

СТАТИКА МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАПИЛЛЯРАХ

В. Г. Баштовой, П. П. Кужир, А. Г. Рекс
Белорусская государственная политехническая академия
Минск, Беларусь

1. Введение

Исследования капиллярного поднятия [1, 2] и течения магнитных жидкостей в пористых средах [3] обнаружили некоторые особенности этих процессов под действием внешнего магнитного поля. Так, при капиллярном поднятии под действием неоднородного внешнего поля, столбик магнитной жидкости устремляется в область более сильных полей, и скорость процесса возрастает. При течении в пористых телах магнитное поле, направленное поперечно движущейся межфазной поверхности, развивает пальчиковую неустойчивость поверхности, а поле, продольное к поверхности и параллельное силе тяжести, подавляет эту неустойчивость. Динамика развития неустойчивости и характерные конфигурации межфазной поверхности при пальцеобразовании также зависят от величины и направления внешнего магнитного поля. Для лучшего понимания механизмов магнитного управления данными процессами, необходимо исследовать поведение магнитных жидкостей в отдельно взятом капилляре.

В данной работе приводятся результаты исследований влияния однородного магнитного поля на статику магнитных жидкостей в капилляре. Эта проблема состоит из двух взаимосвязанных вопросов: 1) влияние магнитного поля на форму свободной поверхности магнитной жидкости в капилляре; 2) влияние магнитного поля на перепад давления в капилляре.

Известно, что внешнее однородное поле искажается внутри намагниченного объекта произвольной формы. В нашем случае таким

объектом является общий объем магнитной жидкости внутри и вне капилляра (в резервуаре), поэтому статика столбика жидкости в капилляре будет зависеть от формы резервуара и взаимного расположения капилляра и резервуара. Минимизировать влияние данного фактора позволяет рассмотрение полуограниченного по длине столбика магнитной жидкости при отсутствии резервуара. В этом случае эффект внутренней неоднородности поля связан только с размагничивающим полем самого цилиндрического столба, и градиенты поля возникают вблизи мениска.

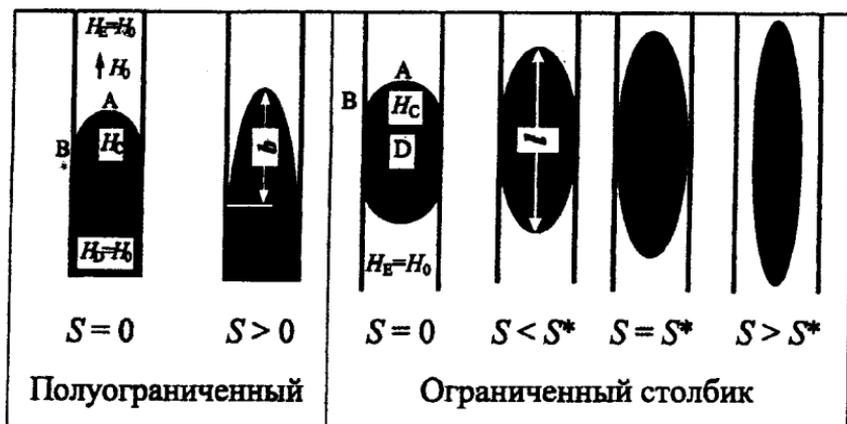
В работе использована возможность экспериментального моделирования ситуации полуограниченного столбика. Сопоставлены теоретические и экспериментальные данные по перепаду давления в капилляре. Рассмотрена также ситуация с ограниченным столбиком жидкости (капля в капилляре) в продольном магнитном поле. Приведенные теоретические результаты сравниваются с данными эксперимента [4].

2. Методы исследования

2.1. Вычисления

Точные вычисления формы мениска и перепада давления в капилляре с учетом искажения поля, краевых эффектов и вероятных состояний неустойчивости возможны только при помощи численных методов. В работе приводятся результаты приближенных аналитических вычислений, произведенных при следующих условиях и допущениях: 1) внешнее однородное магнитное поле напряженностью H_0 направлено вдоль оси капилляра; 2) сила тяжести пренебрежимо мала по сравнению с капиллярными силами; 3) магнитная жидкость полностью не смачивает (рис. 1а) либо полностью смачивает (рис. 1б) материал капилляра; 4) поверхностное натяжение и краевой угол не зависят от магнитного поля; 5) мениск представляется половиной поверхности вытянутого вдоль оси капилляра эллипсоида вращения с большей полуосью b и меньшей, равной радиусу R капилляра; 6) магнитное поле вблизи мениска в среде, расположенной с выпуклой его стороны (т.е. в магнитной жидкости при несмачивании и в немагнит-

ной среде при смачивании) считается однородным, а его величина H_c определяется решением [5] уравнений Максвелла для эллипсоида.



