

Об учебной программе. Программа Белорусского национального технического университета по компьютерной механике вобрала в себя как богатые традиции машиностроительного факультета, выработанные на протяжении более чем 60 лет, так и современные тенденции в мировом инженерном образовании. Эта специализация была официально образована в 1998 году. Она стала первой специализацией в Беларуси, делающей основной акцент на механике, информатике и компьютерных науках (Рис.).

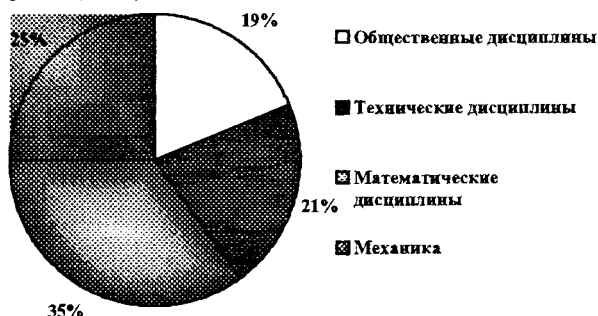


Рис. Соотношение аудиторных часов дисциплин в учебном плане специализации «Компьютерная механика»

В учебном плане реализована идея поэтапного образования. Так, поступившие на машиностроительный факультет студенты начинают учебу с двухгодичного ознакомления с математикой, физикой, материаловедением, теоретической механикой и программированием в соответствии с учебными программами по специальностям для студентов технических вузов. За это время студенты приобретают навыки проектирования конструкций необходимые специалистам со специальным техническим образованием.

Второй этап (конец второго и третий курс) обучения состоит в дополнении и закреплении математических общеобразовательных знаний, полученных на первых двух курсах в области дифференциальных уравнений, теории графов, уравнений математической физики и др. Этот этап явля-

ется фундаментом для перехода к теоретически сложным предметам — механики сплошных сред. Результатом этого этапа является подготовка специалиста с неполным высшим образованием

В течение последних полутора-двух лет обучения студенты проходят специализацию, основной упор в которой делается на изучении механики сплошных сред, а также инженерных приложений с применением современных компьютерных технологий.

Такое условное деление на этапы позволяет готовить широкий спектр специалистов - от инженеров небольших предприятий и производств, не насыщенных современной техникой, до научных работников, прочно владеющих современными средствами решения задач расчета технических систем. Кроме того, оно позволит безболезненно перейти к учебной программе подготовки магистров наук.

В целом содержание дисциплин соответствует зарубежным аналогам данной специализации. Вместе с тем она учитывает и специфику технического образования в нашей стране.

Таким образом, учебная программа по компьютерной механике подчеркивает близкую интеграцию теории, эксперимента с современными вычислительными средствами. Она также предполагает широкий доступ студентов к вычислительной технике и профессиональному программному обеспечению и, кроме концентрации на фундаментальных дисциплинах обеспечивает, естественные условия старта для аспирантских исследований, также проводимых в Белорусском национальном техническом университете.

Методические и организационные проблемы. Наиболее сложным на этапе формирования учебной программы является выделение основных магистральных тенденций в развитии современного образования и науки в области механики. Именно эти тенденции должны быть максимально учтены в учебной программе, т.к. это являются зало-

гом ее жизнеспособности и, в дальнейшем, предметственности в подготовке специалистов данного профиля.

Одним из «краеугольных камней» учебного плана данной специальности является выпуск специалистов с мышлением, основанным на использовании широкого круга современных прикладных программ, специалистов, которые благодаря своим знаниям не будут долго и мучительно тратить время на решение прикладных или производственных задач. Их опыт, полученный во время обучения, должен позволять им достаточно быстро и самостоятельно выбирать средства решения в соответствии с критериями эффективности: (стоимость программного обеспечения) / (время и качество реализации решения). Фактически эта специализация должна наладить выпуск специалистов совершенно иной «компьютерной» культуры.

Этой цели невозможно достичь, не используя при организации практически любых занятий в достаточном количестве вычислительную технику. Фактически междисциплинарную связь (информатика) / (др. дисциплина) должен повсеместно внедрять каждый преподаватель в рамках соответствующего предмета. Только в этом случае можно ожидать подготовки специалиста с требуемыми навыками и знаниями. Бытующее до настоящего времени мнение, что эта связь должна быть ограничена предметом «Информатика» для данной специальности, ошибочно, поскольку общеизвестным является факт, что при подготовке специалиста (как и при воспитании человека) огромное влияние оказывает среда. И если даже в рамках предмета «Информатика» эта среда будет создана, то в рамках других предметов, преподаватели которых не используют вычислительные средства на необходимом уровне, эта среда будет уничтожена.

При решении этой общеобразовательной задачи возникает множество проблем. Первая, наиболее

очевидная и простая (при своем решении) — это отсутствие достаточного количества вычислительной техники.

Вторая проблема: не все кафедры уделяют достаточно внимания указанной выше междисциплинарной связи (информатика) / (предмет). Это объясняется тем, что во многих случаях в этой связи видят не что иное, как веяние западной моды: время пройдет и веяние изменится, а мы как учили выполнять работу вручную так и будем учить. К сожалению, это не так и изменить этот взгляд необходимо.

Следующая проблема — это недостаток программного обеспечения. Она обычно решается с помощью использования нелегальных копий, которыми изобилует рынок. К сожалению, эти копии не всегда хорошо работают, однако они дают возможность хотя бы частично снять проблему. Другая возможность решения данной проблемы — использование бесплатного программного обеспечения (учебные версии, бесплатные программные продукты).

Несмотря на многочисленные трудности, кафедрой «Теоретической механики» решаются данные проблемы на высоком уровне. На кафедре разработаны учебно-методические материалы, позволяющие студентам решать задачи теоретической механики с помощью MathCAD, Mathematica 4.0. Ведется работа по созданию учебно-методических материалов по применению ANSYS при решении задач механики твердого тела. Необходимо отметить, что кафедра также ведет отдельный усложненный курс «Информатика» для ряда специальностей.

Таким образом, кафедра «Теоретической механики» БНТУ делает все от нее зависящее, чтобы выпустить достойного специалиста третьего тысячелетия. К этой общей работе приглашаются все заинтересованные специалисты по другим предметам.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНИК ПО ИЗБРАННЫМ ГЛАВАМ КУРСА МАТЕМАТИКИ

Тавгень И.А.

Computer book MathTeachTest was designed on the base of Click2Learn ToolBook II 8.0, which can be used for automation of education, distance learning for some topics of Mathematic in school. There is a description of main parts of the computer book and application.

Одним из основных средств дистанционного обучения является компьютеризированный (электронный) учебник (КУ), который как элемент учебно-методического комплекса [1] является неотъемлемой частью дидактической системы дистанционного обучения (ДО). Электронному учебнику в системе ДО отводится одна из основных ролей по активизации творческой самостоятельной работы обучающихся, развитию у них творческого мышления с учетом их

индивидуальных особенностей, обеспечению возможности вариативного выбора траектории обучения в зависимости от целей и сложности решаемых учебных задач. Он представляет собой основной носитель научного содержания учебной дисциплины. Такой учебник выполняется в формате, допускающем гиперссылки, графику, анимацию, тестовые интерактивные задания. К преимуществам обучения с помощью КУ можно отнести возможность наглядной де-

монстрации и одновременного пояснения, возможность быстрой переконпоновки материала и внесения в него изменений, а также возможность быстро отыскать нужную информацию и оперативно отослать ученику по электронной почте, записать на CD, DVD или поместить на образовательный web-сайт. КУ может использоваться для обучения, самопроверки и контроля знаний. Он должен содержать систему тестов и учебных материалов по курсу, может применяться как экзаменатор на выпускных и вступительных экзаменах, для проверки знаний на текущих занятиях, как тренажер для самостоятельных занятий. Он также полезен слушателям для самостоятельного изучения учебных тем, подготовки к занятиям и получения дополнительных информационно-справочных сведений.

На примере электронного учебника по избранным главам математики [2], рассмотрим основные дидактические, методические и информационно-справочные материалы, необходимые преподавателям для подготовки и проведения занятий. Структурно КУ представлен в виде дидактически взаимосвязанных и взаимодополняющих частей: текстовой (теоретической) и компьютерной (практической), объединенных в модули. Структурирование курса ДО должно быть модульным, чтобы обучаемый имел возможность четко осознавать свое продвижение от модуля к модулю. Это позволит обучаемым выбирать индивидуальную образовательную траекторию. Большие модули или курсы заметно снижают мотивацию обучения. Модульность учебно-методического обеспечения заключается в том, что каждый учебный модуль состоит из теоретического курса, практических заданий и методов диагностики.

Теоретический курс имеет следующие составляющие: мотивационную, структурную, методическую, справочную. Практические задачи по отдельному модулю должны включать в себя частные и комплексные прикладные задачи по теоретическому курсу модуля. Текстовая часть КУ представляет собой специально написанный курс, в котором для обучающихся, наряду с раскрытием основного научного содержания дисциплины, приводятся методические рекомендации по самостоятельному изучению учебного материала с использованием других элементов УМК. Дидактическими функциями, реализуемыми текстовой частью КУ, являются: информационная, самообразовательная, координирующая, мотивирующая, а также функция управления познавательной деятельностью обучаемых.

Компьютерная часть КУ включает в себя программные продукты, представляющие собой наборы динамических и статических компьютерных слайдов по каждой теме учебной дисциплины. С их помощью обучающимся предоставляются в электронном виде краткие электронные конспекты изучаемого материала, графики, схемы, диа-

граммы и др. Одной из особенностей электронных конспектов является наличие в каждом из них специальных структурных схем изучения материала, с помощью которых преподаватель имеет возможность сформировать у обучающихся ориентировочную основу действий по усвоению учебного материала. Это обеспечивается логической последовательностью вывода на экран основных элементов изучаемой темы (основные вопросы, категории и определения, формулы и др.). Последовательность их выведения на экран определяется в соответствии с графом изучения темы, разработанным преподавателем на этапе отбора и структурирования содержания предметного материала по дисциплине. Следующим элементом КУ является набор динамических компьютерных слайдов, разбитых на отдельные разделы и объединенных в электронный альбом. Электронный альбом реализуется в гипертекстовой структуре, позволяющей обучаемому в динамике просматривать схемы и наглядные пособия, переходя от одного раздела к другому, от одной схемы к другой. Последовательность выведения на экран дисплея элементов схемы из альбома может определяться самим обучаемым или преподавателем.

Рассмотрим электронный учебник MathTeachTest, разработанный в среде редактора Click2Learn ToolBook II 8.0. Электронный учебник MathTeachTest представляет собой электронный учебник с windows-ориентированным интерфейсом, встроенной системой помощи, которая поясняет принципы работы с программой и включает в себя избранные задачи некоторых разделов школьного курса математики: уравнения; алгебраические уравнения, рациональные алгебраические уравнения; алгебраические и рациональные неравенства и др. Программное средство MathTeachTest предназначено для автоматизации процесса обучения, дистанционного обучения и контроля знаний по избранным задачам школьного курса математики, может быть использовано как вспомогательное средство при повышении квалификации учителей математики общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, а также может быть рекомендовано для проведения факультативов и организации самостоятельной работы учащихся общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Контроль подразделяется на систематический (осуществляется на каждом занятии) и итоговый (за определенный период учебного времени) контроль знаний. Основанием выставления оценки является анализ ответов обучаемого на тестовые задачи. Этот процесс предполагает создание информационной базы, содержащей тестовые задания, данные о способе их правильного выполнения и информацию о результатах выполнения заданий.

Электронный учебник MathTeachTest может работать в одном из трех режимов: локально (на отдельной взятой ПЭВМ); в локальной сети Ethernet, в

глобальной сети Internet/Intranet. В зависимости от выбранного режима работы предъявляются различные требования к аппаратному и программному обеспечению ПЭВМ. При этом аппаратная конфигурация сервера определяется администратором сети. Аппаратная конфигурация ПЭВМ рабочих станций для эксплуатации Internet-версии продукта практически совпадает с конфигурацией для Ethernet-версии. Во всех версиях программа работает с пользователем в диалоговом режиме, который для сетевых версий во многом определяется используемой LMS (Learning Management System) и типом сервера.

Реализованы следующие разделы:

- управляющая часть (главное меню);
- теоретическая часть (теория решения избранных задач школьного курса математики);
- практическая часть (набор тестов);
- справочная часть (электронный справочник, глоссарий).

Логически электронный учебник разделен на три части: теоретический курс, интерактивный задачник, электронный справочник и глоссарий. Теоретический курс включает в себя изложение методов решения задач указанных тем и примеры решения типовых задач. Задачник выполнен по принципу тестирования: приводится условие задачи и варианты ответов.

Работа с задачиком возможна в двух режимах — тренировочном и контрольном. В тренировочном режиме можно обратиться к теоретической или справочной части. Программа позволяет учащемуся обучаться в процессе решения задач, исправляя свои ошибки. После ввода ответа компьютер анализирует его и, если ответ верный принимает. В противном случае (если обучаемый выбрал неверный ответ) программа дает еще одну попытку. Если и на этот раз ученик допускает ошибку в решении, то программа выводит правильный ответ (решение). В случае эксплуатации сетевой версии программы сведения о числе попыток решения зада-

чи и времени, затраченном на решение, фиксируются в базе данных учеников. В контрольном режиме на выполнение каждого задания отводится определенное (10 минут) время и ограничен доступ к справочной информации. После ввода ответа исправления не допускаются. Задания контрольной работы можно выполнять в произвольном порядке.

Электронный справочник и глоссарий содержат базовую информацию по рассматриваемым темам. Доступ к информации справочника и глоссарию осуществляется из теоретической части, либо из задачника. Разработана система помощи пользователю, содержащая информацию о правилах работы с программой.

При использовании сетевой версии программы осуществляется регистрация пользователя посредством регистрационной формы, в соответствующие поля которой обучаемый должен ввести свое имя и пароль. При повторных обращениях к курсу эти сведения используются для идентификации пользователя — учета его предыдущих результатов, адаптации программы к индивидуальной скорости усваивания информации.

Программа имеет многоуровневое иерархическое меню. Основным элементом управления при работе с ним является навигационная панель, располагающаяся в нижней части каждой страницы учебника.

Первый уровень меню (главное меню) позволяет обратиться к любой из трех частей программы — теоретическому курсу, задачику или справочнику. Рассмотрим эти меню (для теоретической части и задачника) на примере меню для теоретической части (рис. 1). Отметим, что уровень меню может быть многостраничным (так как не все опции могут поместиться на один экран). Для быстрого выбора необходимого материала каждая глава теории снабжена указателем задач, представляющим собой список гиперссылок.

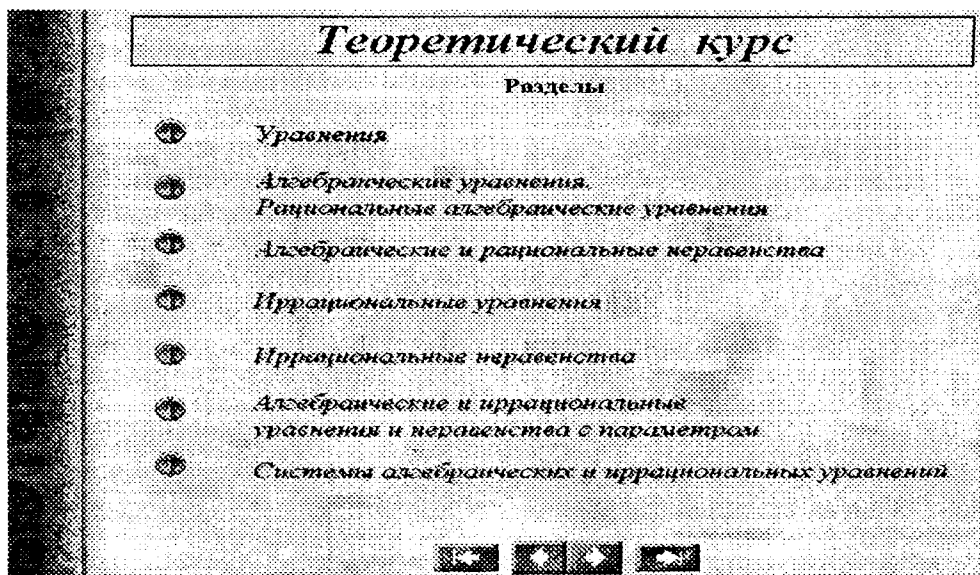


Рис. 1

Страницы теоретического курса (рис. 2) имеют две панели управления — верхнюю и нижнюю. Верхняя панель управления состоит из четырех кнопок, которые предназначены для переходов к различным частям учебного пособия.

Текст учебника снабжен гиперссылками. Активизировать ссылку можно путем подведения указателя мышки к ссылке и нажатия левой клавиши манипулятора. В правом нижнем углу каждой теоретической страницы размещен ее порядковый номер. Нумерация страниц в учебнике сквозная.

Для выполнения контрольной работы учащийся должен выбрать свой вариант. Для каждого варианта указано количество предлагаемых задач, а также уровень сложности. Контрольная должна быть выполнена за определенное время. На странице присутствует элемент управления, ограничивающий время решения — таймер, который находится в верхнем правом квадранте страницы. Так как предлагаемые задачи можно решать в любой очередности, то таймер ведет отсчет времени, отпущенного на решение всех задач контрольной работы. Индикация достоверности ответа такая же, как и на страницах задачника, работающего в тренировочном режиме.

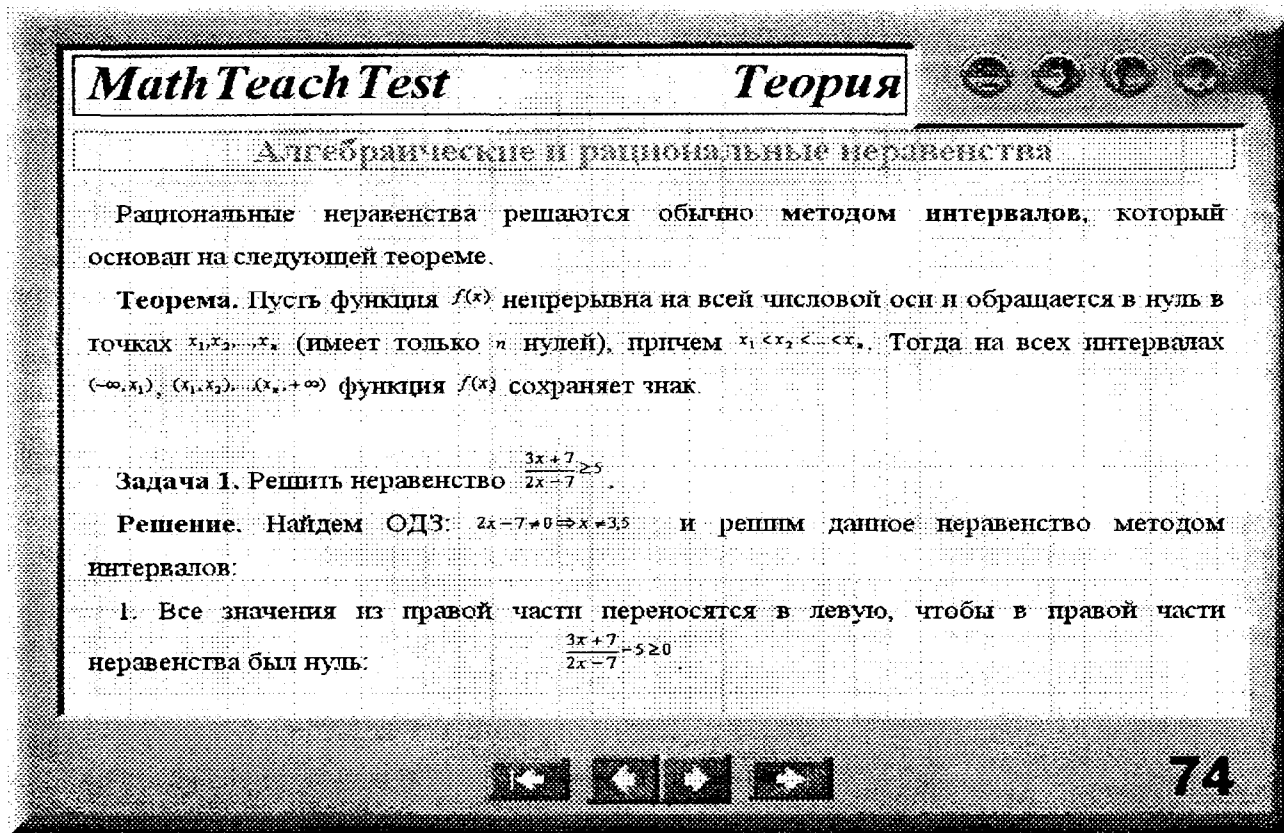


Рис. 2

Последней страницей в блоке задач по каждой теме и каждой контрольной работы является страница подсчета результатов. Вычисленный результат сохраняется в базе данных программы. В соответствии с полученной оценкой обучаемому выдается рекомендация к дальнейшим действиям (повторить изучение, приступить к изучению следующей темы, выполнить контрольную работу (для тренировочного режима)).

Электронный справочник вызывается по необходимости практически из любого места программы. Он содержит справочную информацию по различным разделам алгебры. Функционально страницы справочника повторяют страницы теоретического курса. Имеется две панели управления — верхняя и нижняя. При контекстно-независимом входе в справочник пользователь попадает на страницу оглавления. Глоссарий содержит краткую

информацию по различным разделам алгебры. Оглавление глоссария выполнено в виде прокручиваемого алфавитного предметного указателя.

Для обеспечения рациональной деятельности обучаемого электронный учебник MathTeachTest обладает следующими качествами:

- развитая гипертекстовая структура в логической части курса (определения, теоремы), логическая структура изложения (последовательность, взаимосвязь частей);
- удобная для пользователя навигация, позволяющая ему легко передвигаться по курсу;
- разбивка курса на небольшие блоки (страницы);
- наличие глоссария и ссылок на глоссарий.

Электронный учебник MathTeachTest можно использовать для изучения нового материала. Для

этого необходимо предложить обучаемым выбрать соответствующий раздел теории и ознакомиться с теорией, после этого перейти к соответствующему тренировочному режиму решения задач. При этом, тем обучаемым, которые допускали значительное количество ошибок, следует предложить обратиться еще раз к теории, которая доступна и из тренировочного режима. Некоторые темы можно изучать, используя принцип проблемного обучения. В этом случае обучаемым предлагается выполнить контрольное задание в тренировочном режиме, при этом можно воспользоваться подсказками, исправлять ошибки в процессе решения, получить правильный ответ (решение), и после этого самостоятельно сформулировать основные теоретические положения.

Электронный учебник MathTeachTest можно использовать при дистанционном обучении, а также для самостоятельной работы обучаемых при

очном или заочном обучении. Теоретическая часть учебника полностью соответствует учебному пособию [2] и дополнена справочным материалом. Тренировочный режим задачника позволяет обучаемым самостоятельно изучить и получить практические навыки решения задач. Использование контрольного режима задачника позволяет, с одной стороны, обучаемому осуществлять тематический самоконтроль, с другой стороны, педагогу контролировать процесс обучения.

ЛИТЕРАТУРА:

- 1) Таўтень І.А. Вучэбна-метадычны комплекс як аснова дыдактычнага забеспячэння тэхналогіі дыстанцыйнага навучання // Минск, «Весці БДПУ імя М.Танка», №3, 2003.
- 2) Тавгень О.И., Тавгень А.И. Методы решения задач по математике. т.1.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНИМОГО ВРЕМЕНИ В РЕАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ

Немцов В.Б.

The methodical aspects of the teaching of the mechanical problems with imaginary time are discussed on the two examples (WKB approximation and sound absorption at high frequency).

Механика, преподаванию которой посвящена наша жизнь, имеет актуальную и широкую область применения. Об этом свидетельствуют и наши научные разработки, в которых используются методы механики (теоретическая механика, механика сплошных сред и другие ее разделы).

Но все ли мы знаем о возможностях механики?

Рассмотрим простую задачу одномерного движения вдоль оси x материальной точки в потенциальном поле. Движение точки подчиняется закону сохранения механической энергии

$$\frac{mv^2}{2} + U(x) = E. \quad (1)$$

Здесь E — механическая энергия, являющаяся константой движения, $U(x)$ — потенциальная энергия, m — масса материальной точки, v — ее скорость.

На основании (1) скорость материальной точки определяется соотношением

$$v = \pm \sqrt{\frac{2}{m}(E - U(x))} \quad (2)$$

или

$$\frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2}{m}(E - U(x))}. \quad (3)$$

Последующее интегрирование приводит к результату

$$t = \pm \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - U(x))}}. \quad (4)$$

Мы убеждены в том, что под знаком корня должна быть положительная величина. Это реализуется при $E > U(x)$ и тем самым определяется область, в которой возможно движение. В точках оси x , где $E = U(x)$, скорость обращается в нуль и поэтому эти точки называются точками остановки.

В области, где $U(x) > E$ под знаками корня оказывается отрицательная величина. В этом случае скорость и время представляют собой мнимые величины. Тогда говорят, что область, в которой $U(x) > E$ является классически недоступной областью.

”Это аналогично переходу волновой оптики (или волновой акустики) в геометрическую оптику (акустику) при стремлении длины волны к нулю. Конечно же, имеется в виду асимптотический переход к малым длинам волн, так что определить конкретную длину волны, ниже которой описание затруднительно, не имеет большого смысла.

Переход волновой акустики в геометрическую акустику важен при описании поведения среды при очень высоких частотах, для которых период колебаний также стремится к нулю. Возникает зада-

ча, где компьютерный подход в молекулярно-динамическом описании наталкивается на значительные трудности, так как время вычисления стремится к бесконечности. В этих случаях эффективен аналитический подход, основанный на асимптотических методах.

Но вернемся к нашей задаче. Оказывается [1], что волновая функция ψ в классически недоступных областях пространства описывается с помощью мнимой скорости, которая вычисляется с помощью классического закона сохранения энергии (2),

$$\psi = \frac{c_1}{\sqrt{m|v|}} \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \int m|v| dx\right) + \frac{c_2}{\sqrt{m|v|}} \exp\left(\frac{1}{\hbar} \int m|v| dx\right), \quad (5)$$

где c_1 и c_2 произвольные постоянные, и в формуле содержится модуль мнимой скорости.

Рассматриваемый пример отвечает так называемому ВКБ-приближению, представляющему собой асимптотический метод решения уравнения Шредингера. Этот метод широко используется при построении асимптотического решения дифференциальных уравнений, содержащих большой параметр (см., напр., [2]).

Таким образом, преодоление опасения рассматривать мнимые скорости привело к разработке эффективных методов асимптотического решения дифференциальных уравнений. Указанные методы успешно используются при решении задач о равновесии тонких и даже толстых оболочек, где большим параметром является отношение R/h , причем R — радиус кривизны оболочки, h — ее толщина [3].

Другая, не менее интересная задача состоит в установлении асимптотики корреляционной функции силы взаимодействия двух частиц в области высоких частот. Эта задача связана с описанием вибрационной релаксации и поглощения звука [4].

В работе Л.Д.Ландау и Э.Теллера, носящей скромное название: «К теории поглощения звука», рассматривается проблема асимптотической оценки интеграла

$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{i\omega t} dt \quad \text{при } \omega \rightarrow \infty.$$

Здесь F — корреляционная функция силы взаимодействия двух частиц, ω — частота. Для вычисления интеграла осуществляется аналитическое продолжение функции $F(t)$ в положительную мнимую полуплоскость. Контур интегрирования в этой комплексной плоскости сдвигается на величину, определяемую особыми точками функции $F(t)$ (см. также [5]).

В итоге асимптотическая оценка интеграла при больших ω имеет вид

$$I(\omega) \propto e^{-\omega t^*}, \quad (6)$$

где $t = it^*$ — мнимая величина (мнимое время), характеризующая положение особой точки функции $F(t)$. Указанное время находится из уравнения (4)

при $U > E$, при этом под знаком корня появляется отрицательная величина.

В простейшем случае, когда сила отталкивания определяется экспоненциальным законом $U(x) \sim A \exp(-x/a)$ получается асимптотика

$$I(\omega) \sim e^{-(\omega\tau)^{2/3}}, \quad (7)$$

причем τ некоторая константа времени (3).

В настоящее время этим методом рассмотрены другие формы парного отталкивательного потенциала, в частности $U(r) = Ar^{-n}$. Тогда [6]

$$I(\omega) \sim \omega^\sigma \exp(-(\omega\tau)^\nu), \quad (8)$$

где σ и ν дробные числа.

Мнимое время $t = it^*$ определяется интегралом

$$t^* = \int_0^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{Ar^{-n} + \frac{l^2 r^{-2}}{2\mu} - E}}, \quad (9)$$

причем r_0 расстояние между частицами, при котором их относительная скорость равна нулю, l — момент импульса относительного движения двух частиц с приведенной массой μ .

Получаемая асимптотика позволяет дать правильное описание поведения корреляционной функции силы взаимодействия пары частиц в высокочастотной области, что важно в теории вибрационной релаксации. Подобный подход эффективен и для других корреляционных функций, описывающих диссипативные свойства среды при $\omega \rightarrow \infty$, при этом сплошная среда проявляет чисто упругие свойства.

Интересно, что рассматриваемое описание с помощью дробных степенных показателей характерно для современной теории фракталов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика (нерелятивистская теория), М.: Наука, 1974. — 752 с.
2. М.В.Федорюк. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980. — 352 с.
3. В.В.Новожилов. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз, 1962. — 418 с.
4. Л.Д.Ландау. Собрание трудов, Т.1, стр. 181, М.: Наука, 1969. — 512 с.
5. М.В.Федорюк. Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. — 514 с.
6. M.Teubner // Phys Rev. E, vol. 65, 031204, 2002.

ОБУЧЕНИЕ «ПРИКЛАДНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Владимир А. Любнауер

This paper is a brief review of some interesting applications of the computers replaced in the theoretical and applied mechanics. The validity of analytical approach has been by numerical solutions in the various software: «MATHEMATICA», «MATLAB», «MECHANICAL SYSTEMS», «WORKING MODEL», etc. This software is used to find numerical solutions of the equations of motion and to present the results. The theoretical results are illustrated and varied by some examples investigated in the Laboratory of Mechanics of the Department of General Mechanics. Examples of the simulation tests for some mechanical models are shown as well.

Keywords: mechanical system modelling, dynamics.

1. Введение. Выше четверть века тому назад компьютеры являлись большими шкафами, взимающими много энергии. Ученые и студенты имели ограниченный доступ к ним, а работа на этих оборудованных требовала многих, долговременных и кропотливых приготовлений. Успехи этих исчислений можно было получить через несколько дней и не всегда в разборчивом виде.

Революция в этой области началась в конце 70-тых, когда сделано первый микропроцессор, который содержал несколько тысяч электронных ламп.

(Программированный компьютер ENIAC — 1945г. — использовал приблизительно 18000 электронных ламп.)

И так последовательно:

- 1975г. — первый компьютер, построенный на основе микропроцессора INTEL 8080;
- 1975г. — Bill Gates и Paul Allen получили патент на язык программирования;
- 1981г. — Adam Osborne построили компьютер класса PC.
- (вес — 1кг, с монитором 5» и 64кВ памяти, без твердого диска только двойная станция дискет);
- 1981г. — IBM ввел первый компьютер PC с явной архитектурой и системой DOS.

С того момента начались гонки фирм в строении компьютеров, вычислительная мощность которых в это время увеличилась в несколько тысяч раз.

В училищах и в исследовательских центрах персональные компьютеры появились в конце 80-тых в виде машин типа PC-XT и PC-AT.

Сегодня компьютеры являются всеобщим инструментом работы исследователя и студента, а во многих областях науки прогресс не возможен без современных, быстрых компьютеров. В настоящее время компьютеры класса PC стоят приблизительно 1000\$ и можно их везде достать, что разрешает широкое их использование в испытательном процессе.

2. Применение компьютерных технологий в «ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ»

2.1. Использование компьютерных техник в исследовательских работах

На рис. 1. представлена блок-схема управления процессом решения исследовательской проблемы механики при использовании информатив-

ной технологии. Представленный алгоритм состоит из операций, проведенных исключительно человеком (операции ч. 1 — ч. 6) а также из операций, осуществленных компьютером при участии человека. В этом алгоритме операция ч. 5 является, с точки зрения компьютерных методов, самой важной. В этом пункте человек должен, принять решение: писать ли сначала новые процедуры, или надо использовать существующие процедуры (готовые программы) Процедуры, записаны особенно для решаемой проблемы, по большей части излагаются на одном из стандартных языков программирования, например в PASCAL-е либо используется программы, в которых являются возможность модификации существительных процедур, например в программе MATLAB.

Почти каждую проблему из теоретической или прикладной механики можно привести к общему решению вопроса динамики материальной системы. Динамика каждой механической системы может быть описана дифференциальными уравнениями. Почти всегда эти уравнения являются нелинейными, а их решение должно сопровождаться компьютерными методами. При этом возникает проблема выбора метода решения уравнения движения системы. Лучшие программы для решения дифференциальных уравнений динамики материальных систем это:

- **Mathematica 4.2** фирмы Wolfram Research Europe Ltd, Inc., GB;
- **Mathcad 11** фирмы Mathsoft Engineering & Education, Cambridge, USA;
- **Matlab 6.5** фирмы The MathWorks, Inc., USA.

Эти программы делают возможным дифференцирование и интегрирование уравнений в символическом или численном виде. Встроенные в эти программы модули делают возможным получение результата в виде числовых таблиц или в графическом виде — геометрическое представление функций (диаграммы) 2D и 3D. О методе интерпретации полученных результатов исследований принимает решение человек в пункте (ч. 6) алгоритма (рис. 1).

2.2. Использование компьютеров в моделировании динамики движения систем

Современные, быстрые компьютеры делают доступным, кроме решения уравнений, моделиро-

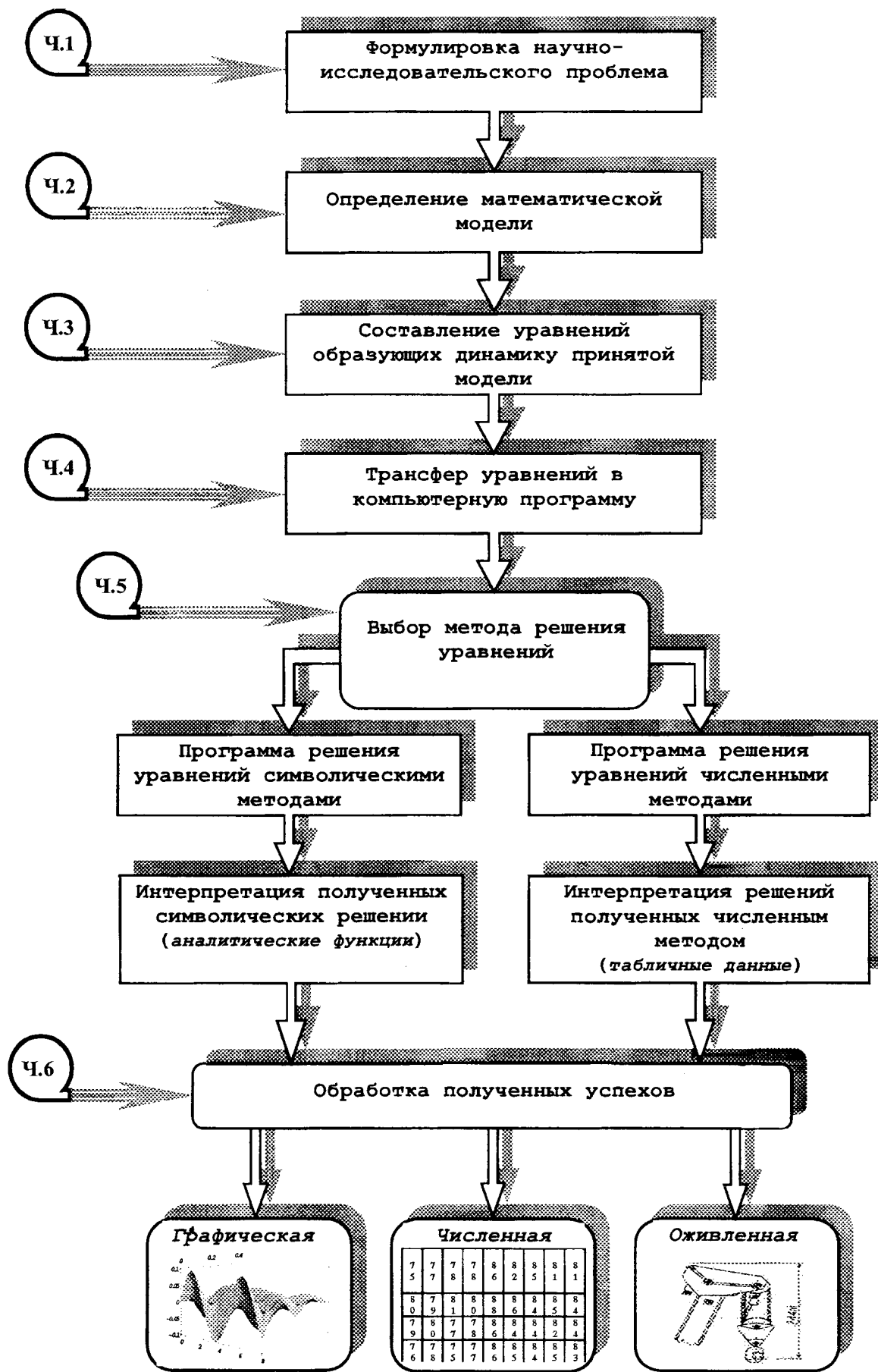


Рис. 1. Блоковая схема алгоритма решения научно-исследовательской проблемы динамики машин

вание динамики движения материальных систем в реальном времени. Сейчас появились новые компьютерные графические системы и программы, которые допускают симуляцию и оживление движения на основании введенного в программу описания модели механической системы. Из числа в особенности встречных и использованных надо указать программы:

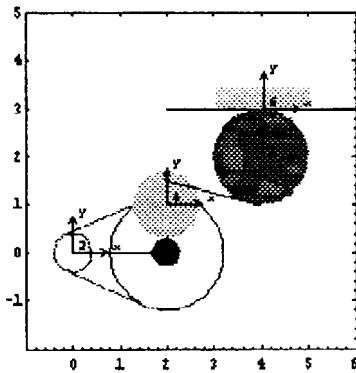
- **Working Model 2D/3D** фирмы MSC Working Knowledge, USA;
- **alaska** — (*advanced lagrangian solver in kinetic analysis*) программа разработана в Institute of Mechatronics at the University of Chemnitz — Zwickau, Germany;
- **Mechanical Systems** оживленно-симуляционный модуль программы „Mathematica»

• **Simulink** графический модуль расширяющий возможности программы „Mat lab»

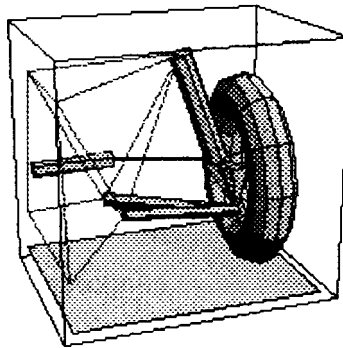
Вычисленные модули и программы имеют похожие симуляционные возможности. Их отличительные черты это:

- Возможность строения собственных функций потребителя;
- Портативность на различные платформы PC: Windows 95/98/NT, Linux, Mac i UNIX: Sun Solaris, HP UX, IBM AIX, SGI Irix и другие;
- Обмен данных с другими приложениями через файлы и разные сообщения протоколы;
- Графические патроны — атрибуты текстовые, символические и графические;
- орудия объектового программирования — оборудование в стандартные объекты.

Моделировка 2D
движение передачи



Моделировка 3D
движение подвески



движение балки с

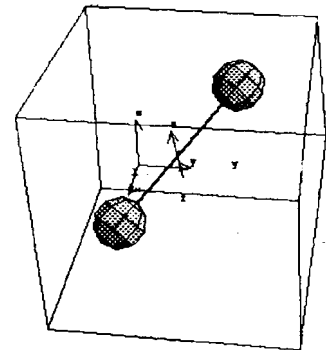


Рис. 2. Модели механических систем сделаны программой Mechanical Systems

На рис.2. и рис.3. представлено изображения экранов симуляционных процессов полученных из программ Mechanical Systems и Working Model.

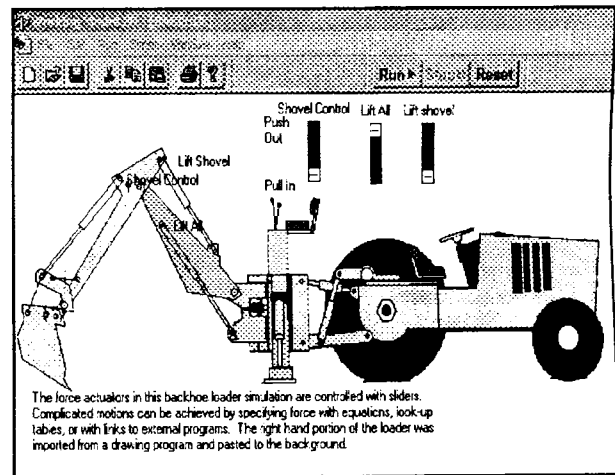
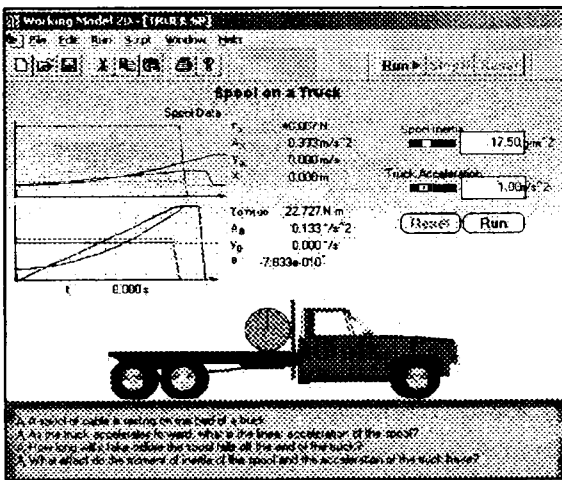


Рис. 3. Модели механических систем сделаны программой Working Model 2D

2.3. Использование компьютеров в лабораторных работах

Главном целью лаборатории механики является опытная проверка теоретических решений. Тут студенты мо-

гут составить себе исправное думанье и лучшую понятность явлений из теоретической и прикладной механики.

Пятнадцать лет тому назад научные сотрудники Кафедры Общей Механики сами запроектировали

и построили стенды для лабораторных исследований из механики. Упражнения относятся к теории статики, кинематики и динамики механических систем. Лаборатория механики имеет исследовательскую и дидактическую черту. Во время экспериментов студенты укрепляют практически свои знания, которое получили на лекциях. Эти эксперименты помогают студентом приобрести практические умения, будущие каноном инженерского знания.

Актуально, всем лабораторным упражнениям компьютеры дают пособие, что ускоряет решения и облегчает обработку успехов измерений. Это, тоже допускает сравнение виртуальных моделей с их действительными эквивалентами. Компьютерный анализ успехов дает возможность просто исследовать влияние отдельных параметров на динамику системы, например: мгновенное движение, удар и др. На следующих рисунках рис.4 и рис.5 представлено две модели систем из лаборатории теоретической и прикладной механики. И так, на рис.4. представлено модель плоской фермы испытанной в лаборатории. Студенты, при помощи компьютерной программы, разрешают силы в стержнях фермы для нанесенной нагрузки, а потом измеряют, тензометрическим методом, силы в этих стержнях.

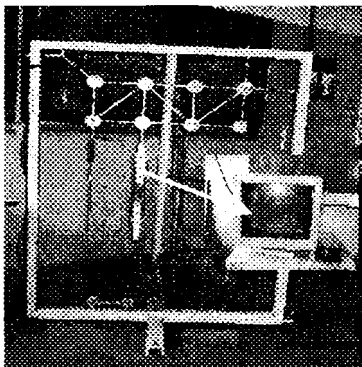


Рис.4. Модель фермы

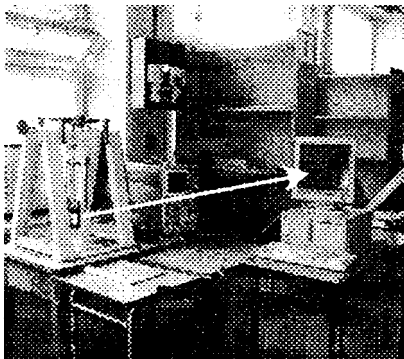


Рис.5. Модель для удара

Успехи измерений тоже обрабатывают компьютером. На рис.5. представлено модель для испытаний удара, которого анализ также происходит с использованием компьютерной программы.

Полные описание Лаборатории Механики можно найти на интернетовой странице Кафедры Механики, под адресом сайта — www.kmo.p.lodz.pl.

3. Окончание

Научно-технический прогресс требует компьютерного пособия, тоже в теоретической и прикладной механике, что помогает в ее лучшей понятии и ускоряет решение поставленных проблем.

Сейчас появилась новая возможность обмена опытов, представления достижений, а также улучшения процесса образования студентов — **интернет**. Актуально Кафедра Общей Механики ведет работы при пуске интернетовой программы, благодаря которой студенты, интерактивным способом будут учиться теории механики и решать задачи с прикладной механики. Научные сотрудники кафедры трудятся тоже при книжках, содержащих мультимедиаальные программы, Разнообразные примеры, в мультимедиаальном виде, могут облегчить понятие теоретической и прикладной механики

ЛИТЕРАТУРА:

1. Drwal G., Grzymkowski R., Kapusta A., Slota D.: „*MATHEMATICA 4*». Wyd. Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2000
2. Drwal G., Grzymkowski R., Kapusta A., Slota D.: „*MATEMATICA — programowanie i zastosowanie*». Wyd. Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 1999
3. Niezgodzinski T., и др.: „*Laboratorium Mechaniki Ogolnej*», Politechnika Lodzka, Lodz 1994
4. Wolfram S.: «*The Mathematica Book*». 4th Edit., Wolfram Media, Cambridge University Press 2000
5. ALASKA, MANUAL INSTRUCTION OF MULTIBODY SYSTEM DYNAMICS SIMULATION SOFTWARE, INSTITUTE OF MECHATRONICS AT THE UNIVERSITY OF CHEMNITZ — ZWICKAU, GERMANY, 1999
6. MATHCAD FOR WINDOWS, PODRECZNIK UZYTKOWNIKA, ABB POLAND, SP. Z O.O., KRAKOW
7. COWART R.: «*HOW TO DO EVERYTHING WITH YOUR PC*». OSBORNE/MCGRAW-HILL, BERKELEY 2001

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ANSYS ДЛЯ ИЛЛЮСТРАЦИИ НЕКОТОРЫХ ПОЛОЖЕНИЙ МЕХАНИКИ

Куземкина Г. М., Шимановский А. О.

There are considered variants of application of ANSYS program product at holding occupations for the students studying courses of mechanics under the abbreviated course. The opportunities of the program promoting an enhance of student's knowledge are shown by the example of problem solving about a bending of a beam with opened profile, shell stability, a deformation of a reinforced concrete construction and oscillation of a solid.

Основная цель курсов теоретической и прикладной механики — заложить основу общей инженерной подготовки. К сожалению, учебными программами для студентов специальностей, связанных с организацией движения на транспорте, отводится весьма ограниченное время на изучение этих наук. В сложившейся ситуации большое значение имеет различный демонстрационный материал, который позволяет наглядно иллюстрировать механические движения и методы их преобразования в машинах и механизмах, взаимодействия деталей и узлов в конструкциях, сооружениях и приборах.

Существующее оборудование часто не позволяет наглядно продемонстрировать некоторые положения теории. Например, в прикладной механике и сопротивлении материалов возникают сложности, связанные с отображением напряжений и перемещений конструкций под действием приложенных к ним сил. В частности это относится к решению задач теории упругости и теории оболочек. Применение современных средств вычислительной техники и программных комплексов позволяет наглядно продемонстрировать сущность явлений, происходящих под действием статических и динамических нагрузок.

В качестве такого иллюстрационного материала могут быть использованы некоторые примеры, реализованные в среде программного комплекса конечноэлементного анализа ANSYS, который широко известен и достаточно популярен среди инженеров-исследователей, занимающихся вопросами динамики и прочности. Этот программный комплекс позволяет проводить расчеты статического и динамического напряженно-деформированного состояния конструкций (в том числе геометрически и физически нелинейных задач механики деформируемого твердого тела), форм и частот колебаний, анализ устойчивости конструкций, нелинейных переходных процессов и др.

Наибольший интерес представляет собой демонстрация результатов расчетов. Средства ANSYS позволяют получать их в достаточно широком спектре отображений: в табличной, графической и анимационной формах. Например, для большей наглядности и деформированное и недеформированное состояние модели можно отображать на одном рисунке. Причем, для просмотра результатов можно выбирать следующие группы результатов: пе-

ремещения — линейные и угловые в направлениях трех осей; напряжения — осевые, касательные, главные, эквивалентные; деформации.

Кроме того, в названном конечноэлементном комплексе реализована возможность наглядно демонстрировать распределение напряжений как по всему объему конструкции, так и отдельно по узлам и элементам. Ценной особенностью комплекса является возможность учета нелинейных свойств деформируемого твердого тела, в частности, возможность моделирования совместной работы бетонной матрицы и упрочняющей арматуры и моделирование растрескивания бетона. Большие возможности ANSYS по визуализации результатов расчетов позволяют применять его для демонстрации различных физических явлений на занятиях по механике.

Составной частью курса прикладной механики для студентов специальности «управление процессами перевозок на транспорте» является раздел «Сопротивление материалов». На практических занятиях и лекциях имеется возможность продемонстрировать лишь основные методы расчетов прямолинейных стержней при деформациях растяжения-сжатия, кручения и изгиба. В то же время, чтобы иметь более полное представление о внутренних силовых факторах, возникающих при движении транспортных средств в их конструкциях и в путевой структуре, целесообразно продемонстрировать реальное распределение напряжений и деформаций в них.

Полезно также показать студентам, что изучаемый ими теоретический материал является незначительным фрагментом общей теории. А лишь незначительное, на первый взгляд, изменение расчетной схемы может повлечь за собой появление принципиально новых эффектов.

Например, одной из особенностей стержней открытого профиля является появление их деформации (такое смещение точек оси сечения, при котором они под действием приложенных внешних сил, лежащих в продольной вертикальной плоскости, проходящей через ось сечения, выходят из названной плоскости). Программный комплекс ANSYS позволяет наглядно продемонстрировать этот эффект. На рисунке 1 показана схема деформирования стержня, а также приведен график, демонстрирующий отклонение точек оси от продольной вертикальной плоскости.

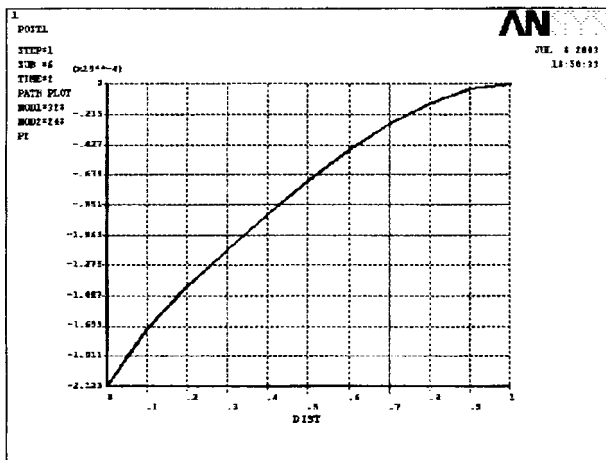
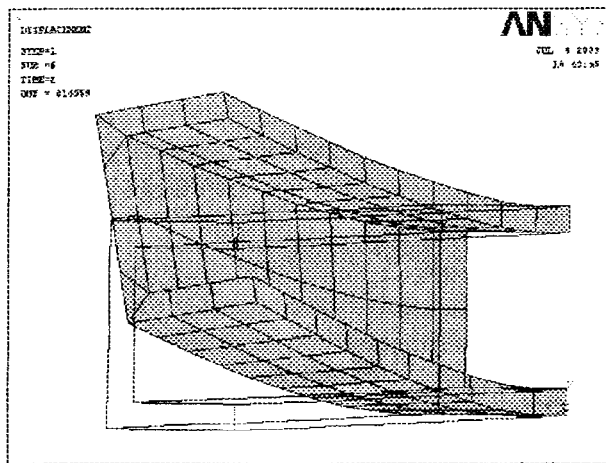


Рис. 1. Изгиб стержня открытого профиля.

