

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПНЕВМОКОЛЕСНЫХ ДВИЖИТЕЛЕЙ С ПОЧВОЙ В ВИДЕ ОДНО- И ДВУХМАССОВОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Чигарев Ю.В., Романюк Н.Н., Рутковский И.Г.

ВВЕДЕНИЕ

Передвижение машинно-тракторных агрегатов (МТА) по полям породило проблему переуплотнения почв. Эта проблема непосредственно связана с массой МТА, скоростью их передвижения, рельефом опорной поверхности.

Повышение скорости движения, проезд тракторов поперек периодически повторяющихся борозд поля, которые имеют волнообразный профиль, приводит к увеличению амплитуд колебаний, ускорений различных точек МТА и динамических нагрузок, действующих на них со стороны опорной поверхности, которые передаются через движители на почву.

Мгновенное значение вертикальной нагрузки $G_{дин}(t)$, приходящейся на ось колеса, можно определить по зависимости:

$$G_{дин}(t) = M(g \pm \xi), \quad (1)$$

где M – масса, нагруженная ось колеса, кг;

g, ξ – ускорение свободного падения и оси колеса соответственно.

Анализ формулы (1) показывает, что снизить динамические нагрузки можно за счет уменьшения:

- массы МТА (что весьма проблематично),
- ускорения колебаний оси колеса ξ .

Аналитическое исследование колебательных систем заключается в составлении и решении дифференциальных уравнений. Такой способ удобен тем, что он позволяет получить количественное решение практически с любой точностью и качественную оценку после несложного анализа, но при этом необходимо выполнить значительный объем вычислений.

Методы решения

Рассмотрим взаимодействие одиночного пневмоколесного движителя, передвигающегося по опорной поверхности, в виде двухмассовой эквивалентной колебательной системы в случае наличия подвески (рисунок 1, а) и одномассовой – без подвески (рисунок 1, б). Влиянием тракториста на колебания пренебрегаем, так как оно мало.

Примем, что силы сопротивления в подвеске пропорциональны скорости колебаний остова трактора.

Пусть уравнение продольного профиля пути имеет вид:

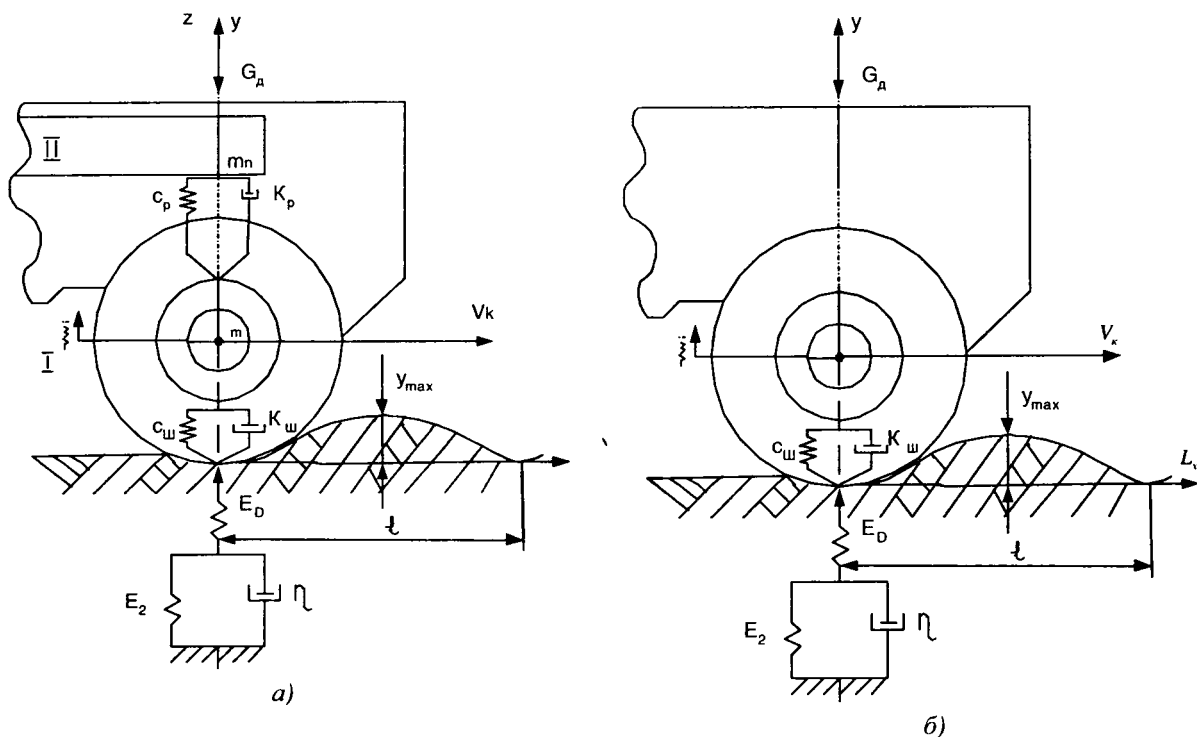


Рисунок 1. Схема взаимодействия одиночного пневмоколесного движителя с опорной поверхностью в виде эквивалентной колебательной системы: а) – двухмассовой, б) – одномассовой

$$y = y_{\max} \sin \lambda t, \quad (2)$$

где y_{\max} – максимальная высота неровности поверхности;