б) Полное смачивание

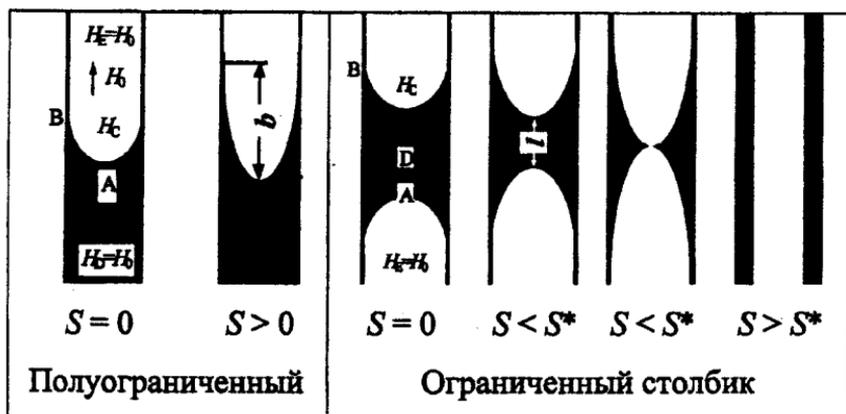


Рис. 1. Деформация мениска в продольном магнитном поле

Допущение 4) основано на имеющихся результатах теоретических и экспериментальных исследований, показывающих слабую зависимость поверхностного натяжения и краевых углов от величины

и направления магнитного поля. Допущения 5) и 6) об эллипсоидальности поверхности и однородности внутреннего поля лежат в основе множества исследований деформации свободных и сидящих капель магнитной жидкости и немагнитной жидкости в магнитном окружении [3,6]. Отметим, что, несмотря на допущение об однородности поля H_c в среде вблизи выпуклой стороны мениска, слабые градиенты поля в данной среде имеют место, так как на бесконечном удалении от мениска напряженность поля равна напряженности H_0 внешнего поля. Оценки показывают, что вклад объемной магнитной силы, вызванной разностью полей ($H_0 - H_c$), в перепад давлений в капилляре сравним с магнитным скачком давления на мениске. В среде, расположенной с вогнутой стороны мениска, степень неоднородности магнитного поля вблизи последнего достаточно велика. На бесконечном удалении от мениска напряженность поля в данной среде также равна H_0 .

Искомые величины, удлинение мениска b и разность давлений в капилляре $\Delta p = p_B - p_D$, определяются из уравнения [3] свободной поверхности магнитной жидкости, записанного для верхней А и боковой В точек мениска:

$$\Delta p = \pm(\sigma/R) \cdot 2(b/R) + (1/2)\mu_0 M_A^2 + \mu_0 \int_{H_D}^{H_A} MdH,$$

$$\Delta p = \pm(\sigma/R) \cdot (1 + (b/R)^2) + \mu_0 \int_{H_D}^{H_B} MdH, \quad (2)$$

где s — поверхностное натяжение, $m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная, M — намагниченность магнитной жидкости, знак «+» при первом слагаемом правой части уравнений (1) и (2) соответствует смачивающей магнитной жидкости, «-» — несмачивающей жидкости, индексы А, В, С, D, Е здесь и далее означают, что значение данной величины берется в соответствующей точке (см. рис 1а,б). Для полуограниченного столбика точка D соответствует магнитожидкостной области, бесконечно удаленной от мениска ($H_D = H_0$), для ограниченного столбика — произвольной точке внутри магнитной жидкости, например, центральной точке (в общем случае $H_D \neq H_0$). В отсутствие

магнитного поля уравнения (1), (2) дают капиллярный скачок давления на мениске: $Dp_0 = \pm 2\sigma/R$.

Решения уравнений Максвелла в приближении эллипсоидальности мениска дают следующие выражения для напряженности магнитного поля в точках А, В, С:

$$H_A = H_B = H_C; \quad H_C + NM(H_C) = H_0 \quad (3)$$

для условий несмачивания и

$$H_A = H_C - M(H_A); \quad H_B = H_C; \quad H_C + (1 - N)M(H_C) = H_0 + M(H_0) \quad (4)$$

для условий смачивания, где $N = [(1 - e^2)/e^3] \cdot (\text{Arth } e - e)$ — фактор размагничивания вытянутого эллипсоида вращения в направлении его большей полуоси; $e = (1 - (b/R)^{-2})^{1/2}$ — эксцентриситет эллипсоида.

Уравнения (1)–(4) вместе с законом намагничивания магнитной жидкости $M = M(H)$ составляют замкнутую систему алгебраических уравнений для определения искомых величин b и Dp для случая полуограниченного столбика жидкости и величины b для случая ограниченного столбика. В рассматриваемом приближении, решения для удлинения мениска b для этих двух случаев совпадают друг с другом. При исследовании удлинения l всего полуограниченного объема жидкости, необходимо поставить дополнительное условие — постоянство объема:

$$l \pm (2/3)b = l_0 \pm (2/3)R, \quad (5)$$

где l_0 — начальная длина столбика жидкости, знаки «+» и «-» соответствуют условиям смачивания и несмачивания. Вводя относительные удлинения мениска $\epsilon = (b-R)/R$ и полуограниченного объема $\delta = |l-l_0|/(2R)$, отметим, что, как следует из уравнения (5), последний удлиняется в три раза медленнее, чем его мениски: $\delta = \epsilon/3$.