Еще один полезный пример связан с учетом нелинейных свойств материалов. Отличительной чертой бетона является его высокая прочность при действии сжимающих напряжений и низкая — в случае растягивающих. Поэтому линейная модель изотропного твердого тела, используемая для конечноэлементного расчета металлических конструкций, не дает точных результатов для железобетонных конструкций. Это обуславливает необходимость применения специальных конечных элементов для описания свойств железобетона. Модель, используемая в ANSYS, допускает наличие четырех различных материалов в пределах каждого элемента, один материал матрицы и до трех различных упрочняющих материалов. Полагается, что бетон способен к направленному растрескиванию и разрушению, причем могут быть учтены его свойства пластичности и ползучести. Арматура имеет жесткость только в одном направлении, которая учитывается путем распределения по всему элементу. Положение арматуры внутри матрицы определяется с помощью углов, определяемых по отношению к местной системе отсчета. Дополнительно можно учесть и иные свойства материала.

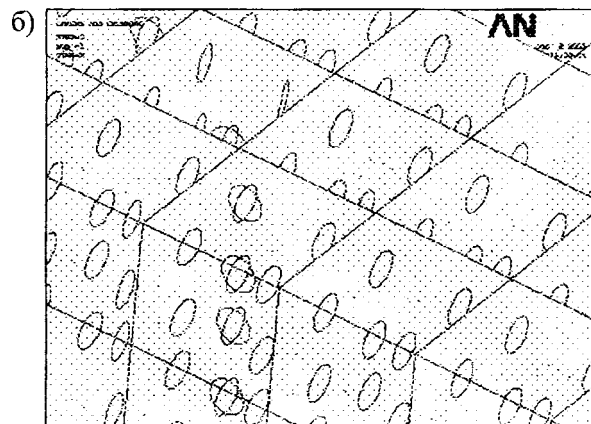
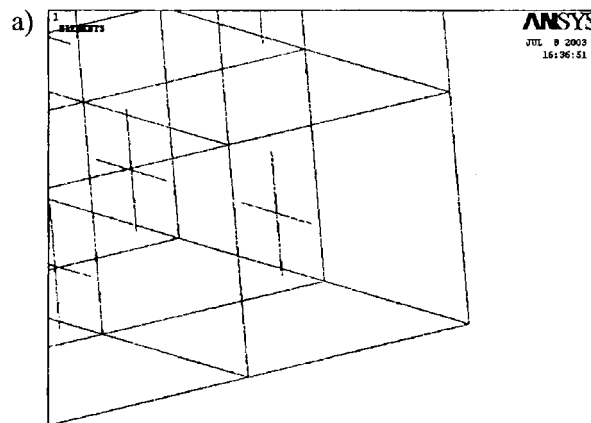


Рис. 3. Модель армирования и схема образования трещин в железобетонной конструкции

Численные методы расчетов конструкций успешно применяются для определения значений силовых факторов, при которых конструкция становится неустойчивой. Можно установить также вид формы устойчивого равновесия, соответствующий найденному значению критической силы или момента. На рис. 2 приведена схема деформирования цилиндрической оболочки под действием равномерно распределенной сжимающей нагрузки, приложенной к торцу цилиндра, второй торец которого защемлен.

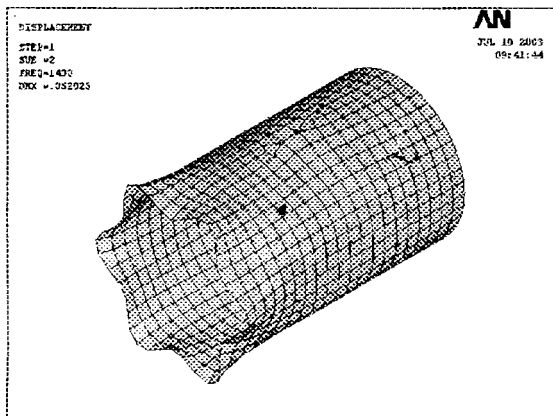


Рис. 2. Форма устойчивого равновесия цилиндрической оболочки.

Поскольку для бетона характерна нелинейная зависимость напряжений и деформаций, то при конечноэлементном расчете приходится делать несколько итераций, чтобы решить систему урав-

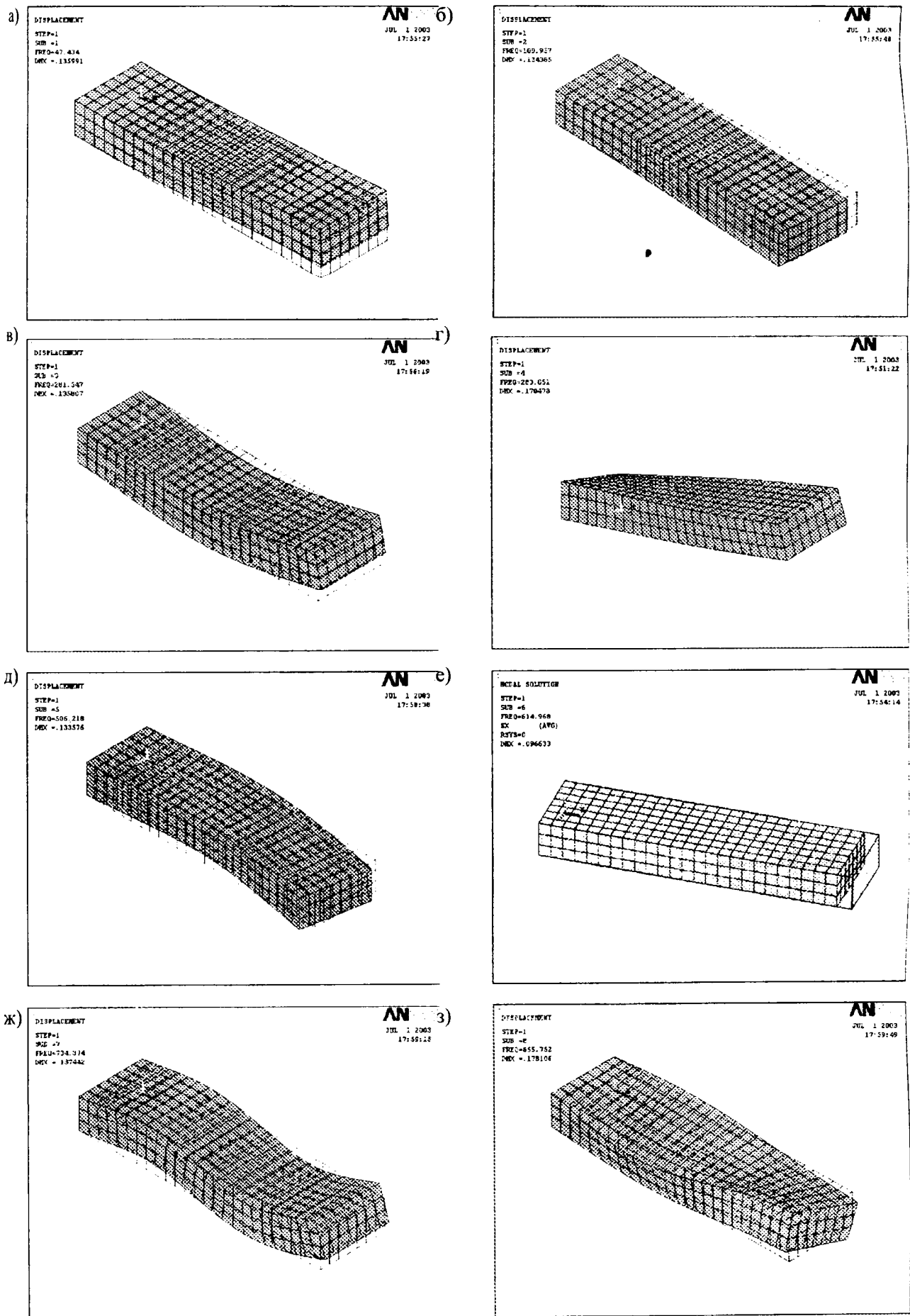


Рис. 4. Формы колебаний железобетонного стержня.

нений метода. Кроме того, чтобы обеспечить сходимость решения, необходимо предусматривать постепенное приложение нагрузок.

На рисунке 3, а) продемонстрирован фрагмент конечноэлементной железобетонной модели конструкции с установленной в ней арматурой по двум взаимно перпендикулярным направлениям, а на рисунке 3, б) показан другой участок той же конструкции, в котором по результатам расчетов наблюдается образование трещин в одном или двух направлениях. Имея такую схему, можно судить о характере работы каждой детали конструкции и местах возможных повреждений.

Приведенные уравнения относятся к решению задач статики. В то же время имеется много интересных вопросов, нуждающихся в иллюстрации при изучении динамики материальных систем.

Например, в сокращенном курсе теоретической механики не удастся рассмотреть колебания систем с несколькими степенями свободы. Здесь же появляется возможность пояснить студентам, что такие системы могут иметь несколько частот и форм собственных колебаний конструкции и наглядно их продемонстрировать. Можно также показать многообразие форм колебаний конструкций

с распределенной по объему массой, имеющих бесконечное число степеней свободы. На рисунке 4 приведены первые восемь форм колебаний стержня прямоугольного поперечного сечения, один конец которого зашпелен. Здесь интерес представляет наличие одновременно изгибных форм колебаний (рисунок 4, а, б, в, д, ж), крутильных (рисунок 4, г, з) и продольных колебаний (рисунок 4, е).

Удобный интерфейс работы с программой позволяет показывать весь процесс решения задач от создания конечноэлементной модели до вывода результатов расчетов. Студенты получают представление о том, что расчет конструкций включает создание геометрической модели, ввод информации о свойствах материала конструкции, нанесение сетки конечных элементов, приложение нагрузок и наложение связей, решение системы уравнений метода конечных элементов, вывод результатов расчетов.

Таким образом, использование программного комплекса ANSYS позволяет не только углубить знания студентов по разделам механики, но и ознакомить их с алгоритмом решения сложных технических задач современными численными методами.

ОБ ОПЫТЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Турищев Л.С.

The experience of using information technologies at the Department of Materials Resistance, Building Mechanics and Metal Constructions of Polotsk State University in teaching the course «Numerical methods of construction tasks solution» to the second-year students with the speciality «Civil and Industrial Engineering» is considered.

Вопросы применения информационных технологий в учебном процессе рассматриваются и обсуждаются в обществе с конца 50-х начала 60-х годов прошлого столетия, когда началась бурная компьютеризация практически всех областей человеческой деятельности. Именно тогда академик Глушков В. М. написал следующие слова в предисловии к своей знаменитой книге «Основы безбумажной информатики»: «... к началу следующего столетия в технически развитых странах основная масса информации будет храниться в безбумажном виде — в памяти ЭВМ. Тем самым человек, который в начале XXI века не будет уметь пользоваться этой информацией, уподобится человеку начала XX века, не умевшему ни читать, ни писать. Поэтому уже в самом ближайшем будущем каждому образованному человеку надлежит быть знакомым с основами безбумажной информатики. Сегодня же эта задача стоит перед всеми выпускниками вузов естественно-научного, технического и социально-экономических профилей.»

Основной формой применения информационных технологий в учебном процессе в прошлом столетии было применение компьютеров при выполнении различных вычислений. Главными причинами, сдерживающими широкое применение ЭВМ в учебном процессе, были необходимость знания преподавателями и студентами специальных языков программирования, аппаратное несовершенство самих компьютеров, громоздкость пользования готовыми программными продуктами и их неадекватность целям и задачам учебного процесса. Одним из вопросов, составлявшим предмет острой дискуссии, был вопрос о сохранении понимания у студента содержательной сути выполняемых вычислений с помощью ЭВМ.

В настоящее время ситуация качественно иная. Динамичное развитие персональных компьютеров, постоянно увеличивающиеся вычислительные и иные информационные возможности компьютеров, мощные программные продукты и их «дружественный» интерфейс, стремительное появление

сетевых информационных технологий открывают перед преподавателями новые перспективы применения информационных технологий в учебном процессе.

Рассмотрим опыт использования информационных технологий на кафедре сопротивления материалов, строительной механики и металлических конструкций Полоцкого государственного университета в курсе «Численные методы решения задач строительства» при обучении студентов второго курса специальности «Промышленное и гражданское строительство». Курс состоит из 18 часов лекций и 18 часов лабораторных занятий и ставит цель — научить студентов практической реализации основных численных методов на ЭВМ, применяемых при решении задач в сопротивлении материалов, теории упругости, строительной механике и других специальных дисциплинах, связанных с прочностными расчетами строительных конструкций. В число таких методов входят:

- Численные методы решения задач линейной алгебры.
- Численные методы решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.
- Численные методы решения линейных дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями.
- Численные методы оптимизации.

Ввиду небольшого объема часов достижение поставленной цели в полном объеме при использовании традиционных технологий чтения лекций и проведения лабораторных занятий практически невозможно. Поэтому преподавание курса полностью построено на использовании современных информационных технологий. Можно выделить три направления использования таких технологий в курсе:

- Организация курса лекций на основе мультимедийных технологий.
- Организация лабораторных работ на основе компьютерной математической системы Mathcad 2000 Professional.
- Организация информационного сопровождения читаемого курса на основе электронного гипертекстового учебно-методического комплекса.

Применение мультимедийных технологий при чтении лекций базируется на программе MS Power Point, компьютерной математической системе Mathcad 2000 Professional и аппаратном комплексе, включающем ноутбук, компьютерный проектор и документ-камеру. Чтение каждой лекции базируется на компьютерной презентации. На слайдах такой презентации содержатся цели и структура лекции, промежуточные и конечные выводы, необходимые математические выражения и алгоритмы, графические иллюстрации, в том числе с применением эффектов анимации, а также гиперссылки, позволяющие показывать в режиме on-line практическую реализацию рассматриваемого чис-

ленного метода в системе Mathcad. На слайдах могут содержаться гиперссылки позволяющие быстро воспроизводить необходимый материал предыдущих лекционных презентаций. Кроме того, документ-камера позволяет в ходе лекции оперативно воспроизводить через компьютерный проектор любой дополнительный иллюстрационный материал, не вошедший в компьютерную презентацию.

Описанный подход к организации и информационному обеспечению лекционного курса позволяет четко структурировать и оптимизировать содержание каждой лекции, сосредоточить основное внимание на изложении логики методов и эффективно демонстрировать их численную реализацию.

Применение компьютерной математической системы Mathcad для практической реализации основных численных методов на ЭВМ при выполнении студентами лабораторных работ объясняется следующим. Система Mathcad не требует от студента знания специальных языков программирования и составления на них компьютерной программы для решения задачи на ЭВМ. Запись алгоритма решения задачи в такой системе приближена к естественной математической записи с применением общепринятой символики для математических знаков. Кроме того, эта естественная запись алгоритма одновременно является для компьютера и программой численного решения задачи. Такое объединение алгоритма и программы радикально упрощает применение компьютера при решении математических задач. Таким образом, система Mathcad позволяет наиболее просто и эффективно реализовать численные методы, применяемые в прочностных расчетах конструкций.

Всего при изучении курса выполняется восемь лабораторных работ. В первой лабораторной работе студенты приобретают практические навыки работы в системе Mathcad, и на нее отводится 4 часа. Остальные семь лабораторных работ связаны с практическим освоением студентами конкретных численных методов и их реализацией в системе Mathcad.

Использование этой системы при выполнении лабораторных работ развивает у студентов способность к алгоритмическому мышлению, прививает умение строить и анализировать алгоритмы осваиваемых численных методов. В ходе выполнения лабораторной работы студенту первоначально предлагается самому построить алгоритм изучаемого метода и осуществить его численную реализацию. Правильность полученных результатов студент проверяет сам, применяя встроенные стандартные операторы самой системы и предназначенные для реализации изучаемого численного метода. Следует отметить заинтересованность, которую проявляют студенты к такой форме практического освоения численных методов с помощью ЭВМ ввиду ее простоты и эффективности.

Применяемая при выполнении лабораторных работ версия системы Mathcad 2000 Professional является, по-сути, универсальной интегрированной компьютерной средой, включающей хорошо организованные текстовый, формульный и графический редакторы с удобным пользовательским интерфейсом. Это позволило создать электронную версию методических указаний к лабораторным работам в самой системе Mathcad.

Методические указания к каждой лабораторной работе содержат формулировку целей работы, описание изучаемого численного метода, общую последовательность выполнения работы и пример реализации численного метода с помощью встроенных стандартных операторов системы.

Организация информационного сопровождения читаемого курса в целом осуществляется на основе электронного гипертекстового учебно-методического комплекса. Такой комплекс содержит программу курса, конспект лекций, и методические указания к лабораторным работам. Предполагается включить в комплекс контрольно-тестирующий модуль. Такой комплекс размещается на ра-

бочих местах в компьютерных классах, он доступен для студентов в любое свободное от занятий время и это позволяет им достаточно просто организовать свою самостоятельную работу при изучении численных методов решения задач.

Таким образом, накопленный на кафедре сопротивления материалов, строительной механики и металлических конструкций Полоцкого государственного университета опыт применения информационных технологий в преподавании курса «Численные методы решения задач строительства» в различных вариантах позволяет говорить о следующих преимуществах подобных форм организации учебного процесса:

- оптимизация содержания и повышение эффективности лекционного курса;
- возрастание интенсивности проведения лабораторных занятий и усиление их практической значимости;
- возможность принципиально новой организации самостоятельной работы студентов;
- появление у студентов дополнительной мотивации к познавательной деятельности.

НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПЕРСОНАЛЬНЫХ ЭВМ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ СТУДЕНТАМИ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

Риженков В. И.

Some opportunities of application of personal computers at performance by students of settlement — graphic works on discipline «Applied mechanics».

The problem of modernization of a material offered to students for studying is considered within the framework of discipline «Applied mechanics». There are offered some variants of using computer equipment at performance of settlement-graphic works.

Комплексная общеинженерная дисциплина «Прикладная механика», изучаемая студентами немашиностроительных специальностей, имеет большое значение для формирования качественной структуры знаний будущего инженера. Включая в себя основные положения таких дисциплин, как «Сопротивление материалов», «Теория механизмов и машин», «Детали машин», «Основы взаимозаменяемости и технические измерения» данный курс в соответствии с учебными планами и новым общеобразовательным стандартом имеет весьма ограниченное количество учебных часов. В результате перед преподавателем постоянно стоит проблема минимизации и оптимизации того потока различных сведений по вышеперечисленным разделам курса, без усвоения которых, на первый взгляд, студент не может получить в достаточной степени фундаментальные знания. Часов лекционных и практических занятий достаточно только на

изложение и закрепление основ программного материала. Изучение результатов новейших научных достижений в области машиноведения, новых или нетрадиционных методик расчетов приходится выносить на факультативные занятия, осуществлять в рамках студенческой научной конференции или в ходе работы студенческих научных кружков. Однако, несмотря на указанные трудности, «Прикладная механика» не должна превращаться в консервативную дисциплину большей частью описательного характера. Курс должен способствовать развитию творческой инициативы будущего молодого специалиста, выработке у него навыков самостоятельного решения конструкторских и технологических задач наиболее прогрессивными и передовыми методами.

Применение в учебном процессе информационных технологий является одним из выходов из создавшегося положения. Использование тех воз-

возможностей, которые обеспечивает персональный компьютер, позволяет максимально приблизить изучение дисциплины к современному уровню развития науки и техники. Широкие возможности открывает применение ЭВМ в ходе выполнения расчетно-графической работы по разделу «Теория механизмов и машин». Задачи, возникающие в курсе ТММ, часто настолько сложны, что или не имеют точного аналитического решения, или получение этого решения требует такого большого труда и времени, что не является целесообразным. В результате стандартные методы анализа механизмов базируются в основном на графических приемах, которые при всей своей простоте и наглядности имеют ряд существенных недостатков. Основной их недостаток — довольно значительная погрешность, достигающая при некоторых построениях 10% и более. Применение ЭВМ позволяет освободить студента от выполнения большого количества однообразных трудоемких вычислений, дает ему возможность сконцентрироваться на творческой части задачи, сократить время получения результатов, а также сделать получаемые результаты практически абсолютно точными.

В последнее время на кафедре наиболее подготовленным и творчески активным студентам предлагается возможность при выполнении РГР исследовать кинематические характеристики механизмов при помощи ЭВМ. В качестве объекта исследования выступают механизмы, реально используемые в промышленности, такие как поперечно-строгальный станок с качающейся кулисой и смещенным коромысло-шатунным механизмом, кинематическая схема которого представлена на рисунке 1, или горизонтально-ковочная машина. В зависимости от поставленной задачи могут быть определены скорость и ускорение любой точки механизма, а также угловая скорость и угловое ускорение любого его звена, однако наиболее часто в качестве объекта исследования выступает ведомое звено механизма. При этом ставится задача определения перемещения, скорости и ускорения ведомого звена, а также построения машинным способом соответствующих графиков.

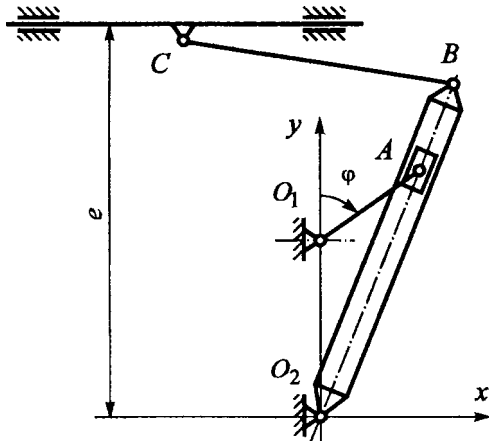


Рис. 1.

Один из возможных вариантов применения ЭВМ в ходе кинематического анализа механизма может быть следующим. На основании элементарных геометрических соображений составляется аналитическая зависимость перемещения ведомого звена механизма от угла поворота кривошипа. Так, для строгального станка данная зависимость имеет следующий вид:

$$x_c = O_2 B \frac{O_1 A \cdot \sin \varphi}{\sqrt{O_1 O_2^2 + O_1 A^2 + 2 \cdot O_1 O_2 \cdot O_1 A \cdot \cos \varphi}} - \sqrt{CB^2 - \left(e - O_2 B \frac{O_1 O_2 + O_1 A \cdot \cos \varphi}{\sqrt{O_1 O_2^2 + O_1 A^2 + 2 \cdot O_1 O_2 \cdot O_1 A \cdot \cos \varphi}} \right)^2}$$

Зависимость перемещения ползуна от угла поворота ведущего звена для механизма, кинематическая схема которого изображена на рисунке 2:

$$x_c = x_1 + O_2 D \cdot \cos(\gamma - \theta + \alpha) + \sqrt{DC^2 - (O_2 D \cdot \sin(\gamma - \theta + \alpha) - e)^2},$$

где $e = y_2 - y_1$, $\alpha = \arctg \frac{y_1}{x_1}$,

$$\gamma = 180^\circ - \arcsin \frac{O_1 A \cdot \sin(90^\circ - \alpha - \varphi)}{\sqrt{O_1 A^2 \sin^2(90^\circ - \alpha - \varphi) + (O_1 O_2 - O_1 A \cdot \cos(90^\circ - \alpha - \varphi))^2}} - \arccos \frac{O_1 A^2 \sin^2(90^\circ - \alpha - \varphi) + (O_1 O_2 - O_1 A \cdot \cos(90^\circ - \alpha - \varphi))^2 + O_2 B^2 - AB^2}{2 \cdot O_2 B \sqrt{O_1 A^2 \sin^2(90^\circ - \alpha - \varphi) + (O_1 O_2 - O_1 A \cdot \cos(90^\circ - \alpha - \varphi))^2}}$$

Скорость и ускорение ведомого звена после получения зависимости $x_c = f(t)$ при любом значении угла поворота кривошипа φ могут быть определены по формулам $v_c = 3n \cdot (x(\varphi + 1) - x(\varphi - 1))$ и $a_c = 9n^2 \cdot (x(\varphi + 2) - 2x(\varphi) + x(\varphi - 2))$. На любом известном ему языке программирования студент составляет небольшую программу и, последовательно варьируя переменную φ , получает в табличной форме результаты расчетов, а также кинематические диаграммы перемещений, скоростей и ускорений.

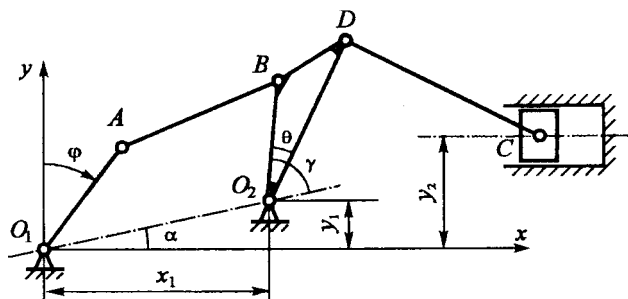


Рис. 2.

В том случае, если используется математический пакет MATHCAD, в применении формул для определения скорости и ускорения и составлении программы расчетов нет необходимости. Достаточно ввести зависимость $x_c = f(t)$ и при помощи стандартного набора команд получить все искомые

результаты, в том числе и графики перемещений, скоростей и ускорений. Применяя пакет MATHCAD можно использовать не только такие его свойства, как возможность работы с формулами и графиками, но и возможность решения систем нелинейных уравнений. При этом предварительное составление аналитической зависимости $x_C = f(t)$ не является необходимым. Достаточно составить систему нелинейных уравнений, соответствующих функциям координат точек механизма в зависимости от угла поворота кривошипа. Для механизма, расчетная схема которого изображена на рисунке 3, данные уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned}x_A &= O_1A \cdot \cos \varphi , \\y_A &= O_1A \cdot \sin \varphi , \\x_B &= O_1A \cdot \cos \varphi + AB \cdot \cos \delta , \\y_B &= O_1A \cdot \sin \varphi + AB \cdot \sin \delta , \\x_{O_2} &= O_1A \cdot \cos \varphi + AB \cdot \cos \delta - O_2B \cdot \cos \theta , \\y_{O_2} &= O_1A \cdot \sin \varphi + AB \cdot \sin \delta - O_2B \cdot \sin \theta , \\x_D &= x_{O_2} + O_2D \cdot \cos (\theta - \alpha) , \\y_D &= y_{O_2} + O_2D \cdot \sin (\theta - \alpha) , \\x_C &= x_{O_2} + O_2D \cdot \cos (\theta - \alpha) + DC \cdot \cos \gamma , \\y_C &= y_{O_2} + O_2D \cdot \sin (\theta - \alpha) - DC \cdot \sin \gamma .\end{aligned}$$

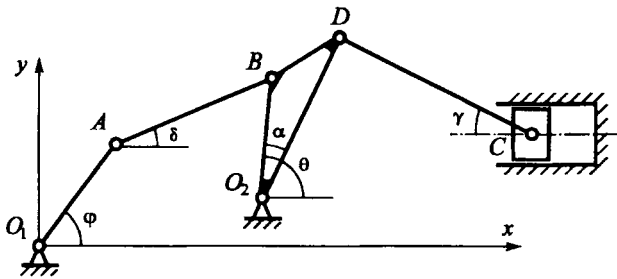


Рис. 3.

Получена система десяти нелинейных уравнений с десятью неизвестными параметрами, которая легко решается при помощи пакета MATHCAD. В итоге определяются координаты, скорости и ускорения всех выделенных точек механизма, а также угловые скорости и угловые ускорения звеньев.

Внедрение информационных технологий в учебный процесс, ознакомление студентов с новейшими методиками расчетов, в том числе с помощью пакетов прикладных программ, является насущной потребностью современного дня. Данной задаче преподаватели кафедры уделяют все больше внимания. Ограничением является только достаточно слабая компьютерная база. С увеличением качественно и количественно компьютерной базы кафедры и, возможно, созданием компьютерного класса, внедрение информационных технологий в учебный процесс могло бы происходить значительно интенсивнее.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Артоболевский И. И. Механизмы в современной технике. — Москва: Наука, 1983.
2. Ефремова З. Г., Риженков В. И., Дубко А. Н. Прикладная механика. Раздел «Теория механизмов и машин». Пособие для студентов немеханических специальностей технических вузов. — Гомель: БелГУТ, 2003.
3. Лабораторный практикум и курсовое проектирование по теории механизмов и машин с использованием ЭВМ. Под ред. М. М. Ашавского. — Москва: Машиностроение, 1983.

ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ В КУРСЕ «ФИЗИКА ОТКАЗОВ И ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ МАШИН»

Завистовский В.Э.

The report presents the curriculum of the following course «Physics of failure and machine reliability fundamental», and also given the examples of the applied uses of linear mechanics of destruction.

Инженер, занимающийся расчетами на прочность, встречается с огромным потоком информации, посвященной исследованию различных методов описания деформирования и разрушения конструкционных материалов, а также разными подходами к оценке надежности элементов конструкций и деталей машин. Этим вопросам уделено недостаточно внимания в курсах «Сопротивления материалов» («Механика материалов»), «Техническая механика» или «Прикладная механика», читаемых студентам технических специальностей вузов. Курс «Физика отказов и основы надежности машин» относится к числу дисциплин, формирующих фундаментальную подготовку инженерных кадров, и частично восполняет пробел между программами учебных дисциплин и научно-технической литературой [1].

Целью данной дисциплины является оснащение будущих специалистов современными знаниями по надежности машин, раскрытию и анализу причин отказов, механике разрушения материалов, принятию обоснованных решений по упрочнению и восстановлению работоспособного состояния и путях повышения долговечности машин. Современная наука рассматривает во взаимной связи вопросы теории машин на всех стадиях жизненного цикла, при этом, на каждом этапе должны быть использованы современные методы расчета, проектирования и производства машин, обеспечивающие необходимый уровень надежности и возможность восстановления работоспособного состояния.

Программа курса включает в себя шесть основных разделов, среди которых выделим следующие:

ФИЗИКА ОТКАЗОВ МАШИН. Дефекты в материалах деталей машин. Типичные дефекты кристаллического строения: точечные, линейные, поверхностные, объемные. Технологические дефекты в металлах и сплавах: трещины, поры, раковины, шлаковые включения. Дефекты наплавки и напыления. Влияние упрочнения на характер поведения дефектов в твердом теле.

Характерные неисправности машин. Конструктивные, технологические и эксплуатационные факторы, обуславливающие возникновение неисправностей. Классификация неисправностей: износ, механические повреждения, химико-тепловые повреждения.

Процессы механического разрушения твердых тел. Виды разрушения материалов. Основные положения линейной механики разрушения. Меха-

низмы зарождения и развития трещин. Усталость металлов. Разрушение полимерных материалов. Разрушение металлов с покрытиями. Отказы по параметрам прочности. Предельные состояния и надежность. Расчет характеристик сопротивления усталости.

АНАЛИЗ ИЗЛОМОВ ДЕТАЛЕЙ МАШИН.

Термины, используемые при описании микро — и макрорельефов излома. Классификация основных видов излома по: макрогеометрии, морфологии поверхности разрушения, характеру силового воздействия, механизму разрушения. Строение изломов при статическом и динамическом нагружении при следующих видах деформаций: растяжении, изгибе, кручении. Строение изломов при циклическом нагружении: микро — и макростроение усталостных изломов. Строение изломов материалов с упрочнением и покрытиями. Фрактографическое определение зоны стартового развития трещины и использование ее геометрических размеров для оценки трещиностойкости конструкционных материалов.

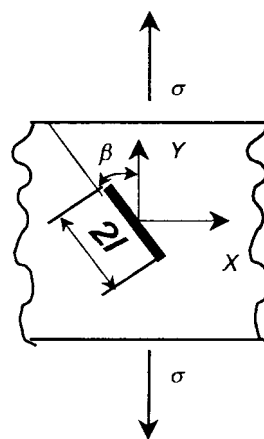
Практическое применение подходов линейной механики разрушения покажем на примерах, включенных в практикум курса.

Критическое значение номинальных напряжений, возникающих в деталях машин, имеющих трещины, определяется по формуле:

$$\sigma_c = K_{Ic} / [(\pi l)^{1/2} Y_I],$$

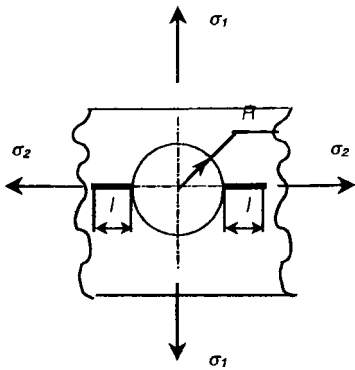
где Y_I — поправочная функция, зависящая от условий нагружения, размеров образца, формы и места расположения трещины и других факторов. Значения Y_I для различных случаев нагружения приведены на рисунке 1[2].

а)



$$Y_I = \sin^2 \beta$$

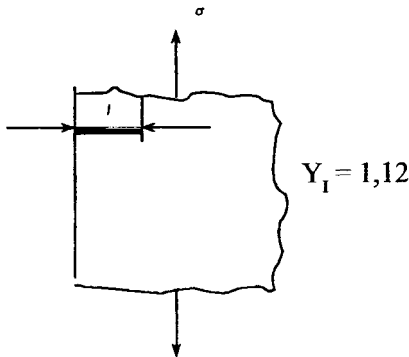
б)



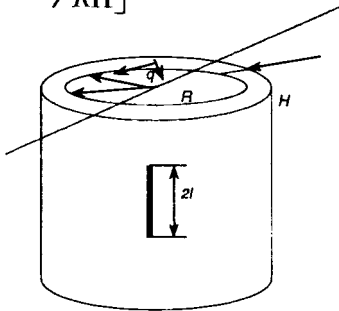
за длину трещины принимают размер $L = 1 + R$ $\lambda = \frac{L}{R}$

λ	0,1	0,3	0,5	1,0	2,0	6,0	10
$\gamma_1(\lambda)$	1,57	1,22	1,03	0,83	0,70	0,62	0,59

в)



$$2) Y_I = \left[1 + 1,6 \frac{l^2}{RH} \right]^{1/2}$$



д) За длину трещины принимают $l = d/2$
 $Y_I = 0,5(1 + 0,5a + 0,375a^2)(1 - a)$ $a = \frac{d}{D}$

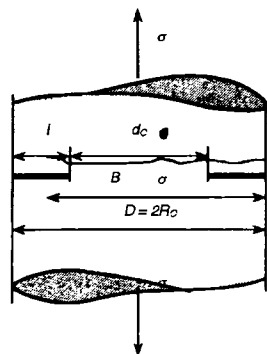


Рис. 1. Значение поправочного коэффициента Y_I в зависимости от условий нагружения, размеров детали, формы и места расположения трещины

K_{Ic} — трещиностойкость, $[МПа \cdot м^{1/2}]$; K_I — коэффициент интенсивности напряжений, $K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \cdot Y_I$. Запас трещиностойкости $n_{np} = \frac{K_{Ic}}{K}$.

Пример 1 [3]. В алюминиевой панели (ширина $B = 2$ м, толщина $H = 0,1$ м) выявлена плоская сквозная трещина в сварном шве. Панель нагружена усилием $F = 13700$ Кн. Трещина, длиною $2l = 20$ мм расположена в центральной части панели перпендикулярно направлению растяжения. Материал σ алюминиевый сплав В95 с трещиностойкостью $K_{Ic} = 29$ МПа·м^{1/2}. Безопасна ли работа такой панели?

Решение. Так как длина трещины мала по сравнению с шириной панели, то коэффициент интенсивности напряжений вычисляется по формуле $K_I = \sigma(\pi l)^{1/2}$. Критерий хрупкого разрушения $K_I = K_{Ic}$ определяет критический размер трещины $l_c = \frac{K_{Ic}^2}{\pi \sigma^2}$.

Определим величину номинального напряжения σ :

$$\sigma = \frac{F}{BH} = \frac{1,37 \cdot 10^7}{2000 \cdot 100} = 68,5 \text{ МПа.}$$

Тогда

$$l_c = \frac{29^2}{3,14 \cdot 68,5^2} = 0,057 \text{ м}$$

и критическая длина трещины $2l_c = 114$ мм. Следовательно, выявленная трещина не является критической, т.к. $2l = 20 < 2l_c = 114$ мм.

Однако, прежде чем принять решение о безопасности работы панели, инженер должен выявить причину возникновения, из-за чего она выросла до 20 мм, возможен ли ее рост и как быстро она может достичь критического размера 114 мм.

Пример 2 [2]. Диск посажен на ось с натягом $D = 0,4$ мм (рисунок 2); $b = 200$ мм; $c = 400$ мм. Диск и ось изготовлены из стали одной марки с механическими характеристиками: $\sigma_{0,2} = 1500$ МПа; $\sigma_s = 1850$ МПа; $\sigma_{sc} = 2500$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $K_{Ic}^{sp} = 57$ МПа·м^{1/2}. Требуется определить:

— как изменить запас прочности диска, если на его внутренней поверхности выявлена трещина глубиной $l = 2,5$ мм;

— какова допустимая глубина трещины, если коэффициент запаса прочности конструкции должен быть $n_b \geq 1,5 - 2$.

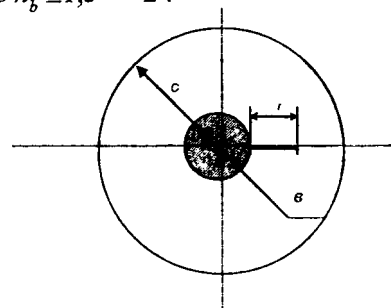


Рис. 2. Диск и положение трещины

Решение.

Определим напряжения в диске без трещины, инициированные натягом:

$$\sigma_{\theta,r} = \frac{E \cdot \Delta}{2b} \left(\frac{b^2}{c^2} \pm 1 \right);$$

$$\sigma_{\theta}(\sigma_1) = \frac{E \cdot \Delta}{2b} \left(\frac{b^2}{c^2} + 1 \right) = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 200 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{200^2}{400^2} + 1 \right) = 250 \text{ МПа};$$

$$\sigma_r(\sigma_3) = \frac{E \cdot \Delta}{2b} \left(\frac{b^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 200 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{200^2}{400^2} - 1 \right) = -150 \text{ МПа};$$

Определим эквивалентное напряжение по критерию Мора:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \left(\frac{\sigma_{Bp}}{\sigma_{Bc}} \right) \sigma_3 = 250 - \frac{1850}{2500} (-150) = 361 \text{ МПа}.$$

Запас прочности

$$n = \frac{\sigma_{Tp}}{\sigma_{\text{экв}}} = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_{\text{экв}}} = \frac{1500}{361} = 4,16.$$

Запас трещиностойкости

$$n_{Tp} = \frac{K_{IC}}{K_I} = \frac{K_{IC}}{1,12 \cdot \sigma_{\theta} \cdot (\pi l_c)^{1/2}} = \frac{57}{1,12 \cdot 250 (3,14 \cdot 0,0025)^{1/2}} = \frac{57}{24,8} = 2,29.$$

Запас прочности диска изменился в

$$\frac{n}{n_{Tp}} = \frac{4,16}{2,29} = 1,82 \text{ раза}.$$

Определим допускаемую величину глубины трещины l_c . Если принять наименьшее значение коэффициента запаса прочности $n_{\text{сmin}} = 1,5$, то величина критических напряжений будет равна

$$\sigma_c = \sigma_{\theta} \cdot n_{\text{сmin}} = 250 \cdot 1,5 = 375 \text{ МПа}.$$

Согласно критерию хрупкого разрушения

$$K_{IC} = 1,12(\sigma_{\theta} \cdot n_{\text{сmin}}) \cdot (\pi l_c)^{1/2}$$

имеем

$$l_c = \frac{K_{IC}}{\pi [1,12 \cdot (\sigma_{\theta} \cdot n_{\text{сmin}})]^2} = \frac{57}{3,14 [1,12 \cdot (250 \cdot 1,5)]^2} = 5,85 \text{ мм}.$$

ЛИТЕРАТУРА:

1. Завистовский В.Э., Холодиллов О.В., Богданович П.Н. Физика отказов механических систем: Учебное пособие.- Мн.: Технопринт, 1999.- 212 с.
2. Корнилов О.А. Прикладна механіка руйнування: Підручник.- Киев, 1999.- 175 с.
3. Завистовский В.Э. Физика отказов и основы надежности машин: Практикум.- Новополоцк: ПГУ, 2002.- 65 с.

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА « ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА » ДЛЯ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ВУЗОВ

Завистовский В.Э., Якубовская С.В.

In the report features of teaching of a rate «Technical mechanics» for engineering-pedagogical specialities are considered. Concepts of designing and projection — the basic kinds of works are given at performance of an academic year project on technical mechanics. It is shown, that for students of engineering-pedagogical specialities it is expedient to emphasize on projection.

«Техническая механика», как учебная дисциплина, играет важную роль в программе подготовки инженерно педагогических кадров. Обратимся к образовательным стандартам специальности П 03. 02. 00 «Трудовое обучение». Объем аудиторных занятий для этой специальности — 125 ч., из них 90 ч. лекций, 35 ч. лабораторных и практических занятий. Минимум содержания образовательной программы включает общие принципы конструирования, расчета и надежной эксплуатации технологических систем, основы расчета абсолютно твердого тела как модели механического объекта, основы кинематики и динамики машин и механизмов, особенности расчета, контроля и надежной эксплуатации типовых элементов машин. Студен-

ты должны знать и уметь использовать методы расчета механических систем, давать характеристики конструкционным материалам и сплавам, должны иметь навыки и владеть методами расчетов механических конструкций, механизмов и машин на прочность, способами выбора конструкционных материалов для конкретных условий их применения.

Исходя из требований образовательной программы, можно сделать вывод, что основная цель преподавания курса «Техническая механика» показать тесную взаимосвязь его с прикладными дисциплинами, сформировать у студента мировоззрение инженера, без которого невозможна трудовая деятельность по выбранной специальности. Пред-

лагаемый курс должен помочь студенту научиться понимать технику, анализировать структуру технических устройств, определять принципы их действия, обнаруживать недостатки, несовершенства, находить неполадки, устанавливать сущность динамических, геометрических и силовых параметров машин при изменении нагрузок и т.д. Для будущих педагогов одинаковое значение имеют как теоретическая, так и практическая подготовка. Поэтому основной характеристикой курса «Техническая механика» должен стать его теоретико-практический характер. Необходимо стремиться максимально приблизить теоретические аспекты курса к решению конкретных практических задач.

Для педагогических специальностей учебными планами предусматриваются все виды учебной нагрузки: лекции, практические занятия, лабораторные работы, расчетно-графические работы, курсовой проект, самостоятельная работа студентов. Методика чтения лекций для студентов-педагогов трудового обучения, по нашему мнению, имеет ряд специфических особенностей. В связи с тем, что курс «Техническая механика» объединяет в единое целое несколько самостоятельных дисциплин, «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов», «Детали машин», особое значение приобретает вопрос о межпредметных связях. Причем их необходимо устанавливать не только между разделами самого курса, но и не нарушать связей со смежными дисциплинами. В качестве примера дисциплины непосредственно связанной с курсом «Техническая механика», можно привести курс «Общая техническая подготовка», который читается студентам на старших курсах. Для качественного изучения и успешного усвоения курса студент под контролем преподавателя должен выполнить ряд достаточно серьезных и объемных лабораторных и практических работ. В заданиях к ним предусматривается использование знаний приобретенных в процессе усвоения курса «Техническая механика» и знаний приобретенных по другим дисциплинам, например по курсам «Физика», «Высшая математика», «Инженерная графика». Полное изучение курса «Техническая механика» невозможно по нашему мнению, без курсового проектирования. Стоит обратить внимание на то, чтобы курсовой проект был максимально приближен к базовой специальности студента и отражал те вопросы, которые ему предстоит решать на практике. Чтобы придти к такому проектированию, необходимо поставить значимые задачи, связав их с будущей профессиональной деятельностью студента. Стоит соподчинить все решаемые задачи единой цели, включить в курсовое проектирование вопросы обоснованного выбора, в том числе промежуточных входных данных, освободить проект от задач непосредственно несвязанных с достижением поставленной цели, являющихся нежелательным фоном для решения основной задачи.

Исходя из такого понимания целей курсового проекта по «Технической механике» — первой работы такого масштаба в творческой биографии будущего инженера-педагога, нам представляется целесообразным предложить студентам сначала выполнить расчетно-графическую работу. Расчетно-графическая работа является ступенькой к выполнению курсового проекта, наглядно демонстрируя основной принцип обучения «от простого к сложному». В процессе ее выполнения студенты получают навыки расчета и проектирования валов, умения практически применять полученные знания. Завершающим этапом обучения, логическим продолжением предыдущей учебной работы, является выполнение курсового проекта — итоговой работы студента. Студенты, при изучении данной дисциплины, выполняют проект на тему: «Рассчитать и вычертить механический привод». Исходными данными для проектирования являются элементы типовых машин и оборудования.

Курсовой проект является важной самостоятельной работой студентов и способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, полученных при изучении дисциплины «Техническая механика». В нем заложены элементы проектирования и конструирования. Хотя, четкого разграничения терминов «проектирование» и «конструирование», по-видимому, не существует. По мнению Л.А. Шахнюка и В.П. Тихомирова [1], проектирование — это вид деятельности, результаты которой могут подвергаться интерпретации в процессе дальнейшей работы, а конструирование — это деятельность базирующаяся на том или ином варианте проекта, результатом которой является рабочая документация, которая в свою очередь, служит основой для изготовления изделий. Само изделие уже не должно требовать интерпретации. По Дж. Джонсу [2], цель проектирования — положить начало изменениям в окружающей человека среде и само проектирование направлено все больше на те изменения, которые затронут производство в ходе освоения и использования нового изделия и в меньшей степени на сам разрабатываемый объект. Эти виды работ являются основными при выполнении курсового проекта. По мнению Я. Дитриха [3], проектирование и конструирование представляют собой деятельность со знаниями, поэтому предполагают активную мыслительную работу творческого характера. Основами конструирования и проектирования должны овладеть все студенты выполняющие курсовой проект. При этом цель конструирования — разработка чертежей и другой технической документации, которая является основой для изготовления изделия. Для соответствия конструкторских решений технологическим возможностям конструктор должен опираться на накопленный опыт конструирования, создавая и обогащая систему знаний в области технологии проектирования. Рациональное проектирование позво-

ляет приблизиться к идеальному объекту, выполняющему свои функции в течение всего заданного срока эксплуатации, в полной мере отвечающему требованиям ремонтпригодности, технологичности и т. д. Цель проектирования — разработка концепции проектируемого изделия, формулирование технологических требований. При проектировании студентам предстоит решить задачу синтеза технической системы с заданными качественными характеристиками. Решение подобной задачи — многоступенчатый процесс, который осуществляется на этапах внешнего и стадиях внутреннего проектирования. Если конструктору, разрабатывающему техническую систему, достаточно знать общие требования к сборочным единицам или ответственным деталям, выражаемые такими количественными показателями как надежность, ресурс, интенсивность изнашивания и др., то технолог должен выбрать способы обработки, методы нанесения износостойчивых покрытий и т. п., чтобы обеспечить заданные требования и, в случае необходимости, скорректировать технические требования. Таким образом, технология проектирования не является алгебраической суммой накопленных знаний о том, как надо проектировать и не определяется суммой процедур и приемов, используемых при конструировании. Технология проектирования представляет систему знаний о процессах конструирования и проектирования. Эта система должна быть открытой, ее должен создавать каждый индивидуально, пополняя свои знания практикой. Удачные решения являются результатом творческой мыслительной деятельности проектировщика, обладающего системными знаниями в своей предметной области. Ценность разработки заключается в максимальном использовании стандартных деталей и узлов, технологичности конструкции, простоте обслуживания и ремонта. Задача поиска приемлемых решений связана с рассмотрением многих вариантов отдельно взятых деталей и узлов, выбором наилучшего варианта для заданных условий. Таким образом, при выполнении курсового проекта по технической механике можно сделать акцент на конструирование деталей и узлов привода или — на проектирование —

разработку концепции проектируемого изделия и формулирование технологических требований. И конструирование, и проектирование предполагают пользование справочной литературой, ГОСТами, таблицами, номограммами, требуют составления расчетно-пояснительной записки и оформления чертежей, способствуют приобретению начальных знаний в области инженерных расчетов, систематизации этих знаний, получению первых навыков инженерной деятельности при выполнении курсового проекта по деталям машин.

В Полоцком государственном университете при выполнении курсового проекта по «Технической механике» для педагогических специальностей акцент делается на проектирование, т.е. перед студентами ставится задача: из набора стандартных, типовых и нормализованных деталей и изделий подобрать и скомпоновать механический привод, обеспечивающий заданные выходные параметры. Именно в таком виде задача на проектирование и конструирование становится доступной для восприятия и наиболее соответствует будущей профессиональной деятельности студентов педагогической специальности. Упомянутый подход к курсовому проектированию способствует выработке заинтересованного отношения студентов к механике, как к учебной дисциплине, и к машинам и оборудованию.

Комплексное сочетание дисциплин входящих в курс «Техническая механика», а также используемая вышеупомянутая методика должны обеспечить будущим молодым специалистам возможность свободной ориентации в многообразии общетехнических проблем.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Шахнюк Л.А. Тихомиров В.И. Детали машин: технология проектирования: Учебное пособие, — Брянск: Изд-во БГИТА, 2001. — 344с.;
2. Джонс Дж. Методы проектирования /Пер. С с англ. — М.: Мир, 1986. — 326с.; 3. Дитрих Я. Проектирование и конструирование: Системный подход/Перевод с польск. — М.: Мир, 1981. — 456с.;

ВОЗМОЖНОСТИ И ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

Завистовский В.Э., Якубовская С. В.

The report gives the structure of information technology teaching, and also it defines the problems and gives the example of the «Applied mechanics» course realization.

Курс «Прикладная механика» является общетехнической дисциплиной, которую изучают студенты немашиностроительных специальностей высших учебных заведений. Этот курс включает в себя основы теоретической механики, теории механизмов и машин, сопротивления материалов, детали машин. Все эти дисциплины взаимосвязаны, поэтому перед преподавателями прикладной механики стоит задача реализовать комплексный подход к их изучению. Например, на основе одной расчетной схемы решить задачу нахождения сил в элементах конструкций, определению их оптимальных размеров, оценке прочности и жесткости, т.е. представить всю последовательность инженерных расчетов и установить связь между основными понятиями механики и конкретными инженерными решениями. Большую помощь преподавателям и студентам в решении поставленной задачи может оказать применение информационной технологии в обучении. Под *информационной технологией обучения* (ИТО) понимают такую технологию, при которой учащиеся должны работать с мощным специализированным потоком учебной информации, получаемой с помощью компьютерной технологии и программно-прикладных средств [1].