$\lambda = \frac{2\pi V_K}{l}$ – частота вынужденных колебаний, создаваемая неровностями поверхности;

V_K – скорость движения колеса;

l – длина волны неровности поверхности.

Уравнения колебаний одиночного пневмоколесного движителя в случае наличия подвески в вертикальной плоскости, выраженные через вертикальное перемещение z подрессоренной массы и вертикальное перемещение оси колеса ξ (рисунок 1, а) при движении по опорной поверхности, задаваемой уравнением 2, аналогично [1, с. 210], будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \ddot{z} + 2h_n \dot{z} + \omega_n^2 z - 2h_n \dot{\xi} - \omega_n^2 \xi = 0, \\ \ddot{\xi} + 2h_w \dot{\xi} + \omega_w^2 \xi - 2h_{no} \dot{z} - \omega_{no}^2 z = Q_y / m = 2h_w \dot{y} + \omega_w^2 y, \end{cases} \quad (3)$$

где z, \dot{z}, \ddot{z} – соответственно амплитуда, скорость и ускорение подрессоренной массы;

$\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}$ – соответственно амплитуда, скорость и ускорение колебаний оси колеса;

$h_n = \frac{K_p}{2m_n}$ – коэффициент затухания вертикальных колебаний подрессоренной массы;

K_p – коэффициент демпфирования (сопротивления) подвески;

$\omega_n = \sqrt{\frac{C_p}{m_n}}$ – частота вертикальных колебаний подрессоренной массы;

C_p – коэффициент жесткости подвески;

$h_n = \frac{K_p + K_{ш}}{2m}$ – коэффициент затухания вертикальных колебаний

неподрессоренной массы;

$K_{ш}$ – коэффициент демпфирования (сопротивления) шины;

$\omega_H = \sqrt{\frac{C_p + C_{ш}}{m}}$ – частота вертикальных колебаний неподрессоренной массы;

$C_{ш}$ – коэффициент жесткости шины;

m_n – подрессоренная масса остова;

m – неподрессоренная масса;

$M = m_n + m$ – масса, нагружающая ось колеса;

$h_{но} = \frac{K_p}{2m}$ – коэффициент затухания, c^{-1} ;

$\omega_{но} = \sqrt{\frac{C_p}{m}}$ – частота колебаний, c^{-1} ;

Q_y – сила, являющаяся следствием кинематического возбуждения со стороны поля, формирующегося за счет движения движителя по неровностям;

$h_{ш} = \frac{K_{ш}}{2m}$ – коэффициент затухания вертикальных колебаний шины;

$\omega_{ш} = \sqrt{\frac{C_{ш}}{m}}$ – частота вертикальных колебаний шины.

Для решения приведенной системы уравнений (3) воспользуемся системой *MATLAB*. Пакет *Simulink* входит в состав системы *MATLAB* и предназначен для математического моделирования динамических систем, представленных своей функциональной блок-схемой, именуемой моделью. Для построения функциональной блок-схемы моделируемых устройств *Simulink* имеет библиотеку блочных компонентов и редактор блок-схем [2].

В *Simulink* собирается блок-схема, приведенная на рисунке 2. Для моделирования первое уравнение системы 3 приведем к виду:

$$\ddot{z} = -2h_n \dot{z} - \omega_n^2 z + 2h_n \dot{\xi} + \omega_n^2 \xi. \quad (4)$$