Использование в процессе преподавания прикладной механики ИТО, позволяет создать методически обоснованный поток информации, включающий, в частности, тот материал, который в дальнейшем может стать базой для проявления систематизирующей и объясняющей функций теоретического знания. Информационная технология открывает для обучающихся возможность лучше осознать характер самого объекта, активно включиться в процесс его познания, самостоятельно изменяя как его параметры, так и условия функционирования, что оказывает положительное влияние на понимание студентами строения и сущности функционирования объекта. Использование информационной технологии позволяет оперативно и объективно выявлять уровень освоения материала студентами, что весьма существенно в процессе обучения. Применение компьютерной техники возможно при составлении контрольных работ, моделирования процессов и явлений, компьютеризации эксперимента, решения задач и проведения количественных расчетов, разработки студентами алгоритмов и программ действий на базе компьютера, осуществления самоконтроля и стандартизированного контроля знаний [2,3].

Однако в настоящее время не все вопросы, стоящие перед компьютеризацией обучения разрабо-

таны достаточно детально, что затрудняет введение ее в практику учебного процесса. Так недостаточно обоснована роль и место ПЭВМ в процессе обучения прикладной механике, не оговаривается сочетание компьютера с традиционным подходом к обучению студентов, отсутствует единая классификация педагогических программных средств, нет практической методики применения ПЭВМ при изучении прикладной механики. В результате имеет место несоответствие между потребностями высшего учебного заведения в использовании компьютерной технологии и ограничениями ее вследствие недоработки отдельных сторон использования ПЭВМ в практике высшей школы. Это несоответствие и определяет актуальность сегодняшней задачи: повысить эффективность обучения прикладной механике при использовании информационной технологии.

По нашему мнению, повышение эффективности обучения прикладной механике при использовании информационной технологии возможно, если:

- определить роль и место использования информационной технологии в курсе прикладной механики;
- сформулировать критерии отбора материала к содержанию программно-прикладных средств;
- разработать общие требования к обучающе-контролирующим программам и их созданию;
- разработать методику сочетания традиционного и информационно-технологического обучения.

При решении поставленной задачи возникают следующие проблемы [1,4]:

1. Проблема соотношения объема информации (потока информации), который может предоставить компьютер студенту и объема сведений, которые студент может, во-первых, мысленно охватить, во-вторых — осмыслить, а в-третьих — усвоить.

Традиционный путь учебного познания заключается, согласно понятиям диалектической логики, в переходе от явления к сущности, от частного к общему, от простого к сложному и т.д. Такое «пошаговое» обучение позволяет студенту перейти от простого описания конкретных явлений, число которых может быть весьма ограниченным, к формированию понятий, обобщений, систематизации, классификации, а затем и к выявлению сущности разных порядков. Новый путь познания отличается большим информационным потоком, насыщенностью конкретикой (т.е. фактами), позволяет бы-

стрее проходить этапы систематизации и классификации. Однако скорость таких переходов и осмысления фактов, их систематизация и классификация ограничены природными возможностями человека и довольно слабо изучены. В связи с этим, соотношение традиционного и информационного потоков учебной информации не может быть точно определено. Сюда же относится и проблема ориентации студентов в потоке информации, предоставляемой компьютером.

2. Проблема темпа усвоения студентами материала с помощью компьютера. В результате использования обучающих программно-прикладных средств происходит индивидуализация процесса обучения. Каждый студент усваивает материал по своему плану, т.е. в соответствии со своими индивидуальными способностями восприятия. В результате такого обучения уже через 1-2 занятия студенты будут находиться на разных стадиях (уровнях) изучения нового материала. Это приведет к тому, что преподаватель не сможет продолжать обучение студентов по традиционной системе. Основная задача такого рода обучения состоит в том, чтобы студенты находились на одной стадии усвоения перед изучением нового материала, и при этом все отведенное время для работы у них было занято. По-видимому, это может быть достигнуто при сочетании различных технологий обучения, причем обучающие программно-прикладные средства должны содержать несколько уровней сложности. В этом случае студент, который быстро усваивает предлагаемую ему информацию, может просмотреть более сложные разделы данной темы, а также поработать над закреплением изучаемого материала. Слабый же студент к этому моменту усвоит тот минимальный объем информации, который необходим для изучения последующего материала. При таком подходе к решению проблемы у преподавателя появляется возможность реализовать дифференцированное, а также разноуровневое обучение.

3. Проблема соотношения «компьютерного» и «человеческого» мышления.

«Машинное» и человеческое мышление существенным образом различаются. Если машина «мыслит» только в двоичной системе, то мышление человека значительно многостороннее, шире и богаче. Как использовать компьютер, чтобы развить у студентов человеческий подход к мышлению, а не привить ему некий жесткий алгоритм мыслительной деятельности?

Процесс внедрения информационной технологии в обучение достаточно сложен и требует фундаментального осмысления. Применяя компьютер в процессе преподавания, необходимо следить за тем, чтобы студент не превратился в автомат, который умеет мыслить и работать только по предложенному ему кем-то (в данном случае программистом) алгоритму. Для решения этой проблемы не-

обходимо наряду с информационными методами обучения применять и традиционные. Используя различные технологии обучения, мы приучим студентов к разным способам восприятия материала: чтение страниц учебника, объяснение преподавателя, получение информации с экрана монитора и др. С другой стороны, обучающие и контролирующие программы должны предоставлять пользователю возможность построения своего собственного алгоритма действий, а не навязывать ему готовый, созданный программистом. Благодаря построению собственного алгоритма действий студент начинает систематизировать и применять имеющиеся у него знания к реальным условиям, что особенно важно для их осмысления.

4. Проблема создания виртуальных образов.

Работая с моделирующими программно-прикладными средствами, пользователь может создавать различные объекты, которые по некоторым параметрам могут выходить за грани реальности, задавать такие условия протекания процессов, которые в реальном мире осуществить невозможно. Появляется опасность того, что студенты в силу своей неопытности не смогут отличить виртуальный мир от реального. Поэтому, во избежание возможного отрицательного эффекта использования информационной технологии в процессе обучения, при разработке программно-прикладных средств, содержащих элементы моделирования, необходимо накладывать ограничения или вводить соответствующие комментарии, например, «В реальных условиях ваша модель не может существовать» и т.п., чтобы студент не мог «уйти» за грани реальности в результате манипулирования механическими явлениями.

Поскольку педагогические программные средства ориентированы на достижение поставленных преподавателем учебных целей, они должны разрабатываться с учетом предъявляемых к ним психолого-педагогических, эргономических, эстетических и конструктивно-технических требований (рисунок 1). Из перечисленных выше требований мы выбрали те, которые, на наш взгляд, изучены недостаточно полно, но являются весьма существенными: отбор информации и конструирование программно-прикладных средств, организация деятельности студентов, формы предъявления информации.

На кафедре теоретической механики Полоцкого государственного университета информационные технологии обучения применяются при проведении контрольных работ и выполнении расчетно-графических заданий, по которым разработаны методические указания. Контрольные задания составлены таким образом, что позволяют варьировать как исходную расчетную схему, так и исходные данные. Использование такой технологии позволяет обеспечить многообразие задач, сэкономить время на их проверке, исключает возможность появления оши-



Рис. 1. Структура общих требований, предъявляемых к обучающе-контролирующим программным средствам

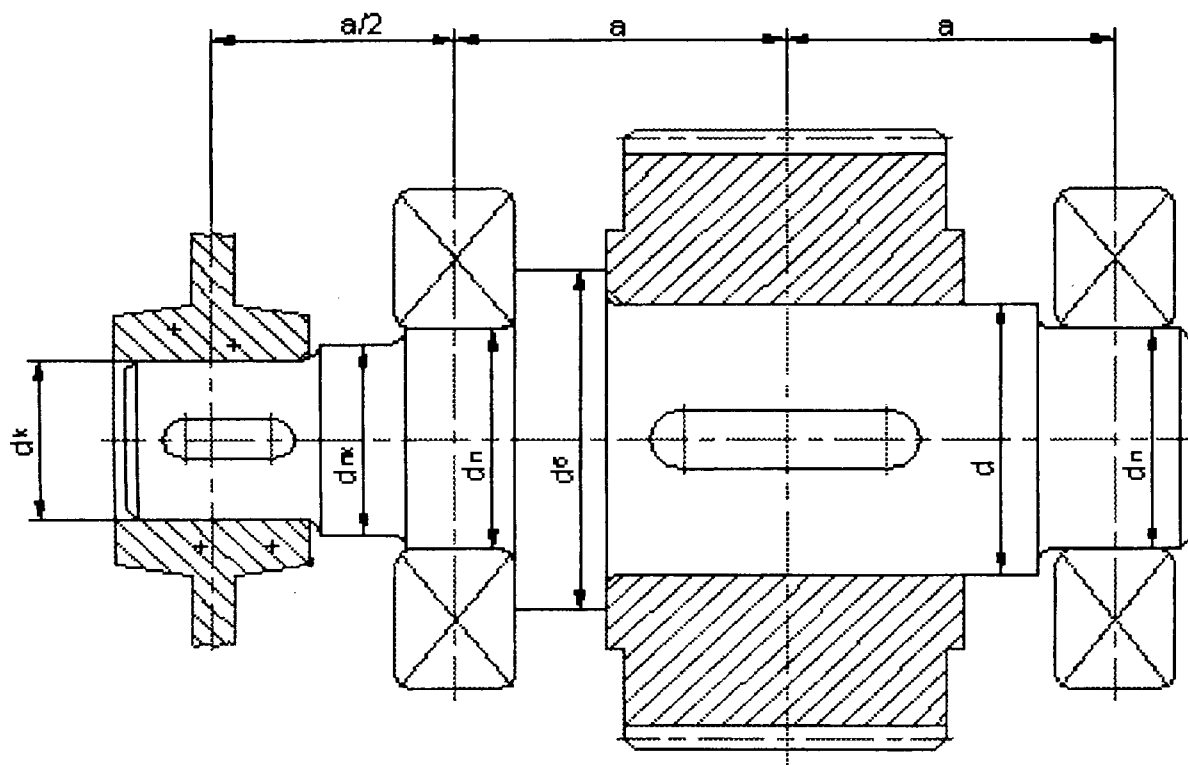


Рис. 2. Эскиз вала, выполненный в графическом редакторе AutoCAD

бок. При составлении методических указаний использовался графический редактор AutoCAD для выполнения вариантов расчетных схем и построения эпюр. При выполнении расчетно-графической работы студенты могут использовать систему обработки математических данных MathCAD, текстовый редактор Microsoft Word, электронные таблицы Microsoft Excel, а также графический редактор AutoCAD (рисунок 2). Расчетно-графическая работа является ступенькой к выполнению курсового проекта, наглядно демонстрируя основной принцип обучения «от простого к сложному». В процессе ее выполнения студенты получают навыки расчета и проектирования валов, умения практически применять полученные знания. Завершающим этапом обучения, логическим продолжением предыдущей учебной работы, является выполнение курсового проекта по прикладной механике. Поэтому все вышперечисленные программные средства могут быть эффективно использованы и при выполнении курсового проекта.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Раткевич Е.Ю. Повышение эффективности формирования химических знаний школьников при использовании информационной технологии обучения. Автореферат дисс.... канд. пед. наук. Москва, Экомир, 1998.- 10 с.

2. Макаревич С.С., Руденок Е.Н., Соколовская В.П. и др. Использование вычислительной техники в процессе преподавания технической механики. Методические рекомендации для преподавателей ССУЗ. Минск, РИПО, 1998.- 26 с.
3. Давидович И.Ю., Пилипенко А.Е., Сеница Е.Ю. и др. Применение информационных технологий в дисциплинах «Прикладная механика» и «Детали машин» // Современные методы проектирования машин. Расчет, конструирование и технология изготовления. Сборник научных трудов. Вып.1.- Т.3.- Мн.: Технопринт, 2002.- с. 306-308.
4. Беженарь Ю.П. Внедрение новых информационных технологий как основное направление формирования системы опережающего образования // Современные методы проектирования машин. Расчет, конструирование и технология изготовления. Сборник научных трудов. Вып.1.- Т.3.- Мн.: Технопринт, 2002.- с. 313-315.

ОСОБЕННОСТИ ИЗЛОЖЕНИЯ ПРИНЦИПА ДАЛАМБЕРА В КУРСЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 36.01.01

Пантелеенко Л.Н.

When the principle of D'alambert is presented to students, the thought of duality in strength is implanted in them. The principle of D'alambert is deduced from the Second Law of Newton. In mechanical systems inertial loading are introduced for specific cases of the solid body movement.

Одним из основополагающих в изложении курса теоретической механики при подготовке инженерно-механиков является принцип Даламбера. Этот принцип рассматривается в теоретической механике и далее используется при выполнении курсового проекта по теории механизмов и машин.

В ПГУ курсы теоретической механики и теории механизмов и машин читаются на одной кафедре, что позволяет осуществлять их взаимодействие.

При изложении принципа Даламбера студентам прививается мысль о двойственности силы. Есть сила \vec{F} , действующая на материальную точку, и есть сила $(-m\vec{a})$, которая приложена к взаимодействующему с ней телу. Если теперь взять эту силу инерции и приложить к движущейся точке, то получится, что на точку действует взаимно уравновешенная система сил.

Принцип Даламбера легко выводим из второго закона Ньютона. При этом отмечаем, что добавление силы инерции к силам действующим на движущуюся точку, дает взаимно уравновешивающуюся систему сил.

Ценность принципа Даламбера состоит в том, что с его помощью динамические задачи можно решать статическими методами.

Применяя принцип Даламбера к механической системе, для частных случаев движения твердого тела вводим инерционные нагрузки

$$\vec{\Phi} = -m\vec{a}, \quad M^{\Phi} = -J\epsilon.$$

При рассмотрении принципа Даламбера на практических занятиях выделяем группы задач, в которых:

1. Тела, входящие в систему (или одно тело) движутся поступательно.

2. Тела, входящие в систему (или одно тело) имеют вращательное движение.

3. Некоторые из тел, входящих в систему имеют вращательное движение, а другие движутся поступательно.

4. Требуется определить реакции двух закрепленных точек оси при вращении точечных масс вокруг этой оси.

5. Требуется определить реакции двух закрепленных точек твердого тела (двух подшипников или подшипника и подпятника) возникающие при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси, проходящей через эти закрепленные точки.

Такие задачи широко используются и в теории механизмов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. — М., 1986.
2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, ч. 1. М.: Высшая школа, 1977.

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ К ЗАДАЧАМ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Кондратьев В.Ф., Богинская Т.Ф., Брынов М.А., Житкова М.А., Кондратьев М.В.

The connection between the courses of theoretical mechanics and resistance of materials is showed by two examples.

Взаимосвязь между изучаемыми дисциплинами обеспечивается программами курсов, методическими разработками, которые постоянно уточняются и согласовываются кафедрами. В частности, положения тезисов вводной лекции по теоретической механике, изложенные в работе [1], представляют несомненный интерес и их необходимо использовать также при изложении других дисциплин, в частности, курса сопротивления материалов с основами теории упругости и пластичности. В настоящей статье приводим отдельные примеры, касающиеся преимущественности отмеченных курсов.

1. В сборнике задач по теории упругости и пластичности Н.И. Безухова [2] предложена задача под №3, где, используя контурные условия, требуется установить напряженное состояние в тонкой пластинке переменного поперечного сечения при ее растяжении. Подобную задачу можно успешно решать уже при изучении раздела теоретической механики — статики.

В качестве объекта равновесия рассматриваем одно из двух сочлененных тел — малый элемент вблизи контура пластинки. Действие остальной (*отброшенной*) части пластинки заменяем равномерно распределенной нагрузкой — нормальной и касательной — или *нормальными и касательными напряжениями**.

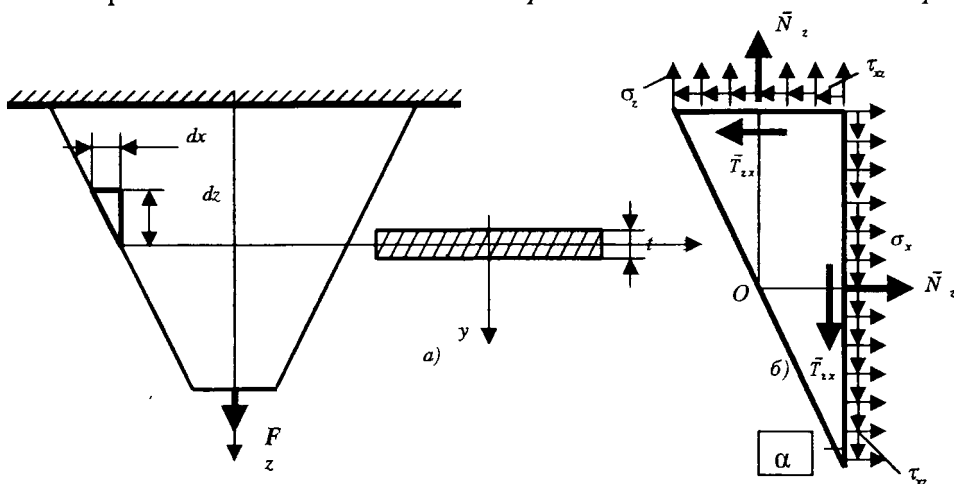


Рис. 1. Растяжение стержня: а — сечение; б — выделенный элемент

Величины главных векторов:

на верхней грани $N_z = \sigma_z A_z$ (от нормальных сил), на боковой грани $N_x = \sigma_x A_x$ (от нормальных сил), $T_{xz} = \tau_{xz} A_x$ (от касательных сил); $A_z = dx \cdot t$, $A_x = dz \cdot t$ — площади верхней и боковой граней.

Составим три уравнения статики (плоская произвольная система сил):

$$\begin{aligned} 1. \sum_{i=1}^2 F_{ix} &= 0; \quad N_x - T_{zx} = 0; \\ 2. \sum_{i=1}^2 F_{iz} &= 0; \quad -N_z + T_{zx} = 0; \\ 3. \sum_{i=1}^2 m_o(\vec{F}_i) &= 0; \quad T_{zx} dz/2 - T_{zx} dx/2 = 0. \end{aligned}$$

Решаем уравнение (3):

$$\tau_{xz} dx \quad dz/2 - \tau_{zx} dz \quad dx/2 = 0,$$

откуда получаем закон парности или сопряженности касательных напряжений:

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \equiv \tau$$

Решая первые два уравнения, получим формулы для вычисления σ_x и τ :

$$\sigma_x = \sigma_z \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \tau = \sigma_z \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha = A_z / A_x$$

Таким образом, при осевом растяжении стержня переменного поперечного сечения вблизи наружной поверхности помимо нормальных напряжений в поперечном сечении σ_z , учитываемых в сопротивлении материалов, неизбежны в том же сечении и касательные напряжения, а в сечениях, параллельных оси бруса, присутствуют и нормальные напряжения σ_x . Игнорирование τ и σ_x в сопротивлении материалов может исказить выводы о прочности стержня, сечение которого считается постоянным, так как различные локальные дефекты приведут к появлению указанных напряжений, значения которых могут значительно превосходить нормальные напряжения вдоль оси стержня даже с учетом повышения последних за счет эффекта концентрации напряжений.

2. Понятие «момент инерции» широко используется в курсах теоретической механики, теории механизмов и машин, сопротивлении материалов, деталях машин и других. Но если, например, в теоретической механике термин «инерция» имеет прямое отношение к динамике механической системы, то в сопротивлении материалов он формален.

В «Основном курсе теоретической механики» Н.Н. Бухгольца [3, §11] дано общее понятие момента как физического, так и геометрического. Остановимся на некоторых положениях вопроса.

Моментом тела называется интеграл вида:

$$\iiint_V \rho(x, y, z) x^m y^n z^p dV,$$

где $\rho(x, y, z)$ — плотность тела; $m + n + p = s$ — степень момента, которая может быть целой и дробной.

Для однородного тела физический момент имеет вид:

$$\rho \iiint_V x^m y^n z^p dV,$$

а геометрический момент записывается интегралом:

$$\iiint_V x^m y^n z^p dV,$$

т.е. отбрасывается плотность материала. В теоретической механике используются физические моменты тел, а в сопротивлении материалов геометрические моменты сечений с целыми показателями степеней и степеней моментов, как правило, не выше двух:

$$m = 0, n = 0; \quad s = 0; \quad J_{00} = \int_A x^0 y^0 dA = A - \text{момент}$$

нулевой степени или площадь сечения;

$$m = 1, n = 0; \quad s = 1; \quad J_{10} = \int_A x dA = S_y - \text{момент пер-}$$

вой степени — статический момент относительно оси y ;

$$m = 0, n = 1; \quad s = 1; \quad J_{01} = \int_A y dA = S_x - \text{момент пер-}$$

вой степени — статический момент сечения относительно оси x ;

$$m = 2, n = 0; \quad s = 2; \quad J_{20} = \int_A x^2 dA = J_y - \text{момент}$$

второй степени — осевой момент инерции сечения относительно оси y ;

$$m = 0, n = 2; \quad s = 2; \quad J_{02} = \int_A y^2 dA = J_x - \text{момент}$$

второй степени — осевой момент инерции сечения относительно оси x ;

$$m = 1, n = 1; \quad s = 2; \quad J_{11} = \int_A xy dA = D_{xy} - \text{момент}$$

второй степени — центробежный момент инерции сечения относительно осей x, y или произведение инерции.

Полярный момент инерции равен сумме осевых.

Рассмотрим небольшой пример, показывающий связь физического и геометрического моментов.

Физический момент инерции однородного диска толщиной « l » и диаметром $d=2r$:

$$J_o^{\text{физ}} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \left(\rho \frac{\pi d^2}{4} \right) \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \rho \frac{\pi d^2}{32}.$$

Геометрический момент инерции (полярный) круглого сечения того же диаметра:

$$J_o^{geom} = J_x + J_y = 2 \frac{\pi d^2}{64} = \frac{\pi d^4}{32}$$

Очевидно, что физический момент инерции однородного цилиндра равен произведению плотности тела на его геометрический момент, являющийся при единичной толщине диска полярным моментом круга.

**Нормальные напряжения снабжены индексами, совпадающими с именем оси, которой они параллельны. Знак их определяется совпадением (+) или несовпадением (-) с направлением внешней нормали к поверхности тела. Физический смысл знака: положительные напряжения — растягивающие, отрицательные — сжимающие. Касательные напряжения имеют два индекса: один соответствует оси, которой напряжение параллельно, другой — имени нормали к поверхности, на которой напряжение действует. Если направление внешней нормали не совпадает с направлением одной оси, то само касательное напряжение не совпадает с направлением другой оси. Знак касательного напряжения физического смысла не имеет. На рис. 1 показаны положительные напряжения.*

ЛИТЕРАТУРА:

1. Чигарев А.В., Василевич Ю.В., Чигарев Ю.В. Что такое МТТ? (вариант тезисов вводной лекции по теретической механике) // Межведомственный сб. научно-метод. статей / Минск: УП «Технопринт», 2002. — С. 14 — 17.
2. Безухов Н.И. Сборник задач по теории упругости и пластичности. — М.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1957. — С. 17 — 18.
3. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики в 2-х ч. Ч. 2. — М.: Наука, 1969. — 332 с.
4. Кондратюк В.Ф. Формирование понятий «моменты инерции» в технической механике // Материалы научно-практич. конф., посвященной 30-летию инженерно-педагогического образования в Республике Беларусь / БГПА. — Минск, 1994. — С. 77 — 78.

К ВЫБОРУ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ МАШИН С ИМПУЛЬСИВНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ РАБОЧИХ НАГРУЗОК

Коренский В.Ф., Улитин А.А

To a choice of the generalized coordinates of machines with impulsive change of working loadings.

Traditionally the rate of the theory of mechanisms and machines is based on researches of mechanisms in function of the generalized coordinates which change in regular intervals. At impulsive distribution of technological loadings it results in the big errors of calculations. More subject research of machines is offered on the basis of characteristic positions of their main shaft.

Проектирование по курсу «Теория механизмов, машин и манипуляторов» (ТММ и М) предполагает проведение широких исследований кинематических, динамических и других характеристик механизмов в функции обобщенных координат машин.

Согласно существующей методике проектирования по ТММ и М [1], в качестве обобщенных координат принимают угол поворота кривошипа ? несущего (рычажного) механизма и, по сложившейся традиции, указанную координату изменяют равномерно, начиная от полужения механизма, которое является крайним. Однако следование этому правилу ведет к ограничению круга заданий на курсовой проект, поскольку их подбирают так, чтобы технологические усилия, действующие на обрабатывающий инструмент, распределялись на значительной величине его хода, а законы распределения этих усилий были бы, по возможности, монотонными, гладкими [1]-[3]. В этих случаях работу сил-основной показатель их механическо-

го воздействия на машину, с достаточной точностью можно вычислить как интеграл функции приведенного к главному валу машины момента [4]:

$$A = \int M_{np} d\varphi \quad (1)$$

Передаточная функция от главного вала к рабочему звену машины не всегда оказывается линейной, а кроме гладких законов распределения технологических усилий встречаются и импульсивные. Последние характеризуются значительным изменением сил при незначительных перемещениях точек их приложения. В этих условиях необоснованный (механический) выбор обобщенных координат φ , особенно при ограниченном их количестве, может привести к неадекватному отражению в формуле (1) закона изменения полезных нагрузок, т.к. одна часть импульсов может не иметь достаточного количества характеризующих их расчетных точек, другая часть и вовсе не имеет их.

Изложенное позволяет сделать вывод: при проектировании по ТММ и М, с целью более полного

учета механического действия полезных нагрузок, их работу следует определять в точках приложения сил, а обобщенные координаты находить с помощью плана положений механизма с ведущим рабочим звеном, причем положения выбрать в соответствии с распределением сил.

Задавать обобщенные координаты φ , следует также, руководствуясь теми или иными дополнительными соображениями. Таковыми могут быть — проверка входных параметров синтеза и огра-

ничений, выбор фазовых углов кулачкового механизма и т.п.

В качестве примера рационального выбора (определения) обобщенных координат машин, рассмотрим передаточный механизм гайковырубного автомата (рис. 1): задание на его проектирование содержится в методической разработке [2].

На рис. 1а представлена схема несущего механизма, на рис. 1б — схема действия технологических усилий на ползун D, на рис. 1в — схема привода.

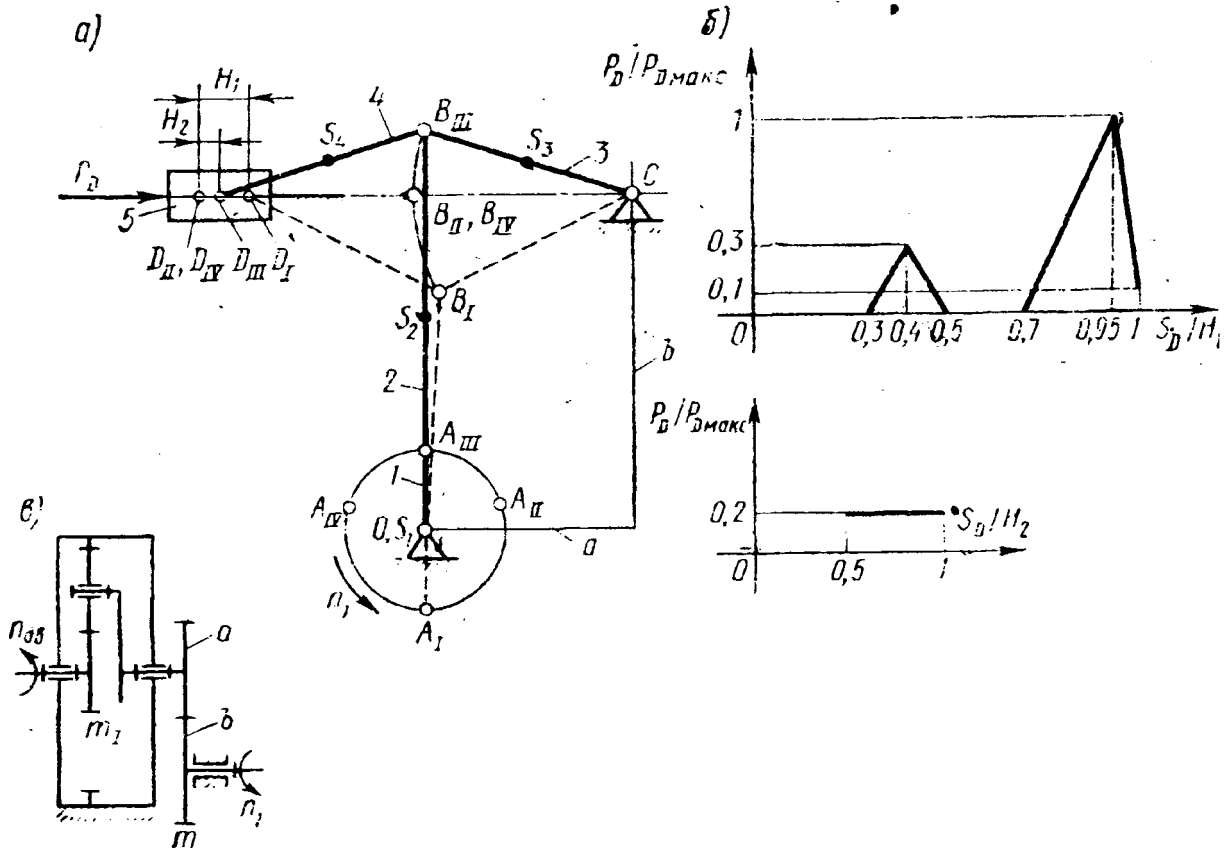


Рис. 1.

Технологические усилия, действующие на ползун D за цикл движения автомата (один двойной «длинный» ход H_1 и один двойной «короткий» ход H_2) имеют форму пяти импульсов: на прямом ходе H_1 ползуна D на участках $(0,3-0,4)H_1$, $(0,4-0,5)H_1$, $(0,7-0,95)H_1$ и $(0,95-1,0)H_1$ — трех треугольных и одного трапецеидального, на прямом ходе H_2 ползуна D $(0,5-1,0)H_2$ — одного прямоугольного.

Проведенные нами исследования одного из вариантов задания на гайковырубной автомат [2] с помощью ЭВМ позволили установить, что работу всех пяти импульсов при равномерном изменении обобщенной координаты φ (угла поворота кривошипа OA от одного из крайних положений OA_{IV} удается вычислить с точностью 80-85% при числе шагов $\Delta\varphi$, достигающем 100.

Работу полезных сил A_{nc} вычисляем по формуле:

$$A_{nc} = \sum_1^4 \int_{H_1} F_{nc} ds + \int_{H_2} F_{nc} ds, \quad (2)$$

минуя понятие «приведенный момент» и пользуясь геометрическим смыслом интеграла [6]. В данном случае все импульсы представляют простые геометрические фигуры, поэтому точное вычисление их площади, т.е. работы сил, никаких затруднений у студентов не вызывает.

График работ полезных сил (как и график полезных нагрузок) изображаем в функции хода S ползуна D ($A_{nc} = A_{nc}(S)$ рис. 2в). Обобщенные координаты φ_1 поворота кривошипа OA от его нулевого положения, соответствующего одному из крайних положений механизма, находим, строя план положений этого механизма с ведущим ползуном D, помещая его в положения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, совпадающие с характерными точками графика нагрузок — рис. 2а, 2б, 2в.

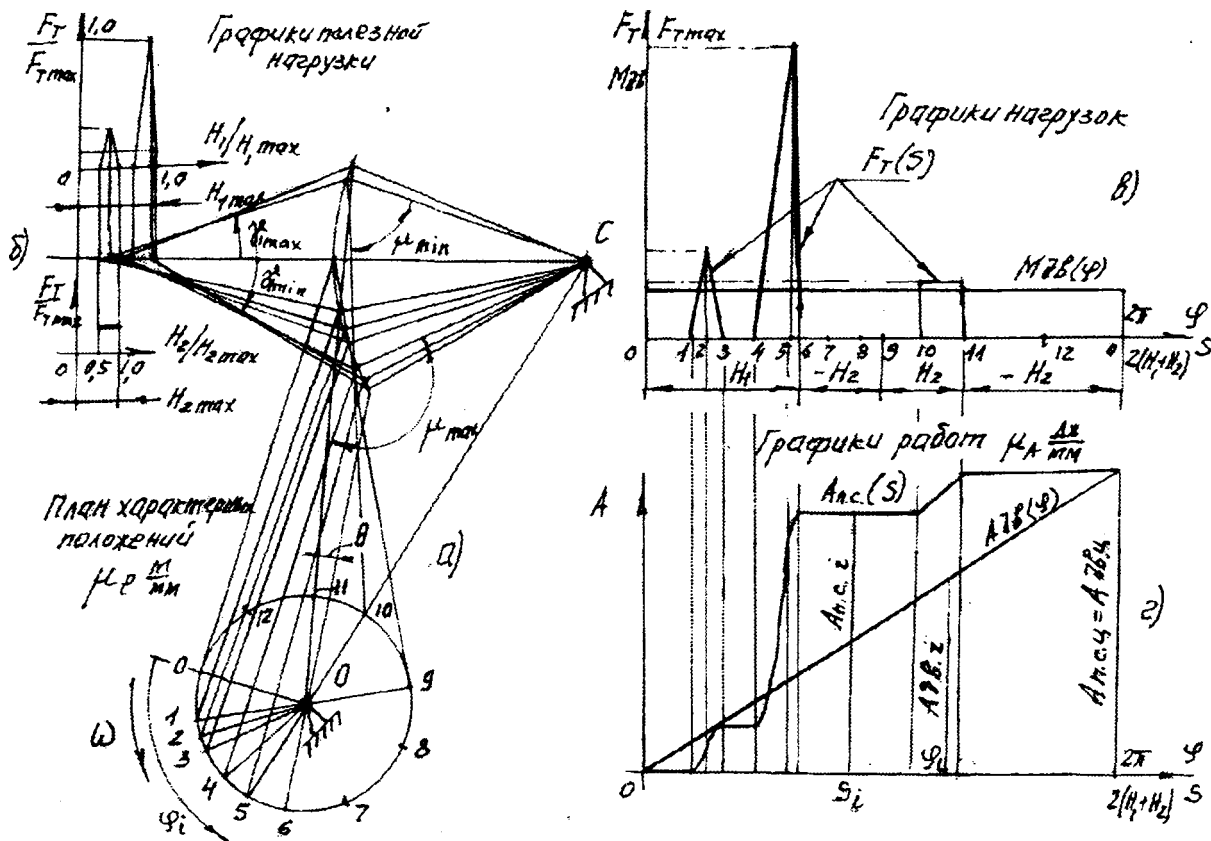


Рис. 2.

Дополнительные координаты φ_i (в положениях 7, 8, 9, 12) назначаем, исходя из соображений полноты проведения исследований при курсовом проектировании по ТММиМ, повышения точности этих исследований, достижения четкости основных понятий:

1. Девятое, вместе с (построенным) нулевым, а также (построенные) шестое и одиннадцатое положения соответствуют началам прямых и обратных ходов ползуна D. Обычно их строят для проверки результатов синтеза несущего (рычажного) механизма по величинам ходов H_1 и H_2 , а также углу перекрытия θ . Положения наступают, когда звенья OA и AB в шарнирном четырехзвеннике OABC, звенья BC и BD в кривошипно-ползунном механизме BCD располагаются на одной прямой.

2. Десятое и (построенное) пятое положения соответствует экстремальным значениям угла передачи μ_{\min} и μ_{\max} в шарнирном четырехзвеннике OABC (рис. 1а). Их строят начиная от кривошипа OA когда он совпадает с направлением стойки OC.

3. Построенные шестое и одиннадцатое положения механизмов соответствуют экстремальным значениям угла давления ($\gamma_{1\max}$, $\gamma_{2\min}$) в присоединенном кривошипно-ползунном механизме CBD (рис. 1а)

4. Положения, соответствующие началам и концам фазовых углов вспомогательного кулачкового, либо иного, механизмов, и используются при разработке циклограмм машин (на рис. 2 могут

совпадать с уже построенными положениями). Они могут строиться как от ведущего кривошипа OA (ползун D ведомый), так и от ведущего ползуна D (ведомым является кривошип OA).

5. Промежуточные положения, например, седьмое, восьмое, двенадцатое. Они могут быть назначены для полноты исследования цикла и построены, начиная от ведущего кривошипа OA.

Т.о. получается план 12-15-ти характерных положений несущего механизма, которых — вполне достаточно при выполнении курсового проекта по ТММ и М.

Значения координат φ_i в построенных положениях механизма могут замеряться при помощи транспортира, а при необходимости, уточняться при помощи ЭВМ.

Значения работ сил полезного сопротивления $A_{п.с.i}$ в рассматриваемых i-тых положениях механизма, вычисленные в соответствии с выражением (2), заносят в «Протокол проведения исследований параметров машины».

В этот «протокол» также заносят значение работ движущих сил $A_{дв.i}$, вычисленные по формуле:

$$A_{дв.i} = A_{дв.ц} \cdot \frac{\varphi_i}{360}, \quad (3)$$

где работа движущих, (действующих от механизмов привода) сил за цикл установившегося движения (Адв.ц) может быть установлена как работа сил полезного сопротивления ($A_{п.с.ц}$) за этот же цикл [4]:

$$A_{дв.ц} = A_{п.с.ц}$$

Протокол проведения исследований параметров машины

№ по- ложе- ния	Обоб- щенная коор- дината φ (рад/с)	Работа сил (Дж)		Прира- щения кинеги- ческой энергии машины ДТ (Дж)	Передаточные функции			Приведенные моменты инерции (кг · м ²)			
		полез- ного сопро- тивле- ния Ап.с	дви- жущих Ад.в		п ₁ /п ₂ (ед)	V _{s2} /п ₂ (м)	и т.д	механизмов			маши- ны
								I _{пр1}	I _{пр2}	и т.д	
0	0	0	0	0	a	b		c	d		e
1	...										
...											
0	360	A _{п.с.ц}	A _{дв.ц}	0	a	b		c	d		e

Выражение (3) отражает прямую пропорциональность работ Адв от φ , что при асинхронном приводе машин может обеспечить необходимую точность расчетов лишь в первом приближении [6].

Приращения кинетической энергии машины ΔT_i вычисляются в каждом положении несущего механизма.

$$\Delta T_i = A_{дв} - A_{п.с}$$

Результаты заносят в указанный выше «протокол». В него помещают и другие динамические и кинематические параметры машин, необходимые для их всестороннего исследования.

Рассмотренная методика определения (выбора) обобщенных координат машин позволяет расширить круг заданий на курсовой проект по дисциплине ТММ и М, получать при этом максимально возможную точность динамического анализа и синтеза, освободить студента от необходимости строить «рычаги» Н. Е. Жуковского.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин /Под ред. Девойно Г. Н., Мн.: Выш. шк., 1986.
2. Левитский Н. И., Солдаткин Л. П. Теория механизмов и машин. Методические указания и задания на контрольные работы и курсовой проект. М.: Высшая школа, 1983.
3. Левитский Н. И., Солдаткин Л. П и др. Теория механизмов и машин. Методические указания и контрольные задания. М.: Высшая школа, 1989.
4. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1975.
5. Попов С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин /Под ред. К. В. Фролова, — М.: Высшая школа, 1986.
6. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУзов. Изд. 9-е; М.: ГИФМЛ, 1962

ВОПРОСЫ КУРСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН ПО ЗАДАННОЙ ВЕЛИЧИНЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

Коренский В.Ф., Василенко Д.Л.

Bases of a statement of a rate «the Theory of mechanisms and machines» are considered (examined), proceeding from understanding of the machine, as tool for realization of technologies with set productivity. To mechanisms in this rate the role of means for construction of the specified machines is allocated (removed).

Коэффициент производительности η^* показывает, какую часть времени T технологического цикла обработки изделия занимает время $t_{р.х}$ — рабочих ходов обрабатывающих инструментов и является главным критерием технического совершенства технологической машины [1].

$$\eta^* = \frac{t_{р.х}}{T} \leq 1,0. \quad (1)$$

Величина коэффициента η^* может быть установлена через параметры технологии, для выпол-

нения которой предназначена машина. Выражая в формуле (1)

$$t_{р.х} = \frac{H}{V_{ф.р.х}}, \quad \text{а} \quad \frac{1}{T} = Q_{ц} \quad (2)$$

где H и $V_{ф.р.х}$ — величина и средняя скорость рабочих ходов, а $Q_{ц}$ — цикловая производительность, получаем:

$$\eta^* = \frac{H}{V_{ф.р.х}} \cdot Q_{ц}. \quad (3)$$

Так, в ряде случаев, величину H можно определить на базе геометрических размеров обраба-

тываемого изделия, $V_{\varphi}^{p.x.}$ с зависит от стойкости обрабатывающего инструмента и требований к качеству готовых изделий, цикловая же производительность $Q_{ц}$ назначается исходя из потребности предприятия в их количестве. Введение в рассмотрение параметров технологии позволяет машину рассматривать не как вымысел гения, а как инструмент, создаваемый инженерами и рабочими для реализации технологий по получению тех или иных изделий в необходимых для производства количествах.

С помощью коэффициента η^* задаем условия на проектирование передаточного механизма машины, поскольку выражение (1) можно записать и так

$$\eta^* = \frac{l_{p.x.}}{T} = \frac{\alpha_{p.x.}}{2\pi},$$

где $\alpha_{p.x.}$ — угол рабочего хода главного вала*.

Получив отсюда угол перекрытия θ :

$$\theta = \alpha_{p.x.} - \pi,$$

используем его для синтеза передаточного механизма. Покажем, как подобрать и спроектировать составляющую передаточного механизма, которая обеспечит требуемую величину угла перекрытия θ .

Способность перераспределять время рабочих и холостых ходов в пределах времени T технологического цикла наблюдаем у кулачковых и рычажных механизмов. Недостатки кулачковых механизмов при передаче больших технологических усилий общеизвестны. Поэтому при проектировании по курсу «Теория механизмов, машин и манипуляторов» (ТММ и М), а также в реальных машинах, для указанных целей лучше применять рычажные механизмы.

Простейшие четырехзвенные рычажные механизмы для целей перераспределения времени T также применимы не все: из пяти основных их видов тангенсный механизм не проворачивается, а синусный имеет $\theta = 0$ независимо от его конструкции. Остаются — шарнирные четырехзвенные, кривошипно-ползунные и кулисные механизмы, у которых кулиса совершает качательное движение.

Произведем синтез кривошипно-ползунного механизма, который в отличие от шарнирного четырехзвенного, либо кулисного, механизмов позволяет осуществить преобразование вращательного движения кривошипа в поступательное ползуна наиболее простым способом.

Проведем окружность радиусом R (рис.1) и симметрично ее диаметру (например, совмещенному с осью $u-u$) построим центральный угол $\angle B_1CB_2 = 2\theta$. На окружности выберем точку O (угол с осью $u-u$ обозначим как φ), построим угол $\angle B_1OB_2$, опирающийся на дугу B_1B_2 .

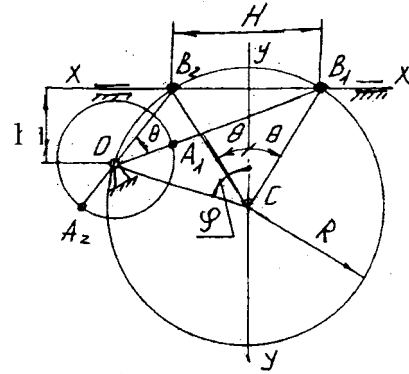


Рис. 1. Два крайних положения кривошипно-ползунного механизма.

По известной теореме [2] угол $\angle B_1OB_2 = \theta$ как вписанный, опирающийся на дугу $B_1B_2 = 2\theta$.

В то же время, отрезки OB_1 и OB_2 напоминают два крайних положения дезаксиального кривошипно-ползунного механизма с направляющей $x-x$, совмещенной с хордой B_1B_2 , с центром вращения кривошипа OA , размещаемом в точке O , и с углом перекрытия $\theta = \angle B_1OB_2$.

Обозначив длину кривошипа OA через l_{OA} , а длину шагуна AB как l_{AB} , из рис.1 находим

$$l_{OB1} = l_{AB} - l_{OA} = 2R \sin \frac{\varphi - \theta}{2},$$

$$l_{OB2} = l_{AB} + l_{OA} = 2R \sin \frac{\varphi + \theta}{2},$$

$$h = R(\cos \theta - \cos \varphi) = 2R \sin \frac{\varphi + \theta}{2} \sin \frac{\varphi - \theta}{2}. \quad (4)$$

Полагая в (4) $2R = 1,0$, получаем относительные размеры кривошипно-ползунного механизма

$$l_{OA} = \sin \alpha - \sin \beta,$$

$$l_{AB} = \sin \alpha + \sin \beta,$$

$$h = \sin \alpha \cdot \sin \beta, \quad (5)$$

где $\alpha = \frac{\varphi + \theta}{2}$; $\beta = \frac{\varphi - \theta}{2}$, $\sin \theta = H$, которые при известных значениях j и q используем для синтеза механизма.

Однако произвольный выбор φ при тех или иных значениях θ может привести к нарушению известных [3] ограничений на угол давления γ :

$$\gamma_{\max} \leq 30^\circ \quad (6)$$

Учитывая, что $\gamma = \gamma_{\max}$ наступает, когда кривошип OA составляет продолжение вектора дезаксиала \bar{h} ($OA_3 \perp x-x$ — рисунок 2), непосредственно по рисунку 2 получаем

$$\gamma_{\max} = \arcsin \left(\frac{h + l_{OA}}{l_{AB}} \right) \quad (7)$$

* Главным считаем реально существующий, либо условный, вал машины, совершающий за время T один оборот.

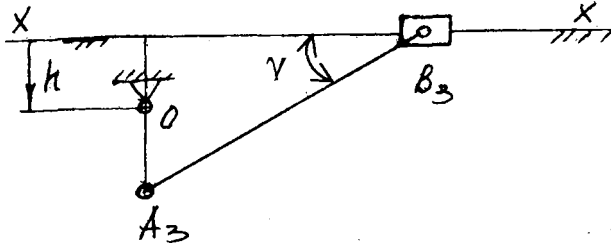


Рис. 2. Кривошипно-ползунный механизм в положении экстремума угла давления

Соотношение (7) и формулы (5) использовались для определения с помощью ПЭВМ значений γ_{max} при различных φ и θ . Результаты помещены в таблицу.

Таблица показывает, что для кривошипно-ползунного механизма решения, отвечающие ограничению (6) возможны лишь при $q \leq 8^\circ$.

Таблица предельных углов давления в кривошипно-ползунном механизме

θ°	φ°									
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
1	12,56	10,77	12,18	14,40	16,92	19,61	22,39	25,22	28,10	31,00
1.5	17,39	13,15	13,77	15,59	17,88	20,41	23,08	25,83	28,64	31,49
2	22,31	15,53	15,35	16,77	18,83	21,21	23,77	26,44	29,19	31,99
2,5	27,36	17,91	16,93	17,96	19,78	22,01	24,45	27,04	29,73	32,48
3	32,61	20,31	18,51	19,14	20,73	22,80	25,14	27,65	30,27	32,97
3,5	38,13	22,73	20,09	20,32	21,68	23,59	25,82	28,25	30,80	33,46
4	44,06	25,16	21,67	21,50	22,62	24,38	26,50	28,84	31,34	33,94
4,5	50,59	27,62	23,25	22,67	23,56	25,16	27,17	29,44	31,87	34,43
5	58,11	30,12	24,84	23,85	24,50	25,95	27,85	30,03	32,41	34,91
5,5	67,65	32,66	26,43	25,03	25,43	26,73	28,52	30,63	32,94	35,39
6	90,00	35,24	28,03	26,20	26,37	27,51	29,19	31,22	33,47	35,87
6,5		37,89	29,65	27,38	27,30	28,29	29,86	31,80	33,99	36,35
7		40,61	31,27	28,56	28,24	29,06	30,53	32,39	34,52	36,83
7,5		43,42	32,90	29,74	29,17	29,84	31,19	32,98	35,04	37,30
8		46,34	34,55	30,93	30,10	30,61	31,86	33,56	35,56	37,78
8,5		49,39	36,22	32,11	31,04	31,38	32,52	34,14	36,08	38,25
9		52,62	37,90	33,31	31,97	32,15	33,18	34,72	36,60	38,72

Аналогично получаем расчетные формулы и таблицы для выбора входных параметров ширинного четырехзвенника [4]. По ним определяем допустимый угол давления $\gamma_{max} \leq 45^\circ$ [3], который для этого механизма возможен при $\theta \leq 20^\circ$.

Синтез кулисного механизма по заданной величине угла перекрытия θ (т.е. коэффициенту η^*) рассмотрен в работе [5]. Теоретически такие механизмы способны обеспечить $h^* \equiv 1,0$. Однако развитые узлы трения и некоторые конструктивные ограничения снижают реальные возможности этих механизмов.

Полученными ограничениями для угла перекрытия θ можно воспользоваться при проектировании передаточного механизма рабочей машины.

Мы рассмотрели фрагмент синтеза технологических машин. Для проектирования их привода описание технологии должно содержать функцию изменения полезных нагрузок, $F_{н.с.} = f(s)$, действующих на инструмент в функции его перемещения S в одном технологическом цикле. Эта функция может быть получена теоретически (по формулам

спецкурсов), либо построена на основе эксперимента. Интегрируя эту функцию и вычисляя из (2) время T , подберем двигатель (по цикловой мощности, задавшись КПД передаточного механизма), а передаточное отношение передачи от него к главному валу машины найдем, вычислив частоту вращения главного вала n из соотношения (2):

$$n = \frac{1}{T} = Q_{ц.}$$

Значение интеграла $\int_{-n}^n f(s) ds$ (и КПД) также используем, чтобы ориентировочно оценить расход энергии на обработку. Этот показатель является основным для оценки качества выбранной технологии. Возможность его определения в самом начале проектирования позволяет своевременно скорректировать параметры технологии.

Вторая составляющая расхода энергии, накапливаемая в подвижных звеньях машины, обладает свойствами рекуперации. Ее находим из диаграммы энергомасс при динамическом синтезе, который проводим, чтобы обеспечить динамическую

устойчивость работы машины при выполнении принятой технологии.

Таким образом, введение в рассмотрение коэффициента производительности η^* позволяет студенту первый профессионально-значимый курсовой проект выполнить на уровне основных требований к проектированию реальных машин в ЕСКД на первом ответственном и творчески интересном этапе — этапе разработки технического предложения.

Знакомство студентов в их первом курсовом проекте с наиболее общими принципами построения машин и возникающими при этом проблемами позволяет в цели проектов по последующим дисциплинам — таким как, «Основы конструирования и детали машин», «Конструирование и расчет станков» и т.п. конкретизировать и сделать более понятными. При этом открывается возможность для сквозного проектирования и повышения эффективности использования знаний студентов на механических факультетах ВУЗов. Проектирование по описанной схеме по дисциплине ТММ и М ведется в Полоцком государственном университете более 10 лет.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Волчкевич П.И. и др. Автоматы и автоматические линии /Под ред.проф.Шаумяна Г.А., ч.1. Основы проектирования. М.: Высшая школа, 1976.
2. Бронштейн И.Н. и Семендяев К.А. Справочник по математике. Для инженеров и учащихся ВТУЗов. Изд. 9-е. М.: ГИФМЛ, 1962.
3. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1975.
4. Василенко Д.Л., Вольнец Е.В. Оптимизационный синтез шарнирного четырехзвенника по коэффициенту производительности машин. Материалы XXXI научной студенческой конференции. ПГУ, Новополоцк, 2002.
5. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин /Под ред. Г.Н.Девойно, Мн.: Выш.шк., 1986.

СИЛОВОЙ РАСЧЕТ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА ЭВМ МЕТОДОМ ЗАМКНУТЫХ ВЕКТОРНЫХ КОНТУРОВ

Тетерюкова Л.С., Комар В.Л., Тетерюков Д.О.

The engineering methods of mechanism analysis were mainly based on graphical (approaches lately. At present the possibilities of modern personal computers allow to use (different programs developed specially for quick, qualitative and full design of various (mechanisms. Closed vector loop method permits to apply unified approach to different schemes (of mechanisms under their kinematic analysis and in this way to unify the searching algorithm of (link motion parameters (displacement, velocity and acceleration). In the paper the application of (this method for force analysis of the two-dyad link gear has been considered. Two vector loops (have been determined for given mechanism and equations for angular and linear accelerations of (the links have been derived. In order to determine the constraints and gravity forces the force (diagrams have been drawing and the balance equations have been written. The Visual Basic (program for kinematic and force analysis of the two-dyad link gear has been developed and (results of its work has been presented in the paper. The program permits to investigate different (types of mechanisms using closed vector loop method.

Использование ЭВМ в учебном процессе по курсу «Теория машин и механизмов» требует развития навыков в формализации задач механики, создании механико-математических моделей, оформлении алгоритмов, программировании, анализе результатов расчета.

Отбор методов, которые бы позволили наиболее экономно и эффективно получать требуемый результат в жестких временных рамках учебного плана, является одной из важных задач. В разделе кинематического и силового анализа к таким методам следует отнести метод замкнутых векторных контуров на основе функции положения [1].

Традиционно отработка методов кинематического и силового анализа осуществляется на базе рычажных механизмов, структура которых разнообразна. Метод замкнутых векторных контуров позволяет в кинематическом анализе применять единый подход к различным схемам механизмов второго класса, то есть унифицировать алгоритм поиска параметра движения звеньев. Вместе с тем выходные параметры кинематического анализа являются входными параметрами силового анализа, как при расчете сил инерции, так и расчете реакций [2,3]. Последовательность же действий аналитического метода поиска сил мало отличается от графоаналитического мето-

да планов сил. Поэтому разработка алгоритма расчета сил в аналитическом виде не вызывает особых сложностей. Причем в силовом анализе, как и в кинематическом, графический метод выступает в качестве тестового и контрольного метода. Последовательность действий силового анализа рассмотрим на простейшем по числу входных параметров двухдиадном кулисном механизме (Рис.1).

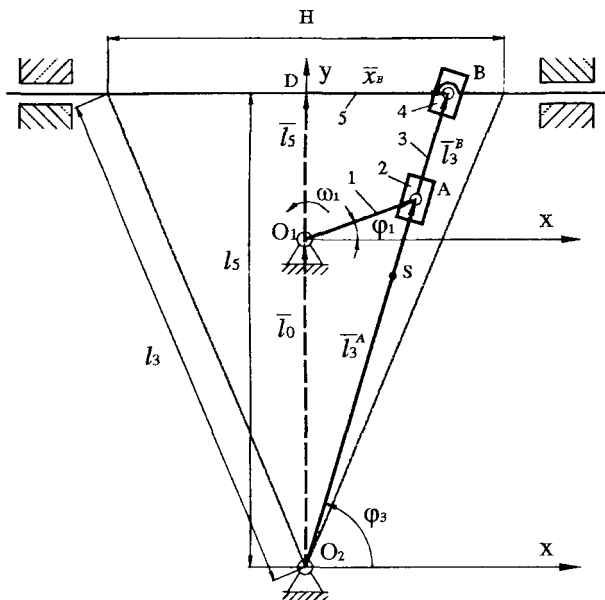


Рис.1 Схема двухдиадного кулисного механизма

На рисунке 1 приведены следующие обозначения: 1 — кривошип; 2, 4 — кулисные камни; 3 — кулиса; 5 — ползун. Входными параметрами кинематического анализа являются: $l_0, l_1, l_5, H, \omega_1, \varphi_1$. Положения звеньев ориентированы в системе координат XU посредством векторов, связанных со звеньями, и углов φ_1, φ_3 . В механизме выделено два векторных контура O_1O_2A и DO_2B .

Уравнение замкнутого контура O_1O_2A имеет вид:

$$\bar{l}_0 + \bar{l}_1 = \bar{l}_3^A \quad (1)$$

Уравнение замкнутости в проекциях на координатные оси X и Y :

$$\begin{aligned} 0 + l_1 \cdot \cos \varphi_1 &= l_{3A} \cdot \cos \varphi_3 \\ l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1 &= l_{3A} \cdot \sin \varphi_3 \end{aligned} \quad (2)$$

Решая совместно систему уравнений (2) получим:

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1 \cdot \cos \varphi_1} \quad (3)$$

Передаточное отношение U_{31} определяется дифференцированием уравнения (3) по углу φ_1 :

$$\begin{aligned} U_{31} &= \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \cos^2 \varphi_3 \cdot \frac{l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1^2 \cdot \cos^2 \varphi_1} = \\ &= \frac{l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1} \end{aligned} \quad (4)$$

Передаточная функция ускорений определяется уравнением (5):

$$U'_{31} = \frac{d^2\varphi_3}{d\varphi_1^2} = \frac{l_0 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot (l_0^2 - l_1^2)}{(l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1)^2} \quad (5)$$

Тогда угловую скорость кулисы можно найти из выражения (6):

$$\omega_3 = \omega_1 \cdot U_{31} \quad (6)$$

Угловое ускорение кулисы определяется формулой (7):

$$\varepsilon_3 = \omega_1^2 \cdot U'_{31} + \varepsilon_1 \cdot U_{31} \quad (7)$$

Длины частей кулисы равны:

$$l_{3B} = \frac{l_5}{\sin(\varphi_3)}; \quad l_{3A} = \frac{l_1 \cdot \cos(\varphi_1)}{\cos(\varphi_3)} \quad (8)$$

Уравнение замкнутого контура DO_2B имеет вид:

$$\bar{l}_5 + \bar{x}_B = \bar{l}_3 \quad (9)$$

Уравнение замкнутости в проекциях на координатные оси X и Y принимает вид:

$$\begin{cases} 0 + x_B = l_3 \cdot \cos \varphi_3 \\ l_5 + 0 = l_3 \cdot \sin \varphi_3 \end{cases} \quad (10)$$

Решая совместно уравнения системы (10), получим:

$$x_B = l_5 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_3 \quad (11)$$

Дифференцированием (11) по параметру j_3 получается передаточная функция скоростей U_{53} :

$$U_{53} = \frac{dx_B}{d\varphi_3} = -\frac{l_5}{\sin^2 \varphi_3} \quad (12)$$

Передаточная функция ускорений определяется уравнением (13):

$$U'_{53} = \frac{d^2x_B}{d\varphi_3^2} = \frac{2 \cdot l_5 \cdot \cos \varphi_3}{\sin^3 \varphi_3} \quad (13)$$

Тогда скорость точки B ползуна можно определить из уравнения (14):

$$\vartheta_B = \omega_3 \cdot U_{53} \quad (14)$$

Формула для определения ускорения точки B ползуна имеет вид:

$$a_B = \omega_3^2 \cdot U_{53} + \varepsilon_3 \cdot U_{53} \quad (15)$$

Алгоритм силового анализа программы разработан на основе схемы нагружения механизма, представленной на Рис.2.

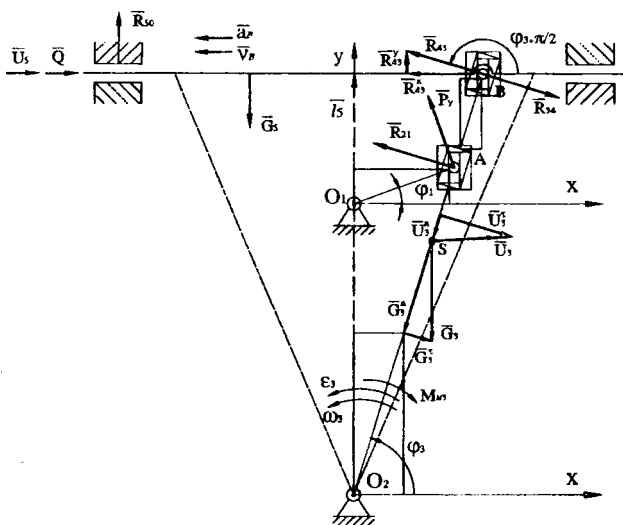


Рис.2 Схема нагружения механизма силами

На рисунке 2 приведены следующие обозначения: G_3, G_5 — силы тяжести соответствующих звеньев, U_3, U_5 — силы инерции соответствующих звеньев; Q — сила полезного сопротивления. План сил приведен на Рис.3.

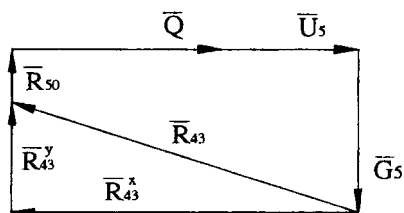


Рис.3 План сил

Входные параметры для программы силового анализа: сила Q ; массы звеньев m_3, m_5 ; момент инерции J_{S3} ; параметры, полученные в результате кинематического анализа. Последовательность поиска реакций следующая. Определяются силы тяжести звеньев:

$$G_5 = m_5 \cdot g, G_3 = m_3 \cdot g, G_{5y} = -G_5, G_{3y} = -G_3 \quad (16)$$

Затем определяется сила инерции звена 5:

$$U_5 = m_5 \cdot a_B \quad (17)$$

Составляется уравнение равновесия сил диады 4-5 в проекциях на ось X :

$$\sum X(4,5) = 0;$$

$$R_{43}^x + Q + U_5 = 0 \Rightarrow R_{43}^x = -(Q + U_5) \quad (18)$$

Проекция реакции R_{43} на ось Y равна:

$$R_{43}^y = R_{43}^x \cdot \operatorname{tg}(\varphi_3 + \pi/2) \quad (19)$$

Реакция R_{43} определяется по следующей формуле:

$$R_{43} = \sqrt{(R_{43}^y)^2 + (R_{43}^x)^2} \quad (20)$$

Уравнение равновесия сил диады 4-5 в проекциях на ось Y имеет вид:

$$\begin{aligned} \sum Y(4,5) = 0; G_3 + R_{43}^y + R_{50} = 0, \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{50} = -(G_3 + R_{43}^y) \end{aligned} \quad (21)$$

Касательная и нормальная составляющая силы инерции U_3 определяются из следующих уравнений:

$$U_3^t = -\varepsilon_3 \cdot l_S \cdot m_3; U_3^n = -\omega_3^2 \cdot l_S \cdot m_3 \quad (22)$$

Касательная и нормальная составляющая силы тяжести G_3 равны соответственно:

$$\begin{aligned} G_3^t = G_{3y} \cdot \sin(\varphi_3 + 3 \cdot \pi/2); \\ G_3^n = G_{3y} \cdot \cos(\varphi_3 + 3 \cdot \pi/2) \end{aligned} \quad (23)$$

Момент сил инерции M_{43} определяется уравнением:

$$M_{43} = -\varepsilon_3 \cdot J_{S3} \quad (24)$$

Уравнение равновесия моментов сил приложенных к диаде 2-3 относительно точки O_2 имеет вид:

$$\sum M_{O_2}(2,3) = 0;$$

$$R_{34} \cdot l_{3B} + U_3^t \cdot l_S + M_{43} + R_{21} \cdot l_{3A} = 0 \quad (25)$$

Реакция R_{21} определяется из уравнения (25):

$$R_{21} = -\left(\frac{R_{34} \cdot l_{3B} + U_3^t \cdot l_S + G_3^t \cdot l_S + M_{43}}{l_{3A}} \right) \quad (26)$$

Уравнение равновесия сил диады 2-3 в проекциях на нормаль звена 3:

$$\sum P^t(2,3) = 0; R_{34} + R_{21} + G_3^t + U_3^t + R_{30}^t = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{30}^t = -(R_{34} + R_{21} + G_3^t + U_3^t) \quad (27)$$

Уравнение равновесия сил диады 2-3 в проекциях на звено 3:

$$\sum P^n(2,3) = 0; G_3^n + U_3^n + R_{30}^n = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{30}^n = -(G_3^n + U_3^n) \quad (28)$$

Тогда реакция R_{30} равна:

$$R_{30} = \sqrt{(R_{30}^t)^2 + (R_{30}^n)^2} \quad (29)$$

Уравновешивающая сила P_y определяется из уравнения равновесия звена 1:

$$\sum M_{O_1}(1) = 0;$$

$$P_y = R_{21} \cdot (\cos \varphi_3 \cdot \cos \varphi_1 + \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_1) \quad (30)$$

Реакция стойки на звено 1:

$$R_{10} = \sqrt{(R_{12}^2)^2 - (P_y)^2} \quad (31)$$

По полученному алгоритму расчета реакций и уравновешивающей силы при изменении φ_1 разработана программа на языке Visual Basic. Механизм является циклическим, поэтому расчеты произво-

дились за цикл движения с шагом по углу поворота кривошипа. Результаты расчета реакции R_{50} приведены на Рис.4 в виде годографов для следующих

исходных данных: $l_0=0,32$ м; $l_1=0,076$ м; $l_3=0,5$ м; $H=0,25$ м; $\omega_1=6,803$ рад/с; $l_5=0,27$ м; $m_5=60$ кг; $m_3=24$ кг; $J_{S3}=m_3 l_3^2/12=0,58$ кг·м²; $Q=1750$ Н.

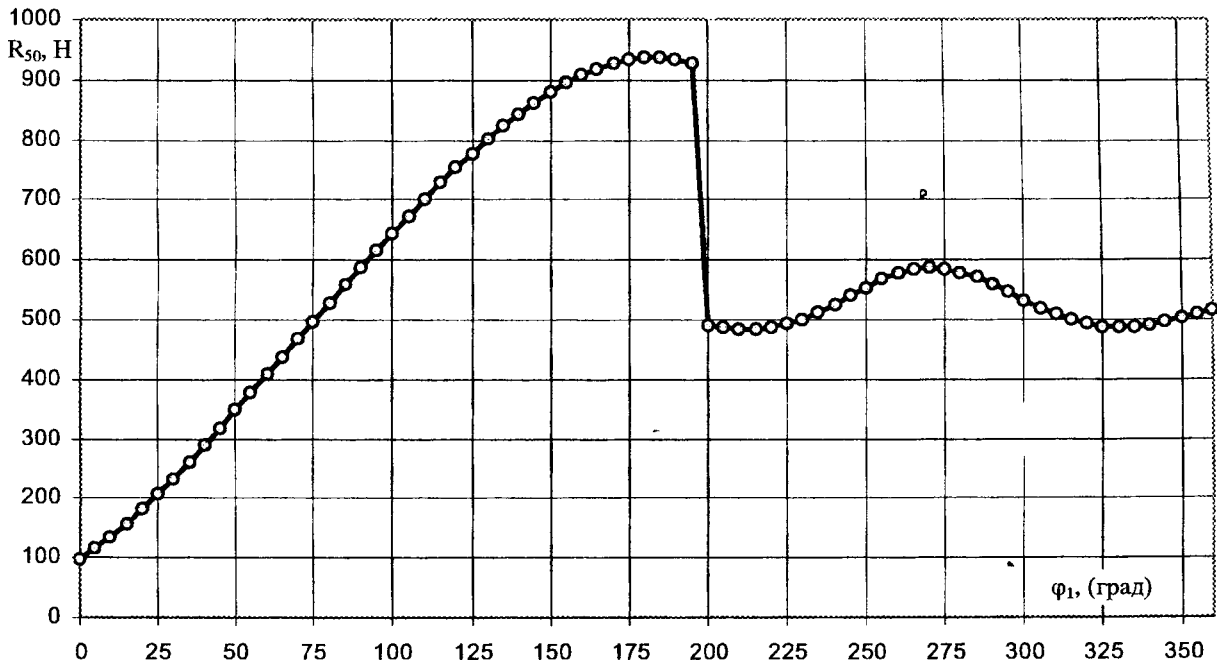


Рис.4 График зависимости $R_{50}(\varphi)$

Полученный алгоритм позволяет вычислять значения реакций звеньев двухдвух кулисного механизма. Алгоритмы силового расчета синусного механизма, тангенсного механизма, кривошипно-ползунного механизма, кулисного механизма, шарнирного четырехзвенника могут быть получены, используя приведенный анализ.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Артоболевский И.И. Теория машин и механизмов. М.: Наука, 1975.-720с.
2. Кинематический расчет рычажных механизмов на ЭВМ методом замкнутых векторных контуров// Тетерюкова Л.С. Комар В.Л. Методические указания к курсовому проекту по ТММ. Могилев: МГТУ, 2000.-38с.
3. Кинематический расчет рычажных механизмов на ЭВМ методом замкнутых векторных контуров/ Тетерюкова Л.С., Комар В.Л., Тетерюков Д.О. Теоретическая и прикладная механика: Сб. науч. трудов. Под ред. И.П. Филонова. — Мн.: «Технопринт», 2002.-С.130-134.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ГЕНЕРИРОВАНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Стжалко Я., Грабски Ю.

In the paper an idea of automatic generation of problems in statics, kinematics and kinetics is presented. The main objective of the work is to simplify the process of preparing sets of unique problems for students. For prepared types of typical problems a computer system (e.g. Mathematica) can generate a large number of similar problems. In this way each student in the group can receive an unique problem to solve. Answer to all problems are also given by computer.

1. Введение

В работе представлена система автоматического генерирования набора (состава) задач по теоретической механике. Задачи предназначены для самоконтроля студентов.

Для предварительно приготовленных групп задача, с помощью компьютера, получается большое количество похожих на себя задач. Все задачи данной группы подобные по структуре, но отличаются по конфигурации тел и заданным параметрам. Таким образом задачи для всех студентов отличаются друг от друга.

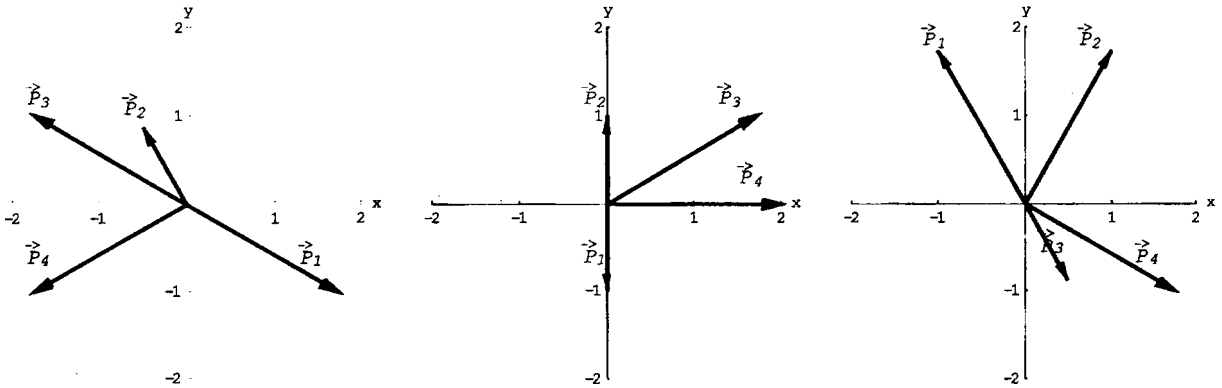
Разработанные группы задач касаются основ теоретической механики — статики, кинематики и динамики материальной точки, систем матери-

альных точек и твердого тела. Для каждой группы задач составлена — в системе *Математика* — отдельная программа для генерации набора задач.

Представленная система генерирования задач была уже использована для студентов заочников первого курса Механического Факультета Лодзинского Политехнического Института.

2. Примеры задач

Представленные задачи показывают возможности компьютерных систем типа *Математика*, *Маткад*, *Мэйпл*, которые могут быть использованы для подготовки набора задач по теоретической механике. Рисунки, таблицы с заданными параметрами и результаты решений задач показаны в таком виде в каком они составлены компьютером.



Zad.	P ₁	a ₁	P ₂	a ₂	P ₃	a ₃	P ₄	a ₄
K.1.1.	2	$\frac{11p}{6}$	1	$\frac{2p}{3}$	2	$\frac{5p}{6}$	2	$\frac{7p}{6}$
K.1.2.	1	$\frac{3p}{2}$	1	$\frac{p}{2}$	2	$\frac{p}{6}$	2	2p
K.1.3.	2	$\frac{2p}{3}$	2	$\frac{p}{3}$	1	$\frac{5p}{3}$	2	$\frac{11p}{6}$

Zad.	W _x	W _y	a	NW _x	NW _y	NW
K.1.1.	$-\frac{1}{2}$	$-1 + \frac{3}{2}$	0.0599512	-2.23205	-0.133975	2.23607
K.1.2.	2 + 3	1	0.261799	3.73205	1.	3.8637
K.1.3.	$\frac{1}{2} + 3$	$-1 + \frac{3}{2}$	0.621362	2.23205	1.59808	2.74516

Рис. 1. Задача 1 — векторная алгебра
(проекция и сложения векторов)

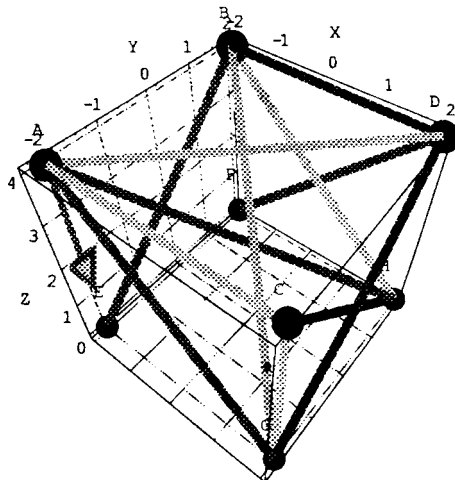
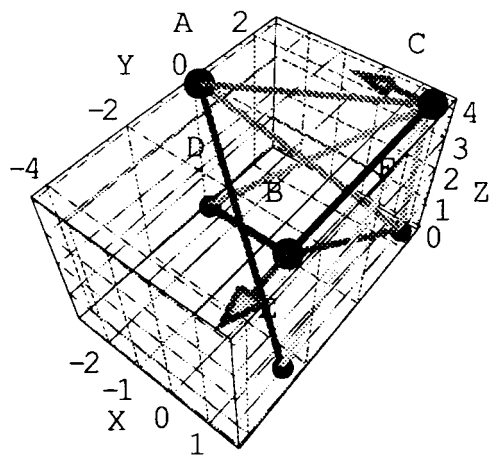


Рис. 2. Задача 2 — уравнения равновесия сил расположенных в пространстве

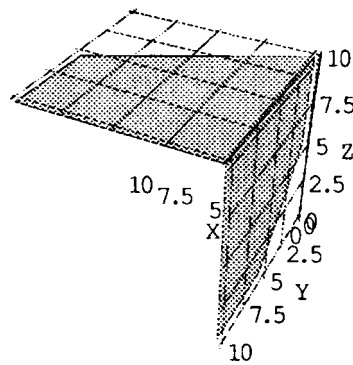
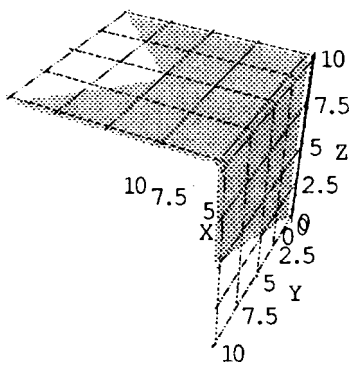
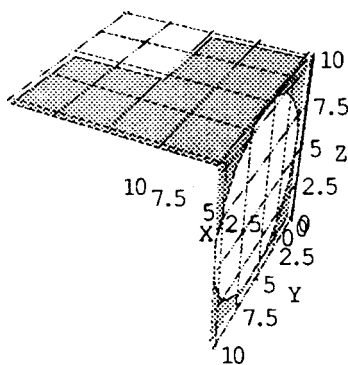


Рис. 3. Задача 3 — центр тяжести системы плоских фигур

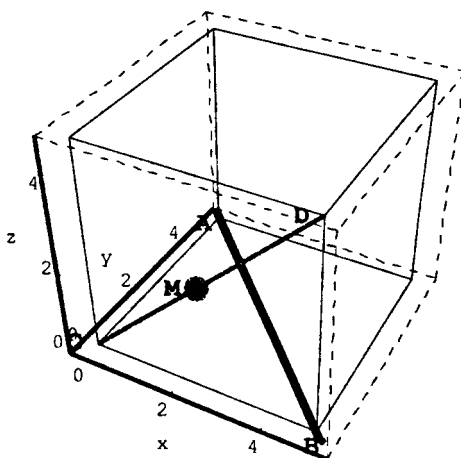
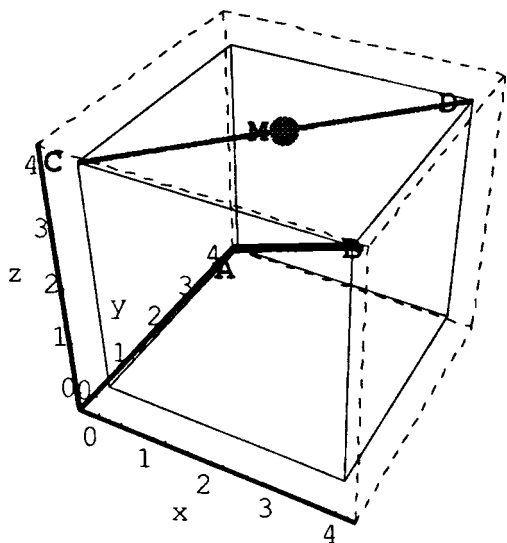


Рис. 4. Задача 4 — относительное движение точки (относительная скорость и относительное ускорение)

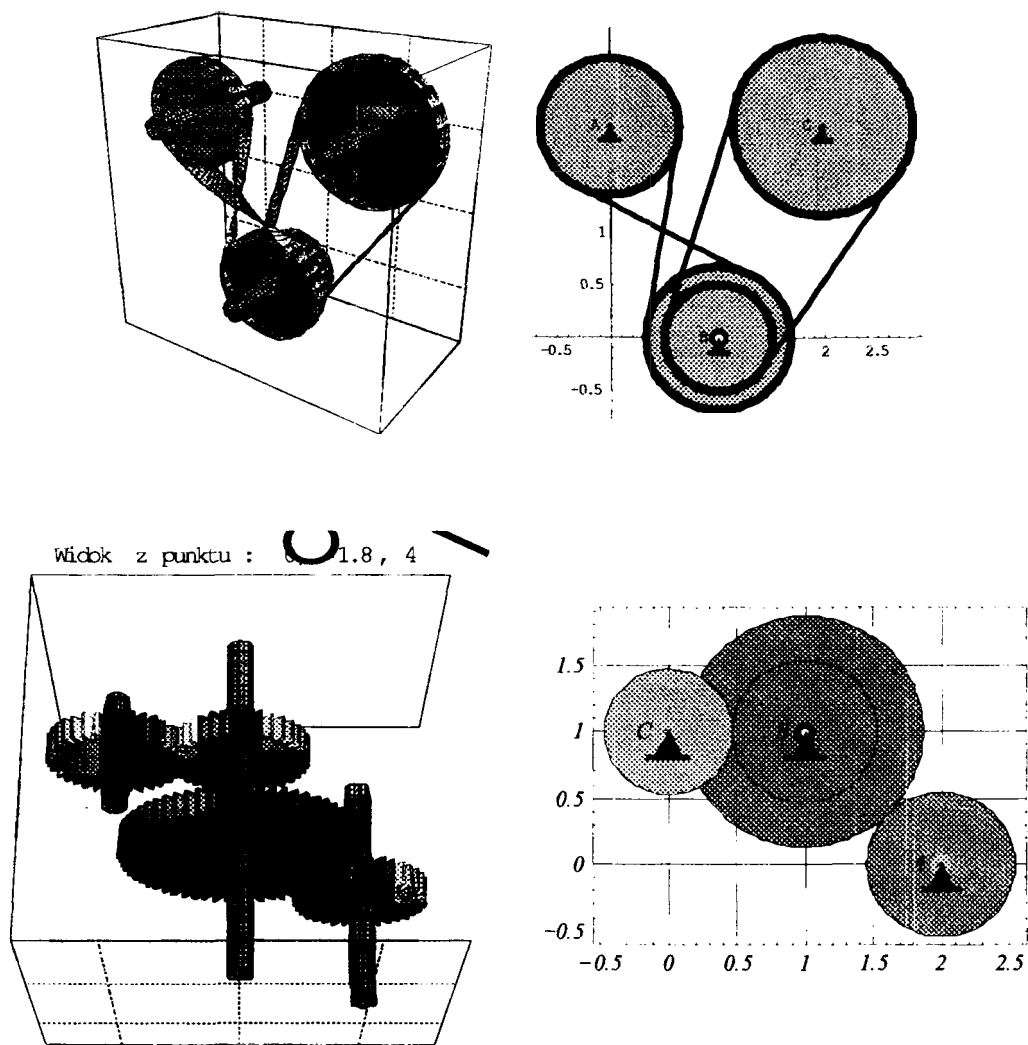


Рис. 5. Задача 5 — вращение твердого тела
(определение угловой скорости, кинетической энергии и момента инерции твердого тела)

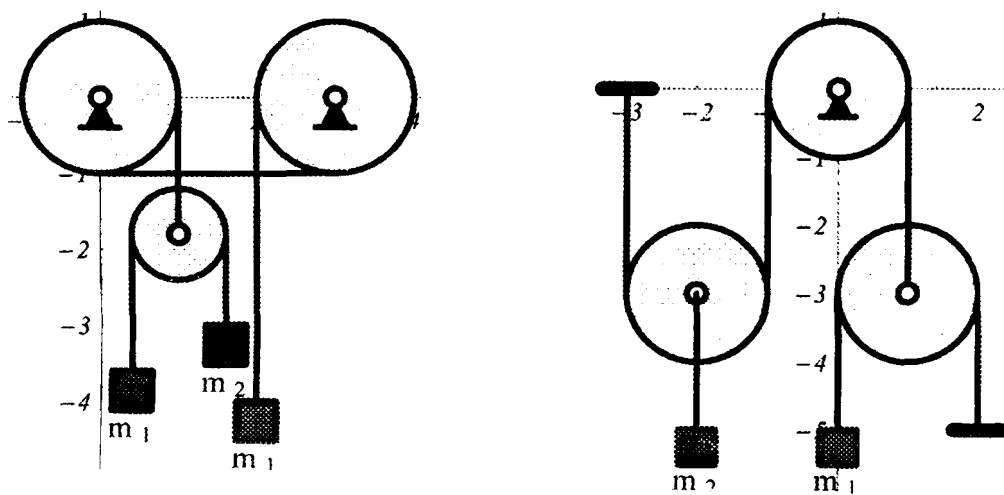


Рис. 6. Задача 6 — динамика механических систем
(система с двумя степенями свободы)

3. Процедуры генерации задач

Одна из процедур генерирования задач в системе *Математика* представлена ниже. В этом слу-

чае, из за простой графики, процедура несложная. Задача показана на рисунке 1 получена по этой процедуре.

```
(*****  
(* ĩđĩđääöðà äáíáðèðĩáàíèÿ çàää÷ – ĩđĩáèèèè è ñèĩæáíèÿ ááèðĩđĩá *)  
(*****  
<< Graphics<Arrow<  
Px[i_] := Subscript[P, i]; Py[i_] := Subscript[\[Alpha], i];  
sN[s_] := ToString[N[s]];  
Ln[n1_, n2_] := Random[Integer, {n1, n2}];  
liczbagrup = 1; pg = 0; liczbazadan = 6; liczbawektorow = 4; lw = 0;  
PPP = Table[{Px[j], Py[j]}, {j, 1, liczbawektorow}];  
nagl = Flatten[{"Zad.", PPP}];  
naglodp = Flatten[{"Zad.", Subscript["W", "x"], Subscript["W", "y"],  
  "\[Alpha] [rad]", Subscript["NW", "x"], Subscript["NW", "y"], "NW"}];  
While[pg < liczbagrup, pg++; tresc = " ";  
  Print[tresc]; kk = 0; grupa = ToString[pg];  
  While[kk < liczbazadan, kk++; lw = 0; tkk = ToString[kk];  
    stx = {"K.1", ".", tkk, "."}; cx = StringJoin[stx]; cxn = " ";  
    While[lw < liczbawektorow, lw++;  
      kat = Pi/6*Ln[0, 12]; pro = Ln[1, 2]; ix = pro*Cos[kat];  
      iy = pro*Sin[kat];  
      wsp[lw] = {ix, iy}; wspl[lw] = 0.9*{ix, iy}; plpa[lw] = {pro, kat};  
      w[kk, lw] = Graphics[{RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.01],  
        Arrow[{0, 0}, wsp[lw]]}, GridLines -> Automatic,  
        PlotLabel -> cx, AspectRatio -> Automatic];  
      tlw = ToString[lw];  
      stlw = StringJoin[{"!\(\\!\(P\&->)\)\_", tlw, "}"];  
      wt[kk, lw] = Graphics[Text[stlw, wsp[lw]*0.9, {1, -2},  
        TextStyle -> {FontSlant -> "Italic", FontSize -> 12}]]];  
      wrys = Flatten[Table[w[kk, i], {i, 1, liczbawektorow}]];  
      wtrys = Flatten[Table[wt[kk, i], {i, 1, liczbawektorow}]];  
      suma = Sum[wsp[i], {i, 1, liczbawektorow}];  
      If[suma[[1]] != 0, alfa = ArcTan[suma[[2]]/suma[[1]], alfa = Pi/2];  
      WYp = Sqrt[suma[[1]]^2 + suma[[2]]^2];  
      cipa[kk] = Flatten[{cx, suma, sN[alfa], sN[suma[[1]]], sN[suma[[2]]],  
sN[WYp]}];  
      wspo[kk] = Flatten[{cx, Flatten[Table[plpa[i], {i, 1,  
liczbawektorow}]]}];  
      rysun = Flatten[{wrys, wtrys}]; lipa = {-2, -1, 0, 1, 2};  
      ry[kk] = Show[rysun, Axes -> True, AxesLabel -> {"x", "y"},  
PlotLabel -> cxn, DisplayFunction -> Identity,  
PlotRange -> {{-2, 2}, {-2, 2}}, Ticks -> {lipa, lipa},  
GridLines -> None];  
      odpooldp = Table[cipa[i], {i, liczbazadan}];  
      wyniodp = Insert[odpooldp, naglodp, 1]; odpo = Table[wspo[i], {i,  
liczbazadan}];  
      wyni = Insert[odpo, nagl, 1];  
      Do[nrrys = ToString[i]; pgr = {"gr", nrrys, ".eps"}; tgr = StringJoin[pgr];  
        Print[i]; Export[tgr, Show[GraphicsArray[{ry[i], ry[i+1], ry[i+2]}]]],  
{i, 1, liczbazadan/3}];  
      Print[FrameBox[ GridBox[Table[wyni], RowLines -> True,  
ColumnLines -> True]] // DisplayForm];  
      Print[FrameBox[ GridBox[Table[wyniodp], RowLines -> True,  
ColumnLines -> True]] // DisplayForm];  
(*****
```

4. Заключение

Опыты, возникающие с использованием в дидактике задач, генерированных компьютером, позволяют заметить что:

- студенты уверены, что каждый из них получает другие задачи для самоконтроля;
- преподаватель имеет возможность очень быстрой оценки правильности решений большого количества задач;
- предлагается расширение базиса основных задач;
- на занятиях необходима презентация и решение задач таких типов, которых нет в генерированных составах.

Можно сказать, что после первого года использования в дидактике задач для самоконтроля, приготовленных новым способом, результаты кажутся интересными.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Strzalko J., Grabski J., „Materialy do cwiczen z mechaniki» (praca zlozona w redakcji), Wydawnictwa Politechniki Lodzkiej.
2. Wolfram S., „The Mathematica book», Wolfram Media 1999.

КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ПОДХОДЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В СИСТЕМЕ ОЛИМПИАДНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО МЕХАНИКЕ

Попов А.И.

The urgency of use of active training by means of system of Olympiad movement in modern socio economic conditions is shown, are determined structure and components of educational Olympiad environment. The contradictions of System of Olympiad movement are revealed and the basic approaches of their sanction are specified on the basis of use of information technologies. The recommendations for practical use of means of information technologies are given by preparation and realization of Olympiads on the theoretical mechanics.

Система олимпиадного движения в технических вузах — часть высшего образования, главной идеей которого является постоянное и гармоничное развитие человека на основе формирования готовности к творческой профессиональной деятельности в современных социально-экономических условиях. Учебно-познавательная деятельность в системе олимпиадного движения в настоящее время реализуется в учебно-информационной профессионально ориентированной олимпиадной среде. Разработанная модель организации подготовки инженера определяет структуру (рис. 1) и основные компоненты учебно-информационной профессионально ориентированной олимпиадной среды: олимпиадные микрогруппы, олимпиадные задачи, предметные олимпиады.

В основе подготовки обучающихся в системе олимпиадного движения находятся лично ориентированный и профессионально ориентированный подходы, оптимальное сочетание которых дает возможность учесть индивидуальные особенности каждого участника олимпиадной микрогруппы, добиться единства фундаментальности и практической направленности в целостном процессе формирования и развития творческого потенциала личности. В то же время на современном этапе развития системы олимпиадного движения наблюдается ряд противоречий, устранение которых откроет перспективу выхода этого движения на новый уровень формирования творческой компетентности специалиста.

Прежде всего, это противоречия между потребностью в непрерывном процессе творческой учебной деятельности и дискретным характером существующей системы образования в олимпиадных группах; между возрастающей учебно-профессиональной загруженностью студентов и информационными потребностями. Но в контексте психологии творческих способностей нами выдвигается на первое место противоречие между потребностью обучающегося в повышении уровня внутренней мотивации и в эмоциональном удовлетворении от творческой деятельности и степенью ее реализации в существующих условиях.

Преодоление указанных противоречий в системе олимпиадного движения возможно через более широкое внедрение информационных технологий в образовательный процесс, которые будут обеспечивать выполнение следующих функций:

1. Психологической, заключающейся в повышении внутренней творческой мотивации как основного условия выхода на креативный уровень интеллектуальной активности [1] в результате расширения возможности общения с людьми с родственными творческими потребностями и свойствами личности, предметно-информационной обогащенности новой информационной микросреды, наличия образцов креативного поведения и новой степени регламентации поведения средой (в данном случае среда только регламентирует когнитивную направленность деятельности), т.е. происходит расширение рамок олимпиадных микро-

группы, позволяющее использовать усиливающий эффект коллективной деятельности в условиях свободы перехода от коллективной деятельности к индивидуальной и обратно. Учитывая высокий нравственный уровень участников олимпиадного движения можно говорить о связи творческой деятельности и нравственности.

2. Информационно-научной, реализуемой через наполнение учебной деятельности профессиональным контекстом на основе постоянного использования новых идей, прогрессивных технологий и наиболее актуализированных потребностей современного производства.

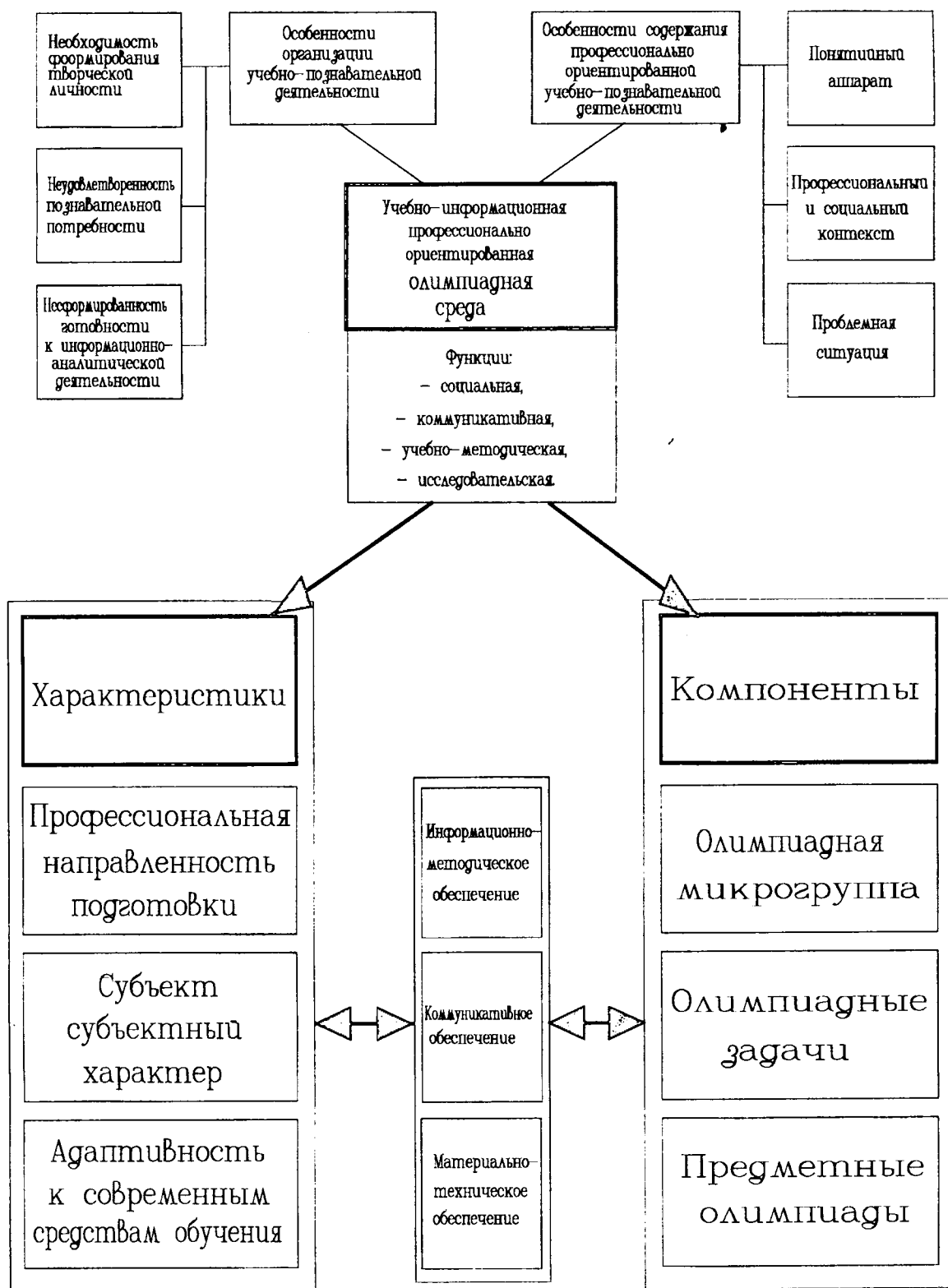


Рис. 1 Структура учебно-информационной олимпиадной среды

3. Консультативной, выражающейся в индивидуальной работе с участниками олимпиадного движения по разрешению различных проблемных ситуаций и коррекции содержания обучения и методов его освоения с учетом психологических особенностей личности обучающегося.

4. Диагностической, которая позволяет проводить более валидное лонгитюдное исследование интеллектуальной активности студента на основе постоянной вовлеченности в творческую деятельность, причем доминирующим фактором такой деятельности становится внутренне мотивированное стремление к познанию, а предоставляемая информационными технологиями возможность постоянного дискуссионного процесса лишь усиливает внутреннюю мотивацию. В некотором смысле, информатизация олимпиадного движения создает условия для использования олимпиадных задач как основы для методики по диагностированию креативности по аналогии с методом «Креативное поле» Д.Б. Богоявленской [1]. Однако в отличие от «Креативного поля» методика на основе олимпиадных задач будет специализированной и позволит проводить диагностику с людьми с определенной профессиональной направленностью (инженерный профиль) и достаточно высоким уровнем интеллекта.

5. Развивающей, основанной на оптимальном использовании когнитивного ресурса обучающегося [2] и возможности корректировки проблемной ситуации в сторону небольшого превышения требуемого ей когнитивного ресурса над индивидуальным когнитивным ресурсом студента с целью создания наиболее благоприятных условий для проявления интеллектуальной активности и расширения границ когнитивного ресурса.

Реализация указанных функций создаст условия для более динамичного развития личности в рамках системы олимпиадного движения и подготовке ее к предстоящей творческой профессиональной деятельности.

Выделим следующие направления использования средств информационных технологий в системе олимпиадного движения:

1) Проведение занятий по дистанционной форме в олимпиадных микрогруппах, которые предоставят обучающимся возможность совместной творческой деятельности с ведущими учеными и методистами в выбранной области.

2) Исследование всеми участниками олимпиадного движения профессионально-ориентированных проблемных ситуаций и представление их в виде олимпиадной задачи, позволяющей активизировать учебно-познавательную деятельность и сформировать готовность инженера-механика к решению творческих профессиональных задач. Подготовка банка олимпиадных задач [3,4,5].

3) Использование при анализе проблемной ситуации средств вычислительной техники, что дает возможность обучающемуся глубже понять сущность механического процесса, протекающего в конструкции машины или аппарата [6].

4) Проведение олимпиад через глобальные информационные сети, что особенно актуально в связи с трудным финансовым положением многих вузов, и позволяет выработать у будущих специалистов навык эффективной деятельности в условиях повышенной ответственности и ограничения материальных, финансовых и трудовых ресурсов.

Работа по расширению использования информационных технологий в олимпиадном движении ведется в Тамбовском государственном техническом университете в Центре студенческого олимпиадного движения (olimp@olimp.tstu.ru).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Богоявленская Д.Б. Психология творческих способностей. — М., 2002.
2. Дружинин В.Н. Когнитивные способности: структура, диагностика, развитие. — М., СПб., 2001.
3. Попов А.И., Галаев В.И. Олимпиадные задачи по теоретической механике: Учебное пособие. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001.
4. Попов В.И., Тышкевич В.А., Шумский М.П., Попов А.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике. Часть 1. Статика. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002.
5. Попов В.И., Тышкевич В.А., Шумский М.П., Попов А.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике: Кинематика. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002с.
6. Попов А.И. Олимпиадные задачи по теоретической механике на ЭВМ: Методические указания. Тамбов, Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002.- 24 с

ОЛИМПИАДНАЯ ЗАДАЧА ПО МЕХАНИКЕ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ КОНТЕКСТНОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ

Попов А.И.

The work is devoted to study of the effective tool of organization of educational creative activity of the students — professionally — guided problem situation offered the trainee as of an Olympiad task.

In clause the integrated classification of Olympiad tasks is given, the basic stages of their development are considered; the specific features of preparation of tasks for preparatory and competitive of stages of Olympiad movement are revealed. By results of research the industrial and pedagogical purposes achievable at the decision of Olympiad tasks are formulated. The author prepares the recommendations by an estimation of Olympiad tasks on an example of tasks of the mechanics. The results of research were used by preparation of a number (line) of the collections of Olympiad tasks.

В условиях становления рыночной экономики и бурного развития всех сфер деятельности человека, применяемые формы и средства обучения не всегда адекватны образовательным целям, стоящим перед высшей технической школой. В частности, задачи, которые нередко предлагаются в пособиях и учебниках, имеют стандартную, привычную для обучающегося конструкцию, подразумевающую достижение искомого результата по заданной процедуре, и являются лишь слабым подобием реальных жизненных процессов.

В процессе профессиональной деятельности специалист, как правило, сталкивается с производственными ситуациями, в которых действуют неопределенные, вероятностные условия, излишние, противоречивые и недостающие данные, когда нужно принимать решения в экстремальных условиях ограничения времени и (или) использования материальных и финансовых ресурсов. Производственные ситуации такого рода неизбежно возникают в условиях рыночной экономики, в процессе освоения или разработки новых производственных технологий, современного экономически выгодного и экологически надежного оборудования, ведения предпринимательской и коммерческой деятельности, и их разрешение является творческим процессом.

Основным педагогически эффективным инструментом организации учебной творческой деятельности студентов по изучению механики является профессионально-ориентированная проблемная ситуация, предлагаемая обучающимся в виде олимпиадной задачи. Олимпиадная задача — это такая форма организации содержания учебного материала, при помощи которой педагогу удается создать для обучающихся творческую (проблемную) ситуацию, прямо или косвенно задать цель, условия и требования учебно-творческой деятельности, в процессе которой учащиеся активно овладевают знаниями, умениями, навыками, развивают творческие способности личности.

На первом этапе составления олимпиадной задачи преподаватель совместно со специалистами, работающими в данной профессиональной сфере, изучает различные производственные, технические, научные проблемные ситуации, ожидающие

молодого инженера в предстоящей профессиональной деятельности. Из всех проблемных ситуаций выбираются лишь те, решение которых в качестве основного (но не единственного) инструмента потребует знаний, умений, навыков в области механики. При отборе проблемных ситуаций действует ряд ограничений. Содержание проблемной ситуации должно требовать от участника нетривиального мышления, творческого подхода, глубокого понимания и систематизации имеющихся знаний, а также должно усиливать познавательную мотивацию обучающегося (ограничения снизу). В тоже время разрабатываемая задача рассчитывается на студента, находящегося на промежуточной стадии обучения и не обладающего полным набором фундаментальных знаний, поэтому некоторой частью несущественных факторов проблемной ситуации можно пренебречь (ограничение сверху). Необходимо учитывать, что олимпиадная задача помимо подготовки к деятельности в экстремальных условиях включает и соревновательный аспект, что накладывает определенные ограничения как с позиций однозначности понимания проблемы, так и по времени решения задачи. На последнем этапе составления задачи происходит формулирование модели проблемной ситуации, проводится системный анализ исходных данных и синтез вариантов решения, проверка их на адекватность.

При подготовке и проведении олимпиад к задачам предъявляются комплексные специфические требования, поэтому возможно предложить укрупненную классификацию творческих олимпиадных задач.

В процессе подготовки студентов к творческой деятельности посредством олимпиадного движения можно выделить две стадии: подготовительную и состязательную, которые отражаются в определенных специфических особенностях олимпиадных задач.

На подготовительной стадии основным элементом учебного процесса выступает самостоятельная работа — познавательная деятельность, в процессе которой студент активно воспринимает, осмысливает знания, углубляет и расширяет полученную в готовом виде информацию и создает субъектив-

но новую, решает практические задачи на основе теории и практики, овладевает профессиональными умениями. Для подготовительной стадии очень ценным является факт неоднозначного восприятия проблемы обучаемым, который дает импульс ее творческому осмыслению, позволяет анализировать имеющуюся информацию, выявлять лишнюю, определять недостающую и источники ее получения, самому осуществлять постановку задачи. По нашему мнению, неоднозначное условие способствует раскрепощению мышления участника олимпиады, помогает ему выйти на творческий уровень. При этом происходит активизация как коллективной работы (с группой студентов), так и индивидуальной (с преподавателем). Ограничение по времени на данной стадии не столь существенно, так как на подготовительной стадии обучающийся может искать решение одной задачи длительное время, возвращаться к нему, предлагать новые версии восприятия проблемы, более оптимальные алгоритмы ее решения, другой математический аппарат реализации этих алгоритмов. На данной стадии возможен и большой разрыв в имеющихся и необходимых знаниях, который устраняется в процессе работы над данной проблемной ситуацией. Более того, этот факт оказывает мотивирующее действие, стимулирует самостоятельную работу студентов с различными источниками информации. Необходимо помнить, что прагматически ориентированные олимпиадные задачи могут вызывать активную мыслительную деятельность обучающихся в силу оптимального количества энтропии содержащихся в них вопросов. Проблемная ситуация в виде олимпиадной задачи с большой энтропией требует ответа, который опирается на обработку значительного информационного массива, что в отдельных случаях тормозит активный мыслительный отклик обучающегося, который может посчитать, что поиск этой информации ему не под силу. С другой стороны, задачи с малой энтропией также не стимулируют мыслительную активность, так как не представляют никакой сложности.

Классификация творческих олимпиадных задач.