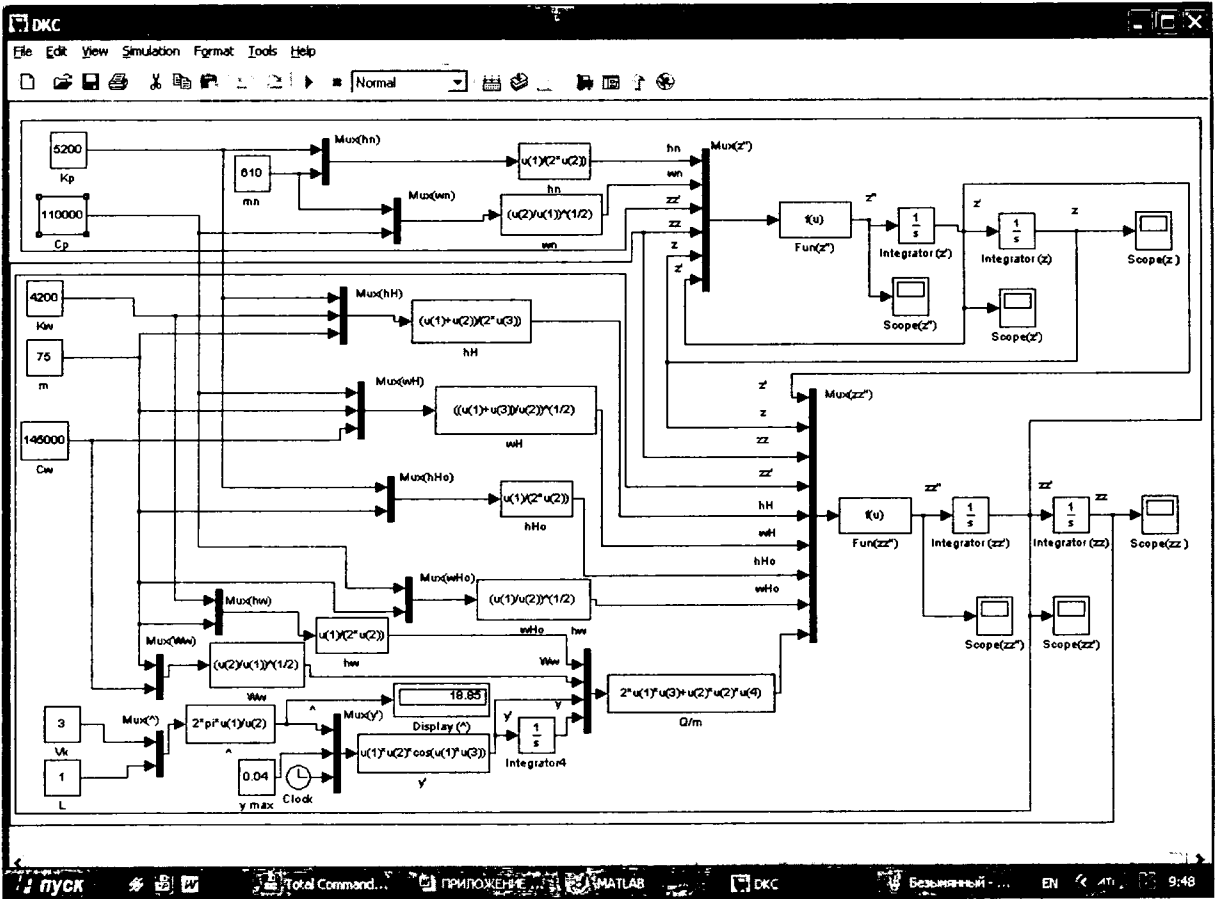


Рисунок 2. Блок-схема для двухмассовой эквивалентной колебательной системы

В блок $\text{Fun}(z'')$ /соответствует физической величине ускорения подпрессоренной массы \ddot{z} / записывается уравнение:

$$-2 * u(1) * u(6) - u(2) * u(2) * u(5) + 2 * u(1) * u(3) + u(2) * u(2) * u(4), \quad (5)$$

где $u(1) - h_n / h_n l$, $u(2) - \omega_n / \omega_n l$, $u(3) - z z' / \xi l$, $u(4) - z z / \xi l$, $u(5) - z / z l$,

$u(6) - z' / \dot{z} l$ – компоненты вектора входного сигнала и их соответствие физическим величинам.

Начальное значение амплитуды колебаний подпрессоренной массы z :

$$z = 0. \quad (6)$$

Это значение записывается в блок $\text{Integrator } z$, в поле *Initial condition*.

Начальное значение скорости колебаний подпрессоренной массы \dot{z} в вертикальной плоскости записывается в блок $\text{Integrator}(z')$:

$$\dot{z} = 0. \quad (7)$$

В блок h_n / h_n / записывается уравнение:

$$u(1) / (2 * u(2)), \quad (8)$$

где $u(1) - K_p / K_p l$, $u(2) - m_n / m_n l$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок ω_n / ω_n / записывается уравнение:

$$(u(2) / u(1))^{(1/2)}, \quad (9)$$

где $u(1) - m_n / m_n l$, $u(2) - C_p / C_p l$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

Второе уравнение системы (2.43) приведем к виду:

$$\ddot{\xi} = -2h_n \dot{\xi} - \omega_n^2 \xi + 2h_{n0} \dot{z} + \omega_{n0}^2 z + Q_y / m. \quad (10)$$

В блок Fun (zz'')/ $\dot{\xi}$ оно запишется в виде:

$$-2 * u(5) * u(4) - u(6) * u(6) * u(3) + 2u(7) * u(1) + u(8) * u(8) * u(2) + u(9), \quad (11)$$

где $u(1) - z' / \dot{z}$, $u(2) - z$, $u(3) - zz / \xi$, $u(4) - zz' / \dot{\xi}$, $u(5) - hN / h_n$, $u(6) - wN / \omega_n$, $u(7) - hN_0 / h_{n0}$, $u(8) - wN_0 / \omega_{n0}$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

На девятый вход $u(9)$ объединителя *Mux* (zz'')/ $\dot{\xi}$ подается $Q/m - \frac{Q_y}{m}$.