<i>Типы учебно-творческих задач</i>	<i>Виды учебно-творческих задач</i>	<i>Развиваемые компоненты творческих способностей личности</i>
<i>Задачи на решение учебной проблемной ситуации</i>	<i>Задачи с некорректной информацией, на выбор оптимального решения, на разработку алгоритма и поиск способа его решения, на моделирование, на доказательство, на установление причинно-следственных связей.</i>	<i>Способность находить нужную информацию, гибкость, рационализм мышления, критичность мышления, способность к видению проблем и противоречий, способность преодолевать инерцию мышления; интеллектуально-логические способности.</i>
<i>Задачи на управление (олимпиада)</i>	<i>Задачи на планирование деятельности, ее организацию и контроль, на нормирование времени и оценку результатов деятельности.</i>	<i>Способности к самоуправлению в предстоящей творческой производственной деятельности</i>
<i>Задачи коммуникативно-творческие (решаемые в рамках олимпиадной микрогруппы)</i>	<i>Задачи распределение обязанностей в процессе коллективной творческой деятельности, на поиск средств взаимопомощи</i>	<i>Коммуникативно-творческие способности</i>
<i>Конструкторские задачи (профессионально-ориентированные задачи для инженеров механиков)</i>	<i>Задачи на поиск нового конструкторского решения</i>	<i>Способности к конструированию (готовность к профессиональной деятельности)</i>

На состязательной стадии центральное место в подготовке содержания обучения отводится постановке олимпиадной задачи, осуществляемой преподавателем. Это связано с основной целью этой стадии — выработать у обучающегося психологическую готовность к творческой деятельности в условиях жестких ограничений и моральной ответственности за конечный результат, что успешно осуществляется в рамках олимпиадного движения. При этом для удобства проведения сравнительного анализа работ участников и выявления лидеров, задача не должна предусматривать неодно-

значного понимания, обучающийся должен иметь возможность сразу уяснить постановку проблемы, понять конечную цель своей работы, выявить взаимосвязь структурных элементов. Это обстоятельство несколько снижает возможности для творчества участника на данном этапе, но при полноценном проведении подготовительной стадии формирования у студента готовности к решению творческих задач будет успешно достигнуто.

Основные производственные и педагогические цели, достигаемые при решении олимпиадных задач, представлены в таблице.

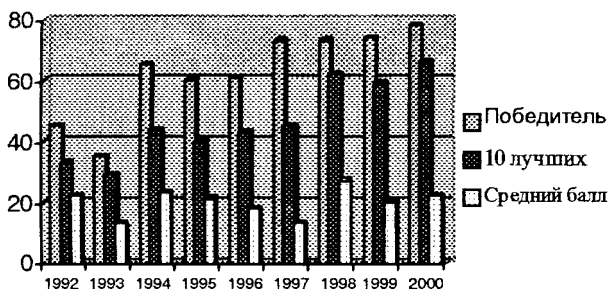
Производственные и педагогические цели, достигаемые при решении олимпиадных задач

Стадия	Организация подготовки	Педагогические цели	Производственные цели
Подготовительная	Индивидуальная	Осознание, актуализация и деятельностное закрепление в процессе решения задач профессиональных знаний, полученных ранее. Выработка умения оценивать и обосновывать правильность выбора варианта решения. Систематизация имеющихся и формирование субъективно новых знаний	Совершенствование навыков решения технических проблем. Развитие творческого мышления. Формирование профессиональных знаний, умений, навыков инженера-механика
	Коллективная	Обмен опытом между участниками олимпиад. Усиление групповой мотивации в процессе познания	Формирование готовности к деятельности в производственном и научном коллективе. Совершенствование навыков коллегиального принятия управленческих решений
Состязательная	Индивидуальная	Выработка умений получать новые знания в условиях ограничения времени и стрессовых ситуаций	Формирование готовности к деятельности в условиях ограничения информационных, финансовых, трудовых и материальных ресурсов. Формирование психологической готовности к работе в экстремальных ситуациях
	Коллективная	Умение работать в учебном коллективе, распределять обязанности и ответственность в стрессовой ситуации	Формирование готовности к деятельности в производственном коллективе в экстремальных ситуациях при изменении параметров оперативного плана и в условиях быстро меняющихся внешних рыночных условий. Совершенствование навыка принятия управленческих решений в экстремальных ситуациях

Олимпиадная задача должна предусматривать возможность реализации воспитывающей, обучающей, развивающей, контролирующей и методической функций; воспитывающая функция долж-

на быть ведущей во всех предлагаемых задачах, так как посредством ее реализуется основная цель подготовки инженеров — формирование творческой компетентности.

Специфика олимпиадных задач обуславливает возникновение проблемы оценки учебной творческой деятельности обучающихся, в частности оценки правильности решения задач. Количество и сложность задач определяется жюри таким образом, чтобы участники за отведенное время не смогли успеть полностью проанализировать и решить все поставленные перед ними задачи. Этот факт приводит к возникновению перед обучающимися проблемы расстановки приоритетов и выбора схемы действий, что позволяет развивать у него навык управленческой деятельности в экстремальных условиях. На основе опыта Всероссийских олимпиад по теоретической механике можно сделать вывод, что победитель набирает в среднем около 50% баллов от максимально возможного, и лишь в последние годы этот показатель возрос до 70-75%.



Результаты выступления студентов на Всероссийских олимпиадах в Перми (1992-1995) и Екатеринбурге (1996-2000) (в % относительно максимально возможного).

В большинстве случаев членам жюри приходится оценивать не конечный результат решения, а выполнение промежуточных стадий, ход мыслей обучающихся. Учет мотивов деятельности и степени разрешения поставленной проблемы всеми

участниками олимпиадного движения обеспечивает активизацию деятельности обучающихся по тщательному планированию и оптимизации принимаемых управленческих решений в условиях ограничений.

В результате всестороннего анализа роли олимпиадных задач в процессе подготовки инженера к предстоящей творческой деятельности, механизма их воздействия на личность обучающегося, определения основных требований к их формулированию, и с учетом того, что механика есть формальное отражение окружающего мира, позволяющее сложные явления и предметы техники представить в виде комбинации простых объектов, находящихся во взаимодействии и подчиняющихся строгим законам, нами был разработан комплекс олимпиадных задач по теоретической механике, позволяющий организовывать учебный процесс для одаренных студентов посредством участия в олимпиадном движении.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Попов А.И., Галаев В.И. Олимпиадные задачи по теоретической механике: Учебное пособие. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001.
2. Попов В.И., Тышкевич В.А., Шумский М.П., Попов А.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике. Часть 1. Статика. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002.
3. Попов В.И., Тышкевич В.А., Шумский М.П., Попов А.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике. Кинематика. — Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002.

АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Русан С.И.

Methods of analysis of statically determined mechanical systems are described in the thesis submitted to define contact reactions without balance conditions compiling. Beam models are considered as a method basis. It promotes students long-term learning and engineering intuition development.

1. Общие замечания. Абстрактная форма изложения курса теоретической механики в учебниках и учебных пособиях постоянно вызывает трудности при изучении дисциплины в технических вузах. Отсутствие у большинства студентов достаточно развитого абстрактного мышления не позволяет им соединить теоретические сведения с реальными объектами техники. В результате заученные теоретические положения курса и формализованные методики решения задач не спо-

собствуют формированию долговременных знаний.

Здесь делается попытка восполнить отмеченный недостаток методики в процессе изучения первого раздела дисциплины — статики. Показано, что равновесие механической системы можно анализировать на основании простых, очевидных зависимостей и схем, не отрываясь от чувственного опыта и здравого смысла. В частности, для определения реакций связей широкого класса механи-

ческих систем плоской статики можно использовать простые балочные модели. Их освоение позволяет студентам во многих случаях получать результат быстрее без составления уравнений (в уме). В процессе решения задач таким способом активизируется мыслительная деятельность; в учебный процесс вовлекаются и студенты с еще несформировавшимся абстрактным мышлением. Постоянно возникающая необходимость выделять существенные свойства анализируемых объектов позволяет студентам делать собственные обобщения, что способствует развитию абстрактного мышления и инженерной интуиции.

2. Некоторые свойства сил и пар. Восстановим здесь необходимые в дальнейшем законы, аксиомы, теоремы механики о силах и следствия из них.

2.1. Если тело находится в равновесии под действием двух сил, то эти силы равны по величине и направлены по одной линии в противоположные стороны (рис.3.1).

2.2. Не изменяя действия силы на тело, ее можно перенести в пределах тела по линии действия.

2.3. Не изменяя действия силы F на тело, ее вектор \vec{F} можно перенести параллельно из одной точки в любую другую точку, прибавляя при этом пару с моментом M , равным моменту заданной силы относительно новой точки приложения.

2.4. Две силы, приложенные к точке тела, можно заменить равнодействующей силой, величина и направление которой определяются диагональю параллелограмма, построенного на заданных силах. Справедливо и обратное утверждение: силу, действующую на тело, можно представить в виде двух составляющих по любым заданным направлениям в плоскости ее действия.

2.5. Если система трех непараллельных сил (или тело, к которому система приложена) находится в равновесии, то она представляет плоскую сходящуюся систему сил, т.е. линии действия всех сил пересекаются в одной точке.

2.6. Если плоская система n сил $F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n$ находится в равновесии и при этом $(n-1)$ силы параллельны между собой, то и сила F_n параллельна им. В частности, если две силы уравновешенной системы трех сил параллельны между собой, то и третья сила параллельна им.

2.7. Произвольная плоская система n сил в общем случае приводится к одному центру O и в результате заменяется одной силой R о равной главному вектору системы, и одной парой M_o , равной главному моменту системы относительно центра O .

2.8. Для произвольной плоской уравновешенной системы сил главный вектор и главный момент относительно центра O равны нулю: $R_o=0, M_o=0$.

2.9. Пара сил может быть уравновешена только системой сил, приводящейся к паре, или другой парой.

2.10. Реакция связи, наложенной на материальный объект, вызванная действием какой-либо системы сил, равна геометрической сумме реакций, вызванных действием каждой силы в отдельности.

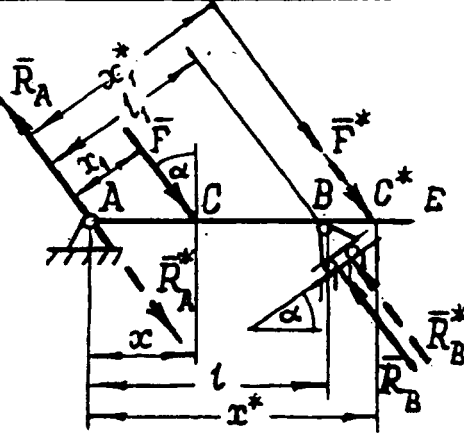
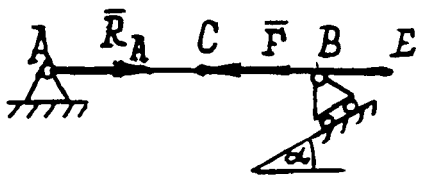
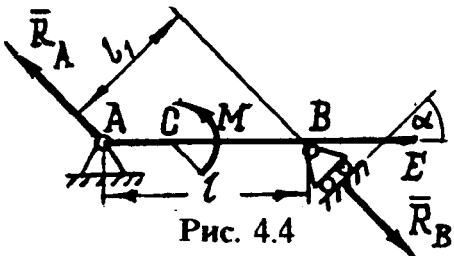
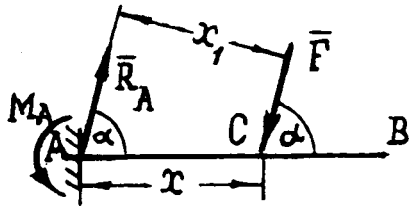
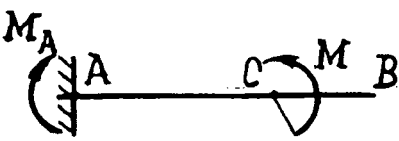
3. Замечания о связях и реакциях связей. Представления о связях необходимо сформировать настолько ясно, чтобы их свойства устанавливались непосредственно по схеме связи (а не по памяти). Механическая связь — это тело, которое ограничивает перемещения рассматриваемого материального объекта. Она может ограничивать одно или несколько перемещений. Если по какому-либо направлению связь допускает перемещение материального объекта, то ее противодействие по этому направлению — реакция связи — отсутствует. Число ограничений, налагаемых связью на материальный объект будем называть валентностью связи. Неподвижность тела в плоскости может быть обеспечена системой связей, суммарная валентность которой равна трем. Основную аксиому о связях можно сформулировать в следующем виде: валентность связи или системы связей можно понизить, заменяя связи соответствующими им реакциями. Если, следуя этой аксиоме, понизить валентность системы связей до нуля, то получим свободный материальный объект.

4. Балочные модели. В процессе интуитивного анализа инженерных задач используются, обычно неосознанно, определенные расчетные модели. Они, как правило, гораздо проще реальных объектов, так как описывают лишь существенные их свойства. Так, для определения реакций опор арки, рамы и фермы, представленных на рис. 4.1а, б, в, расчетной моделью может служить двухопорная балка АВ (рис.4.1г). Класс задач, решаемых на основании балочной модели, значительно расширится, если такую модель принять в виде, показанном на рис.4.1д. Из нее как частный случай при $\alpha = 0$ получим предыдущую модель.

Чтобы та или иная расчетная модель могла стать элементом интуитивного мышления, ее усвоение необходимо доводить до чувственного уровня. Достигается это в процессе вдумчивого анализа модели, посредством мысленных экспериментов над ней. Самый непродуктивный способ изучения механических явлений — это попытка запоминать информацию о них.

Здесь рассматриваются простые балочные модели, которые могут использоваться для качественного и количественного анализа широкого класса механических систем без применения условий равновесия. Основные типы моделей приведены в таблице. Из нее видно, что все модели представляют собой простые балки на двух опорах или с одной жесткой заделкой — консольные балки.

Приведенные в таблице формулы реакций могут быть легко получены из условий равновесия.

Обозначение	Название модели	Изображение	Реакции опор
M1 M1*	Балка на двух опорах, нагруженная силой, параллельной линии действия реакции R_B	 <p style="text-align: center;">Рис. 4.2</p>	$R_A = \frac{F}{l_1} (l_1 - x_1)$ $R_B = \frac{F}{l_1} x_1$ $R_A^* = \frac{F^*}{l_1^*} (x_1^* - l_1)$ $R_B^* = \frac{F^*}{l_1^*} x_1^*$ $x^* = x \cos \alpha$ $x_1 = x \cos \alpha$ $l_1 = l \cos \alpha$
M2	Балка на двух опорах, нагруженная продольной силой	 <p style="text-align: center;">Рис. 4.3</p>	$R_A = F$ $R_B = 0$
M3	Балка на двух опорах, нагруженная парой сил	 <p style="text-align: center;">Рис. 4.4</p>	$R_A = R_B = \frac{M}{l_1}$ $l_1 = l \cos \alpha$
M4	Консольная балка, нагруженная силой	 <p style="text-align: center;">Рис. 4.5</p>	$\bar{R}_A = -\bar{F}$ $M_A = Fx_1$ $x_1 = x \sin \alpha$
M5	Консольная балка, нагруженная парой сил	 <p style="text-align: center;">Рис. 4.6</p>	$R_A = 0$ $M_A = M$

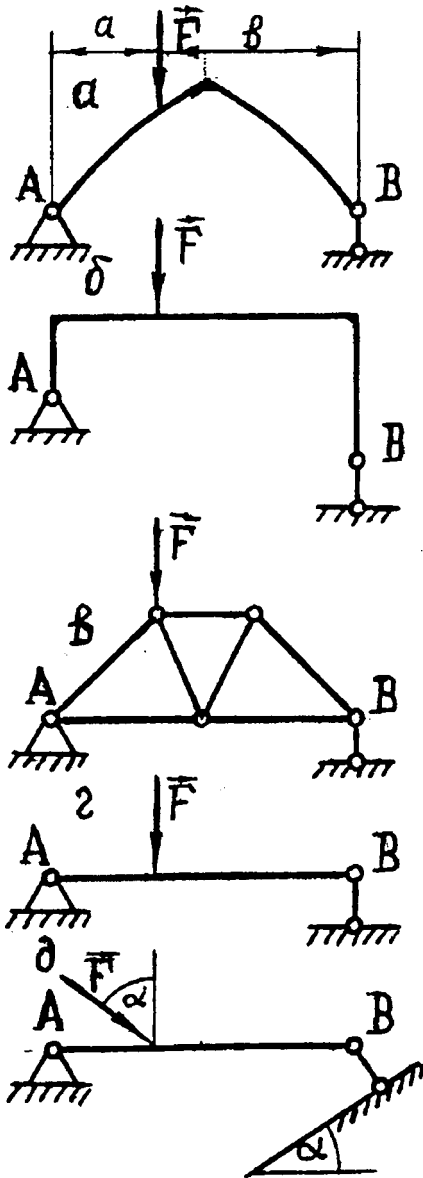


Рис. 4.1.

5. Определение реакций связей. Балочные модели включают лишь один силовой фактор — силу F или пару M . При этом в моделях $M1, M1^*, M2$ наложены ограничения на положения линий действия заданных сил F — они либо параллельны реакциям подвижных опор, либо направлены вдоль отрезка AB . Однако указанные модели можно использовать и в более общих случаях, используя эквивалентное преобразование нагрузок. Рассмотрим некоторые возможные случаи.

5.1. На систему действует распределенная нагрузка. Для определения реакций ее следует заменить равнодействующей силой.

5.2. Нагрузка состоит из нескольких пар сил. Для решения задачи систему пар надо привести к равнодействующей паре, т.е. найти алгебраическую сумму заданных пар.

5.3. Геометрическая схема механической

системы приводится к моделям $M1$ или $M1^*$, но сила F не параллельна реакции подвижной опоры. Реакции связей можно определить на основании п.2.5, как для системы трех сходящихся сил, не используя формул балочных моделей. Если целесообразно воспользоваться упомянутыми формулами, то силу F необходимо преобразовать; это можно сделать двумя способами: 1) перенести силу параллельно на опору и присоединить пару M ; 2) разложить ее на две составляющие, одна из которых параллельна реакции R_B , а другая направлена по линии AB . Согласно п. 2.10 каждая реакция представляется двумя слагаемыми.

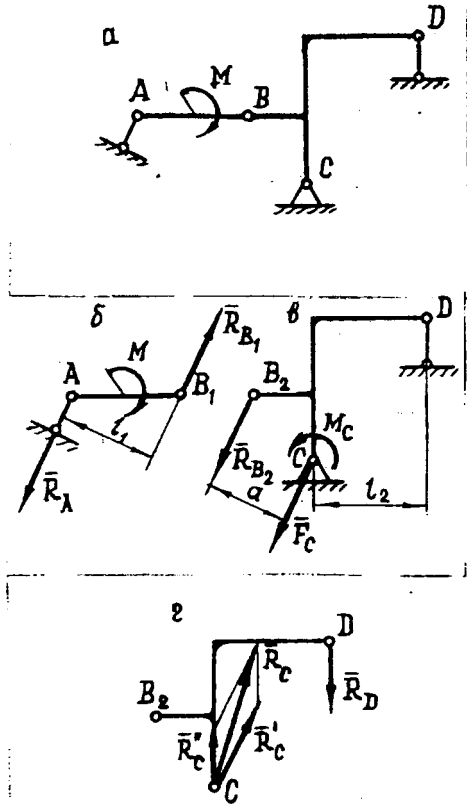


Рис. 5.1.

5.4. Система нагружена произвольной силой F и парой M . Силу F необходимо преобразовать, как указано в п.5.3; полученную при этом пару сложить с заданной парой M .

В общем случае нагружения системы можно использовать преобразование нагрузки, изложенное в п.2.7, и решать весьма сложные задачи.

Остановимся кратко на использовании балочных моделей в *составных* системах. Методика их анализа не отличается от известной методики, предполагающей составление условий равновесия. Расчет начинается с нагруженной части.

Пример. Механическая система состоит из балки AB , на которую действует пара M , и рамы BCD (рис. 5.1а). Считая известными геометрические параметры системы, определить реакции опор A, C, D .

Решение. Расчленим систему на две части:

балку и раму (рис. 5.1 б, в). Реакцию R_{B_1} направляем параллельно реакции R_A . Нагруженной является балка AB_1 . Используя для нее модель $M3$, получаем: $R_A = R_{B_1} = \frac{M}{l_1}$.

Переходим к анализу рамы. Нагрузкой для нее является сила R_{B_2} , равная и параллельная реакции R_{B_1} .

Переносим силу R_{B_2} параллельно на опору C ; получаем силу $F_C = R_{B_2} = \frac{M}{l_1}$ и пару $M_C = R_{B_2} a = \frac{Ma}{l_1}$. Напомним, что сила F_C и

пара M_C представляют новую нагрузку на раму (вместо R_{B_2}). Учитывая, что сила воспринимается одной опорой C , и опять используя модель $M3$, находим реакции опор. От действия силы F_C имеем: $R'_C = -F_C$, $R'_D = 0$; от действия пары M_C получаем: $R''_C = R''_D = \frac{M_C}{l_2} = \frac{Ma}{l_1 l_2}$ (рис. 5.1 г). Записываем окончательное выражение реакций связей:

$$R_A = \frac{M}{l_1}, \quad \vec{R}_C = \vec{R}'_C + \vec{R}''_C, \quad R_D = \frac{Ma}{l_1 l_2},$$

где $R'_C = \frac{M}{l_1}$, $R''_C = \frac{Ma}{l_1 l_2}$.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАЧЕНИЯ КОЛЕСА

Русан С.И.

In this article we give the description of the principles of studying the distribution of acceleration of wheel points. Cases of even and non even rolling on the plane and cylindrical surfaces are also examined. It is shown that in all the cases of movement the instantaneous centers of accelerations are determined only by geometrical parameters of a wheel and of a rolling surface. A comparative analysis of accelerations is given.

1. Общие замечания. В основу методики изучения качения колеса положим, следуя Н.Е. Жуковскому, формирование у студентов геометрических образов явления. Качение — едва ли не самое распространенное в технике и в быту движение; вместе с тем оно остается самым загадочным и богатым видом движения. Отсутствие в разделе «Кинематика» отдельного вопроса, посвященного качению, следует рассматривать как существенный пробел. Изучение качения целесообразно отнести в заключение темы «Плоскопараллельное движение тела». Поэтому здесь при изложении методики изучения вопроса будем предполагать, что студентами уже усвоены теоретические положения этой темы и, в частности, сформированы понятия о мгновенном центре скоростей (МЦС) и мгновенном центре ускорений (МЦУ). Следует отметить, что интерес к изучению ускорений не праздный: их распределение во всех случаях движения напрямую связано с распределением сил и, в конечном счете, с опаснос-

тью разрушения движущегося объекта. Особенности распределения кинематических характеристик качения колеса удобно изучать в сравнении с их распределением при вращательном движении вокруг неподвижной оси. Напомним, что центрами скоростей и ускорений называют точки тела, в которых их величины равны нулю. В случае вращательного движения тела эти центры совмещены в *одной неподвижной точке* — в геометрическом центре колеса, т.е. на его оси вращения. При переходе к качению единый центр раздваивается на центр скоростей P и центр ускорений Q , которые непрерывно изменяют свое положение и поэтому называются *мгновенными*. Можно представить и обратный процесс — сближение до совмещения двух мгновенных центров P и Q в единый неподвижный центр C . Это показано на рис. 1.1, где представлены различные стадии пробуксовки колеса — от качения без скольжения (рис. 1.1,а), до полной пробуксовки (рис. 1.1,г), равнозначной вращательному движению.

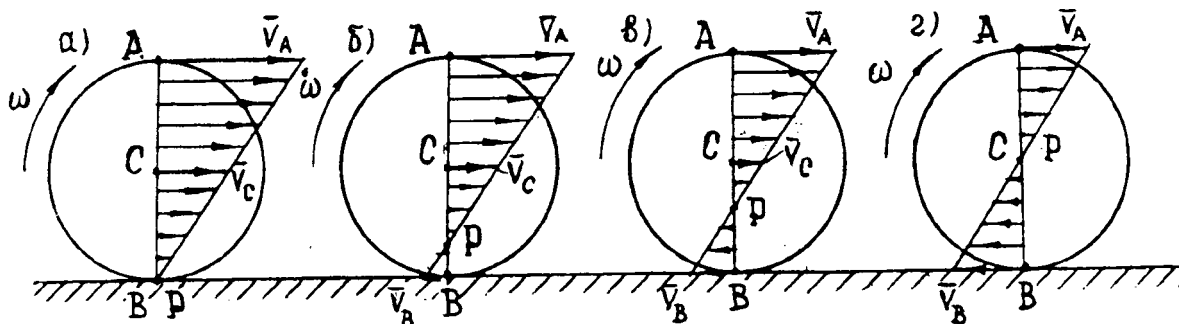


Рис. 1.1.

Рассмотрим более обстоятельно равномерное качение колеса без скольжения. Использование МЦС позволяет легко получить наглядную картину распределения скоростей (рис. 1.1,а). Простота решения задачи объясняется тем, что положение МЦС не зависит от кинематических параметров ω и ϵ . В дальнейшем будем уделять внимание преимущественно анализу ускорений, используя МЦУ.

2. Равномерное качение по плоскости. В этом случае скорости ω и ϵ постоянны, а ускорение ϵ равно нулю. Так как ускорение $a_C = 0$, то МЦУ находится в центре колеса. Распределение ускорений показано на рис. 2.1. Оно такое же, как и при равномерном вращательном движении вокруг оси, проходящей через точку С.

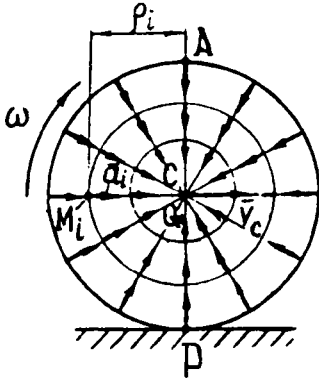


Рис. 2.1.

Равноудаленные от центра точки M_i имеют одинаковые по величине ускорения $a_i = \omega^2 r_i$ (2.1),

где r_i — расстояние точки M_i от центра С. Поскольку ускорения точек колеса, принадлежащих каждой окружности L_i равны между собой, то будем называть их *окружностями равных ускорений* (или *эквиускоренными окружностями*).

В случае вращательного движения колеса концентрические с ободом колеса окружности L_i являются абсолютными, а в случае качения — относительными траекториями точек M_i .

Абсолютные траектории этих точек при качении представляют собой выпуклые вверх кривые, называемые *циклоидами*. Из кинематики точки известно, что ускорение точки может быть направлено по касательной или в сторону вогнутости ее траектории. Между тем у пытливых студентов при мысленном наложении выпуклой вверх траектории точки на поле центростремительных ускорений (рис. 2.1) возникают сомнения, что ускорения точек нижней части колеса направлены именно так. Чтобы их рассеять, на рис. 2.2 показано ускорение произвольной точки M в нескольких положениях колеса и ее траектория. Как видно, ускорения в крайних положениях M_1, M_5 направлены по касательным к циклоиде, а в промежуточных — в сторону вогнутости. Скорость точки M во всех положениях направлена по касательной к кривой. Точки P_1, P_5 являются мгновенными центрами скоростей. Поэтому скорости точки M в положениях M_1, M_5 равны нулю.

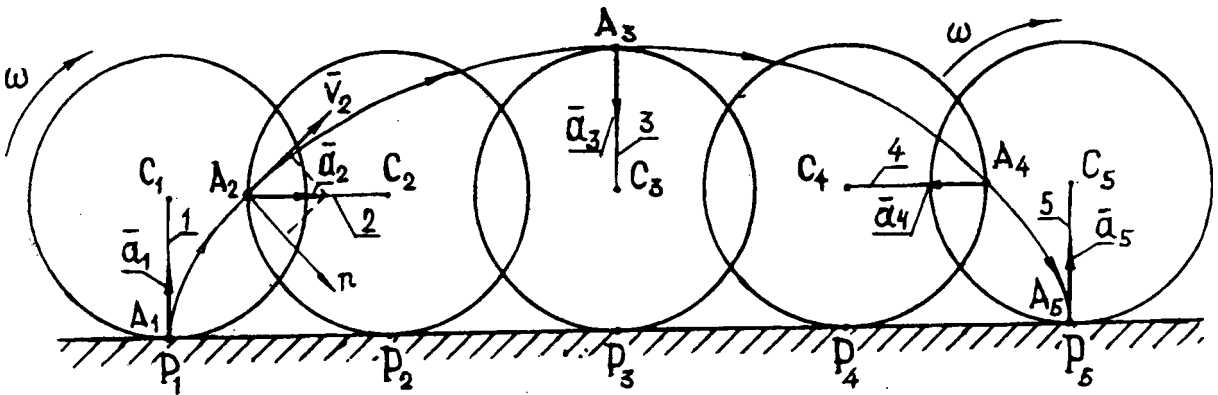


Рис. 2.2.

Установим характер движения точки по ее траектории. Разложив ускорение точки M на нормальную a_n и касательную a_t составляющие, например в положениях M_2 и M_4 (рис. 2.1), убеждаемся, что на участке $M_1 M_2 M_3$ направления a_t совпадают с направлениями скорости, а на участке $M_3 M_4 M_5$ — противоположны им. Это означает, что в первом случае точка M движется ускоренно, во втором — замедленно (иначе: точка из нижнего положения M_1 «спешит» занять господствующее положение M_3 , а потом весьма неохотно опять опускается в нижнее положение M_5). Обратим внимание, что при качении колеса вправо точка M при дви-

жении из положения M_1 в положение M_3 остается слева от вертикального диаметра. Отмеченные выше наблюдения справедливы как для точек отрезка $C_1 M_1$ при его движении в положение $C_3 M_3$, так и для всех других, которые поднимаются по восходящим ветвям своих траекторий. Отсюда замечательный вывод: *все точки, находясь в левой половине колеса при его качении вправо движутся ускоренно, а перейдя в правую — замедленно*. Как видим, даже при равномерном прямолинейном качении нет стабильности в стенках колеса. И только его центр движется спокойно. В этом и состоит одно из проявлений трудноописуемого богатства

движения. А вот еще одна «тайна». Любопытный студент попытается проверить ускорение a_1 (рис. 2.1) другим способом. Здесь мы определили его как центростремительное относительно МЦУ по формуле (2.1). По отношению к абсолютной траектории движения — циклоиде — ускорение a_1 является касательным и должно вычисляться по

формуле $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ (2.2). Но точка M_1 является мгновенным центром скоростей и, следовательно, $v = v_{M_1} = 0$; в этом случае по формуле (2.2) $a_\tau = a_1 = 0$. Где истина?

3. Равномерное качение по выпуклой цилиндрической поверхности. Обозначения геометрических параметров показаны на рис. 3.1.

Будем предполагать, что $r_1 = const$. В этом случае ускорение точки C не равно нулю. Так как $\omega \neq 0$, $\epsilon = 0$, то МЦУ находится на линии вектора a_C , т.е. на внутренней нормали траектории точки C . Как видим, изгиб поверхности качения S стал причиной смещения МЦУ из центра колеса. Установим, как далеко может смещаться точка Q . Величину ускорения центра C можно найти двумя способами: по формуле кинематики точки и по формуле плоского движения тела (когда известна точка Q_0). В первом случае $a_C = v_C^2 / R = (\omega \cdot r)^2 / R$ (3.1), во втором — $a_C = CQ_0 \omega^2$ (3.2). Из формул (3.1), (3.2) находим:

$$CQ_0 = \alpha \cdot r \quad (3.3)$$

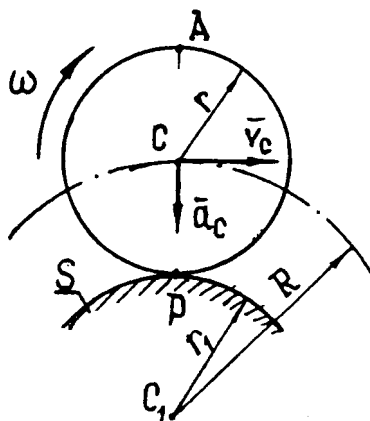


Рис. 3.1.

Коэффициент $\alpha = r/R$ показывает, какую часть радиуса колеса составляет расстояние CQ_0 от центра до МЦУ. Формула (3.3) приятно удивляет: положение МЦУ не зависит от угловой скорости колеса ω ! И поэтому МЦУ обладает теми же преимуществами, что и МЦС. При $r = const$ коэффициент α изменяется от нуля (при $r \rightarrow \infty$) до единицы (при $r \rightarrow 0$). Для этих предельных значений α по формуле (3.3) находим: $CQ_0 = 0$ и $CQ_0 = r$. Отсюда сделаем важный вывод: при качении колеса по выпуклой поверхности его МЦУ остается в пределах радиуса CP . Остановимся на предельном случае, когда $CQ_0 = r$ (рис. 3.2).

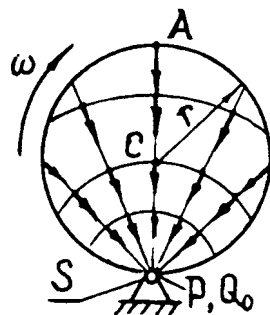


Рис. 3.2.

Цилиндрическая поверхность качения S вырождается в образующую, которая теперь служит осью вращения для колеса, т.е. плоское движение переходит во вращательное. Совпадающие при этом точки P и Q_0 представляют уже не мгновенные, а постоянные центры скоростей и ускорений. Пусть $r_1 = r$; тогда $\alpha = 1/2$ и согласно формуле (3.3) $CQ_0 = r/2$. На рис. 3.3 для этого случая построены эквивалентные концентрические окружности L_1, L_2, L_3 с центром в точке Q_0 .

Как и ранее, ускорения точек a_i вычисляются по формуле (2.1). Из рисунков 3.2, 3.3 видно, что радиус окружности L_i не может превышать значения $2r$.

Следовательно, наибольшее ускорение точки колеса равно $2\omega^2 r$; его может иметь точка A при $CQ_0 = r$. Как видим, наибольшее ускорение точки колеса при качении по выпуклой поверхности может вдвое превышать аналогичную величину при вращательном движении вокруг центральной оси или при качении по плоской поверхности.

4. Равномерное качение по вогнутой поверхности (рис. 4.1). Ускорение a_C и расстояние CQ_0 определяются приведенными выше формулами (3.1), (3.3), в которых $R = r_1 - r$.

При этом, как видно из рис. 4.1, радиус поверхности качения S ограничен: $r_1 > r$. МЦУ смещается, как и ранее, по направлению вектора a_C — вверх. Коэффициент α в формуле (3.3) изменяется от значений близких к нулю (при весьма больших радиусах r_1), до бесконечности (при $r_1 \rightarrow r$). Это означает, что при приближении центра C_1 кривизны поверхности S из бесконечности к центру колеса C точка Q_0 удаляется от этого центра в бесконечность и при этом неограниченно возрастают нормальные ускорения (в отличие от предыдущего случая).

Рассмотрим качение, когда $r_1 = 2r$, т.е. точка C_1 находится на ободе колеса; тогда $R = r$, $\alpha = 1$ и $CQ_0 = r$. Значит МЦУ совпадает с центром C_1 (рис. 4.2). Таким образом, при непрерывном уменьшении радиуса r_1 движущиеся навстречу друг другу центры C_1 и Q_0 встречаются в четко обозначенном месте — на ободе колеса. Иначе: когда центр кривизны поверхности S входит в пределы колеса, МЦУ оставляет их. На рис. 4.2 эквивалентные линии L_i концентричны с поверхностью качения S .

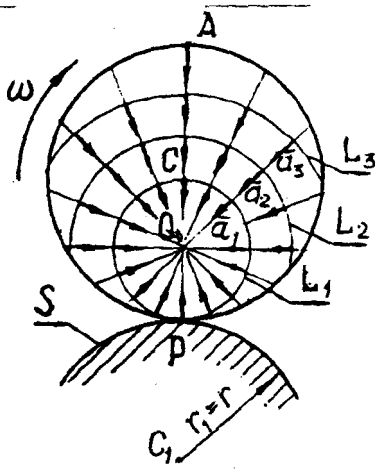


Рис. 3.3.

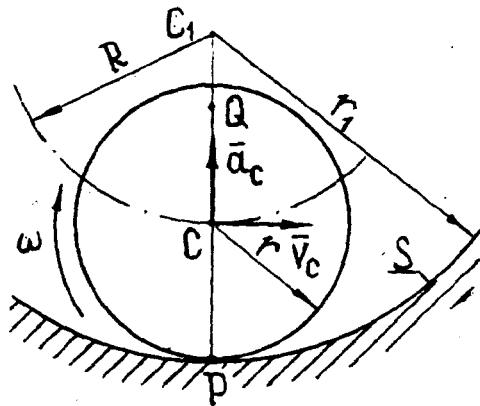


Рис. 4.1.

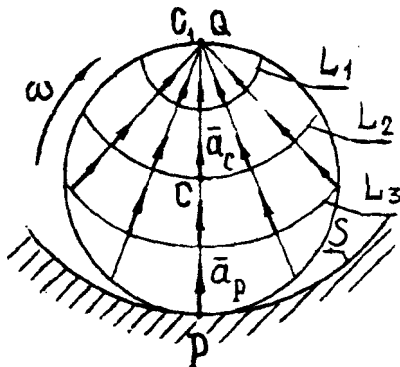


Рис. 4.2.

Пока МЦУ находится в пределах колеса наибольшее ускорение точки не превышает, как и в п.3, значения $2\omega^2 r$; такое ускорение имеет точка P. Отметим, что в последнем случае любая точка обода колеса имеет прямолинейную траекторию, совпадающую с диаметром поверхности качения S.

5. Неравномерное качение. Оно имеет место при $\epsilon \neq 0$. При неравномерном качении, как известно, положение МЦУ зависит от переменных кинематических характеристик, что затрудняет его практическое использование. Исследования показывают, что и в этом случае МЦУ не может зани-

мать произвольные положения в плоскости движения. Например, при качении по выпуклой поверхности геометрическим местом МЦУ являются окружности диаметра PQ_0 (рис. 5.1), где Q_0 — положение МЦУ при $\epsilon = 0$. На рис. 4.2 таким геометрическим местом является контур самого колеса. И все же для анализа ускорений предпочитают использовать теорему Ривальса. Соответствующая ей формула состоит из четырех слагаемых, что делает картину распределения ускорений необозримой. Более привлекательной является малоизвестная идея, принадлежащая Джилавдари И.З., об использовании двух МЦУ, определяемых только геометрическими параметрами системы. Такими центрами являются уже известные точки P и Q_0 , называемые в этом случае соответственно мгновенным центром вращательного и осестремительного ускорений.

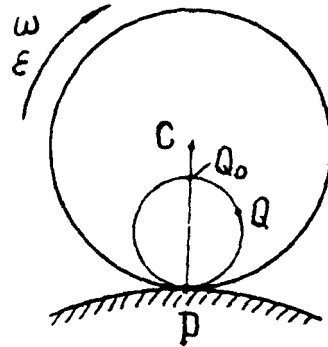


Рис. 5.1.

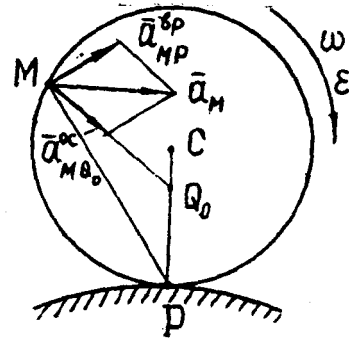


Рис. 5.2.

Распределение осестремительных ускорений относительно точки Q_0 рассмотрено в п.п. 2-4. Распределение же вращательных ускорений относительно центра P такое же, как и распределение скоростей. Полное ускорение произвольной точки M определяется по формуле (рис. 5.2):

$$\vec{a}_M = \vec{a}_M^{oc} + \vec{a}_M^{ep}, \quad (5.1)$$

где $a_M^{oc} = \omega^2 MQ_0$, $a_M^{ep} = \epsilon MP$. Подчеркнем, что направления составляющих векторов формулы (5.1) для любой точки определяются лишь положением центров P и Q_0 и не зависят от значений ω и ϵ .

6. Заключение. Приведем основные результаты анализа распределения ускорений.

1. При равномерном качении по плоскости ускорения точек колеса распределяются как и

при вращательном движении вокруг центральной оси.

2. При равномерном качении по выпуклой поверхности ускорения могут в два раза превышать их (при одинаковых ω).

3. При равномерном качении по вогнутой поверхности ускорения точек колеса могут возрастать неограниченно, а траектории точек могут быть прямолинейными.

4. Если движущееся колесо разделить нормально к поверхности качения на левую и правую половины, то во всех случаях качения точки левой половины движутся ускоренно, а правой (передней) — замедленно.

5. При неравномерном качении для определения ускорений точек целесообразно использовать два МЦУ. Одним из них является МЦС.

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В КУРСЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Белов В.В.

The description of the computer tests and examination questionnaires programs and electronic guide for theoretical mechanics are proposed.

Современные компьютерные технологии обладают исключительно богатыми возможностями для работы с графическими объектами. Это позволяет создавать различного рода программы, отображающие на экране монитора не только текстовую, но и графическую информацию — рисунки и формулы в естественной форме, что особенно важно при использовании таких программ в учебном процессе, связанном с изучением насыщенных математической символикой дисциплин. Теоретическая механика — одна из них. Многочисленные определения, формулировки, правила, теоремы, выводы, доказательства, следствия, формулы являются своеобразным языком, который не содержит полутонов и не допускает двойственного толкования. Поэтому некоторые функции человека, контроля, в частности, можно передать компьютеру.

На кафедре теоретической механики БГТУ созданы две программы такого рода, которые могут выполняться под управлением 32-битной операционной системы Windows. Одна из них предназначена для текущего опроса студентов и используется после завершения соответствующего раздела на лекционных занятиях. Ее база данных содержит порядка трехсот вопросов по всем разделам стандартного двухсеместрового курса: статика, кинематика точки, кинематика твердого тела, динамика точки, динамика системы (общие теоремы динамики), принцип Даламбера и аналитическая механика. Предусмотрена обязательная регистрация пользователей, в результате чего на диске сохраняется идентифицирующая и вся иная информация, относящаяся к действиям тестируемого.

Тестирование производится по одному из указанных выше разделов и состоит из двух частей. Одна из них представляет собой опрос в текстовой форме, то есть и вопрос, и ответы являются текстами, во второй — вопрос отображается в виде текста, а ответ — в виде формулы. При этом принцип работы программы вполне традиционен: на

каждый вопрос предлагается пять ответов, из которых только один — правильный. В каждом виде тестирования задается десять вопросов, выбираемых из всей совокупности случайным образом. Расположение ответов на экране тоже случайно. Время для выбора подходящего ответа ограничено одной минутой, практика показала, что этого вполне достаточно. По завершении каждого из опросов выставляется оценка. В процессе тестирования ведутся протоколы, которые можно просмотреть и выяснить, какие из выбранных ответов были правильными, а какие — нет.

Интерфейс программы сделан максимально дружелюбным и простым: все предполагаемые действия сопровождаются подсказками и предупреждениями, управлять программой можно не только мышью, но и клавиатурой.

Вторая программа предназначена для приема экзамена и содержит около трехсот семидесяти вопросов. Она имеет такой же интерфейс, как и предыдущая программа, что позволяет студентам воспринимать ее как уже нечто знакомое и не отвлекаться на изучение неизвестных особенностей. Разумеется, работает эта программа по тому же принципу: вопрос — варианты ответа, но организована процедура опроса иначе.

После регистрации на экране появляется список всех разделов, изучаемых в данном курсе, из которого необходимо выбрать те, по которым сдается экзамен. Все остальное выбирает компьютер случайным образом. При этом опрос состоит из трех частей. Сначала выбирается какой-то раздел, по которому осуществляется тестирование в текстовой форме, так, как об этом было сказано выше, при тех же ограничениях на время для выбора ответа. Задается десять вопросов. После получения ответа на последний (или по истечении заданного времени) компьютер выбирает какой-то другой раздел и вопрос из него. В рамках этого второго этапа необходимо осуществить либо вывод формулы, либо доказательство теоремы.

Реализуется такая процедура следующим образом. На экране монитора в случайном порядке располагаются десять картинок с формулами (на одной картинке их может быть несколько), пять из которых содержат ложную информацию. Нужно выбрать логическую последовательность из пяти картинок, которая приводила бы к ответу на поставленный вопрос. Автор отдает себе отчет в том, что однозначно задать такую последовательность нельзя, поэтому при оценке этого задания используются такие соображения: ответ на вопрос должен стоять на последнем месте, в противном случае снимается один балл; если в выбранной последовательности отсутствует ответ, выставляется ноль баллов — ответа ведь нет. На выполнение этого задания отводится десять минут, каждая выбранная картинка подсвечивается, чтобы легче было ориентироваться.

После выбора пятой картинки осуществляется переход к последнему этапу — выбирается раздел, по возможности, не совпадающий с двумя предыдущими, и задаются пять дополнительных вопросов, ответами на которые являются формулы. По завершении этой процедуры появляется оценка, являющаяся средним значением по трем этапам. Как и в пре-

дыдущей программе, ведутся протоколы, доступные для обозрения после завершения тестирования. Для набравших необходимый минимум баллов экзамен продолжается — традиционным способом они решают задачу, собеседование по которой определяет итоговую оценку и завершает экзамен.

Эксплуатация этих программ в течение уже нескольких семестров показала их весьма высокую эффективность, хотя, конечно, флуктуации иногда имеют место. Впрочем, они невелики и сглаживаются непосредственным контактом преподавателя со студентом при обсуждении решения задачи.

Мы создали также электронный справочник, точнее сказать, краткий учебник по теоретической механике в объеме того же двухсеместрового курса. Он содержит все необходимые определения, формулировки, формулы и доказательства, а также задачи с решениями. Справочник представляет собой гипертекстовый документ, снабженный оглавлением, системой поиска по ключевым словам, ссылками на все определения, разделы, обозначения и т.д., что позволяет перемещаться по тексту в любом интересующем пользователя направлении и попадать в нужное место.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОГОВАРИАНТНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Протас А.Я.

Here there are stated the results of using of tasks with 29 variants at the lessons. The tasks are taken from the special task book. the effect is excellent. Using of the similar method to the correspondence course allowsto increase the quantity of the ciphers for many times.

Ведение учебного процесса по теоретической механике предполагает решение на практических занятиях задач, способствующих улучшению освоения той или иной части материала. Если задачу решает преподаватель и поясняет выполняемые действия — это один подход, но если студенты должны работать самостоятельно, то возникает вопрос — какое задание требуется дать группе. Можно выдать одну задачу на всех, как это обычно принято, и «самостоятельность» работы становится неопределенной — можно посмотреть ход решения у соседа, можно подождать, пока решит кто-то другой или пояснение сделает преподаватель. А нельзя ли выдать одну задачу, но каждому студенту — свои данные? В принципе можно, но для этого требуется соответствующее методическое обеспечение.

В связи с этим был подготовлен и издан задачник [1], охватывающий практически все темы курса. Его основное отличие от существующих состоит в том, что к каждой задаче имеется 29 вариантов данных, а в конце пособия приведена таблица, позволяющая выбирать №№ вариантов данных к

каждой задаче по заданному шифру. Таким образом, если вести учет решаемых задач в возрастающем порядке с начала семестра и выдать студенту шифр, то каждый из них будет решать «свой» набор одних и тех же задач, отличающийся от того, над чем будут работать другие.

Такая система обеспечивает целый ряд преимуществ, которыми могут пользоваться как преподаватели, так и студенты:

- на практических занятиях в параллельных группах могут решаться те же задачи, но другого варианта;

- всем студентам группы могут быть выданы индивидуальные варианты задачи в качестве контрольной работы или домашнего задания;

- отдельным студентам могут выдаваться индивидуальные варианты данных в случаях пропусков занятий, несамостоятельном выполнении заданий и т.п.

- для обучающихся по индивидуальному плану, со свободным посещением занятий или изучающим дисциплину самостоятельно (заочно) могут быть также скомплектованы задания под шифром;

- учитывая, что в таблице пособия [1] приведены только цифровые данные, она может быть использована практически для любой дисциплины, если не в прямом виде, то в качестве методического подхода.

В Могилевском государственном университете продовольствия изложенная выше система используется уже несколько лет. Каждому студенту специальностей МАПП и ХМУ выдается трехзначный или двухзначный шифр, учет решаемых задач ведется в возрастающем порядке и при необходимости любую из них преподаватель может выдать для решения «по шифру», т.е. по персональным вариантам.

Первым опытом использования шифра стала выдача студентам, пропустившим то или иное занятие, домашних заданий в виде тех же задач, которые решала группа, но по другим вариантам данных. Сразу же ощутимым стал результат — пропуски практических занятий значительно уменьшились.

Картина работы студентов на практических занятиях резко менялась при выдаче задачи «по шифрам» для самостоятельного решения в аудитории. Нагрузка преподавателя по оказанию помощи в решении, разъяснению допущенных ошибок и т.п. увеличивалась примерно процентов на двадцать.

Если преподаватель сам решал задачу у доски, одновременно поясняя материал, то никаких шифров не требовалось, но в параллельных группах та же задача бралась по данным других вариантов.

Количество задач, решаемых студентами в семестре по шифрам постепенно возрастало и сейчас они выдаются практически по всем наиболее важным темам курса. Но без соответствующего контроля выполнения смысл работы теряется и создается парадоксальная ситуация — эффект усвоения материала растет, но его нельзя извлечь из-за недостатка времени у преподавателя. Для консультаций, проверки выполнения расчетно-графических и контрольных работ по дисциплине время предусмотрено преподавателю по индивидуальному плану, а для контроля решения многовариантных задач его нужно изыскивать, или обходиться за счет времени отведенного для практических занятий, а его в этом случае просто нехватает.

В какой-то степени приемлемое решение было найдено с использованием законов теории вероятностей, т.е., стала проводиться выборочная проверка всех задач в конце семестра, которая и позволяла установить истинное положение дел.

Многовариантные задачи для контрольных работ по заочному обучению используются сейчас практически во всех технических вузах. В одном случае выдаются материалы кафедральных разработок, в другом — используются контрольные задания под редакцией С.М.Тарга [2]. Стандартный подход к этому вопросу состоит в том, что для каж-

дой задачи предусмотрено 10 схем и 10 позиций данных, т.е., 100 вариантов и, кроме того, дана рекомендация использовать последнюю и предпоследнюю цифру шифра. Так как шифр предполагается в виде двух последних цифр номера зачетной книжки студента, то создается ситуация, когда задачи всех контрольных работ оказываются одного варианта. Для 100 студентов этого хватит, для большего количества варианты будут повторяться, если не считать того, что студенты-заочники успешно «используют» материалы прошлых лет и т.п. А сложившаяся система выдачи номеров зачетных книжек еще больше усугубляет ситуацию: одна половина группы выполняет задачу по одной схеме, вторая половина — по другой, а 8 оставшихся схем даже не задействованы.

Это положение было исправлено разработкой специальной таблицы [3], по которой каждой из 25 задач контрольных работ давался свой персональный двузначный вариант для выбора и схемы и данных независимо от зачетной книжки. Все возможные варианты были скомпонованы по шифрам с соблюдением некоторых условий, и оказалось, что таких шифров может быть до 10000, т.е., проблема несовпадения вариантов решилась с огромным запасом. Все схемы по пособию [2] задействовались, все позиции данных также. Теперь достаточно студенту выдать шифр по дисциплине и вариант каждой задачи он выберет из указанной выше таблицы [3] самостоятельно и независимо от зачетной книжки.

Данная система шифров по теоретической механике для студентов-заочников указанных выше специальностей работает уже 13 лет и каких-либо вопросов не вызывает. Вместе с тем в связи с расширением использования компьютеров и множительной техники появился новый вид «услуг» для студентов-заочников. Выполненное где-то решение всех задач по методичке С.М.Тарга [2] занесено в компьютеры и по низкой цене предлагается для использования по любому из 100 вариантов в распечатанном виде.