Начальное значение амплитуды колебаний оси колеса ξ записывается в блок *Integrator*(zz):

$$\xi = 0. \quad (12)$$

Начальное значение скорости колебаний оси колеса $\dot{\xi}$ в вертикальной плоскости записывается в блок *Integrator*(zz'):

$$\dot{\xi} = 0. \quad (13)$$

В блок hN / h_n записывается уравнение:

$$(u(1) + u(2)) / (2 * u(3)), \quad (14)$$

где $u(1) - K_p / K_p$, $u(2) - Kw / K_u$, $u(3) - m$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок wN / ω_n записывается уравнение:

$$((u(1) + u(3)) / u(2))^{(1/2)}, \quad (15)$$

где $u(1) - C_p / C_p$, $u(2) - m$, $u(3) - C_w / C_u$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок hN_0 / h_{n0} записывается уравнение:

$$u(1) / (2 * u(2)), \quad (16)$$

где $u(1) - K_p / K_p$, $u(2) - m$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок wN_0 / ω_{n0} записывается уравнение:

$$(u(1) / u(2))^{(1/2)}, \quad (17)$$

где $u(1) - C_p / C_p$, $u(2) - m$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок Q/m параметр Q_y / m записывается в виде:

$$2 * u(1) * u(3) + u(2) * u(2) * u(4), \quad (18)$$

где $u(1) - hw / h_u$, $u(2) - Ww / \omega_u$, $u(3) - y' / \dot{y}$, $u(4) - y$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок $hw / h_w /$ записывается уравнение:

$$u(1)/(2 * u(2)), \quad (19)$$

где $u(1) - Kw / K_w /$, $u(2) = t$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок $Ww / \omega_w /$ записывается уравнение:

$$(u(2)/(u(1))^{1/2}), \quad (20)$$

где $u(1) - t$, $u(2) - Cw / C_w /$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок $y' / \dot{y} /$ записывается уравнение:

$$u(1) * u(2) * \cos(u(1) * u(3)), \quad (21)$$

где $u(1) - \lambda$, $u(2) = y_{\max}$, $u(3) - t$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок λ записывается уравнение:

$$2 * \pi * u(1) / u(2), \quad (22)$$

где $u(1) - V_k / V_k /$, $u(2) - L(l)$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

Чтобы на вход 3 объединителя сигнала Mux $y' / \dot{y} /$ подать время t используется блок $Clock$.

При отсутствии подвески, уравнение колебаний одиночного пневмоколесного движителя в вертикальной плоскости, заданного в виде эквивалентной одномассовой колебательной системы (рисунок 1, б) будет иметь вид:

$$\ddot{\xi} + 2h_w \dot{\xi} + \omega_w^2 \xi = 2h_w \dot{y} + \omega_w^2 y. \quad (23)$$

Приведем уравнение (23) к виду:

$$\ddot{\xi} = -2h_w \dot{\xi} - \omega_w^2 \xi + Q_y / M. \quad (24)$$

На рисунке 3 приведена блок-схема, собранная в *Simulink* для уравнения (24) колебаний одиночного пневмоколесного движителя в вертикальной плоскости, заданного в виде эквивалентной одномассовой колебательной системы.

В блок $Fun (zz'') / \ddot{\xi} /$ оно запишется в виде:

$$- 2 * u(3) * u(2) - u(4) * u(4) * u(1) + u(5), \quad (25)$$

где $u(1) - zz(\xi)$, $u(2) - zz'(\dot{\xi})$, $u(3) - hw / h_w /$, $u(4) - Ww / \omega_w /$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

На пятый вход $u(5)$ объединителя Mux $(zz'') / \ddot{\xi} /$ подается $Q/M - \frac{Q_y}{M} /$.