Такое положение вызывает необходимость противодействия этому «рыночному бизнесу» в том или ином виде. В Могилевском государственном университете продовольствия выход просматривают в разработке своих контрольных заданий по теоретической механике для студентов-заочников. При этом отличие от существующих, по видимому, будет состоять в том, чтобы для каждой задачи была предусмотрена возможность использования не только 100, но, по усмотрению преподавателя, и 1000 вариантов. Например, $(10 \text{ схем}) \times (10 \text{ позиций исходных данных}) \times (10 \text{ позиций определяемых величин}) = 1000$.

Стоит ли вводить такое увеличение или можно обойтись меньшим числом? Мы пока окончательно не определились, хотя работы практически начались. Но так как применяемая нами сис-

тема шифров подходит к другим дисциплинам, а в семинаре участвуют представители кафедр не только теоретической механики, но ТММ и сопротивления материалов, хотелось бы знать на этот счет и другие мнения коллег, присутствующих здесь.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Протас А.Я. Многовариантные задачи по теоретической механике: Учебное пособие. — Могилев: МТИ, 2000. — 114с.

2. Теоретическая механика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников машиностроительных, строительных ... специальностей высших учебных заведений / Л.И.Котова и др.; Под ред С.М.Тарга. — М.: Высш. шк., 1989. — 111с.
3. Протас А.Я. Контрольные задания. Таблица вариантов задач контрольных работ по теоретической механике для студентов-заочников МТИ всех специальностей. Шифр 101 — 600. — Могилев: МТИ, 1989. — 32с.

АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ГЛАВНОГО ВАЛА МАШИНЫ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ

Анципорович П.П., Акулич В.К.

The use of the modern computational equipment allows to solve the problems of the rotation velocity control of the main drive shaft of the machine at the steady-state conditions and the determinations of the motion law on the higher and qualitatively new standard. Some recommendations on this problems are given.

Широкое использование современной вычислительной техники в научной и учебной работе не только позволяет значительно повысить производительность выполнения численных расчетов, но и дает возможность найти качественно новые подходы к решению целого ряда задач. Большие возможности, связанные с применением ЭВМ, позволяют, в частности, по-новому подойти к решению некоторых традиционных задач динамики машинного агрегата, например задачи обеспечения заданной степени неравномерности вращения главного вала машины (звена приведения) и определения закона его движения под действием приложенных сил.

В курсовом проекте по теории механизмов и машин указанные задачи решаются преимущественно методом Ф.Виттенбауэра. Метод Н.И.Мерцалова нашел меньшее применение главным образом потому, что, будучи приближенным, он дает хорошие результаты только для машин с достаточно малым коэффициентом неравномерности движения ($\delta \leq 0.04$). Однако этот метод является наглядным, простым для усвоения, хорошо отражает физическую сущность исследуемых явлений и легко реализуется на ЭВМ. Были предложены различные уточнения метода Н.И.Мерцалова [1,2]. В частности, уточнение Е.М.Гутьяра сделало этот метод принципиально точным (это уточнение часто называют методом Е.М.Гутьяра). Но эти уточнения лишают метод Н.И.Мерцалова тех достоинств, которые были указаны выше.

Возможности, открываемые в связи с применением ЭВМ, позволяют построить схему вычислительного алгоритма таким образом, что, используя метод Н.И.Мерцалова в чистом виде, можно

добиться любой практически приемлемой точности решения задачи.

Как известно, для нахождения постоянной составляющей I_{II}' приведенного момента инерции машины $I_{II} = I_{II}' + I_{II}''$ по методу Н.И.Мерцалова следует получить зависимость изменения кинетической энергии тех звеньев, которые дают эту постоянную составляющую, в функции обобщенной координаты (угла поворота звена приведения) — $\Delta T_i(\varphi_1)$. Для получения такой зависимости используется выражение

$$\Delta T_{ii} = \Delta T_i - T_{ii},$$

где ΔT — изменение кинетической энергии всей машины, T_{ii} — кинетическая энергия тех звеньев, которые дают переменную составляющую I_{II}'' приведенного момента инерции. Вследствие того, что закон движения звена приведения на данном этапе решения задачи является неизвестным и что величина T_{ii} обычно значительно меньше, чем кинетическая энергия ΔT_i остальных звеньев (в том числе и маховых масс), имеющих приведенный момент инерции I_{II}' , значения T_{ii} в цикле установившегося движения определяются приближенно, по средней скорости звена приведения ω_{1cp} :

$$T_{ii} \approx \frac{I_{II}'' \omega_{1cp}^2}{2}.$$

В этом состоит приближение, на котором основан метод Н.И.Мерцалова. После получения приближенного значения искомой величины I_{II}' и определения соответствующего ей значения закона движения звена приведения $\omega_1(\varphi_1)$

$$T'' = \frac{I'' \omega_{1i}^2}{2}$$

Такой процесс последовательных приближений может повторяться до получения приемлемой точности. Хорошая сходимость этого метода достигается после двух — четырех итераций.

Другая особенность, связанная с численным решением рассматриваемой задачи, состоит в подходе к понятию средней угловой скорости звена приведения. Как известно, в самом выводе расчетной формулы $I'' = \frac{\Delta T_{/max}}{\delta \omega_{1cp}^2}$ положено понятие среднего арифметического значения $\omega_{1cp} = 0.5(\omega_{1max} + \omega_{1min})$, которое совершенно не отражает характер изменения угловой скорости в пределах цикла установившегося движения. Поэтому

му представляется целесообразным уточнить такой подход — определять значение ω_{1cp} как среднеинтегральное:

$$\omega_{1cp} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \omega_{1i}}{n},$$

где n — число положений в цикле (размерность массивов). В выполняемых авторами расчетах принималось $n=120$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Теория механизмов и механика машин / К.В.Фролов и др. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1998.-496с.:ил.
2. Овакимов А.Г. Аналитический метод решения задач динамики плоских механизмов. —М.: МАИ, 1978. —83с.: ил.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ

Анципорович П.П., Алейникова О.И., Булгак Т.И., Луцко Н.Я.

It is considered the applications of informational technologies and remote teaching in pantoprofessional training of students. It is described the conception of construction of electronic document-trainers and use them in educational process.

Информационные технологии все более широко используются в качестве инструмента не только в инженерной деятельности, но и в процессе обучения. Однако, в современных условиях возникает существенный разрыв между моментом появления информации и поступления ее к пользователям. Особые трудности имеют место в учебном процессе. Они связаны со сложностями издания учебной и научной литературы в достаточных тиражах, своевременного обновления ее содержания. Поэтому, естественно, что в образовательном процессе все большее распространение получают идеи дистанционного обучения. Своеобразие дистанционного обучения состоит в том, что реализуется возможность получения знаний без непосредственного контакта обучаемого с преподавателем. Этому способствует быстрое развитие и широкое распространение ПЭВМ и компьютерных информационных технологий. Неотъемлемой частью такой технологии является электронный учебник. Чтобы обеспечить полноценное обучение электронные учебные пособия должны существовать в следующих видах:

- а) учебное пособие или учебник;
- б) практикум и лабораторный практикум;
- в) методические указания к выполнению курсовых работ и курсовых проектов;
- г) материалы для контроля знаний студента.

Развитие данного направления является весьма перспективным в общепрофессиональной под-

готовке студентов при обучении их таким дисциплинам, как информатика, теоретическая механика, прикладная механика, сопротивление материалов, теория механизмов и машин (ТММ) и др.

При создании электронного учебника имеется возможность реализовать основные дидактические принципы посредством использования современных возможностей ПЭВМ, таких как цветная графика, анимация, звуковое сопровождение, простота и скорость доступа к интересующей информации (использование гиперссылок), возможность возврата к исходному материалу, использование всплывающих подсказок и т.д.

Например, в курсе информатики при изучении структуры персонального компьютера обучающий текст может быть снабжен мультимедийными файлами, демонстрирующими структуру и принципы работы основных устройств ПЭВМ.

Исключительной наглядностью обладают демонстрируемые в курсе теории механизмов и машин структурные схемы механизмов, которые можно привести в движение, остановить в интересующем положении, исследовать взаимодействие звеньев друг с другом [1].

При изучении методов нарезания зубчатых колес образование эвольвентного профиля можно показать на примере движения точки прямой линии, описывающей эвольвенту окружности при перекачивании прямой по окружности без скольжения.

Усвоению понятия резонанса способствует наблюдение колебаний систем под действием возбуждающей силы.

Компьютерное моделирование широко применяется в лабораторном практикуме. На кафедре ТММ БНТУ выполняются исследования динамики машинного агрегата с асинхронным двигателем. Имеется возможность наблюдать влияние массовых и силовых параметров на характер движения главного вала машины [2, 3, 4].

Большая работа проделана на той же кафедре по созданию электронного лабораторного практикума по курсу «Информатика». Электронная инструкция–тренажер представляет собой составной документ, созданный с помощью текстового процессора Word. Для обеспечения размещения информации в окне любого размера в удобном для чтения виде он сохраняется на диске в виде Web-страницы. Студент открывает инструкцию к лабораторной работе и размещает ее справа на экране монитора в виде вертикального столбца, оставив две трети экрана слева для выполнения указанных в инструкции действий. Основное задание инструкции к лабораторной работе содержит последовательность упражнений. Упражнение, предназначенное для освоения технологии, снабжено порядком действий, которые студент должен выполнить, после чего проверяется правильность выполнения, в случае необходимости вносятся исправления. Переход к следующему упражнению допускается только после правильного выполнения предыдущего задания. Освоение очередной технологии требует знания и использования ранее изученных технологий.

Например, создание и редактирование формулы с использованием текстового процессора Word в электронной инструкции имеет вид

16. Создайте абзац, содержащий формулу:

$$\frac{1+x}{\sqrt{x}} dx.$$



Для этого:


16.1 установите:

Стиль: Обычный

Выравнивание : по центру;


16.2 нажмите кнопку  — Редактор формул на Панели инструментов Стандартная ;


16.3 выберите шаблон  на Панели инструментов Формула, нажав кнопку ;

16.4 выберите шаблон ;

16.5 наберите с клавиатуры 1+x;

16.6 переместите курсор в знаменатель, используя нужную из клавиш клавиатуры: <↓>, <↑>, <←>, <→>;

16.7 выберите шаблон ;

16.8 выберите шаблон ;

16.9 наберите с клавиатуры x;

16.10 переместите курсор клавишей <→> и расположите его справа от черты дроби;

- 16.11 наберите с клавиатуры dx;
16.12 выполните LC вне формулы;
16.12 нажмите клавишу Enter для окончания работы с абзацем.
17. Создайте абзац, содержащий формулу:

$$\frac{1+x}{\sqrt{3}} dx.$$

Для этого:

17.1 установите параметры форматирования п.16.1;

17.2 скопируйте созданную ранее формулу, используя технологию копирования через буфер обмена.

Для этого:

17.2.1 выделите набранную формулу;

17.2.2 нажмите кнопку  (Копировать) на Панели инструментов Стандартная;

17.2.3 установите курсор в месте расположения новой формулы;

17.2.4 нажмите кнопку  (Вставить) на Панели инструментов Стандартная;

17.3 отредактируйте полученную формулу.

Для этого:

17.3.1 активизируйте редактор формул, установив курсор на формулу и выполнив 2LC;

17.3.2 внесите исправления в формулу;

17.3.3 выполните LC вне формулы ;

17.3.4 нажмите клавишу Enter для окончания работы с абзацем.

В приведенном фрагменте при изучении технологии создания и редактирования формул необходимо использовать технологии работы с панелью инструментов Стандартная, форматирование абзаца, а также применить копирование и вставку к объекту.

Электронный инструмент содержит задания повышенной сложности, открытие которых осуществляется переходами по гиперссылкам.

Используя приведенную структуру электронной инструкции–тренажера, на кафедре разработаны и внедрены в учебный процесс лабораторные работы по следующим темам:

1. Основы ОС Windows.
2. Проводник. Корзина. Ярлык. Поиск.
3. Графический редактор Paint.
4. Знакомство с редактором Word.
5. Рисунки и таблицы в Word.
6. Работа с объектами в Word.
7. Основные элементы Excel.
8. Построение диаграмм и графиков в Excel.
9. Базы данных в Excel.
10. Решение инженерных задач в Excel.
11. Знакомство с СУБД Access.
12. Решение задач в Mathcad.
13. Internet.

Практика создания электронных пособий показывает, что для разработки и внедрения их в учеб-

ный процесс необходима организация специальных творческих коллективов. В них должны входить высококвалифицированные педагоги, психологи, Web-дизайнеры и программисты. Только совместными усилиями может быть создано электронное пособие, отвечающее современному уровню развития информационных технологий.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Филонов И.П., Андипорович П.П., Жуков Д.В. Программа «Геометрические и кинематические

связи в рычажных механизмах». — Мн.: БГПА, 1996. — 28с. 2. Программа «Динамика машинного агрегата» / Андипорович П.П. и др. — Мн.: БГПА, 1994. — 28с. 3. Программа «Динамический анализ кривошипно-ползунных механизмов» / Андипорович П.П. и др. — Мн.: БГПА, 1998. — 18с. 4. Программа «Синтез кулачковых механизмов» / Андипорович П.П. и др. — Мн.: БГПА, 1998. — 56с.

ЗНАЧЕНИЕ ИСТОРИЧЕСКОГО ЭКСКУРСА В ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА ТММ

Сенькова Е.Л.

Knowledge of the history of science is an important factor of increasing of teaching efficiency level of students in the course of the theory of machines and mechanisms. It has practical, educational and upbringing importance.

Знакомство с историческим материалом по теории механизмов и машин начинается, как правило, с первых лекций. Вводная лекция обычно содержит краткие сведения по истории машин и механизмов, развитию науки о машинах, машиностроении. Правильно построенная лекция дает системное изложение основ дисциплины. Элементы истории науки можно было бы вводить и в отдельных частях курса. Интересными могли бы быть биографические справки о жизни и деятельности ученых, участвовавших в создании рассматриваемых теорий, рассказы о происхождении определений, терминов, условных обозначений. Такие вставки вызывают, как правило, повышенный интерес у студентов, способствуют лучшему усвоению учебного материала.

В учебной литературе практически отсутствуют исторические материалы. Однако очень важно сообщить студентам сведения из истории науки, и не только в смысле познавательном. Если, рассматривая, например, формулу Чебышева, мы поговорим о Чебышеве как ученом, скажем, что он сделал для науки, то впечатление от излагаемого материала будет намного ярче, интерес к этому материалу будет выходить за рамки простого запоминания формулы.

Хорошо прочитанная лекция способствует формированию у студентов необходимых знаний с минимальной затратой времени. При этом закладывается основа для других форм занятий? лабораторных и практических, самостоятельной работы с литературой.

В процессе учебы студенты неоднократно сталкиваются с именами Бернулли, Эйлера, Жуковского, Чебышева. Если помимо собственно имен студенты узнают, кто эти люди, чем они занимались,

какой вклад внесли в науку, то и весь учебный материал будет восприниматься по-другому.

Литературы для исторических экскурсов именно по теории механизмов достаточно много — нужно лишь просмотреть труды И.И. Артоболевского, А.Н. Боголюбова, В.Л. Кирпичева, Я.Л. Геронимуса и другие. «Беседы о механике» В.Л. Кирпичева, «История механики машин» А.Н. Боголюбова — классика исторического изложения прикладной механики. Множество статей и монографий, в которых широко и многосторонне даны исторические справки и экскурсии, написаны И.И. Артоболевским.

Практическое значение истории науки заключается в том, что необходимо знать, какими путями и по каким направлениям развивались основные идеи. Зная историю, можно объективно оценить настоящее и, возможно, спрогнозировать некоторые аспекты будущего.

Бесспорно познавательное значение истории науки. Она не только расширяет кругозор будущего специалиста, но и приобщает к эволюции научной культуры человечества, освещает достижения и ошибки ученых прошлого, знакомит с идеями, которые могут быть близки к специальности или наоборот, далеки от нее. Знание истории исключает повторение как чужих ошибок, так и положительных научных результатов.

И, конечно же, нельзя не сказать о воспитательном моменте. Исторические знания о развитии науки формируют у молодых людей целостность восприятия науки. Биографические справки о жизни и деятельности творцов теории механизмов могут иметь большое воспитательное значение. Конкретные примеры истории преодоления ошибочных теорий, приближение к истине, практическое при-

ложение науки должны быть известны, и вполне вероятно, способны сформировать интерес к исследовательской работе.

Изучаемый студентами курс теории механизмов и машин требует знаний, ранее полученных из математики, физики, теоретической механики. В меньшей мере при изучении курса используются знания черчения и начертательной геометрии, физики и сопротивления материалов, без которых усвоение теории механизмов и машин практически невозможно. С другой стороны, законы и методы математики и теоретической механики поясняются в теории механизмов и машин на конкретных примерах, благодаря чему они глубже понимаются, легче запоминаются. Особенно это относится к курсовому проектированию, где рассматриваются зависимости и закономерности, полученные по законам и методам математики и теоретической механики. Таким образом, теория механизмов и машин, используя полученные ранее знания, сама способствует лучшему их усвоению.

Весьма актуальным является ознакомление студентов с принципиальными особенностями графического, графо-аналитического и аналитического

методов. Подача их в исторической перспективе дает возможность произвести объективную оценку значения этих методов для современной теории механизмов и машин и обратить внимание студентов на их изучение. Графические методы введены в практику в начале XX в., в этом направлении работали В.Л. Кирпичев, Н.Е. Жуковский, Л.В. Ассур и другие ученые. Эти методы одновременно просты и исключительно наглядны, практически повсеместно занимают основное место. В последнее время наблюдается тенденция преобладания аналитических методов, особенно расчетных методов ЭВМ. При этом задачи, которые легко решались с помощью простейших методов, требуют достаточно высоких знаний математического аппарата, а также солидной лабораторной базы (ЭВМ). Есть ли смысл усложнять этот процесс?

Современная наука о машинах и машиностроение находятся в состоянии непрерывного изменения и развития. Специалисты, которых мы готовим, должны понимать, что через определенное время и наука, и машины могут быть принципиально другие. Дать возможность это осознать помогает история развития науки и техники.

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ ИЗЛОЖЕНИЯ ПРИНЦИПА ВОЗМОЖНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Захаров Н.М., Кулик Н.А.

Geometric and kinematic analysis of mobility of plane systems.

The Research of the condition of plane mechanic systems depending on the limiting powers.

Необходимость глубокого усвоения студентами принципа возможных перемещений диктуется практическими запросами строительной механики и других специальных технических дисциплин строительного профиля.

Между тем на изучение теоретической механики в действующих учебных планах предусматриваются существенно различные объемы времени. Так на специальности 700201 (ПГС — промышленное и гражданское строительство) из общих 144 часов на самостоятельную работу отводится 30 часов, а на специальностях 700304, 700302 (теплогазоснабжение и вентиляция, водоснабжение и водоотведение) они составляют 90 часов и 6 часов соответственно.

Несмотря на это кафедра теоретической механики ПГУ сочла необходимым усилить внимание к самостоятельной работе студентов на всех строительных специальностях и ввела обязательную расчетно-графическую работу по определению опорных реакций типовых элементов строительных конструкций (составные балки, рамы) с помощью принципа возможных перемещений.

При ее выполнении можно уделять основное внимание либо вычислениям с целью получения требуемых ответов (величин сил реакций опор), либо анализу возможности равновесия системы и реализации этого условия в конкретных случаях нагружения и крепления ее.

Мы считаем, что предпочтение следует отдавать второму подходу, поскольку именно он способствует развитию аналитического мышления и формированию у инженеров-строителей исследовательских навыков.

При организации учебного процесса (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы студентов (выполнение РГР) обращается внимание на рассмотрение следующего круга вопросов, связанных с принципом возможных перемещений.

Во-первых, объясняется необходимость проведения геометрического анализа системы, результатом которого является определение числа степеней свободы тела (или системы тел). Для этого на простых примерах показывается, как влияет наложение каждого конкретного вида геометрической связи на подвижность тела или системы. Свобод-

ное тело на плоскости имеет 3 степени свободы (рис. 1).

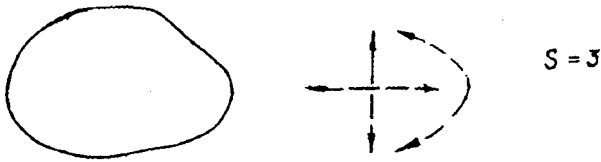


Рис. 1.

Неподвижная шарнирная опора (рис. 2) и внутренний шарнир, соединяющий тела (рис. 3), снимают по 2 степени свободы, а стержневая связь (рис. 4) — одну и т.д.

Нетрудно видеть, что уменьшение числа степеней свободы системы из-за наложения конкретной геометрической связи равно количеству тех составляющих силовых факторов, при помощи которых в геометрической статике заменяется действие связи. В работе [3] для обозначения этого количества удачно применен термин «валентность связи».

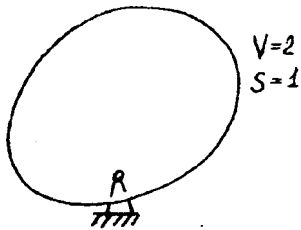


Рис. 2.

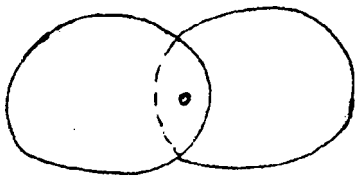


Рис. 3.

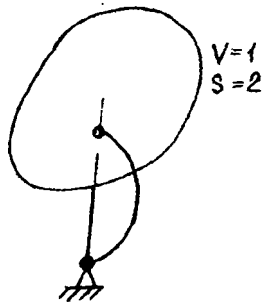


Рис. 4.

С помощью таких примеров выводится формула для определения числа степеней свободы системы, состоящей из плоских тел:

$$S = 3 \cdot n - 3 \cdot ж - 2 \cdot ш - с. \quad (*)$$

Здесь n — число тел в системе; $ж$, $ш$ и $с$ — количество наложенных на систему внешних и

внутренних связей в виде жесткой заделки, шарниров и стержней.

Зависимости, аналогичные (*) применяются в строительной механике. Они легко усваиваются студентами, дают возможность формализовать процесс геометрического анализа и быстро получать его результаты.

Проведение геометрического анализа системы является важным этапом в применении принципа возможных перемещений к изучению равновесия систем, но получение его результатов нельзя рассматривать как самоцель даже для предварительных выводов о возможности нахождения системы в покое (в равновесии). Сказанное приобретает особую значимость, если системой является предполагаемая (или проектируемая) строительная конструкция. Так, например, системы, изображенные на рисунках 5 и 6 имеют $S = 0$, но одна из них — неподвижна, а другая может находиться в равновесии лишь при определенных условиях нагружения, так как она является мгновенно изменяемой (одно из возможных перемещений ее показано пунктиром).

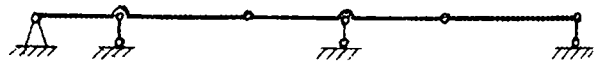


Рис. 5.



Рис. 6.

Рассмотрение аналогичных примеров убеждает студентов в необходимости проведения дополнительного, кинематического анализа системы, прежде чем приступать к выполнению расчетов по определению сил реакций связей. Цель такого анализа — установить возможность нахождения системы в покое (или равновесии) вне зависимости от конкретных условий ее нагружения.

Одновременно такие примеры вызывают необходимость пересмотра результатов геометрического анализа и с другой целью, а именно — с целью уточнения смысла того, что первоначально называли числом степеней свободы.

Поэтому, на примерах же показывается, что найденное при геометрическом анализе число степеней свободы S отражает соотношение между количеством наложенных связей и необходимым их числом, которое может обеспечить неподвижность системы. Так, в системе, показанной на рисунке 5 достаточно перенести стержневую связь из точки А, или из точки В в точку С, или в точку D, как сразу получим неподвижную, статически определимую систему. Чтобы убедиться в этом, снова проводим кинематический анализ полученной системы. И лишь после этого можно приступить к определению опорных реакций полученной конструкции.

Более подробному рассмотрению затронутых и других вопросов, связанных с применением принципа возможных перемещений посвящена работа авторов [2].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. — М., 1986.

2. Захаров Н.М., Кулик Н.А., Турищев Л.С. Теоретическая механика. «Расчетно-графические работы по применению принципа возможных перемещений». Учебное пособие, 2002 г., УП «Технопринт».
3. «Теоретическая и прикладная механика». Сборник методических статей: Минск, 2002 г., УП «Технопринт».

ОБ УЧЕБНОМ ПОСОБИИ «СОВРЕМЕННЫЕ ПУТИ РАЗВИТИЯ НАУКИ О ПРОЧНОСТИ»

Гурьева Л.А.

The tutorial is designed for the students of technical higher educational establishments specializing in machine building and construction when studying the course on materials resistance and special courses. It can be used by students working on their course and diploma projects, by post-graduate students. The tutorial describes what has been done in the science of strength in the last decades. Some tasks are considered and algorithms of calculation are given.

Данное учебное пособие предназначено для студентов машиностроительных и строительных специальностей технических высших учебных заведений при прохождении ими курса сопротивления материалов и специальных дисциплин. Оно может быть использовано студентами при выполнении курсовых и дипломных проектов, магистрантами и аспирантами /3/.

При составлении пособия широко использован более чем тридцатилетний опыт преподавания курсов «Сопротивление материалов» и «Строительная механика» в Полоцком государственном университете.

Учебное пособие состоит из введения и пяти глав.

Во введении отмечается, что методы сопротивления материалов, строительной механики не остаются постоянными. Они изменяются вместе с возникновением новых задач и новых требований практики. Дается характеристика тому, что сделано в науке о прочности за последние десятилетия.

В главе 1 кратко изложены перспективные методы прочностного расчета. Особое внимание уделено конечноэлементному методу анализа конструкций, ориентированному на использование ЭВМ.

Рассмотрены некоторые задачи и приведены алгоритмы расчета.

В главе 2 рассматриваются некоторые вопросы новой и весьма перспективной отрасли технических наук — теории оптимального проектирования конструкций. Дается постановка задач о минимуме массы несущих конструкций. Приводятся краткие сведения о математических методах оптимизации, каждый метод поясняется на примере из области оптимального проектирования.

В главе 3 рассмотрена задача об упруго-пластической деформации толстостенной трубы, находящейся под действием внутреннего давления. Дан

числовой пример расчета.

В главе 4 изложены методы расчета размеров элементов конструкций, обеспечивающих требуемую надежность при случайных воздействиях. Приведены решения статических задач для случаев воздействий, имеющих различные законы распределения. Расчеты проведены по теории случайных величин.

В главе 5 приведены сведения о применении стеклопластиков в качестве конструкционных материалов, указаны характерные особенности их физико-механических свойств, изложены основы расчета.

В пособии рассмотрено большое количество задач, решенных автором и его учениками.

Развитие строительной механики характеризуется как направленностью на более глубокое проникновение в суть явлений деформирования инженерных конструкций, так и поиском алгоритмов, обеспечивающих эффективное решение практических задач с применением ЭВМ.

Проектирование конструкций неразрывно связано с оптимизацией их параметров. Одна из важнейших проблем оптимизации в строительной механике заключается в разработке методов и алгоритмов, позволяющих найти эффективные пути получения оптимальных решений для сложных задач большой размерности.

Прогресс в области повышения качества и эффективности конструкций во многом связан с применением новых композиционных материалов с регулируемыми в зависимости от условий эксплуатации характеристиками. Эти материалы обладают таким высоким уровнем прочности, физико-химических и других свойств, который практически недостижим в традиционных сплавах и поли-

мерных материалах. Открывающиеся возможности программирования свойств материала по объему конструкции позволяют создать материалы и элементы конструкций с заданными свойствами, наиболее полно отвечающими характеру и условиям работы деталей современных конструкций.

Отмеченные выше аспекты проблемы определяют те направления в строительной механике, от успешного развития которых в основном зависит научно-технический прогресс в области проектирования сложных инженерных конструкций.

Новым словом в строительной механике является теория надежности конструкций, учитывающая случайные отклонения расчетных величин от их средних значений. При этом детерминированные величины и зависимости заменяются случайными, причем широко используются методы теории вероятностей.

Внедрение вероятностных методов исследования как наиболее прогрессивных и современных в практику инженерных расчетов является очень важным делом, так как эти методы позволяют правильно определить действующие нагрузки и оценить прочность и долговечность конструкции.

В значительной мере надежность обеспечивается еще на стадии проектирования, когда закладываются основы долговечности, ремонтпригодности, безопасности будущих конструкций, поэтому расчет надежности конструкций должен производиться на стадии проектирования. Для этого нужны соответствующие инженерные методики и показатели надежности.

Накопленный теоретический и экспериментальный материал позволяет с достаточной уверенностью указать некоторые пути, по которым должны вестись поиски и обоснование нормативных показателей надежности, учитывающих специфику проектирования металлических конструкций либо с точки зрения понятия вероятности («гарантии») неразрушимости, введенного Н.С. Стрелецким, либо «линейной функции неразрушимости» по А.Р. Ржаницыну, либо по терминологии С.В. Серенсена — «опасности разрушения в единицу времени». Определенные шаги в этом направлении сделаны в работах В.В. Болотина и его школы. Существенное развитие общих вопросов надежности и статических методов исследования имеется в статьях и монографиях А.А. Чираса, И.И. Гольденблага и др.

Появление и бурное развитие электронно-вычислительной техники оказало сильное влияние на процесс проектирования, вооружив его эффективными математическими методами, позволяющими заменить необоснованные решения научно обоснованными.

В настоящее время проектно-конструкторские разработки с точки зрения уровней оптимизации можно условно подразделить на три типа: выбор наилучшей технической идеи, поиск наилучшей

схемы, определение наилучших значений параметров для выбранной схемы.

Проектируемые конструкции и устройства должны удовлетворять определенным техническим требованиям. В частности, к конструкциям, как к деформируемым механическим системам, предъявляются требования прочности, жесткости, устойчивости ее узлов и элементов.

В математическом отношении задачи оптимального проектирования сводятся к задачам по отысканию условного экстремума функции и требуют применения методов математического программирования. Вопрос о выборе метода довольно сложен. В каждом конкретном случае он решается индивидуально для своей целевой функции.

Методы нахождения решений успешно применяются в практике проектирования. Однако следует отметить, что существует еще значительное количество задач, решение которых существующими в настоящее время методами математического программирования весьма сложно, а порой и невозможно. В связи с этим важной проблемой является определение пригодности и удобства тех или иных методов математического программирования для определенных задач.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопrotивление материалов: Учебное пособие. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
2. Болотин В.В., Гольденблаг И.И., Смирнов А.Ф. Строительная механика. Современное состояние и перспективы развития. — М.: Стройиздат, 1972.
3. Гурьева Л.А. Современные пути развития науки о прочности: Учебное пособие. — Новополюк, 1996.
4. Гурьева Л.А., Фомица Т.А. Оптимизация технических решений в инженерных дисциплинах. — В кн.: Сборник методических материалов по применению активных методов обучения в вузе. — Мн.: БГУ им. В.И. Ленина, 1987, с. 77-82.
5. Гурьева Л.А. Оптимальное проектирование конструкций. Методические указания. — Новополюк: Изд-во НПИ, 1990.
6. Гурьева Л.А. Расчет конструкций на надежность. Методические указания. — Новополюк: Изд-во НПИ, 1990.
7. Гурьева Л.А. Методические указания по применению вычислительной техники в расчетах конструктивных элементов из стеклопластиков. — Новополюк: Изд-во НПИ, 1990.
8. Гурьева Л.А. Оптимальное проектирование конструкций. Методические указания. — Новополюк: Изд-во НПИ, 1991.
9. Гурьева Л.А. Расчет на прочность конструктивных элементов из стеклопластиков. Методические указания. — Новополюк: Изд-во НПИ, 1991.

10. Зайцев Г.Н., Стреляев В.С. Механические свойства ориентированных стеклопластиков и расчет конструктивных элементов. — М.: Машиностроение, 1968.
11. Постнов В.А., Розин Л.А. Метод конечных элементов в теории пластин и оболочек. — В кн.: Теория оболочек и пластин: Тр. IX Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. — Л.; Судостроение, 1975, с.292-296.
12. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. — М.: Стройиздат, 1978.
13. Розин Л.А. Основы метода конечных элементов в теории упругости. — Л.: Изд-во ЛПИ, 1972.
14. Сергеев Н.Д., Богатырев А.И. Проблемы оптимального проектирования конструкций. — Л.: Стройиздат, 1971.
15. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. — М.: Физматгиз, 1965.
16. Стрелецкий Н.С. Основы статического учета коэффициента запаса прочности сооружений. — М.: Стройиздат, 1947.
17. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов, — М.: Наука, 1974.
- Хуго И., Кабелка И., Кожени И. Конструкционные пластмассы. Свойства и применение. — М.: Машиностроение, 1969.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ОБУЧАЮЩАЯ СИСТЕМА ПО ИНОСТРАННЫМ ЯЗЫКАМ ДЛЯ НЕЯЗЫКОВЫХ ВУЗОВ

Петросян Я.В., Ус О.Н., Гладких В.В., Масликова Т.И.

Введение

Автоматизированная обучающая система (АОС) «Арктур» создана для поддержания сконструированного учебного процесса преподавания иностранного языка по курсу внеаудиторного чтения для неязыковых ВУЗов. Однако, теоретические положения [1-3], положенные в ее основу, позволяют с успехом применять ее и в других образовательных учреждениях при организации внеаудиторного чтения. Степень автоматизации подготовительных этапов до 50-75% делает данную АОС весьма привлекательной для педагогов, имеющих знания компьютера в объеме рядового пользователя. При работе с ней обучаемых допустимы также навыки рядового пользователя. Учитывая, что студенты уже на первых курсах проходят курс информатики, данное требование не является ограничением на применение АОС «Арктур» при организации учебного процесса и с первого курса. Принимая во внимание и то обстоятельство, что современный контингент обучаемых уже в средних школах приобретает навыки работы с персональным компьютером, последнее вообще снимает проблему ограничения на подготовку любого пользователя при его работе с АОС «Арктур».

АОС «Арктур» позволяет организовать процесс самостоятельной подготовки по курсу внеаудиторного чтения, режим самооценки степени подготовленности для сдачи зачета как по отдельному заданию, так и по всему курсу путем организации и генерирования соответствующих тестов. В АОС предусмотрен мониторинг как индивидуальный, так и групповой. Данное положение позволяет эффективно влиять на организацию хода учебного процесса путем своевременной коррекции.

Структура автоматизированной обучающей системы «АРКТУР»

Функционирование АОС «Арктур» можно представить как взаимодействие основных блоков системы (Рис.1.) или работу на нескольких этапах.

Информационно-справочная система (ИСС).

Банк ИСС содержит совокупность электронных версий всех базовых оригинальных текстов (БОТ) по всем языкам и всем специальностям, которые изучаются в ВУЗе. Для каждого текста содержит глоссарий (словарь), грамматические конструкции, встречающиеся в тексте, устойчивые словосочетания и вопросы на понимание смысла.

Рейтинговая система оценивания — система, позволяющая с помощью тестов оценивать качество знания обучаемых по 100 бальной шкале и преобразовать набранное количество баллов в четырехбалльную шкалу, которая принята, например, в военных ВУЗах [4]: «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично». Все тесты разбиты на три категории: лексику, грамматику и понимание смысла. Педагог по своему усмотрению (фаза творчества) может определить/задать уровни значимости каждой категории. Наиболее значимая категория сильнее всего влияет на оценку обучаемого. Кроме этого педагог может определять пороговые значения 100 бальной шкалы, по которым определяется выставление итоговых оценок по четырехбалльной шкале. Следует отметить, что итоговая шкала оценок легко перестраивается на любую балльную систему.

Мониторинг. Данная подсистема позволяет проводить мониторинг как индивидуально для каждого обучаемого, так и для учебной группы в целом. Для наглядности восприятия данных группового мониторинга предусмотрена возможность построения поверхности качества учебного процесса опосредованно через оценку качества знаний с учетом фактора времени, затраченного обучаемым на ответ (принятие решения).

Подготовительный этап. Данный этап состоит из двух составляющих: автоматизированная фаза подготовки учебного материала; фаза творчества педагога при подготовке учебного материала и настройки системы оценивания. В целом данный этап курируется только педагогом и обучаемый к нему доступа не имеет (этап закрыт паролем доступа). Итогом данного этапа является формирование банка ИСС. Основой подготовительного этапа является грамотный подбор педагогом БОТ по конкретной специальности и заданной специализации. Для каждого текста педагог определяет:

- принадлежность текста к одному из изучаемым иностранных языков, конкретной специальности и заданной специализации;
- организационно-методические указания по работе с текстом;
- глоссарий;
- грамматические конструкции, встречающиеся в тексте;
- устойчивые словосочетания;
- вопросы на понимание смысла текста.

Этап самоподготовки. Работа обучаемого при первом обращении к АОС начинается с регистрации его в банке ИСС (номер учебной группы, Ф.И.О.), с указанием изучаемого иностранного языка и специальности, выбора БОТ для ознакомления. Обучаемому предлагаются только те тексты, которые соответствуют его специальности и изучаемому иностранному языку. Вся информация банка ИСС, кроме вопросов на понимание смысла, может использоваться обучаемым на этапе самостоятельной работы над текстом как информационно-справочным материалом. АОС, при этом, фиксирует степень использования обучаемым банка ИСС на этапе самоподготовки (количество обращений, продолжительность).

Для уточнения степени владения элементами компьютерной системы (клавиатурой, «мышкой») обучаемый проходит психомоторный тест, который им воспринимается как некоторая игра с АОС перед этапом серьезного общения. С учетом данных этого теста организовано вычисление чистого рабочего времени, затрачиваемого обучаемым на принятие решения по вопросу контрольного теста и моментом его непосредственного доведение до АОС.

Этап самооценки. Отличительным моментом в работе АОС является возможность самооценки степени подготовленности обучаемого к сдаче нормы по внеаудиторному чтению. Работа обучаемого начинается с выбора БОТ и определение истребованной оценки по четырехбалльной шкале для генерирования на его основе тестов по определению соответствия своего уровня знаний искомому. Тесты генерируются на основе банка ИСС, сформированного педагогом. Комплекс тестов включает в себя:

- тест на знание лексики;
- тест на знание грамматики;
- тест на знание устойчивых словосочетаний;
- тест на понимание смысла.

При прохождении каждого теста АОС сопоставляет ответы обучаемого с эталонами (правильными ответами), хранящимися в банке ИСС, и автоматически оценивает уровень его знаний по 100 бальной шкале. Итоговая самооценка по конкретной норме курса внеаудиторного чтения получается как сумма всех оценок каждого теста со своим весовым коэффициентом, сумма которых равна 1. В итоге обучаемый набирает итоговый рейтинг по той же 100 бальной шкале. Используя систему оценивания, настроенную педагогом, АОС пересчитывает набранные баллы в систему оценок по четырехбалльной шкале и выставляет итоговую оценку по оцениваемой норме курса внеаудиторного чтения.

Все действия обучаемых на этапах самоподготовки и самооценки сохраняются в банке ИСС и могут быть использованы педагогом при мониторинге и итоговой оценке качества знаний обучаемых.

Следует отметить, что фаза самооценки отличается от фазы итогового контроля только лишь тем, что по указанию педагога АОС генерирует любой тест по любому БОТ, или специальный комплексный тест для контроля, если данные мониторинга вызывают у педагога подозрения в нечистоплотности обучаемого на этапе самостоятельной работы (например, возможна подсказка более подготовленного обучаемого при индивидуальной самостоятельной работе обучаемого, что повлияло на высокие показатели качества оценки знаний).

Экспериментальные данные функционирования АОС «Арктур»

АОС «Арктур» написана в визуальной объектно-ориентированной среде разработки Delphi-5 [5]. Программа состоит из основного исполняемого файла Arctur.exe объемом 1.6 МБ, библиотеки TestNaw.dll объемом 314 КБ, а также файлов справочной системы InJaz.hlp и InJaz.cnt общим объемом 185 КБ. Справочная система программы позволяет неподготовленному пользователю самостоятельно разобраться с назначением программы и методами работы с ней. При формировании тестов и сборе информации для индивидуального и группового мониторинга успеваемости используется процессор баз данных BDE (Borland Database Engine), который устанавливается вместе с пакетом программных файлов. Использование BDE позволяет организовать работу программы в едином информационном пространстве ВУЗа.

Дистрибутив (установочная версия программы) занимает 5 дискет емкостью 1.44 МБ.

Системные требования для развертывания АОС «Арктур» имеют следующие ограничения :

- операционная система Windows 95/98/2000/NT;

- оперативная память — не менее 32 МБ;
- при установке требует свободное пространство диска — не менее 8 МБ.

Созданная опытная версия АОС «Арктур» прошла апробацию в дисплейном классе на кафедре иностранных языков Воронежского ВАИИ при организации учебного процесса преподавания немецкого языка на III курсе по внеаудиторному чтению и позволила установить следующее:

- подтвердила у обучаемых проявление высокой степени мотивации к разработанному учебному процессу;
- показала повышение индивидуального качества знания у обучаемых в среднем на 12-25%;
- возможность организации индивидуального обучения, в частности, по индивидуальным программам обучения;
- снижение уровня трудоемкости подготовки педагогом учебных материалов до 75%, сохранив за ним лишь творческую фазу на этом этапе организации учебного процесса;
- организовать по данным мониторинга оперативное управление как процессом индивидуального обучения, так и управлением учебного процесса в учебной группе, курса конкретной специальности.

В качестве примера в табл. 1 представлена таблица индивидуальных данных рейтинговой системы оценки качества знаний при полном итоговом тестировании АОС обучаемого, который самостоятельно работал с БОТ «Гипс» по строительной специальности. Здесь приведена полная статистика заданий и ответов по всем группам тестов. Дополнительным фактором дифференциации глубины и качества знаний является фиксация и использование временных интервалов, затрачиваемых обучаемым на выполнение каждого задания по тесту. Данная совокупность статистики позволяет строить поверхность оценки качества знаний.

Учет индивидуальных психомоторных характеристик персонально каждого обучаемого при каждом обращении с АОС осуществляется с помощью психомоторного теста. Его данные позволяют создать научно-обоснованную базу для сравнения итоговых результатов рейтинга обучаемого в рамках одной группы, курса, факультета. Так по данным индивидуального психомоторного теста осуществляется индивидуальный порог по времени для принятия правильного ответа по вопросу конкретного теста.

Таблица 1

Таблица индивидуальных данных рейтинговой системы оценки качества знаний при полном итоговом тестировании АОС «Арктур»

Результаты теста				
Обучаемый:	Даньшин ФА			
Текст:	Гипс			
Результаты теста грамматики				
Правило	Задано вс	Дано прав	Дано непл	
Prasens Passiv	5	4	1	
Prasens Activ	10	7	3	
Предложения с возвратными глаголами	2	2	0	
Предложения с глаголами с отделяемыми приставками	3	1	2	
Сложноподчинённые предложения	1	0	1	
Предложения со степенью сравнения имён прилагательных	2	0	2	
Предложения с Partizio II в роли определения	2	0	2	
	Ответы	Всего	Правильно	Неправильно
Итог теста грамматики:	25	14	11	1316 с
Знание словосочетаний:				0 с
Ответы на вопросы по тексту:	12	10	2	782 с
Категоричные ответы:	5	3	2	201 с
Лексика:	32	30	2	564 с
Набрано баллов:	76			2863 с
Психомоторный тест:				49 с
Оценка: 5				Ok

Автоматизированная обучающая система «Арктур»

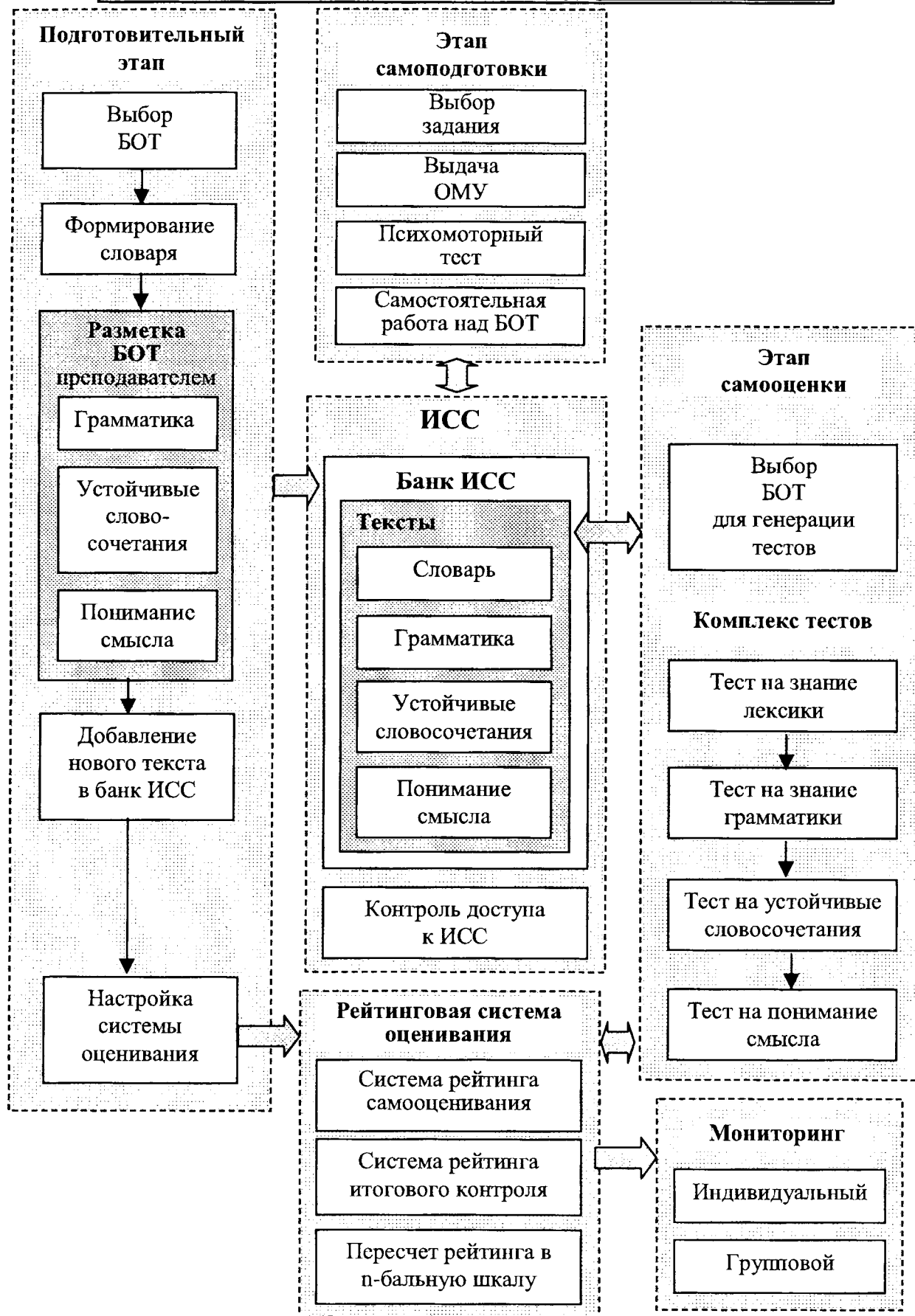


Рис. 1.

В рассматриваемом примере (табл.1) при пересчете данных рейтинга в четырехбалльную шкалу применена следующая система пороговых уровней:

Неудовлетворительно..... < 33 баллов,
Удовлетворительно..... < 50 баллов,
Хорошо..... < 75 баллов,
Отлично..... > 75 баллов.

Дальнейшая работа по совершенствованию АОС «Арктур» направлена на ее интеграцию в рамках единого информационного пространства с использованием технических возможностей локальной информационно-справочной сети института, реализуя технологическую схему «клиент-сервер».

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ус О.Н., Гладких В.В. Методика формирования активного словарного ядра у обучаемых при дифференцированном подходе к оценке уровня знаний учебной группы // Совершенствование наземного обеспечения авиации. Тезисы докладов. Всероссийская научная конференция (28-30 окт.1999г.). — Воронеж: ВВАИИ . — 1999. — С.346.
2. Ус О.Н., Гладких В.В., Кукарских Л.А. Математическое моделирование активного словарного ядра иностранного текста // Совершенствование наземного обеспечения авиации. Межвуз.сб. научно-методических трудов. Часть 3. — Воронеж: ВВАИИ . — 2000. — С.150-156.
3. Ус О.Н., Данышин Ф.А. Исследование математических моделей активного словарного ядра иностранного текста // Сб. научно-методических материалов. Вып.24. — Воронеж: ВВАИИ. — 2001. — С.162-165.
4. Положение о высших военно-учебных заведениях Министерства обороны Российской Федерации: Приказ министра обороны Российской Федерации. — 2000. — № 10.
5. Том Сван. Delphi-4. Библия разработчика. Киев, Москва, Санкт-Петербург: Изд.: Диалектика. — 1998. — 495 с.

К ВОПРОСУ О КОМПЛЕКСНОМ ПРЕПОДАВАНИИ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПК

Носов В.М.

Several aspects of complex teaching with applying PCs in the courses of theoretical mechanics, higher mathematics and computer science are discussed. Major parts of a computer textbook «PC programming of theoretical mechanic problems» are described.

Целью развиваемого автором направления является разработка и создание методического и программного обеспечения, учитывающего специфику вузовской тематики и направленного на практическую реализацию комплексного преподавания фундаментальных и общетехнических дисциплин на основе использования персональных компьютеров (ПК). При этом координирующую роль естественным образом выполняет курс теоретической механики.

Это обуславливается тем обстоятельством, что в курсе теоретической механики используются практически все основные разделы вычислительной математики:

- решение систем линейных алгебраических уравнений при определении реакций связей и усилий в стержнях;
- интегрирование при нахождении центра тяжести или замены распределенных сил в статике;
- численное и символьное дифференцирование в задачах кинематики;
- интегрирование дифференциальных уравнений в задачах динамики.

При этом в отличие от высшей математики, все задачи в теоретической механике носят не условный, а естественный характер, максимально приближенный к будущей инженерной деятельности, хотя при этом и используются предельные абстракции (материальная точка, абсолютно твердое тело и т.п.).

Поэтому применение ПК с использованием соответствующего программно-методического обеспечения [1] позволяет связать воедино в комплексном преподавании теоретическую механику, вычислительную математику и информатику. Это значительно повышает эффективность учебного процесса и на практике реализует теоретическое положение о координирующей роли курса теоретической механики в техническом вузе, высказанное более двадцати лет тому назад академиком Ишлинским А.Ю.

Реализации этой идеи с использованием ПК и посвящено учебное пособие [2]. По мысли заслуженного деятеля науки и техники РФ, д.т.н., профессора А.А. Яблонского, бывшего на протяжении последних восьми лет жизни для автора этих строк

мудрым учителем и строго-доброжелательным рецензентом (часть 2 в [1] и [2]), в нем также выполнено профилирование информатики (на примере алгоритмического языка Фортран) для нужд теоретической механики.

Поскольку пособие [2] является также самоучителем практической работы на ПК и справочником для решения основных вычислительных задач, то оно также может быть использовано при организации учебного процесса с применением ПК любой общетехнической и фундаментальной кафедрой. В нем на примерах теоретической механики рассматривается решение на ПК основных вычислительных задач.

Его отличительной особенностью является пользовательский деятельностный подход одновременно с синтетичностью изложения.

Впервые в одной книге собрано все, что нужно для практической осознанной работы с пособием на ПК:

- его общее описание;
- необходимые сведения по операционной системе DOS и оболочке Norton Commander;
- работа в Windows;
- основы алгоритмического языка Фортран;
- более 600 вариантов программ из основных блоков и дополнений;
- использование современных пакетов подпрограмм;
- конкретные практические сеансы работы на ПК.