Начальное значение амплитуды колебаний оси колеса ξ записывается в блок $Integrator(zz)$:

$$\xi = 0. \quad (26)$$

Начальное значение скорости колебаний оси колеса $\dot{\xi}$ в вертикальной плоскости записывается в блок $Integrator(zz')$:

$$\dot{\xi} = 0. \quad (27)$$

В блок hw / h_{uu} записывается уравнение:

$$u(1)/(2 * u(2)), \quad (28)$$

где $u(1) - Kw / K_{uu}$, $u(2) = M$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок Ww / ω_{uu} записывается уравнение:

$$(u(2)/(u(1))^{1/2}), \quad (29)$$

где $u(1) = M$, $u(2) - Cw / C_{uu}$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок Q/M параметр Q_y / M записывается в виде:

$$2 * u(1) * u(3) + u(2) * u(2) * u(4), \quad (30)$$

где $u(1) - hw / h_{uu}$, $u(2) - Ww / \omega_{uu}$, $u(3) - y' / \dot{y}$, $u(4) - y$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

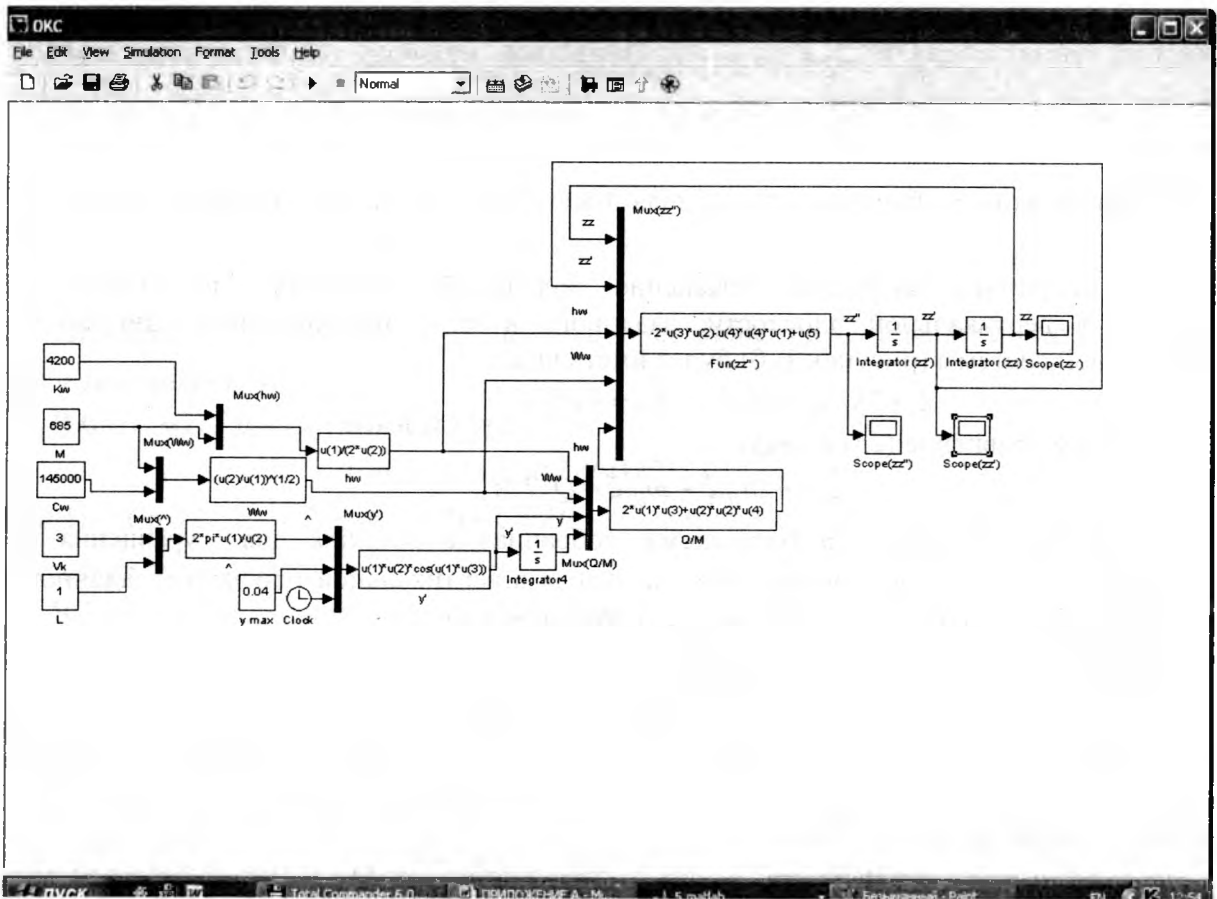


Рисунок 3. Блок-схема для одномассовой эквивалентной колебательной системы

В блок y' / \dot{y} записывается уравнение:

$$u(1) * u(2) * \cos(u(1) * u(3)), \quad (31)$$

где $u(1) - \lambda$, $u(2) = y_{\max}$, $u(3) - \text{время } t$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

В блок $\wedge(\lambda)$ записывается уравнение:

$$2 * \pi * u(1) / u(2), \quad (32)$$

где $u(1) = V_k / V_k l$, $u(2) = L(l)$ – компоненты вектора входного сигнала и их физические величины.