Все это гарантирует самостоятельное практическое освоение навыков реальной работы на ПК при решении основных вычислительных задач.

В пособии осуществлен разно уровневый подход при изложении материала, что дает возможность пользователю самому выбирать форму общения с ПК от использования готовых программ, до их самостоятельного составления из приведенных блоков.

Для реализации поставленной задачи для самого низкого уровня разработан пакет универсальных и специализированных программ по всем разделам курса теоретической механики. Поэтому оно является необходимым дополнением к широко используемому в ВУЗах сборнику под ред. А.А.Яблонского, из которого взяты все типовые примеры.

Универсальные программы по статике STAT и STATN (последняя учитывает разреженный характер возникающих матриц) пригодны для задач с любым количеством уравнений равновесия и в любом количестве вариантов решения одновременно (что важно для исследования изменения реакций при вариации условий задачи). Они требуют только подготовки исходных данных.

Специализированные программы по кинематике KINMP и DKINMP предназначены для определения кинематических характеристик при изучении разделов «Кинематика точки» и «Сложное дви-

жение точки», а программы K9MP и DK9MP для определения угловых скоростей и угловых ускорений звеньев механизма манипулятора по заданному движению рабочей точки. Они требуют подготовки исходных данных и соответственно одной или двух подпрограмм.

Специализированные программы по динамике DINSP и DDINSP предназначены для решения конкретных заданий из сборника А.А.Яблонского по численному интегрированию дифференциальных уравнений движения материальной точки и механической системы, а универсальные IDUSP и DIDUSP для численного интегрирования разными методами любых систем дифференциальных уравнений, возникающих в задачах динамики.

Специализированные программы по кинематике и динамике содержат правильные решения всех вариантов заданий из сборника А.А.Яблонского и выполняют проверку их решения студентом, освобождая преподавателя от механической работы по проверке задания.

Для удобства пользования пособие содержит минимально необходимые сведения для практической работы на ПК. Такой пользовательский или деятельностный подход одновременно с синтетичностью изложения материала обеспечивает возможность в течение 2-3-х недель без предварительной компьютерной подготовки неопытному пользователю освоить работу со всем приведенным пакетом универсальных и специализированных программ.

Для осуществления возможности комплексного преподавания в пособии приведено кроме основного набора программ, последовательно возрастающих по степени трудности (10 по статике, 14 по кинематике и 14 по динамике), еще большое количество блоков-дополнений (11 по статике, 17 по кинематике и 16 по динамике), которые можно применять практически ко всем описанным программам.

Это не только составляет набор из более чем 100 отличающихся друг от друга программ по статике, 250 по кинематике и 250 по динамике, которые может самостоятельно составить студент из приведенных блоков, но также разбивает материал на ряд ступеней по возрастающей степени сложности и организует возможность самостоятельной их проверки на ПК.

Для удобства пользования пособием оно содержит необходимые сведения по Фортрану и для практической работы на ПК.

Книга впервые построена на принципах пользовательского деятельностного подхода:

- собрана квинтэссенция необходимого для практической работы на ПК;
- дан метод самостоятельного блочного составления программ;
- приведен набор блоков-дополнений для конструирования более 600 вариантов проверенных и апробированных на практике программ;

в отдельной главе собраны необходимые сведения для компиляции (трансляции) и редактированию фортран-программ на ПК, а также приведены примеры универсальных командных файлов. Последнее обстоятельство дает возможность организовать комплексное обучение практическому применению численно-аналитических методов на ПК при использовании систем аналитических вычислений и систем компьютерной математики.

Пособие написано в современном стиле. Оно исполняет роль конструктора профессиональных программ. Их может легко собрать из готовых блоков непрофессионал. Применение блочного подхода позволяет при работе с пособием избежать логических ошибок при составлении программ или использовании дополнений.

Студент с помощью нечетных частей этой книги будет без труда конструировать профессиональные программы для решения систем линейных алгебраических уравнений, численного дифференцирования, интегрирования дифференциальных уравнений и их систем при изучении различных дисциплин. Поэтому оно предназначено для учебного процесса любого технического вуза.

Однако особенно эффективно его использование в курсе теоретической механики, где оно является необходимым дополнением к широко используемому в вузах сборнику заданий для курсовых работ под ред. А.А.Яблонского (вышедшему в 4-х изданиях тиражом более 1 млн. экз.).

Специализированные программы из его четных частей содержат правильные решения этих заданий, изданные ранее автором для преподавателей [3]. Они выполняют их проверку, определяют процент ошибки и проводят при неправильном решении соответствующую воспитательную работу, облегчая труд преподавателя и работу на ПК студенту.

Все вышеперечисленное организует полностью автономную работу студента на ПК, при которой роль преподавателя выполняет книга, заменяющая собой автора, вместе с программным обеспечением.

Для организации вариантов автономной работы студентов на ПК автором также на основе пособия [2] создан электронный учебник [4], размещенный вместе со всем пакетом универсальных и специализированных программ в локальной сети научной библиотеки БНТУ и доступный для любого ее пользователя.

Реализация такой пользовательского или деятельностного подхода одновременно с синтетичностью изложения обеспечивает комплексное преподавание теоретической механики, вычислительной математики и информатики, что значительно повышает эффективность учебного процесса. Если при этом кафедрой информатики читается курс с примерами из этого пособия, то это резко облегчит их применение в теоретической механике для выполнения курсовых или расчетно-графических работ.

В заключение автор, бывший почти 15-ти лет ответственным за использование ЭВМ в учебном процессе на кафедре теоретической механики БПИ-БГПА, считает себя обязанным выполнить приятный долг. Отметить основные работы по этому направлению своих коллег, по разным причинам уже не работающих на кафедре, оказавших на него большое влияние и сотрудничество с которыми он всегда вспоминает с большой теплотой и благодарностью:

· доцента Имашеву Н.П., которая не только была пионером комплексного преподавания на кафедре теоретической механики и автором 15-ти методических пособий по этому направлению, но и стояла вместе с доцентом Апановичем В.Н. [5, 8] у истоков использования ЭВМ на кафедре [5];

· профессора Ершова Г.Ф. и доцента Гецевича Э.Г., преодолевших многочисленные препятствия и реализовавших идею курсовой работы с применением ЭВМ [6], которая длительное время выполнялась всеми студентами строительных специальностей;

· профессора Левина М.А., который после защиты докторской диссертации много занимался практическими вопросами применения ЭВМ в учебном процессе [7], а также представлением теоретических положений механики в формализованной и удобной для применения ЭВМ форме;

· ст. преподавателя Подгайского Ф.И. и ст. инженера Ковеню А.С., инициативно и самоотверженно работавших на нелегком в то время направлении использования ЭВМ в учебном процессе [8].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Носов В.М. Выполнение заданий для курсовых работ по теоретической механике с применением ЭВМ: Метод. пособие по комплексному преподаванию теор. механики, выч. математики и программирования. В 6-ти частях. — Мн.: БГПА, 1989-1993. — 43 п.л.
2. Носов В.М. Программирование на персональных ЭВМ задач теоретической механики. — Мн.: УП «Технопринт», 1997. — 386 с.
3. Носов В.М. Методические указания к выполнению индивидуальных заданий по курсу теоретической механики. В 4-х частях. — Мн.: БПИ, 1984 – 1985. — 43 п.л.
4. Носов В.М. Программирование на персональных ЭВМ задач теоретической механики: Электронный учебник. — Мн.: Электронное издание: регистрационное свидетельство в Государственном реестре информационных ресурсов РБ № 1180300285, 2004.
5. Применение ЭВМ для решения задач по теоретической механике: Метод. пособие по комплекс. преподаванию теор. механики, высшей математики и вычислительной математики. / [Н.П.Имашева, Н.И.Горбач, В.Н.Апанович]. — Мн.: РИО БПИ, 1989. — 74 с.

6. Расчет элементов статически определимых конструкций с применением ЭВМ: Учебно-метод. пособие к курсовой работе по теоретической механике для студентов спец. Т.19.01-«Промышленное и гражданское строительство» / [Э.Г.Гецевич, Г.Ф.Ершов, В.М.Носов, И.А.Тавгень; // Под ред. А.В.Чигарева]. - Мн.:БГПА,1996.-175 с.
7. Решение задач и выполнение индивидуальных заданий по разделам «Статика» и «Кинематика» курса теоретической механики: Метод. пособие по комплекс. преподаванию теор. механики, вычислит. мат. и программирования / [В.М. Носов, М.А.Левин]. - Мн.: БГПА, 1992. - 44 с.
8. Выполнение заданий для курсовых работ по теоретической механике с применением ЭВМ типа ДВК: Метод. пособие по комплекс. преподаванию теор. механики, вычислит. мат. и программирования / [В.М. Носов, Ф.И. Подгайский, А.С. Ковеня, В.Н.Апанович, И.А.Тавгень; // Под общей ред. В.М. Носова]. - Мн.: БГПА, 1992. - 80 с.

КОМПЛЕКСНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НА ПК АНАЛИТИЧЕСКИХ И ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Носов В.М.

Problems and possibilities of information technologies in teaching theoretical mechanics are described. Major parts of computer textbooks «ACS Reduce applications in theoretical mechanics» and «PC application of numerical and analytical methods in the course of theoretical mechanics» are described.

Бурное развитие вычислительной математики и ее программной реализации на персональных компьютерах (ПК) привели к созданию принципиально новых систем компьютерной математики (СКМ) и аналитических вычислений (САВ).

До настоящего времени компьютеры помогали в решении математических задач лишь привилегированной научной и инженерной элите, занятой сложными и трудоемкими расчетами. Для их проведения пользователю не только нужно было освоить работу на самом компьютере, что остается необходимой задачей и в настоящее время. Он должен был математически и алгоритмически правильно поставить задачу, изучить использование довольно сложных численных методов, освоить хотя бы один язык программирования, составить программы расчетов, провести весьма трудоемкую и ответственную их отладку и тестирование.

Первым открытием стали системы REDUCE и DERIVE. Они резко уменьшили затраты времени на их освоение и программирование, а также взяли на себя груз алгебраических преобразований огромной сложности. В отличие от языков программирования высокого уровня, таких как Фортран, Си или Паскаль, системы REDUCE и DERIVE могут решать большое количество математических задач путем введения команд, без всякого предварительного программирования. С их помощью на персональных компьютерах в настоящее время легко реализовывается интегрирование и дифференцирование символьных выражений, перестановки и перегруппировки членов, приведение по-

добных членов, подстановки в выражения с последующим их преобразованием.

Следует отметить простоту системы REDUCE и фантастические возможности работы с матрицами, что использовано в пособиях [1]–[2] как на примерах задач кинематики, так и при решении систем линейных алгебраических уравнений задач статики. Легкость получения нужных функциональных зависимостей в аналитической форме, никак не определяемых ранее, просто поражает. Для перехода от обычного численного определения реакций связей к получению аналитических зависимостей влияния на них различных факторов (вариации нагрузки, геометрических параметров задачи и т.п.) нужно просто не задавать их значения, записать величины нагрузок и тригонометрические функции углов в символьном виде (силы P , F , $\cos\varphi$ и т.п.).

Отметим, что для их определения ранее ([3]–[4]) нужно было выполнить численное исследование с трудоемкой подготовкой варьируемых данных в численном виде для каждого рассматриваемого положения, а затем мучиться над обработкой большого массива численных результатов.

Эта особенность REDUCE позволяет проводить исследование, достойное ранее курсовой работы, над любой задачей статики или кинематики, причем его трудоемкость для студента при этом практически не возрастает.

Система DERIVE более интегрирована, обладает дружелюбным интерфейсом и большими графическими возможностями.

Системы REDUCE и DERIVE отличаются тем, что удачно сочетают возможности проведения численных и символьных вычислений с простотой и не слишком высокими требованиями к используемой технике. Это делает их незаменимыми для использования в вузах, техникумах и школах, компьютерный парк которых в основном морально устарел.

В последнее время разработана версия REDUCE 3.6 под Windows. Однако вследствие своей чрезвычайной редкости из-за строго лицензионного распространения, в учебных пособиях [1]–[2] рассмотрены широко распространенные версии 3.3–3.5 под MS DOS, реализуемые на *любой* IBM-совместимых ПК (см. часть 1).

Под Windows существует достаточное количество современных СКМ, распространяемых на дешевых CD-дисках и использующих аппаратные возможности современных ПК: DERIVE 4-5, MathCad 2002, MAPLE 8, MatLab 6, Mathematica 5.

Из них в пособии [2] рассмотрены (из-за ограниченности его объема) основные аспекты использования простой и удобной системы DERIVE версий 4.01–4.11 при изучении раздела «Динамика» курса теоретической механики.

Такое совместное рассмотрение версий REDUCE 3.3–3.5 под MS DOS и DERIVE 4.01–4.11 под Windows существенно повышает их достоинства и обеспечивает следующие преимущества:

- создание плавного перехода при практическом изучении современных СКМ;
- удобство работы и простота в освоении.

Хотя и «нельзя объять необъятное», но при общении с такой информационной системой, как ПК и созданное для него огромное программное обеспечение, поневоле в какой-то форме приходится это делать. Поэтому автор старался вложить в книгу [2] свой опыт и все нужное для практической работы на ПК самых разнообразных групп пользователей, реализуя развиваемый им принцип *многовекторной литературы*, чтобы каждый нашел в ней для себя нужное:

- для студентов вузов она явится учебным пособием в полном объеме своих четырех частей, в котором они получают ключ к быстрому решению практически всех вычислительных задач учебных дисциплин;

- любой желающий научиться работать на ПК (от школьника до домохозяйки) во второй и третьей частях найдет простую и понятную квинтэссенцию необходимого для удобной работы на ПК;

- учащиеся техникумов, колледжей и общеобразовательных школ после повторения примеров первой и десятой глав («Быстрый старт»), приобретут удобных математических помощников REDUCE и DERIVE для своей учебной работы;

- преподаватель сделает свой предмет творческим, вызвав интерес у студентов или школьников;

- аспирант, инженер или ученый избавится от рутинной работы, повысив свой творческий потен-

циал, а также сделает более удобной и эффективной свою работу на ПК, как это помогло сделать и автору этой книги в процессе ее написания.

Разработанные современные СКМ отражают достижения происходящей в настоящее время в мире информационной революции, на несколько порядков увеличивая интеллектуальные возможности любого человека. При их постепенном освоении возникает ощущение, что ваши способности к точным наукам многократно возрастают. Поэтому использование СКМ способно совершить революцию в образовании и значительно повысить эффективность учебного процесса.

В курсе теоретической механики, как указывалось ранее, используются практически все основные разделы *вычислительной математики*:

- решение систем линейных алгебраических уравнений при определении реакций;
- интегрирование при нахождении центра тяжести или замены распределенных сил в статике;
- численное дифференцирование в задачах кинематики;
- интегрирование дифференциальных уравнений в задачах динамики.

Поэтому пособия [1]–[2] можно рассматривать и как практикум по использованию СКМ, и они также могут быть использованы при выполнении расчетов в учебном процессе любой общетехнической и фундаментальной кафедры. С этой точки зрения все приводимые примеры носят обычный искусственный характер типовых задач вычислительной математики.

При изучении курса теоретической механики с применением ПК пособия [1]–[2] непосредственно встраиваются в учебный процесс, так как являются необходимым дополнением к широко используемому в вузах и имеющемуся в их библиотеках сборнику заданий для курсовых работ [5], вышедшему в четырех изданиях тиражом свыше 1 млн. экземпляров. Из него взяты все типовые примеры рассматриваемых задач.

Пособия [1]–[2] являются дальнейшим развитием книги В.М.Носова [3], где весь материал рассмотрен для использования численных методов расчета на ПК для тех же типовых примеров. Это дает возможность организовать комплексное применение численно-аналитических методов на ПК, что представляется важным с практической и дидактической точек зрения.

Реализация этой возможности осуществима потому, что с помощью СКМ и САВ решение задач на ПК может быть получено как в численном виде, так и аналитически, то есть в виде формул, состоящих из математических символов. Одновременно с этим СКМ могут выполнить генерацию программы и представить результаты аналитического решения в синтаксисе, например, Фортрана, использующего обычные численные методы.

Покажем с применением CAB REDUCE один из вариантов комплексного использования на ПК аналитических и численных методов в курсе теоретической механики на типовом примере сложного движения точки (К-7 [5, с. 99–106]), полностью приведенный в работе [6].

Дальнейшая программная реализация символьного решения поставленной задачи на ПК приведена ниже:

COMMENT: Составление уравнений движения при сложном движении точки и определение ее скорости и ускорения для типового примера $\hat{E}-10$ [1, п. 137, 141–143] Составление уравнений движения при сложном движении точки и определение ее скорости и ускорения для типового примера:

```

OUT <\KIN\PR3-2.LIS>;          10
ON FORT;                        15
CLEAR T1;                       20
SR:=16-8*COS(3*PI*T1);         23
FIE:=0.9*T1**2-9*T1**3;        24
X:=- (SR/2)*SIN(FIE);          25
Y:=(SR/2)*COS(FIE);            27
Z:=SR*COS(PI/6);               29
VX:=DF(X,T1);                  30
VY:=DF(Y,T1);                  32
VZ:=DF(Z,T1);                  34
V:=SQRT(VX*VX+VY*VY+VZ*VZ);   40
AX:=DF(VX,T1);                 50
AY:=DF(VY,T1);                 52
AZ:=DF(VZ,T1);                 54
A:=SQRT(AX*AX+AY*AY+AZ*AZ);   60
SHUT <\KIN\PR3-2.LIS>;        90
OFF FORT;                       95
END;                             99

```

Отметим, что команда 15 поднимает, а команда 90 опускает флаг FORT, устанавливающий задачу результатов в форме, совместимой с Фортраном. Это сделано как для удобства представления предполагаемых сложных и длинных ре-

зультатов расчета, так и для показа возможности проведения дальнейших трудоемких вычислений с использованием фортран-программ. Ограничимся с целью экономии места дополнением для представления в синтаксисе Фортрана только скорости точки V, которое получим без использования вспомогательных переменных, задав соответствующим образом значение CARDNO*. Для этого в программу нужно добавить следующий фрагмент:

```

CARDNO!*:=34$          41
OUT <\PR\D3-2.FOR>;   42
WRITE <PI=3.141592654>$ 43
WRITE <T1=2./9.>$     44
V;                    45
WRITE <PRINT 20, ANS>$ 46
WRITE <20FORMAT(5X, ñêîðîñðü V = <,
G12.5)>$              47
WRITE <STOP>$         48
WRITE <END>$          49
SHUT <\PR\D3-2.FOR>$ 49à
OUT <\KIN\PR3-2.LIS>; 49á

```

Оператор 41 задает значение внутренней редьюсовской переменной CARDNO*, которая определяет количество строк продолжения для записи одного выражения. Оно предварительно подобрано таким образом, чтобы вызвать печать значения для скорости V без использования вспомогательных переменных.

После запуска на выполнение файла с дополнением операторов 41-49б, в файле D3-2.FOR будет находиться исходный текст программы на Фортране для численного определения скорости V по полученным в REDUCE выражениям, приведенный ниже:

```

PI=3.141592654
T1=2./9.
ANS=(12.*SQRT(2025.*COS((90.*T1**39.*T1**2)
./10.))**2*
COS(3.*PI*T1)**2*T1**4-270.*
COS((90.*T1**3-9.*T1**2)10.))**2*

```

```

.COS(3.*PI*T1)**2*T1**3+9.*COS((90.*T1**3-
9.*
.T1**2)10.)**2*COS(3.*PI*T1)**2*T1
**2-8100.*
.COS((90.*T1**3-9.*T1**2)10.)**2
*COS(3.*PI*T1)*
.T1**4+1080.*COS((90.*T1**3-9.*T1
**2)/10.)**2*
.COS(3.*PI*T1)*T1**3-36.*COS((90.
*T1**3-9.*T1
.**2)10.)**2*COS(3.*PI*T1)*T1**2+25.
*COS((90.*
.T1**3-9.*T1**2)/
10.)**2*SIN(3.*PI*T1)**2*PI**2+
.8100.*COS((90.*T1**3-9.*T1**2)/
10.)**2*T1**4-
.1080.*COS((90.*T1**3-9.*T1**2)/
10.)**2*T1**3+.36.*COS((90.*T1**3-
9.*T1**2)/10.)**2*T1**2+
.2025.*COS(3.*PI*T1)**2*SIN((90.*T1**3-
9.*T1**2)
.10.)**2*T1**4270.*COS(3.*PI*T1)*
**2*SIN((90.*
.T1**3-9.*T1**2)10.)**2*T1**3+9.*
COS(3.*PI*T1)
.**2*SIN((90.*T1**3-9.*T1**2)10.)
**2*T1**2-
.8100.*COS(3.*PI*T1)*SIN((90.*T1*
*3-9.*T1**2)/
.10.)**2*T1**4+1080.*COS(3.*PI*T1)*
SIN((90.*T1**
.3-9.*T1**2)/10.)**2*T1**336.*COS
(3.*PI*T1)*SIN
.((90.*T1**3-9.*T1**2)10.)**2*T1
**2+25.*SIN((
.90.*T1**39.*T1**2)10.)**2*SIN(3.
*PI*T1)**2*
.PI**2+8100.*SIN((90.*T1**39.*T1*
*2)/10.)**2*
.T1**4-1080.*SIN((90.*T1**39.*T1*
*2)/10.)**2*
.T1**3+36.*SIN((90.*T1**3-9.*T1*
*2)/10.)**2*
.T1**2+75.*SIN(3.*PI*T1)**2*PI*
*2))/5. (1)
20 FORMAT(5X,'.....3 V =«,G12.5)
PRINT 20, ANS
STOP
END

```

Далее программа обычным образом транслируется и запускается на выполнение [1, с. 140-145]. После чего в том же текущем подкаталоге PR корневого каталога диска С будет находиться файл D3-2.LIS, в котором будут находиться результаты работы фортран-программы, приведенные ниже:

..... V = 65.960

Сравнив их с полученными ранее на REDUCE результатами для скорости точки [1, с. 149], убеждаемся в правильности решения. После чего строим по соотношениям (1) на ПК с использованием системы DERIVE графики, представленные на рис. 1.

Так совместное использование систем символьной математики REDUCE и DERIVE совместно с алгоритмическим языком высокого уровня Фортран существенно повышает их достоинства. Программы для последнего уже не пишутся пользователем, а генерируются САВ или СКМ.

Пособия [1]-[2] не ставят своей целью охватить всю информацию по структуре и средствам описываемой САВ REDUCE. Они пытаются озна-

комить читателя с ее наиболее мощными и удобными возможностями, а также на конкретных примерах научить эффективно применять их в своей работе. Все это делает пособия [3]–[4] самоучителем работы на ПК для решения основных вычислительных задач с использованием СКМ.

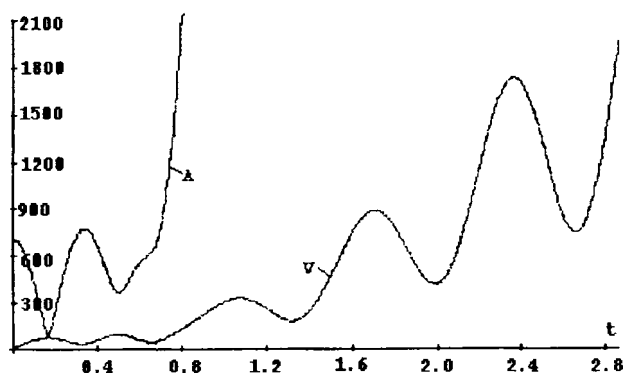


Рис. 1. Зависимости скорости V (м/с) и полного ускорения A (м/с²) от времени t (с) при сложном движении материальной точки для типового примера задания К-10

Все сведения представлены с применением пользовательского или деятельностного подхода, что необходимо для практической работы на ПК. Такой подход одновременно с синтетичностью изложения материала, когда все необходимое для работы на ПК находится в одной книге, обеспечивает возможность неопытному пользователю без предварительной компьютерной подготовки в течение короткого времени освоить работу в нужном объеме с описываемой системой СКМ.

Пособия [3]–[4] удобно использовать также для самообразования, ибо они создавались так, что полностью заменяют собой автора и обеспечивают автономную работу практически любого пользователя на ПК.

Для организации вариантов автономной работы студентов на ПК автором также на основе пособий [3]–[4] созданы электронные учебники [7]–[8]. Они размещены вместе с используемой САВ REDUCE в локальной сети научной библиотеки БНТУ и доступны для любого ее пользователя.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Носов В.М. Практическое использование САВ REDUCE (на примерах теор. механики): Учеб. пособие. // Под общей редакцией доктора физ.-мат. наук, профессора В.И.Стражева. – Мн.: УП «Технопринт», 2000. – 192 с.

2. Носов В.М. Практическое использование на персональном компьютере численных и аналитических методов в курсе теоретической механики: Учеб. пособие. // Под общей редакцией доктора физ.-мат. наук, профессора В.И.Стражева. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. – 376 с.
3. Носов В.М. Программирование на персональных ЭВМ задач теоретической механики. – Мн.: УП «Технопринт», 1997. — 386 с.
4. Гецевич Э.Г., Ершов Г.Ф., Носов В.М., Тавгень И.А. Расчет элементов статически определимых конструкций с применением ЭВМ: Учебно-метод. пособие к курсовой работе по теоретической механике для студентов спец. Т.19.01 — «Промышленное и гражданское строительство» /Под ред. А.В.Чигарева. — Мн.: БГПА, 1996. — 175 с.
5. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для техн. вузов/ [Яблонский А.А., Норейко С.С., Вольфсон С.А. и др.; Под ред. А.А. Яблонского]. – 4-е изд. – М.: Высш. шк., 1985. – 367 с.
6. Носов В.М., Чубанов С.С. К вопросу о комплексном использовании на ПК аналитических и численных методов в курсе теоретической механики (на примере сложного движения точки). Машиностроение: Сб. научн. трудов. Вып. 19. Под ред. И.П.Филонова. – Мн.: УП «Технопринт», 2003. – с. 707–712.
7. Носов В.М. Практическое использование САВ REDUCE (на примерах теор. механики): Электронный учебник. // Под общей редакцией доктора физ.-мат. наук, профессора В.И.Стражева. – Мн.: Электронное издание: регистрационное свидетельство в Государственном реестре информационных ресурсов РБ № 1180300281, 2004.
8. Носов В.М. Практическое использование на персональном компьютере численных и аналитических методов в курсе теоретической механики: Электронный учебник. // Под общей редакцией доктора физ.-мат. наук, профессора В.И.Стражева. – Мн.: Электронное издание: регистрационное свидетельство в Государственном реестре информационных ресурсов РБ № 1180300283, 2004.

К ВОПРОСУ О КОМПЛЕКСНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НА ПК СИСТЕМ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ (САВ) И СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ (СКМ) В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ (НА ПРИМЕРЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ)

Носов В.М.

Several aspects of complex teaching with applying PCs in the courses of theoretical mechanics, higher mathematics and computer science are discussed. Major parts of a computer textbook «Derive. Word. Practical work on PC (as used in theoretical mechanics and mathematics)» are described.

Бурное развитие вычислительной математики и ее программной реализации на персональных компьютерах (ПК) привели к созданию принципиально новых универсальных САВ и СКМ, лучшими из которых стали REDUCE, DERIVE, MathCad, Maple, MatLab и Mathematica. Они снимают с инженера весьма трудоемкие задачи составления алгоритмов и программ расчетов, их отладку и тестирование.

Система DERIVE [1] является универсальной математической системой, ориентированной на решение весьма широкого круга математических и научно-технических задач. В тоже время она прекрасно интегрирована, обладает более дружелюбным интерфейсом и большими графическими возможностями. Ее недаром называют «жемчужиной символической математики» [2, с. 11].

Системы DERIVE [1]–[2] и REDUCE [3] отличаются тем, что удачно сочетают возможности проведения численных и символьных вычислений с простотой и не слишком высокими требованиями к используемой технике, хотя могут применяться и на самых современных компьютерах.

Это делает их незаменимыми для использования в ВУЗах, компьютерный парк которых в основном морально устарел, так как позволяет в десятки раз интенсифицировать применение имеющейся компьютерной техники. В любом вузе на любых имеющихся ПК можно вырабатывать навыки современного компьютерного мышления при решении задач с использованием универсальных САВ и СКМ. Эти навыки современного компьютерного мышления, начинаемые вырабатываться в курсе теоретической механики, изучаемой студентами на младших курсах, будут закреплены при комплексном преподавании фундаментальных и общетехнических дисциплин на основе использования ПК. Это также подготовит на старших курсах реальную возможность освоения студентами специализированных пакетов прикладных программ.

При этом любая задача превращается в исследование соответствующего вопроса, а вместо получаемых в результате чисел студент уже должен оперировать получающимися функциями и графиками зависимостей от варьируемых параметров. Получаемые ранее конкретные числовые значения выполняют теперь только проверочную роль при одном определенном значении варьируемых параметров.

Покажем комплексное использование универсальных САВ REDUCE [3] и СКМ DERIVE [1] на типовом примере задачи статики (С-1, [4, с. 5-12]).

Исходная расчетная схема для определения усилий в стержнях плоской шарнирно-стержневой конструкции [4, с. 5-12] приведена на рис. 1а. Для удобства исследования вариации силовых и геометрических факторов представим ее сразу в общей постановке (рис. 1б), для чего:

- силу Р покажем в произвольном положении, повернув от горизонтального положения на рис. 1а, которое будем считать начальным, против часовой стрелки на небольшой угол γ ;

- изменим положение ее левой шарнирно-неподвижной опоры в точке А, с которой связан промежуточный элемент в виде 8-го стержня, повернув его против часовой стрелки на небольшой угол φ , отсчитываемый от вертикальной оси (начального положения) против часовой стрелки (рис. 1б). Точка А при этом вместе с 8-м стержнем будет как бы совершать вращение вокруг точки D, а угол φ изменяться от 0 до 2π радиан.

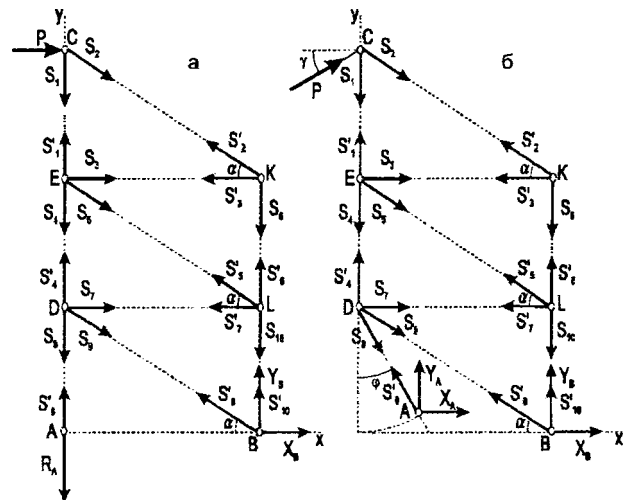


Рис.1. Расчетная схема плоской фермы: а — исходное положение; б — вариации направления силы Р и положения шарнирно-неподвижной опоры в точке А

Для произвольного положения плоской фермы (рис. 1б) составим по два уравнения равновесия для сил, сходящихся соответственно в узлах С, К, Е, L, D, А и В, что в результате будет иметь следующий вид:

Узел С:	$\sum X_i = 0;$	1. $P \cdot \cos \gamma + S_2 \cdot \cos \alpha = 0;$
	$\sum Y_i = 0;$	2. $P \cdot \sin \gamma - S_1 - S_2 \cdot \sin \alpha = 0;$
Узел К:	$\sum X_i = 0;$	3. $-S_2' \cdot \cos \alpha - S_3' = 0;$
	$\sum Y_i = 0;$	4. $S_2' \cdot \sin \alpha - S_6 = 0;$
Узел Е:	$\sum X_i = 0;$	5. $S_3 + S_5 \cdot \cos \alpha = 0;$

	$\sum Y_i = 0;$	6. $S_4' - S_4 - S_5 * \sin \alpha = 0;$	CA:=COS(ALFA):= SQRT(3)/2;	24
Узел L:	$\sum X_i = 0;$	7. $-S_5' * \cos \alpha - S_7' = 0; (1)$	SIN(GAMMA):=0; COS(GAMMA):=1;	25
	$\sum Y_i = 0;$	8. $S_5' * \sin \alpha + S_6' - S_{10} = 0;$	SIN(FI):=0; COS(FI):=1;	27
Узел D:	$\sum X_i = 0;$	9. $S_7' + S_9 * \cos \alpha + S_8 * \sin \varphi = 0;$	P:=11;	29
	$\sum Y_i = 0;$	10. $S_4' - S_8 * \cos \varphi - S_9 * \sin \alpha = 0;$	MATRIX A(N,N), B(N,1), X(N,1);	30
Узел A:	$\sum X_i = 0;$	11. $X \alpha - S_8' * \sin \varphi = 0;$	A(1,2):=CA; A(2,1):=-1; A(2,2):=-SA;	
	$\sum Y_i = 0;$	12. $Y \alpha + S_8' * \cos \varphi = 0;$	A(3,2):=-CA;	35
Узел B:	$\sum X_i = 0;$	13. $-S_9' * \cos \alpha + Xb = 0;$	A(3,3):=-1; A(4,2):=SA; A(4,6):=-1;	
	$\sum Y_i = 0;$	14. $S_9' * \sin \alpha + S_{10}' + Yb = 0.$	A(5,3):=1;	37

На рис. 1 уже учтена разность направлений штрихованных и нештрихованных реакций связей для каждого стержня. Поэтому им можно присвоить один идентификатор: $S_i = S_i' = X_i$, вследствие чего соответствие идентификаторов для формализации системы уравнений (1) будет иметь вид:

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6		
(2)	$S_1 = S_1'$	$S_2 = S_2'$	$S_3 = S_3'$	$S_4 = S_4'$	$S_5 = S_5'$	$S_6 = S_6'$		
	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}
	$S_7 = S_7'$	$S_8 = S_8'$	$S_9 = S_9'$	$S_{10} = S_{10}'$	Xa	Xb	Yb	Ya

Для удобства составления программ заменим также используемые греческие буквы для обозначения углов α , γ и φ их идентификаторами, записанными в лагинской транскрипции: $\alpha = ALFA$, $\gamma = GAMMA$, $\varphi = FI$.

Перенесем свободные члены, не содержащие неизвестных, в правые части уравнений (1), которые с учетом соответствия идентификаторов (2) теперь примут следующий формализованный вид (3):

1. $X_2 * \cos(ALFA) = -P * \cos(GAMMA)$
2. $-X_1 - X_2 * \sin(ALFA) = -P * \sin(GAMMA)$
3. $-X_2 * \cos(ALFA) - X_3 = 0$
4. $X_2 * \sin(ALFA) - X_6 = 0$
5. $X_3 + X_5 * \cos(ALFA) = 0$
6. $X_1 - X_4 - X_5 * \sin(ALFA) = 0$
7. $-X_5 * \cos(ALFA) - X_7 = 0$ (3)
8. $X_5 * \sin(ALFA) + X_6 - X_{10} = 0$
9. $X_7 + X_9 * \cos \alpha + X_8 * \sin \varphi = 0;$
10. $X_4 - X_8 * \cos \varphi - X_9 * \sin \alpha = 0;$
11. $X_{11} - X_8 * \sin \varphi = 0;$
12. $X_{14} + X_8 * \cos \varphi = 0;$
13. $-X_9 * \cos(ALFA) + X_{12} = 0$
14. $X_9 * \sin(ALFA) + X_{10} + X_{13} = 0$

Для удобства пользования уравнения пронумерованы сверху вниз, начиная с 1, где номером без скобок обозначается порядковый номер строки. Теперь система уравнений (3) приобрела явный вид системы линейных алгебраических уравнений $A \cdot X = B$. В ней выписаны в символьной форме только отличные от нуля элементы, которые и вводятся в программе 1:

```
COMMENT ПРОГРАММА 1;
OUT «C1\PR1.LIS»;      10
ON NERO;                15
N:=13;                  20
SA:=SIN(ALFA):=1/2;    22
```

```
CA:=COS(ALFA):= SQRT(3)/2;      24
SIN(GAMMA):=0; COS(GAMMA):=1;  25
SIN(FI):=0; COS(FI):=1;        27
P:=11;                           29
MATRIX A(N,N), B(N,1), X(N,1);  30
A(1,2):=CA; A(2,1):=-1; A(2,2):=-SA;
A(3,2):=-CA;                       35
A(3,3):=-1; A(4,2):=SA; A(4,6):=-1;
A(5,3):=1;                           37
A(5,5):=CA; A(6,1):=1; A(6,4):=-1;
A(6,5):=-SA;                          40
A(7,5):=-CA; A(7,7):=-1; A(8,5):=SA;
A(8,6):=1;                              42
A(8,10):=-1; A(9,7):=1; A(9,9):=CA;
A(10,4):=1;                              45
A(10,8):=-COS(FI); A(10,9):=-SA;
A(11,8):=-SIN(FI);                      47
A(11,11):=1; A(13,9):=-CA; A(13,12):=1;  48
A(14,9):=SA; A(14,10)= 1; A(14,13):=1;  50
A(9,8):=SIN(FI); A(12,8):=COS(FI);
A(12,14):=1;                              52
B(1,1):=-P*COS(GAMMA);
B(2,1):=-P*SIN(GAMMA);                  55
OFF NERO; 80
X:=A**(-1)*B;                             85
SHUT «C1\PR1.LIS»;                         95
;END;                                        99
```

Результаты работы программы 1 совпадают с приведенным в [4, с. 12] численным решением типового примера задания С-1 и для экономии места не приводятся. Студент должен сравнить результаты работы своей программы с измененными операторами 20–55 с обычным аналитическим решением своей задачи. Проверив таким образом правильность работы программы, легко перейдем к получению символьных решений.

Для исследования влияния вариации угла поворота силы на значения реакций опор и усилий нужно в программе 1 только изменить предложение 25, очистив имена со скобками SIN(GAMMA) и COS(GAMMA), идентифицирующие тригонометрические функции, командой CLEAR:

```
CLEAR SIN(GAMMA),COS(GAMMA); 25
```

Теперь они будут рассматриваться в качестве свободных переменных, в функциях от которых будет получено решение. В результате работы такой измененной программы 1 мы получим значения реакций опор и усилий в стержнях плоской конструкции в зависимости от вариации направления постоянной по модулю силы P, определяемого изменением угла γ (рис. 16):

$$X(1,1) = \frac{11 * (\cos(\gamma) + \sqrt{3} * \sin(\gamma))}{\sqrt{3}}$$

$$X(2,1) = - \frac{22 * \cos(\gamma)}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned}
X(3,1) &:= 11 * \cos(\text{gamma}) \\
X(4,1) &:= \frac{11 * (2 * \cos(\text{gamma}) + \sqrt{3} * \sin(\text{gamma}))}{\sqrt{3}} \\
X(5,1) &:= - \frac{22 * \cos(\text{gamma})}{\sqrt{3}} \\
X(6,1) &:= - \frac{11 * \cos(\text{gamma})}{\sqrt{3}} \\
X(7,1) &:= 11 * \cos(\text{gamma}) \quad (4) \\
X(8,1) &:= \frac{11 * (3 * \cos(\text{gamma}) + \sqrt{3} * \sin(\text{gamma}))}{\sqrt{3}} \\
X(9,1) &:= - \frac{22 * \cos(\text{gamma})}{\sqrt{3}} \\
X(10,1) &:= - \frac{22 * \cos(\text{gamma})}{\sqrt{3}} \\
(11,1) &:= \frac{11 * (3 * \cos(\text{gamma}) + \sqrt{3} * \sin(\text{gamma}))}{\sqrt{3}} \\
X(12,1) &:= - 11 * \cos(\text{gamma}) \\
X(13,1) &:= \frac{33 * \cos(\text{gamma})}{\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

Нижеследующие графики, полученные путем передачи результатов через буфер обмена в DERIVE, наглядно показывают эти зависимости. Как видно из их сравнения, значения реакций опор и усилий в стержнях плоской конструкции при вращении постоянной по модулю силы Р в той же плоскости изменяются по синусоидальному закону:

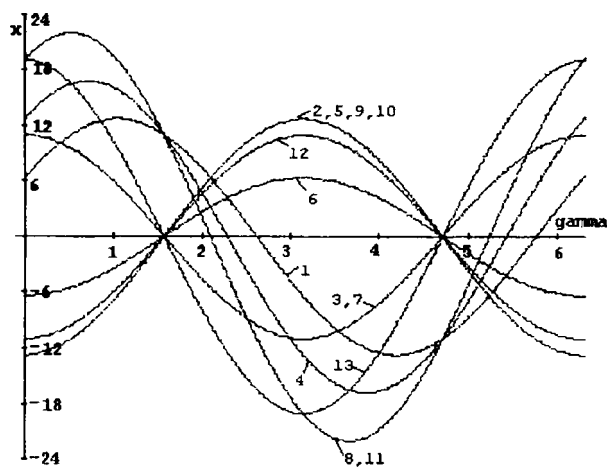


Рис. 2. Зависимости усилий в стержнях и реакций опор (X, кН) плоской конструкции (рис. 2.9б) от изменения угла ГАММА (рад) при вращении силы Р: 1 – S1, 2 – S2, 3 – S3, 4 – S4, 5 – S5, 6 – S6, 7 – S7, 8 – S8, 9 – S9, 10 – S10, 11 – Ra, 12 – Xb, 13 – Yb

Изучим влияние вариации геометрических факторов рассматриваемой плоской фермы на примере изменения положения ее левой шарнирно-неподвижной опоры в точке А, определяемого углом φ (рис. 1б). Для этого в программе 1 нужно только изменить предложение 27, очистив имена со скобками SIN(FI) и COS(FI), идентифицирующие тригонометрические функции, командой CLEAR:

CLEAR SIN(FI),COS(FI); 27

В результате работы такой измененной программы 1 мы получим значения усилий в стержнях плоской конструкции в зависимости от вариации положения ее левой шарнирно-неподвижной опоры (рис. 1б):

$$\begin{aligned}
X(1,1) &:= \frac{11 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi}))}{3 * \cos(\text{fi}) - \sqrt{3} * \sin(\text{fi})} \\
X(2,1) &:= - \frac{22 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi}))}{3 * \cos(\text{fi}) - \sqrt{3} * \sin(\text{fi})} \\
X(3,1) &:= 11 \\
X(4,1) &:= \frac{22 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi}))}{3 * \cos(\text{fi}) - \sqrt{3} * \sin(\text{fi})} \\
X(5,1) &:= - \frac{22 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi}))}{3 * \cos(\text{fi}) - \sqrt{3} * \sin(\text{fi})} \\
X(6,1) &:= - \frac{11 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi}))}{3 * \cos(\text{fi}) - \sqrt{3} * \sin(\text{fi})} \\
X(7,1) &:= 11 \quad (5) \\
X(8,1) &:= \frac{33}{\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi})} \\
X(9,1) &:= - \frac{22 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) + 2 * \sin(\text{fi}))}{3 * \cos(\text{fi}) - \sqrt{3} * \sin(\text{fi})} \\
X(10,1) &:= - \frac{22 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi}))}{3 * \cos(\text{fi}) - \sqrt{3} * \sin(\text{fi})} \\
X(11,1) &:= - \frac{33 * \sin(\text{fi})}{\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi})} \\
X(12,1) &:= - \frac{11 * (\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) + 2 * \sin(\text{fi}))}{\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi})} \\
X(13,1) &:= \frac{33 * \cos(\text{fi})}{\sqrt{3} * \cos(\text{fi}) - \sin(\text{fi})}
\end{aligned}$$

$$X(14,1) := - \frac{33 * \cos(\varphi)}{\sqrt{3} * \cos(\varphi) - \sin(\varphi)}$$

Нижеследующие графики на рис. 3, построенные системой DERIVE после получения через буфер обмена результатов (5), наглядно показывают эти зависимости. Как видно из их сравнения, значения усилий в стержнях плоской конструкции при изменении положения опоры в той же плоскости изменяются немонотонным образом. При значениях $\varphi = \pi/3$ и $\varphi = 4\pi/3$ конструкция находится в неустойчивом положении. При этих значениях угла φ происходит потеря равновесия и устойчивости конструкции, что математически находит свое отражение в стремлении к бесконечности соответствующих реакций, в выражениях для которых при $\varphi = \pi/3$ или $\varphi = 4\pi/3$ происходит деление на 0. Это очень хорошо видно на графиках зависимости значений реакций стержней 1–10 и опор 11–14 от величины угла φ , построенных по соотношениям (5):

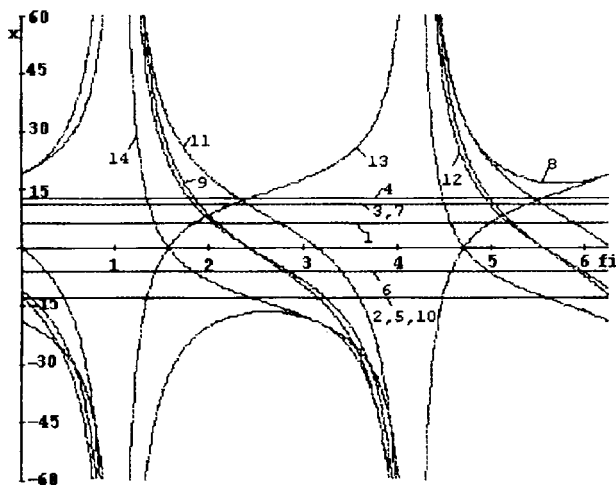


Рис. 3. Зависимости усилий в стержнях и реакций опор (X , кН) плоской конструкции (рис. 1б) от вариации положения шарнирно-неподвижной опоры в точке А, определяемом углом φ (рад): 1 – S1, 2 – S2, 3 – S3, 4 – S4, 5 – S5, 6 – S6, 7 – S7, 8 – S8, 9 – S9, 10 – S10, 11 – Xa, 12 – Xb, 13 – Yb, 14 – Ya

Смущающим здесь является то обстоятельство, что постоянных значений в ответах (5) только два ($S_3=S_7$), а прямых линий на рис. 3 — восемь (еще для $S_1, S_2=S_5=S_{10}, S_4$ и S_6). REDUCE обладает весьма широкими возможностями преобразования выражений. Однако использование самых разнообразных флагов и представление выражений в самых разнообразных видах не дает ответа на возникший вопрос.

Параллельное решение этой задачи в системе DERIVE, обладающей удивительной способностью максимального упрощения выражений, сразу дает для указанных значений реакций постоянные величины:

$$S_1 = \frac{11\sqrt{3}}{3}, S_2=S_5=S_{10} = -\frac{22\sqrt{3}}{3}, S_4 = \frac{22\sqrt{3}}{3}, S_6 = -\frac{11\sqrt{3}}{3}. \quad (6)$$

Эти же постоянные значения получаются при упрощении соответствующих выражений для $S_1, S_2=S_5=S_{10}, S_4$ и S_6 из (5), переданных в DERIVE через буфер обмена.

Так совместное использование CAB REDUCE и СКМ DERIVE существенно повышает их достоинства.

Дополнение их текстовым процессором типа Word, выполненное в работе [1], организует рабочее место студента-инженера-исследователя, сравнимое с самыми современными интегрированными пакетами, весьма дорогостоящими и требовательными к аппаратным возможностям ПК.

Отметим, что рассмотренные типовые примеры были использованы ранее в работе [5] при описании специализированных и универсальных программ, реализующих численные методы. Последнее обстоятельство организует комплексное обучение практическому применению численно-аналитических методов при изучении курса теоретической механики.

Для организации вариантов автономной работы студентов на ПК автором также на основе пособия [1] создан электронный учебник [6], размещенный вместе со всем пакетом универсальных и специализированных программ в локальной сети научной библиотеки БНТУ и доступный для любого ее пользователя.

Разработанные современные САВ и СКМ отражают достижения информационной революции, на несколько порядков увеличивая интеллектуальные возможности любого человека. При их освоении возникает ощущение, что ваши способности к точным наукам многократно возрастают. Поэтому использование САВ и СКМ способно совершить революцию в высшем образовании, для чего нужна соответствующая методическая проработка различных аспектов их использования в учебном процессе.

При этом использование универсальных САВ и СКМ в курсе теоретической механики, изучаемой студентами на младших курсах, обеспечит возможность практической реализации комплексного преподавания фундаментальных и общетехнических дисциплин на основе использования ПК. Это также подготовит на старших курсах реальную возможность практического использования в учебном процессе специализированных пакетов прикладных программ (Unigraphics, MSC Nastran, Ansys, COSMOS, LS-Dyna, MARC).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Носов В.М.. DERIVE. WORD. Практическая работа на ПК (на примерах теоретической механики и математики): Учеб. пособие. – Мн.: УП «Технопринт», 2003. – 528 с.
2. Дьяконов В.П. Справочник по системе символьной математики DERIVE. – М.: «СК Пресс», 1998. – 256 с.
3. Носов В.М. Практическое использование на персональном компьютере численных и аналитических методов в курсе теоретической Фме-

- ханики: Учеб. пособие. // Под общей редакцией доктора физ.-мат. наук, профессора В.И.Стражева. – Мн.: УП «Технопринт», 2004. – 376 с.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для техн. вузов/ [Яблонский А.А., Норейко С.С., Вольфсон С.А. и др.; Под ред. А.А. Яблонского]. – 3-е изд. – М.: Высш. шк., 1978. – 390 с.
5. Носов В.М. Программирование на персональных ЭВМ задач теоретической механики. — Мн.: УП «Технопринт», 1997. — 386 с.
6. Носов В.М. DERIVE. WORD. Практическая работа на ПК (на примерах теоретической механики и математики): Электронный учебник. // Под общей редакцией доктора физ.-мат. наук, профессора В.И.Стражева. – Мн.: Электронное издание: регистрационное свидетельство в Государственном реестре информационных ресурсов РБ № 1180300282, 2004.

ВРАЩЕНИЕ НЕПРОВОДЯЩИХ ТЕЛ В ЭЛЕКТРОРЕОЛОГИЧЕСКИХ СУСПЕНЗИЯХ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Носов В.М.

Consideration is given to rotation of nonconducting bodies in electrorheological suspensions (ERS). Experimental data are presented describing the effect of an electric field on the rotation speed as well as on rheological and electrophysical properties of ERS. Two examples of engineering applications are presented.

При изучении ротационных эффектов непроводящих осесимметричных тел в электрических полях, на основании которых осуществляется разработка реоэлектрических двигателей подавляющее большинство работ, обзор которых приведен в [1], посвящено исследованию их скоростных характеристик. Однако реологические характеристики рабочих сред для реоэлектрических двигателей оказывают существенное воздействие на скоростные [2, 3] и моментные характеристики вращения. В то же время исследование реологических характеристик рабочих сред и моментных характеристик вращения не носило систематического характера. Постараемся в некоторой степени восполнить этот пробел.

Реологические характеристики рабочих сред измерялись на специальном ротационном реоэлектровязкозиметре РЭВИ-70 (рис.1) в ИТМО им. А.В.Львова АН РБ. Определение вязкости сводится к регистрации угла между вектором приложенного напряжения и ЭДС, индуцируемой обмотке статора синхронного микродвигателя 7. У синхронного двигателя в режиме холостого хода (роторная насадка 3 вязкозиметра вращается в воздухе) векторы индуцированной ЭДС и приложенного напряжения сдвинуты между собой на 180° . В жидкости ротор, не меняя своей скорости, отстает от вращающегося поля статора на угол, пропорциональный моменту гидродинамического сопротивления. На такой же угол, измеряемый фазочувствительным индикатором 10, по отношению к приложенному напряжению отстает и вектор ЭДС, индуцируемый в статоре двигателя. В качестве имитатора ЭДС, которую в замкнутой цепи невозможно отделить от напряжения, применен синхронный микрогенератор 6, ротор которого жестко насажен на вал двигателя.