Блок *Clock* используется для подачи времени t на вход 3 объединителя сигнала $Mux \ y' / \dot{y}$.

Для ввода исходных данных следует использовать блоки *Constant*, для просмотра результатов расчета – *Display* и *Scope*. Причем в блоке *Display* отображают результат расчета в численном виде, а в блоке – *Scope* в графическом виде.

Для настройки режима моделирования в верхнем меню *Simulation* используется пункт *Simulation Parameters...* При решении дифференциальных уравнений в разделе *Solver options* выбираем *ode 15s (stiff/NDF)*. Этот метод больше подходит для решения дифференциальных уравнений в частных производных, чем установленный по умолчанию *ode 45*, который реализует алгоритм метода Рунге–Кутты. Время моделирования устанавливается в окне *Stop time*.

Для запуска процесса моделирования используется *Start simulation*. Просмотр результатов моделирования осуществляется по двум щелчкам мышью по соответствующему блоку *Scope*. Автоматическое масштабирование графика в окне *Scope* производится при помощи кнопки *Auto scale*.

При моделировании использовались два типа шин: диагональные и радиальные, для двухмассовой эквивалентной колебательной системы задавались различные параметры подвески. Характеристики шин задавались согласно исследований, проведенных В.П. Бойковым [3, рисунок 17, с.45; рисунок 44, б, с.84] и учетом опорной жесткости почвы C_{on}

$$\text{при } \kappa_0 = 1,3 \cdot 10^{-7} \frac{\text{М}^3}{\text{Н}}.$$

Результаты моделирования двухмассовой эквивалентной колебательной системы показаны на рисунке 4, одномассовой – на рисунке 5.

ВЫВОДЫ

1 Двухмассовая эквивалентная колебательная система имеет преимущества по сравнению с одномассовой, так как при наличии подвески, значение ускорений колебаний оси колеса $\ddot{\xi}$ меньше.

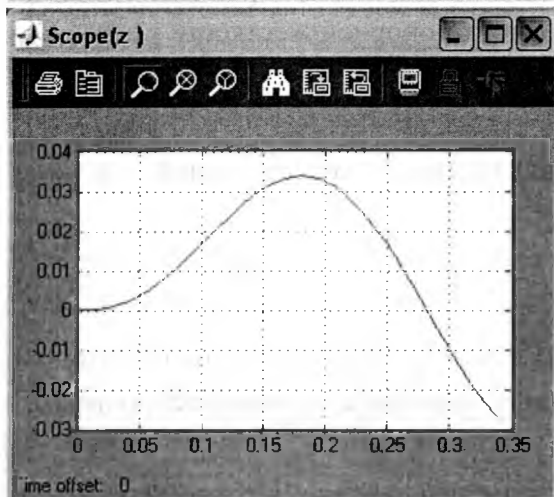
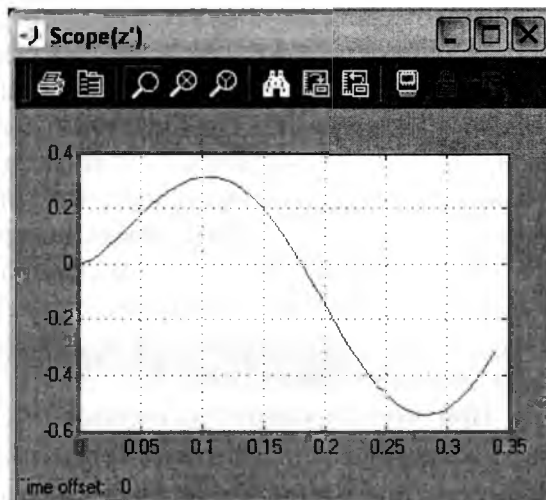
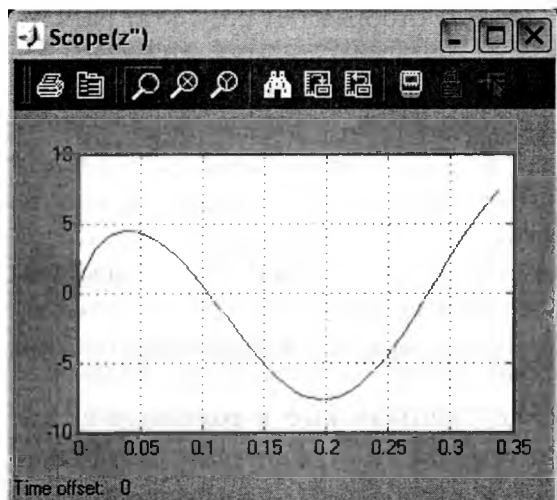
2 К повышению ускорений колебаний оси колеса $\ddot{\xi}$ ведут увеличение: высоты неровности поверхности y_{\max} , скорости движения V_k , внутришинного давления p_w ; уменьшение длины волны неровности поверхности l .

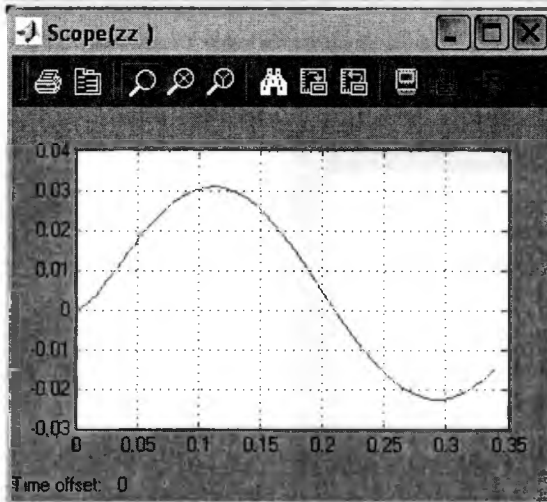
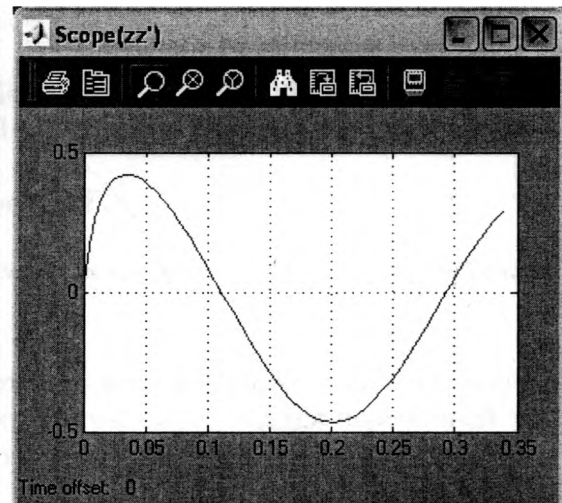
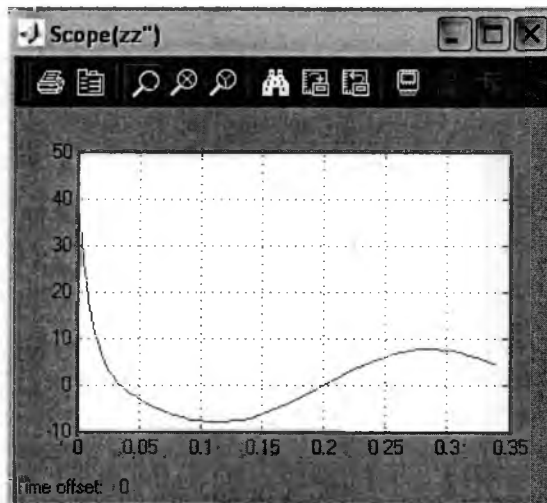
3 Значение ускорений колебаний оси колеса $\ddot{\xi}$ у радиальных шин меньше, чем у диагональных.

Снизить ускорение колебаний оси колеса можно за счет:

- выравнивания поверхности поля (уменьшения максимальной высоты y_{\max} и увеличения длины волны l неровности поверхности);
- снижения внутришинного давления до 80 кПа ;
- скорость движения при выполнении сельскохозяйственных операций не должна превышать 3 м/с ;

- для одномассовой эквивалентной колебательной системы – использовать специальные шины с повышенной демпфирующей способностью и увеличенным статическим прогибом;
- для двухмассовой эквивалентной колебательной системы – параметры системы подрессоривания должны иметь значения: $C_p = 110...220 \frac{\kappa H}{M}$ и $K_p = 5,2...7 \frac{\kappa H \cdot c}{M}$.