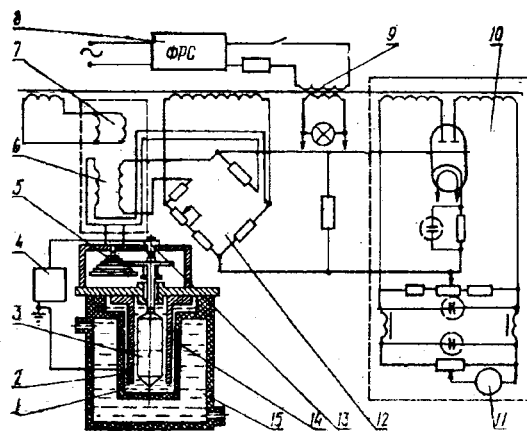


Рис.1. Схема реоэлектровязкозиметра РЭВИ-70

Прибор подключается к сети переменного тока 220В через феррорезонансный стабилизатор 8 и входной трансформатор 9, пять вторичных обмоток которого питают все элементы схемы. Синхронный двигатель 7 с микро-генератором 6, на валу которого крепится набор шестерен 5, вращает роторную насадку 3, помещенную в сменяемый наружный цилиндр 2. Электрореологическая суспензия 1 находится в корпусе 14 из оргстекла. Зазор между роторной насадкой 3 и наружным цилиндром мог изменяться в пределах 0,25—2 мм. Постоянное напряжение подводилось к насадке 3 от источника высокого напряжения 4 через контакт 13. Наружный цилиндр 2 заземлялся. Изотермические условия поддерживались прокачкой через кожух 15 теплоносителя от термостата. Индуцируемое в обмотке синхронного микрогенератора 6 напряжение пропорционально моменту на валу синхронной микромашины 7, соединенной с роторной насадкой 3. Он подается через мостовую схему 12 и фазочувствительный индикатор 10 на стрелочный

измерительный прибор или автопотенциометр ЭПП-09 11.

В комплект установки входили также: источник высоковольтного напряжения типа ВС-23 и УПУ-1М (универсальная пробойная установка), киловольтметр С-96 и миллиамперметр типа М-1109 для измерения тока, протекающего в суспензии между электродами.

Диапазоны измерения и регулирования параметров: вязкости $0,2 \cdot 10^{-2}$ — $1,35 \cdot 10^{-2}$ Н с/м²; средней скорости сдвига 35—2090⁻² с; напряженности электрического поля $3 \cdot 10^6$ В/м.

Началу измерений на реоэлектровизкозиметре РЕВИ-70 предшествовали контрольные опыты по снятию кривых жидкостей с известными реологическими свойствами (масла костровые и индустриальное 50). Измеренные для них динамические вязкости хорошо согласовались с табличными значениями. Измерения на реоэлектровизкозиметре (см, рис.1), После установки выбранной синхронной микромашины 6, 7, роторной насадки 3 и наружного цилиндра 2 исследуемая электрореологическая суспензия 1 заливается в термостатируемый полый корпус 14, который крепится к основанию приборной стойки. Запускается синхронная микромашина, устанавливается сменная шестерня 5 и подается высокое напряжение. После выдерживания под напряжением в течение 30 с снимается показание прибора 11. Одновременно фиксируется и ток при данной напряженности для расчета удельной объемной проводимости суспензий. Выключается напряжение. Заменяется шестерня. Измерение повторяется снова. Кривая течения строится по 12 или 24 точкам (в зависимости от того, используется одна или две микромашины). Опыты повторяются три раза.

Зависимости напряжений сдвига от напряженности электрического поля можно построить, имея набор кривых течения для разных напряженностей электрического поля. Они были получены для различных концентраций твердой фазы, содержания активатора. Для этого при фиксированной скорости сдвига на электроды подавалось все возрастающее электрическое напряжение и измерялись соответствующие крутящие моменты. Кривые строились по семи точкам напряженности электрического поля $E, 10^6$ В/м: 0; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3. При реологическом исследовании суспензий определялись зависимости $M(\eta)$. Поскольку отношение величины зазора к диаметру ротора достаточно мало (0,024), консистентные величины касательного напряжения сдвига τ и градиента скорости сдвига $\dot{\gamma}$ подсчитывалось с учетом среднего диаметра $D_{cp} = 1/2(D_1 + D_2)$ по формулам:

$$\tau = 2M / (\pi D_{cp}^2 L) \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \pi n D_{cp} / [30(D_2 - D_1)] \quad (2)$$

Здесь L — высота рабочего зазора электровизкозиметра. Таким образом получались графики

зависимости $\tau = \tau(\dot{\gamma})$. По ним вычислялась эффективная вязкость $\eta_e = \tau/\dot{\gamma}$ и строились кривые течения.

Наиболее сильное влияние на реологические характеристики оказывают напряженность электрического поля, концентрация твердой фазы и содержание активатора в системе, скорость сдвига, температура. Рассмотрим последовательно действие каждого фактора в отдельности.

Механическое поведение текучих систем при сдвиговом течении принято характеризовать зависимостью касательное напряжение — скорость сдвига (поперечный градиент скорости одноосного течения). Графики этих зависимостей получили название реологических диаграмм (реограмм), или кривых течения. Реологические характеристики рабочих сред определяющим образом влияют на скоростные [2, 3] и моментные [4] характеристики вращения реоэлектрических двигателей, поэтому анализ указанных зависимостей необходим для выявления основных закономерностей изучаемого процесса.

Отметим сначала, что кривые течения электро-реологических суспензий в отсутствие поля имеют вид прямых линий, с повышением концентрации отсекающих на оси напряжений небольшой начальной отрезок, равный τ_0 — предельному напряжению сдвига. Следовательно, высококонцентрированные электрореологические суспензии в отсутствие электрического поля могут быть отнесены к вязкопластичным жидкостям типа Шведова—Бингама.

На серии графиков рис. 2, а—в представлены результаты опытов в виде кривых стационарного одноосного течения при различных напряженностях электрического поля для некоторых видов твердой фазы и содержания активатора. С ростом напряженности электрического поля кривые течения смещаются вверх по оси напряжений. Наклон кривой к оси $\dot{\gamma}$ при этом изменяется сравнительно слабо, особенно при небольших содержаниях активатора. Таким образом, наложение поперечного электрического поля

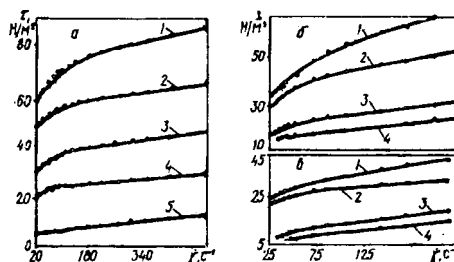


Рис. 2. Кривые течения суспензий диатомита 7,5 мас. % влажностью 6,5% (а) и 5 мас. % (б, в) в трансформаторном масле: а — 1— $E = 2,5 \cdot 10^6$ В/м; 2—2,0; 3—1,5; 4—1,0; 5— $E = 0$; б, в — при напряженности электрического поля $E, 10^6$ В/м, равной 3,0 и 2,0 соответственно (содержание активатора диэтиламина составляет $\phi, \%$ к массе диатомита: 1—6,6; 2—5,0; 3—2,3; 4—1,2)

на сдвиговое течение электрореологических суспензий довольно сильно изменяет пластический,

т.е. структурный фактор, что находит свое отражение в резком увеличении статического предела текучести. Эту закономерность можно представить в виде $\tau_0 = K E^2$, где K — коэффициент пропорциональности предела текучести, зависящий от состава и свойств суспензии. По грубым оценкам для слабоконцентрированных суспензий его величина порядка 10^{10} – 10^{12} Н/В². Крутизна характеристики за пределами нелинейного участка изменяется слабо, т.е. электрическое поле в гораздо меньшей степени влияет на пластическую вязкость. Только для композиций порошка аэросила при росте напряженности электрического поля темп нарастания с увеличением скорости сдвига заметно выше. Кривая течения имеет нелинейный участок в области малых и умеренных скоростей сдвига, крутизна и ширина которого увеличиваются с повышением напряженности электрического поля (рис. 2, а—в). С дальнейшим ростом приложенного касательного напряжения (или скорости сдвига) все кривые течения становятся прямолинейными.

Из изложенного можно сделать вывод, что при воздействии электрического поля на электрореологические суспензии их механическое поведение при сдвиговом течении приобретает нелинейно-вязкопластичный характер.

Все использованные дисперсионные среды без добавок твердой фазы, как показали измерения, индифферентны по отношению к воздействию внешнего электрического поля. С ростом концентрации C появляется и усиливается зависимость реологических характеристик, в частности эффективной вязкости (рис. 3, а), от содержания дисперсной фазы при постоянной напряженности электрического поля. При небольших концентрациях зависимость эффективной вязкости от напряженности E близка к линейной, с ростом C она искривляется и увеличивается.

Относительно высокие значения напряжений сдвига, получаемые для соответствующих концентраций аэросила, дисперсность которого очень высока, потребовали изучения зависимости электрореологического эффекта от размеров частиц. С помощью седиментометрического анализа диатомит был фракционирован по размерам частиц, т.е. по их среднему радиусу. Для суспензий узких фракций диатомита в трансформаторном масле определялась эффективная вязкость. Как оказалось, размер частиц не изменяет характер ее зависимости от напряженности поля и скорости сдвига. Однако уменьшение размера частиц увеличивает эффективную вязкость (рис. 3, б). По-видимому, из более мелких частиц в электрическом поле образуются более однородные и плотные структуры. Возрастание концентрации твердой фазы повышает удельную объемную проводимость суспензии примерно пропорционально увеличению ее эффективной вязкости (рис. 3, б).

При постоянной напряженности поля повышение концентрации C смещает кривые течения вверх

по оси напряжений, малое изменение наклона которых к оси скорости сдвига указывает на сильное изменение структурного фактора (см. рис.3). Исследования под микроскопом таких суспензий обнаружили интенсивные перемещения (осцилляции) частиц от электрода к электроду. При малых концентрациях твердой фазы на электродах появляются отложения в виде зубцов и бугорков. С повышением концентрации они удлиняются и образуют между электродами мостики из частиц дисперсной фазы, непрерывное разрушение и перестройка которых приводит к образованию мощных структур.

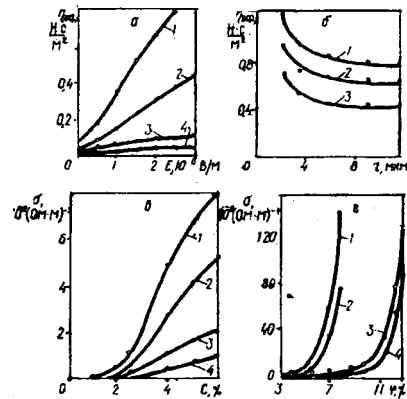


Рис. 3. Зависимость эффективной вязкости суспензии диатомита влажностью 5,5% в трансформаторном масле от напряженности электрического поля E (а) при скорости сдвига $\gamma = 85,9 \text{ с}^{-1}$ (1- $C=10\%$; 2- 5,0; 3-2,5; 4- $C=1\%$) и от дисперсности частиц (б) при $C=5\%$, $E=3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$ (1- $\gamma=53,7 \text{ с}^{-1}$; 2-71,6; 3- $\gamma=107,4 \text{ с}^{-1}$); зависимость удельной объемной проводимости суспензий от концентрации C , % (в) (1- $E=3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$; 2-2,0; 3-1,0; 4 - $E=0,5 \cdot 10^6 \text{ В/м}$), а также от влажности частиц ϕ , % (г) (1,2 - $C=5\%$; 3, 4 - 2,5%; 1,3 - $E=2,5 \cdot 10^6 \text{ В/м}$; 2, 4 - $1,5 \cdot 10^6 \text{ В/м}$)

Увеличение содержания дисперсной фазы в электрическом поле преобразует кривую течения электрореологических суспензий и делает ее нелинейной. Аналогичное влияние обнаруживают феррокомпозиции в магнитном поле.

Обращает на себя внимание сильная неньютоновость электрореологических суспензий, даже малоконцентрированных ($C=1\%$). С ростом концентрации зависимость эффективной вязкости от скорости сдвига (псевдопластичность) прогрессивно увеличивается. Следовательно, такие суспензии в электрических полях ведут себя как псевдопластичные текучие системы, эффективная вязкость которых снижается с ростом скорости сдвига.

Одной из важных особенностей электрореологических суспензий является чувствительность их реологических характеристик к содержанию активатора на поверхности частиц. Порошок диатомита, высушенный до постоянной массы или до влажности менее 2%, придает суспензии нечувствительность к воздействию внешнего электрического поля. Дальнейшее повышение содержания актива-

тора очень сильно сказывается на сдвиговом течении электрореологических суспензий. Графики, изображенные на рис. 2, б—в, показывают основные характерные особенности влияния активаторов на характер зависимости $t(\dot{\gamma})$. Различие реологического поведения исследуемых суспензий во внешнем электрическом поле при использовании разных активаторов одинаково и носит в основном количественный характер.

Возрастание содержания активатора на частицах твердой фазы действует сначала столь же сильно, как и повышение концентрации последней и напряженности E . Кривые течения смещаются вверх по оси напряжений с незначительным изменением наклона к оси $\dot{\gamma}$. Увеличение роли структурного фактора здесь можно объяснить интенсификацией межчастичного взаимодействия мостиковых образований. Это подтверждают измерения усилия отрыва двух крупных шариков из силикагеля. Силы их сцепления с ростом содержания активатора заметно увеличивались до некоторого предела. Дальнейший рост содержания активатора снижает темп смещения кривых течения по оси напряжений. Одновременно повышается удельная объемная проводимость. После достижения определенного для каждой концентрации активатора значения это увеличение становится лавинообразным (рис. 3, з). Такое поведение затрудняет изучение электрореологических суспензий в электрическом поле при критических влажностях из-за потери системой диэлектрических свойств и электрического пробоя,

При малых концентрациях дисперсной фазы величина удельной объемной проводимости с ростом содержания активатора повышается не так сильно; напряжения сдвига с дальнейшим нарастанием концентрации активатора сверх указанного предельного значения снижаются.

Кривая течения также нелинейна в области малых и умеренных скоростей сдвига. Кривизна и ширина участка нелинейности увеличивается с повышением содержания активатора.

Весьма сложную и интересную теплофизическую ситуацию создает совместное действие трех полей — электрического, сдвигового и температурного. В простейшем случае гомогенной ньютоновской жидкости нагрев воздействует на вынужденное течение в основном через снижение вязкости и соответственное повышение текучести в тех областях потока, в которых температура выше. Это приводит к определенной перестройке поля скорости и, следовательно, к воздействию на вынужденную конвекцию тепла. Кроме того, возникновение естественной гравитационной тепловой конвекции может также существенно влиять на этот процесс в зависимости от ориентации тепловых потоков обоих видов конвекции. Если они сонаправлены, то неизотермичность будет интенсифицировать течение.

Играет роль и температурная зависимость коэффициента теплопроводности. Существенное значение этот фактор имеет в основном только в самом тонком пристенном слое вблизи обтекаемой поверхности, где процессы теплопроводности преобладают. Для электрореологических жидкостей влияние температурного фактора изучено слабо. По этой причине общепринято оценивать роль и вклад температурного поля в процессах течения исходя из конкретного опыта для выбранной текучей системы.

Рассмотрение кривых течения, изображенных на рис. 4, обнаруживает следующие наиболее важные особенности.

В отсутствие электрического поля кривые течения линейны и с нагревом становятся положе, т. е. напряжение трения при фиксированной скорости сдвига уменьшается.

В электрическом поле нагрев суспензии до некоторого значения увеличивает напряжение сдвига при постоянной скорости деформации. При дальнейшем росте температуры эффективная вязкость системы и соответствующие ей напряжения сдвига начинают уменьшаться, кривые течения становятся значительно положе, т. е. происходит «деградация» реологического фактора. Такой характер зависимости обычно связывается с увеличением поляризации дисперсной фазы, снижением вязкости дисперсионной среды и поведением активатора на поверхности твердой фазы, а также с проявлением первого и второго электровязких эффектов, обычно имеющих место в дисперсионных системах с двойными электрическими слоями.

Ослабляется фактор нелинейности при нагреве суспензии в электрическом поле. Так, уже при 363К кривая течения с самого начала линейна во всем рассмотренном диапазоне скоростей сдвига при разных напряженностях электрического поля. Таким образом, устанавливается еще одна аналогия с родственным магнитореологическим эффектом, в котором нагрев ферросуспензии в магнитном поле также ослабляет нелинейный фактор.

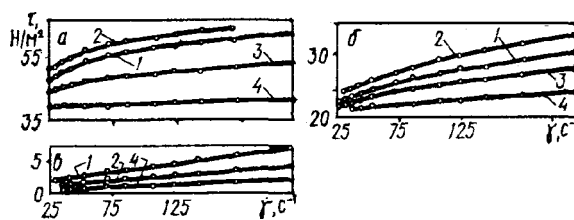


Рис. 4. Кривые течения суспензии диатомита в трансформаторном масле концентрацией 5% и влажностью 6,5%
 а — $E = 2,5 \cdot 10^6$ В/м; б — $E = 0$; 1 — $T = 293$ К; 2 — 313;
 3 — 333; 4 — $T = 363$ К

Для исследования влияния момента сопротивления на скоростные характеристики вращения был разработан прямой метод измерения прикладываемого момента сопротивления, вызванного регулируемой силой трения.

На верхнюю часть диэлектрического ротора плотно насаживался тормозной диск, на который передавался регулируемый момент сопротивления через тормозную колодку, закрепленную на конце измерительного воспринимающего элемента в виде граммометра часового типа. Радиусы обоих дисков выбирались из условия, чтобы показания измерительного элемента были выражены сразу в единицах вращающего момента, который оценивался по приложенному максимальному моменту сопротивления. Его значения увеличивались постепенно от нуля ступенями по $2,5 \cdot 10^{-4}$ Н.м, причем для каждого значения момента сопротивления измерялись скорость установившегося вращения ротора и ток проводимости.

Методика проведения опытов позволяла оценивать как сам вращающий момент ротора реоэлектрического двигателя, так и влияние дополнительно прикладываемого момента сопротивления на скорость его вращения.

Проведенные исследования показали, что зависимость $M(E)$ для разных электрофизических свойств среды и конструктивных параметров цилиндрических непроводящих тел близка к линейной для всех варьируемых параметров (рис. 5).

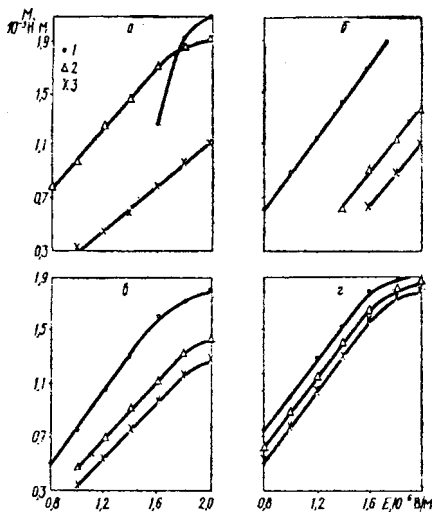


Рис. 5. Зависимость крутящего момента диэлектрического ротора от напряженности E в суспензиях диатомита в трансформаторном масле: а — для ротора из эбонита при влажности диатомита $\varphi=6,5\%$ (1 — $C=5\%$; 2 — 2,5; 3 — $C=1\%$); б — при $C=5\%$ и разном содержании диэтиламина (1 — $C=8,7\%$; 2 — 3,4; 3 — $C=2,8\%$); в — при $C=2,5\%$ и $\varphi=6,5\%$ для: 1 — ротора $\varnothing 4$ мм из оргстекла на металлическом основании; 2 и 3 — сплошных роторов из оргстекла $\varnothing 4$ и 3 мм соответственно; г — при $C=2,5\%$ и $\varphi=6,5\%$ для материалов: 1 — эбонит; 2 — винилпласт; 3 — оргстекло

Повышение содержания дисперсной фазы до $C=2,5\%$ сначала снижает критическую напряженность $E_{кр}$, соответствующую возникновению крутящего момента устойчивого стационарного вращения. С дальнейшим ростом твердой фазы $E_{кр}$ увеличивается. Отметим не только качественное, но и количественное совпадение этого результата

с данными работы [3]: минимальная пороговая напряженность, соответствующая началу вращения ротора, для суспензии диатомита наступает при концентрации 2,5% и составляет $E_{кр} = 0,8 \cdot 10^6$ В/м для различных материалов тела вращения. Этот экспериментальный факт позволяет утверждать, что на величину электрического числа Гартмана (критерий неустойчивости)

$$H_E = \frac{(1 + R)}{\sqrt{1 - R \cdot S}} \quad (3)$$

соответствующую возникновению устойчивого стационарного вращения (в которой $R = \sigma^b / \sigma^a$ определяет отношение проводимостей ротора b и дисперсионной среды a , $S = \epsilon^a / \epsilon^b$ — отношение диэлектрических проницаемостей дисперсионной среды a и ротора b), определяющим образом влияют электрофизические свойства среды: удельная объемная проводимость σ^a и диэлектрическая проницаемость ϵ^a .

Крутящий момент с ростом концентрации увеличивается до определенного значения (рис. 5, а). Далее темп возрастания M понижается, и кривая сдвигается в область более высоких напряженностей. Начиная с некоторой концентрации, существует такая напряженность поля, выше которой проявляется тенденция к насыщению зависимости $M(E)$. Это хорошо согласуется с данными исследования влияния концентрации твердой фазы на скорость вращения ротора, приведенными в работе [2].

Содержание активатора, не изменяя линейного характера зависимостей $M(E)$, сдвигает их в область меньших напряженностей. Соответствующая началу стационарного вращения критическая величина E снижается (рис. 5 б). Увеличение концентрации активатора диэтиламина в довольно широких пределах почти не сказывается на крутизне рассматриваемых зависимостей. Однако в отличие от активатора воды (рис. 5, а, в, г) на них не обнаруживается тенденции к насыщению при соответствующих концентрациях твердой фазы и напряженностях электрического поля (рис. 5, б). Вероятно, сказывается влияние менее сильного повышения эффективной вязкости для системы с активатором диэтиламином в электрическом поле [1].

Были проведены опыты со сплошными роторами из оргстекла и полыми с металлическим стержнем внутри (эквипотенциальная поверхность). В последнем случае наблюдаются увеличение вращающего момента, крутизны его зависимости от напряженности поля и снижение пороговой величины $E_{кр}$. Это естественно, поскольку эквипотенциальная поверхность увеличивает напряженность электрического поля в суспензии при том же самом напряжении на электродах. Вращающий момент возрастает также с увеличением диаметра ротора (рис. 5, в).

Изменение материала тела вращения не изменяет вида зависимости $M(E)$. Величина вращающего момента при всех прочих равных условиях максимальна для винниптаста и эбонита, для остальных материалов она ниже (рис. 5, з). Приведенная в работе [4] таблица электрофизических характеристик использованных в наших опытах материалов свидетельствует о существенном их влиянии на вращающий момент. С ростом удельного сопротивления и уменьшением диэлектрической проницаемости вращающий момент увеличивается.

Влияние же момента сопротивления на скорость вращения ротора представляет собой падающие кривые с двумя нелинейными участками (начальным и конечным), на которых влияние сопротивления на скорость вращения велико и незначительное увеличение $M_{\text{сопр}}$ существенно изменяет скорость вращения. За исключением этих двух относительно небольших нелинейных участков скорость вращения, в основном, уменьшается пропорционально приложенному моменту сопротивления при различных подаваемых электрических напряжениях. Коэффициент пропорциональности уменьшается в области средних подаваемых напряжений.

Результаты исследования вращения непроводящих тел в электрореологических суспензиях в постоянном электрическом поле могут быть использованы в следующих прикладных направлениях:

- определение влажности диэлектрических материалов и суспензий;
- определение концентрации твердой фазы в диэлектрической суспензии и степени очистки жидких диэлектриков;
- в системах автоматического регулирования химико-технологических процессов (при регулировании состава смеси двух продуктов, в электрогазоочистке);

- при разработке надежных и простых генераторов механических незагужающих колебаний для приборостроения и измерительной техники. Их достоинством является с раздельное и независимое регулирование амплитуды и частоты колебаний, что обычно является труднодостижимым;

- при создании ротационных электрических вискозиметров (электрореометров) для определения реологических характеристик маловязких жидкостей;

- при разработке реоэлектрических микродвигателей и создании рабочих сред для них.

На различные вещества, устройства, способы и их применение по этим прикладным направлениям получено 30 авторских свидетельств и 2 патента РФ.

ЛИТЕРАТУРА:

1. З.П.Шульман, В.М.Носов. Вращение непроводящих тел в электрореологических суспензиях.—Мн.: Наука и техника, 1985. — 112 с.
2. Z.P.Shulman and V.M.Nosov. Rotation of the Axisymmetric Bodies in Electrorheological Suspensions, in Proceedings of the 5th International Conference Electro-Rheological Fluids, Magneto-Rheological Suspensions and Associated Technology (Sheffield, 1995), pp. 72–84.
3. Z.P.Shulman and V.M.Nosov. Rotation of the Axisymmetric Bodies in Electrorheological Suspensions (ERS), in International Journal of Modern Physics B, Vol. 10, Nos. 23 & 24 (1996) 2903–2915.
4. Электротехнический справочник.—М.: Энергия, 1980, т.1. — 519с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИХ АНАЛОГОВ ДЛЯ ОСНОВНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Носов В.М.

Velocity and acceleration analogue applications in theoretical mechanics are discussed.

В разделе «Кинематика» курса теоретической механики все кинематические характеристики (линейные и угловые скорости и ускорения) представляются обычно функциями от времени t .

Это является естественным, так как вытекает непосредственно из их определений как первой или второй производной от радиуса-вектора \vec{r}_m или угла поворота φ_k по времени t :

$$\bar{v}_m = \frac{d\bar{r}_m}{dt}, \quad (1)$$

$$\bar{a}_m = \frac{d\bar{v}_m}{dt} = \frac{d^2\bar{r}_m}{dt^2}, \quad (2)$$

$$\omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_k = \frac{d\omega_k}{dt} = \frac{d^2\varphi_k}{dt^2}. \quad (4)$$

Такой подход является общепринятым и традиционным в курсе теоретической механики, позволяя всесторонне изучить движение материальных точек и тел.

Однако, при учете междисциплинарных связей, он для машиностроительных, приборостроительных и робототехнических специальностей оказывается недостаточным, что сказывается уже при изучении курса теории механизмов и машин для соответствующих специальностей [1-2], где требуется изучение кинематических характеристик механизмов не от времени, а от обобщенной координаты.

Необходимость этого диктуется тем обстоятельством, что хотя в решении инженерных задач часто возникает проблема определения действительных скоростей точек (центров масс) звеньев механизма и их угловых скоростей, но в большинстве случаев закон изменения линейных (угловых) координат в зависимости от функции времени неизвестен.

Известной является только обобщенная скорость, как некоторая функция обобщенной координаты, при этом задание такой функции часто определяется экспериментальными данными или численным решением задачи динамики машины.

И в том и в другом случае функция обобщенной скорости от обобщенной координаты задается таблично.

Поэтому при кинематическом исследовании механизмов скорости и ускорения звеньев и точек, им принадлежащих, удобно выражать в функции поворота φ_1 (или перемещения S_1) начального звена 1, обычно принимаемого за обобщенную координату.

В этом случае методика определения действительных скоростей и ускорений k -х звеньев и их точек m механизма требует введения понятий аналогов угловых и линейных скоростей ($\omega_{k\varphi}$ и $\bar{v}_{m\varphi}$) и ускорений ($\varepsilon_{k\varphi}$ и $\bar{a}_{m\varphi}$) как соответственно первых или вторых производных от угла поворота k -го звена φ_k или радиуса-вектора \bar{r}_m некоторой его точки m по обобщенной координате j :

$$\text{аналог угловой скорости: } \omega_{k\varphi} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1} = \varphi_k'; \quad (5)$$

$$\text{аналог линейной скорости: } \bar{v}_{m\varphi} = \frac{d\bar{r}_m}{d\varphi_1} = \bar{r}_m'; \quad (6)$$

аналог углового ускорения:

$$\varepsilon_{k\varphi} = \frac{d\omega_{k\varphi}}{d\varphi_1} = \omega_{k\varphi}'' = \varphi_k''; \quad (7)$$

аналог линейного ускорения:

$$\bar{a}_{m\varphi} = \frac{d\bar{v}_{m\varphi}}{d\varphi_1} = \bar{v}_{m\varphi}' = \frac{d^2\bar{r}_m}{d\varphi_1^2} = \bar{r}_m''. \quad (8)$$

Здесь в формулах (5)-(8) и везде при дальнейшем изложении первая или вторая производные по обобщенной координате φ_1 (или S_1) обозначаются соответственно одним или двумя штрихами.

Введение аналогов скоростей и ускорений оказывается удобным и целесообразным с нескольких точек зрения:

1. При динамическом расчете на основе динамической модели машины, в качестве идеализации которой обычно берется жесткое вращающееся звено [1] (имитирующее входное звено машины), угол поворота которого принимается за обобщенную координату φ_1 (рис. 1). Реальные характеристики машины учитываются в виде приведенных массы m_n и момента инерции i_n , его производной $\frac{di_n}{d\varphi_1}$, а также приведенных моментов движущих сил M_d^n и моментов сил технологического сопротивления M_c^m .

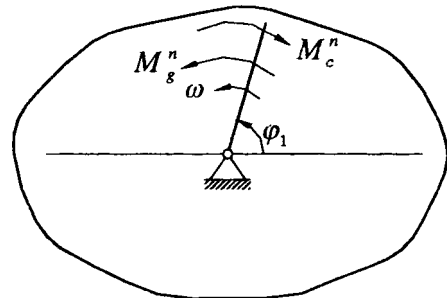


Рис.1. Динамическая «идеальная» модель машины [1]

Отметим, что приведенные моменты M_d^n и M_c^m представляют собой функции от обобщенной координаты φ_1 , для определения которых знание кинематических характеристик как функций от обобщенной координаты, то есть аналогов скоростей и ускорений, является необходимым.

2. Так как аналоги скоростей и ускорений зависят только от обобщенной координаты и не зависят от времени, то кинематическое исследование механизма можно вести чисто геометрическим путем, что позволяет разложить движение механизма на составляющие части: перманентное или основное (при $\varepsilon = 0$) и начальное (при $\omega = 0$) движения, каждое из которых можно рассматривать раз-

дельно независимо от других, что оказывается весьма удобным, так как значительно облегчает определение реальных скоростей и ускорений звеньев и точек механизма.

3. Использование понятий аналогов скоростей и ускорений допускает необходимую формализацию и оказывается также весьма удобным при аналитическом исследовании кинематических характеристик плоских механизмов с применением ПК, чему и посвящена работа [3] на примерах схем основных (базовых) механизмов.

Пособие [3] состоит из четырех глав.

В первой главе приведены краткие необходимые сведения об основных понятиях, систематически вводятся понятия аналогов угловых и линейных скоростей и ускорений при различном выборе обобщенных координат.

Вторая глава посвящена аналитическому исследованию основных простейших плоских механизмов, в качестве которых взяты кривошипно-ползунный, шарнирно-четырёхзвенный и кривошипно-кулисный механизмы. Описано выражение декартовых координат точек различных вариантов этих механизмов через обобщенную координату и определение аналогов угловых и линейных скоростей и ускорений с использованием известного координатного метода.

Две последующие главы посвящены изложению векторного подхода при определении аналогов скоростей и ускорений, что обладает методической новизной.

В третьей главе получены векторные выражения основных соотношений для аналогов скоростей и ускорений при различных видах движения тела.

Установлено, что векторные соотношения для аналогов скоростей и ускорений при различных видах движения твердого тела полностью совпадают с соответствующими известными соотношениями для самих скоростей и ускорений.

Показано, что составляющие этих соотношений для аналогов линейных скоростей и ускорений могут быть получены из соответствующих соотношений для самих скоростей и ускорений, для чего в их правых частях следует во всех случаях вместо самих скоростей и ускорений (угловых, линейных или их проекций) использовать их соответствующие аналоги.

Для удобства использования предлагаемого метода аналогии в третьей главе работы [3] впервые доказывается теорема об аналогах линейных скоростей и ускорений любой точки, находящейся на первом (входном) вращающемся звене.

Аналоги линейных скоростей и ускорений любой точки m , расположенной на входном вращающемся звене, равны по модулю расстоянию от центра вращения до этой точки. Вектор аналога линейной скорости $\bar{V}_{m\phi}$ направлен перпендикулярно этому расстоянию в сторону возрастания угла по-

ворота звена, а вектор аналога линейного ускорения $\bar{a}_{m\phi}$ направлен по этому звену от точки к центру вращения.

Теорема доказывается одно- и двукратным дифференцированием по обобщенной координате ϕ_1 вектора постоянного модуля ($l_m = const$, равного расстоянию от центра вращения до точки m).

$$\bar{V}_{m\phi} = \frac{dl_m}{d\phi_1} = l_m \bar{n}_1, \quad (9)$$

$$\bar{a}_{m\phi} = \frac{d\bar{V}_{m\phi}}{d\phi_1} = \frac{d(l_m \bar{n}_1)}{d\phi_1} = l_m \frac{d\bar{n}_1}{d\phi_1} = -l_m \bar{l}_1^0, \quad (9')$$

так как угол поворота нормали к 1-му звену \bar{n}_1 совпадает с углом поворота этого звена ϕ_1 , поэтому

отношение $\frac{d\phi_1}{d\phi_1}$ в последних зависимостях обоих равенств равно единице и не указывается.

Отметим, что теорема имеет особенно важное значение при рассмотрении различных кулисных механизмов, так как абсолютное или переносное движение точки A кулисы часто является вращательным и она обычно расположена на 1-м звене (см. рис. 2).

Полученные результаты позволяют в четвертой главе пособия [3] показать практическое применение предлагаемого метода аналогии для определения аналогов скоростей и ускорений.

Покажем в качестве примера метода аналогии определение аналогов скоростей и ускорений для кривошипно-кулисного механизма (ККМ) с двумя ползунами при горизонтальной оси абсолютного движения (тангенсный механизм)

Движение точки A ползуна ККМ, изображенного на рис. 1, будем рассматривать как составное.

Абсолютным движением точки A вместе со 2-м звеном будет скольжение в горизонтальных направляющих. Поэтому также горизонтально будут направлены аналоги ее абсолютных линейных скорости \bar{v}_ϕ (рис. 2а) и ускорения \bar{a}_ϕ (рис. 2б). Их значения вследствие прямолинейности движения будут равны соответственно 1-ой и 2-ой производной от горизонтальной координаты x_A точки A , определяемой из рис. 2а уравнением:

$$x_A = \frac{b}{\operatorname{tg} \phi_1}, \quad (10)$$

где $y_A = b = const$. Теперь после одно- и двукратного дифференцирования уравнения (10) по ϕ_1 будем иметь:

$$v_\phi = \frac{dx_A}{d\phi_1} = x'_A = \frac{-b}{\sin^2 \phi_1}, \quad (10.а)$$

$$a_\phi = \frac{d^2 x_A}{d\phi_1^2} = x''_A = v'_\phi = \frac{2b \cos \phi_1}{\sin^3 \phi_1}, \quad (10.б)$$

значения которых будут соответственно совпадать с зависимостями (5.74) и (5.76), полученными в [1, с. 124] путем громоздкого и трудоемкого дифференцирования уравнений связей.

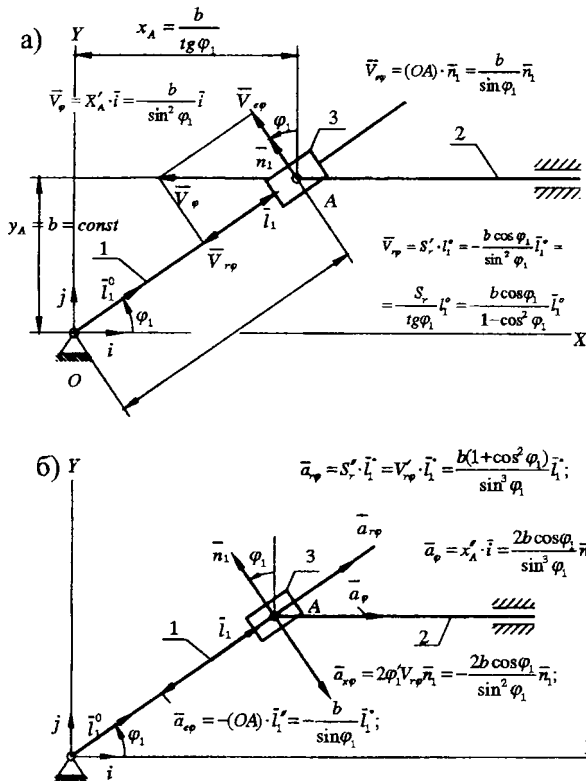


Рис. 2. Аналоги линейных скорости (а) и ускорения (б) при СДД точки A для схемы ККМ с двумя ползунами (тангенс-ный механизм) при горизонтальной оси абсолютного движения

Движение ползуна 3 вдоль оси 1-го звена будет поступательным относительным движением. Поэтому вдоль оси 1-го звена будут направлены аналоги ее относительных линейных скорости $\bar{v}_{r\varphi}$ (рис. 2а) и ускорения $\bar{a}_{r\varphi} = \bar{a}_{r\varphi}^c$ (рис. 2б), т.к. $a_{r\varphi}^n = 0$ вследствие прямолинейности траектории относительного движения. Относительная координата точки A S_r / легко определяется из рис. 2а:

$$S_r = OA = l_1 = \frac{b}{\sin \varphi_1}, \quad (11)$$

поэтому будем иметь:

$$v_{r\varphi} = \frac{dS_r}{d\varphi_1} = S_r' = \frac{-b \cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} = \frac{-S_r}{\operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{-b \cos \varphi_1}{(1 - \cos^2 \varphi_1)} \quad (11а)$$

$$a_{r\varphi} = \frac{d^2 S_r}{d\varphi_1^2} = S_r'' = v_{r\varphi}' = \frac{b(1 + \cos^2 \varphi_1)}{\sin^3 \varphi_1}, \quad (11б)$$

что совпадает соответственно с зависимостями (5.75) и (5.77), полученными в [1, с. 124] путем громоздкого и трудоемкого дифференцирования уравнений связей.

В своем переносном движении точка A вращается вместе с 1-м звеном и ее аналоги переносных скорости и ускорения вычисляются в предположе-

нии, что сама точка A покоится по отношению к подвижной системе отсчета (1-му звену) и перемещается вместе с ним по отношению к неподвижной системе отсчета оху.

Поэтому аналогами переносных линейных скорости и ускорения точки A будут соответствующие аналоги той точки 1-го звена, совпадающей для данного значения обобщенной координаты j_1 с движущейся точкой A .

Таким образом, для переносного движения радиус вращения ρ_e равняется относительной координате точки A S_r :

$$\rho_e = OA = S_r = \frac{b}{\sin \varphi_1}, \quad (12)$$

и для каждого значения обобщенной координаты j_1 является постоянной величиной. Поэтому для определения аналогов переносных скорости $v_{e\varphi}$ и ускорения $a_{e\varphi}$ точки A можно применить теорему об аналогах линейных скоростей и ускорений точек входного (первого) вращающегося звена, согласно которой:

$$v_{e\varphi} = a_{e\varphi} = OA = \frac{b}{\sin \varphi_1}, \quad (12.а)$$

а их направления показаны на рис. 2а и 17б соответственно. Значение аналога ускорения Кориолиса определяется по формуле:

$$a_{k\varphi} = 2\omega_{e\varphi} v_{r\varphi} = 2\varphi_1' S_r' = \frac{-2b \cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1}, \quad (12.б)$$

так как переносным является вращение 1-го звена и аналог его угловой скорости равен единице:

$$\omega_{e\varphi} = \omega_{1\varphi} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = 1. \quad (12.в)$$

Для определения направления аналога ускорения Кориолиса $\bar{a}_{k\varphi}$ также повернем вектор аналога линейной относительной скорости $\bar{v}_{r\varphi}$ на угол 90° по направлению переносного вращения (см. рис. 2).

Отметим, что выражения для аналогов переносных линейных скорости $v_{e\varphi}$ и ускорения $a_{e\varphi}$ (12.а), аналога ускорения Кориолиса (12.б) не получены для соответствующей схемы механизма в работе [1, с. 123-124], что позволяет сделать вывод о большей полноте и наглядности, которые дает применение предлагаемого способа.

На рис. 2 вместе с показом направлений аналогов скоростей и ускорений точки A соответствующего ККМ приведены и их значения в векторной форме записи. Они могут быть получены каждый отдельно и независимо от других составляющих аналогов, часто практически устным образом при знании раздела кинематики сложного движения с использованием предлагаемого способа, как видно из изложенного материала.

Осознанность выполняемых действий и наглядность получаемых результатов, а также использо-

вание навыков, полученных в курсе теоретической механики, усиливает преемственность дисциплин при изучении студентами курса теории механизмов и машин, что следует отнести к достоинствам предлагаемого способа.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для вузов. –М.: Наука, 1988. – 640 с.
2. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для вузов. –М.: Наука, 1990. – 592 с.
3. Носов В.М. Определение скоростей и ускорений с использованием их аналогов для основных (базовых) механизмов: Учеб.–метод. пособие для мех. спец. – Мн.: БГПА, 1994. – 164 с.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Чигарев А.В., Горбач Н.И.</i> К 70-летию кафедры теоретической механики БНТУ.....	4
<i>Чигарев А.В., Чигарев Ю.В.</i> Информационные технологии и парадигма современного образования и науки.....	11
<i>Вихренко В.С.</i> Классическая механика как основа современных методов моделирования свойств материалов: пример вибрационной релаксации.....	14
<i>Чигарев Ю.В., Беляцкая Л.Н.</i> Возникновение хаоса при распространении волновых фронтов в неоднородных средах.....	19
<i>Кузьмицкий А.В.</i> Новая концепция современной механики мобильных машин.....	21
<i>Локтионов А.В., Буткевич В.Г., Мачихо Т.А.</i> Исследование процесса очистки отходов льняных волокон при формировании нетканых полотен.....	25
<i>Михасев Г.И., Маркова Л.В., Никонова Т.В.</i> Расчет тонкостенной конструкции, состоящей из элементов гофрированных панелей.....	27
<i>Немцов В.Б.</i> Метод максимума информационной энтропии в статистической теории нелинейной упругости деформируемых тел в лагранжевых переменных.....	30
<i>Колешко В.М., Баркалин В.В., Польшкова Е.В.</i> Свойства поверхностных акустических волн в монокристаллах кубической сингонии.....	33
<i>Колешко В.М., Баркалин В.В., Паутино А.А.</i> Дисперсионные зависимости поверхностных акустических волн в структуре $\text{LiNbO}_3/\text{a:C}$	41
<i>Колешко В.М., Баркалин В.В., Польшкова Е.В.</i> Сенсорные микросистемы на поверхностных акустических волнах.....	48
<i>Босяков С.М.</i> Моделирование волновых движений в кубически анизотропных средах на базе метода характеристик.....	57
<i>Бурносенко А.А., Жданович Ч.И., Каминский Э.</i> Методика использования САПР для исследования механических систем.....	60
<i>Босяков С.М., Скляр О.Н.</i> Связанность теплового и механического полей в динамических задачах в напряжениях для изотропных и анизотропных сред.....	63
<i>Босяков С.М., Журавков М.А., Медведев Д.Г.</i> Применение компьютерной математики для решения задач динамической теории упругости.....	65
<i>Семькина Т.Д., Стрельникова С.Н.</i> Использование СУБД в расчетах упругих задач методом конечных элементов.....	68
<i>Крестников В.Ю., Семькина Т.Д.</i> Применение объектно-ориентированных языков программирования в задачах МДТТ.....	71
<i>Игнатищев Р.М.</i> О новых возможностях повышения долговечности, надежности и точности проектирования зубчатых передач.....	73
<i>Яцерицын П.И., Хейфец М.Л., Кухта С.В., Пальвинский С.В.</i> Автоматизация проектирования физико-химических методов обработки.....	76
<i>Кондратюк В.Ф., Вербило И.Н., Эльхади Саид</i> Оценка и сравнение некоторых методов расчета напряжений кручения.....	79
<i>Крушевский А.Е., Воробьев В.В., Кондратюк В.Ф., Шепель С.Р.</i> Уравнения движения механизма ускорителя дробилки как системы с двумя степенями свободы.....	82
<i>Крушевский А.Е., Воробьев В.В., Кондратюк В.Ф., Шепель С.Р.</i> Определение спектра собственных частот демпфера центробежной установки.....	84
<i>Кондратюк В.Ф., Смычник А.Д., Эльхади Саид</i> Кручение элементов конструкций с учетом деформации сечений (на примере кратцер-крана).....	85

<i>Зинкевич В.И., Анисько С.М.</i> Исследование динамики гидропривода технологической машины при неустоявшемся режиме движения.....	87
<i>Карпов Ю.В.</i> Исследование полей напряжений и деформаций в металлах с помощью теплового излучения компьютерным термографом IRTIS200.....	90
<i>Корчемко С.В.</i> Разрешающая способность метода осреднения и статистического обращения для идентификации макро- и микроструктуры среды.....	92
<i>Алейникова О.И.</i> Исследование деформации ортотропного полупространства от заданной нормальной нагрузки.....	93
<i>Мартыненко И.М.</i> Волновые движения в кубически анизотропных телах.....	99
<i>Мартыненко Т.М.</i> Геометрические формы безмоментных оболочек вращения, подкрепленных упругим кольцом.....	103
<i>Мартыненко Т.М.</i> Тонкостенные пологие оболочки с чистомоментным напряженным состоянием.....	105
<i>Мартыненко И.М., Казакевич В.А., Куранова О.В.</i> Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.....	107
<i>Гусев О.К.</i> Измерение параметров свободных и локализованных носителей заряда в объектах с индуцированной неоднородностью.....	108
<i>Воробей Р.И., Гусев О.К.</i> Моделирование кондуктометрического метода измерений показателя рН в смеси растворов кислот и щелочей.....	111
<i>Немцов В.Б.</i> Вероятностные задачи механики в прикладной теории случайных колебаний.....	114
<i>Локтионов А.В.</i> Расчет кинематических параметров в сферических координат матричным методом.....	115
<i>Кравчук А.С., Иванова Е.Б.</i> Применение информационных компьютерных технологий в учебном процессе.....	118
<i>Чигарев А.В., Кравчук А.С.</i> Методические и организационные проблемы специализации «Компьютерная механика» в БНТУ.....	120
<i>Тавгень И.А.</i> Электронный учебник по избранным главам курса математики.....	121
<i>Немцов В.Б.</i> Использование мнимого времени в реальных задачах механики.....	125
<i>Владзимир А.Любиауэр</i> Обучение «Прикладной и теоретической механике» с использованием компьютерных технологий.....	127
<i>Куземкина Г.М., Шимановский А.О.</i> Применение программного комплекса ANSYS для иллюстрации некоторых положений механики.....	131
<i>Турищев Л.С.</i> Об опыте использования информационных технологий в преподавании численных методов решения задач.....	134
<i>Риженков В.И.</i> Некоторые возможности применения персональных ЭВМ при выполнении студентами расчетно-графических работ по дисциплине «Прикладная механика».....	136
<i>Завистовский В.Э.</i> Вопросы механики разрушения в курсе «Физика отказов и основы надежности машин».....	139
<i>Завистовский В.Э., Якубовская С.В.</i> Особенности преподавания курса «Техническая механика» для педагогических специальностей вузов.....	141
<i>Завистовский В.Э., Якубовская С.В.</i> Возможности и проблемы информационных технологий в преподавании прикладной механики.....	144
<i>Пантелеенко Л.Н.</i> Особенности изложения принципа даламбера в курсе теоретической механики для специальности 36.01.01.....	147

<i>Кондратьюк В.Ф., Богинская Т.Ф., Брынов М.А., Житкова М.А., Кондратьюк М.В.</i>	
Некоторые примеры применения методов теоретической механики к задачам сопротивления материалов и теории упругости.....	148
<i>Коренский В.Ф., Улитин А.А.</i>	
К выбору обобщенных координат машин с импульсивным изменением рабочих нагрузок.....	150
<i>Коренский В.Ф., Василенко Д.Л.</i>	
Вопросы курсового проектирования технологических машин по заданной величине коэффициента производительности.....	153
<i>Тетерюкова Л.С., Комар В.Л., Тетерюков Д.О.</i>	
Силовой расчет рычажных механизмов на ЭВМ методом замкнутых векторных контуров.....	156
<i>Стжалко Я., Грабски Ю.</i>	
Автоматическое генерирование задач по теоретической механике.....	160
<i>Попов А.И.</i>	
Концептуальные подходы использования информационных технологий в системе олимпиадного движения по механике.....	164
<i>Попов А.И.</i>	
Олимпиадная задача по механике как средство реализации контекстного подхода к обучению.....	167
<i>Русан С.И.</i>	
Альтернативная методика изучения равновесия механических систем.....	170
<i>Русан С.И.</i>	
Методика изучения кинематических характеристик качения колеса.....	174
<i>Белов В.В.</i>	
Компьютерные технологии в курсе теоретической механики.....	178
<i>Протас А.Я.</i>	
Использование многовариантных задач по теоретической механике.....	179
<i>Анципорович П.П., Акулич В.К.</i>	
Анализ методов регулирования неравномерности вращения главного вала машины в установившемся режиме движения.....	181
<i>Анципорович П.П., Алейникова О.И., Булгак Т.И., Луцко Н.Я.</i>	
Информационные технологии в общепрофессиональной подготовке студентов.....	182
<i>Сенькова Е.Л.</i>	
Значение исторического экскурса в эффективности преподавания курса ТММ.....	184
<i>Захаров Н.М., Кулик Н.А.</i>	
О некоторых вопросах изложения принципа возможных перемещений для студентов строительных специальностей.....	185
<i>Гурьева Л.А.</i>	
Об учебном пособии «Современные пути развития науки о прочности».....	187
<i>Петросян Я.В., Ус О.Н., Гладких В.В., Масликова Т.И.</i>	
Автоматизированная обучающая система по иностранным языкам для неязыковых вузов.....	189
<i>Носов В.М.</i>	
К вопросу о комплексном преподавании теоретической механики, вычислительной математики и информатики на основе использования ПК.....	193
<i>Носов В.М.</i>	
Комплексное использование на ПК аналитических и численных методов при изучении теоретической механики.....	196
<i>Носов В.М.</i>	
К вопросу о комплексном использовании на ПК систем аналитических вычислений (САВ) и систем компьютерной математики (СКМ) в техническом вузе (на примере теоретической механики).....	201
<i>Носов В.М.</i>	
Вращение непроводящих тел в электрореологических суспензиях в постоянном электрическом поле.....	205
<i>Носов В.М.</i>	
Определение скоростей и ускорений с использованием их аналогов для основных механизмов.....	210
<i>Носов В.М.</i>	
Содержание	215

Научное издание

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Межведомственный сборник научно-методических статей

Ответственный за выпуск *А.П. Аношко*

Технический редактор *О.А. Курятова*

Сдано в набор 15.12.03 г. Подписано в печать 27.01.04 г.

Бумага офсетная. Формат 60x84/8. Гарнитура Таймс.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 25,3. Уч.-изд. л. 12,8.

Тираж 300 экз. Заказ 360.

Издательство УП «Технопринт» ЛВ № 380 от 28.04.99.

Отпечатано на УП «Технопринт» ЛП № 203 от 26.01.03.

220027, Минск, пр-т Ф. Скорины, 65, корп. 14, оф. 215

Тел./факс 231-86-93