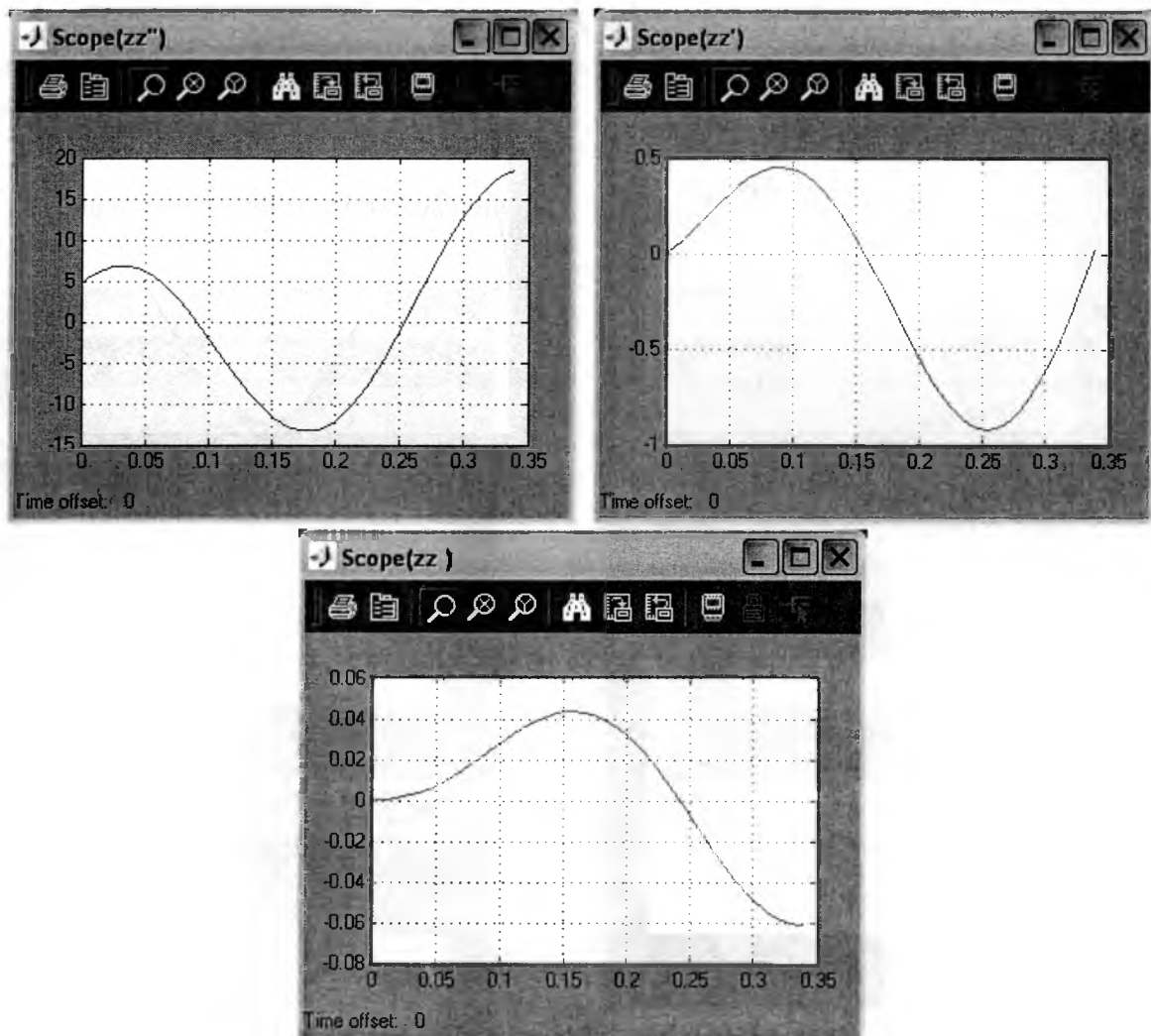


$$C_{III} = 145 \frac{\kappa H}{M}, K_{III} = 4,2 \frac{\kappa H \cdot c}{M}, C_P = 110 \frac{\kappa H}{M}, K_P = 5,2 \frac{\kappa H \cdot c}{M}, V_K = 3 \frac{M}{c}, l = 1M, y_{\max} = 0,04M, m_n = 610\text{кг}, m = 75\text{кг};$$

$z''(\zeta), z'(\zeta), z$ - соответственно ускорение, скорость, амплитуда колебаний поддрессорной массы;

$zz''(\xi), zz'(\xi), zz(\xi)$ - соответственно ускорение, скорость, амплитуда колебаний оси колеса

Рисунок 4. Результаты моделирования блок-схемы двухмассовой эквивалентной колебательной системы



$$C_{ш} = 145 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, K_{ш} = 4,2 \frac{\text{кН} \cdot \text{с}}{\text{м}}, V_K = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}, l = 1\text{м}, y_{\max} = 0,04\text{м}, M = 685\text{кг};$$

$$zz''(\xi), zz'(\xi), zz(\xi)$$
 - соответственно ускорение, скорость, амплитуда колебаний оси колеса

Рисунок 5. Результаты моделирования блок-схемы одномассовой эквивалентной колебательной системы

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов, Г.А. Теория движения колесных машин / Г.А. Смирнов. – 2-е изд., доп. и перераб. – Москва: Машиностроение, 1990. – 352с.
2. Черных, И.В. Simulink. Среда создания инженерных приложений / И.В. Черных; под общей редакцией В.Г. Потемкина. – Москва: Диалог – МИФИ, 2004. – 491с.
3. Бойков, В.П. Шины для тракторов и сельскохозяйственных машин / В.П. Бойков, В.Н. Белковский. – Москва: Агропромиздат, 1988. – 240с.