Результаты работы [7] показывают, что аппроксимация поверхности свободной или сидящей капли эллипсоидом справедлива вплоть до семикратного удлинения капли. При больших значениях удлинения капля принимает иглообразную форму, и поле в капле вблизи ее вершины сильно неоднородно. Таким образом, будем считать, что решение (1)–(4) применимо при $0 \leq \epsilon \leq 7$.

2.2. Эксперимент

Для исследования поведения полуограниченного столбика смазывающей жидкости использована экспериментальная ячейка, в которой поддерживается максимальная однородность поля внутри магнитной жидкости. Ячейка представляет собой горизонтально расположенный стеклянный цилиндрический сосуд диаметром 20 мм и длиной 120 мм и капилляр, соединенный коаксиально с торцом сосуда (Рис. 2). Магнитная жидкость заполняет капилляр таким образом, что длина столбика жидкости намного превышает его диаметр. Сосуд заполняется примерно на 75% своего объема, так, что объем магнитной жидкости в сосуде приближенно можно считать цилиндрическим, а свободную поверхность жидкости — плоской, поскольку краевые эффекты незначительны.

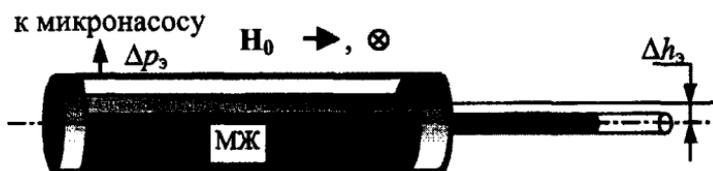


Рис. 2. Экспериментальная ячейка

Общий объем магнитной жидкости в капилляре и сосуде представляет собой коаксиально состыкованные длинные цилиндры, поле $H_{\text{вн}}$ внутри которых однородно (за исключением торцевых областей цилиндров) и рассчитывается следующим образом: $H_{\text{вн}} + N_{\text{ц}}M(H_{\text{вн}}) = H_0$, где $N_{\text{ц}}$ — фактор размагничивания длинного цилиндра, в продольном поле $N_{\text{ц}} = 0$ и $H_{\text{вн}} = H_0$, в поперечном $N_{\text{ц}} = 1/2$. При наложении внешнего однородного поля H_0 тангенциально к плоской свободной поверхности жидкости в сосуде (рис. 2), последний практически не влияет на поведение столба жидкости в капилляре, а количественные результаты должны быть такими же, как и для модельной ситуации полуограниченного столба.

Для уравнивания капиллярных сил на мениске, над свободной поверхностью магнитной жидкости в сосуде создается разреже-

ние Δp , с помощью поршневого микронасоса. Это разрежение контролируется таким образом, чтобы при изменении величины внешнего поля мениск оставался неподвижным, в одном и том же положении в капилляре. Величина разрежения измеряется микроманометром с точностью до 1 Па и равна искомому перепаду давления Δp для полуограниченного столбика за вычетом гидростатического давления, обусловленного разностью уровней Δh , магнитной жидкости в сосуде и капилляре (рис. 2).

Источником внешнего однородного магнитного поля, продольного либо поперечного к капилляру, напряженностью $H_0 = 0 - 20$ кА/м служат катушки Гельмгольца. Степень неоднородности поля в области измерений составляет 0,05%. Используемая магнитная жидкость представляет собой коллоидный раствор частиц магнетита размером порядка 8 нм в керосине марки РТ. Коллоид стабилизирован олеиновой кислотой со степенью очистки 99,5% и является устойчивым к осаждению в течение нескольких лет. Свойства жидкости: плотность $\rho = 1270$ кг/м³, динамическая вязкость $\eta = 0,0055$ Па · с, поверхностное натяжение $\sigma = 0,029$ Н/м, краевой угол $\gamma = 25^\circ$, намагниченность насыщения $M_s = 38$ кА/м. Магнитная жидкость имеет линейный закон намагничивания $M = (\mu - 1)H$ в рассматриваемом диапазоне полей, где $\mu = 2,5$ — относительная магнитная проницаемость.

В эксперименте используются капилляры из боросиликатного стекла диаметром 0,27 и 0,80 мм. Для данных капилляров отношение капиллярных сил к гравитационным, характеризуемое числом Бонда $Bo = \rho g R^2 / \sigma$ ($g = 9,81$ м/с² — ускорение свободного падения), соответственно составляет: $Bo = 0,008$ и $Bo = 0,068$. Поэтому влиянием силы тяжести в дальнейшем пренебрегаем.

3. Результаты

3.1. Полуограниченный столбик

Деформация мениска полуограниченного столбика жидкости иллюстрируется на первых двух картинках рис. 1а, б. Решения системы (1)–(4) приведем для двух предельных случаев намагничивания магнитной жидкости: линейного закона и состояния насыщения с намаг-

ниченностью M_s . В первом случае получаем зависимости относительного удлинения ϵ и перепада давления Δp в капилляре от внешнего магнитного поля:

$$S = \alpha [1 + 2\epsilon - (1 + \epsilon)^{-2}], \quad (6)$$

$$\Delta p = (\sigma/R) [1 + (1 + \epsilon(S))^{-2} + \beta S], \quad (7)$$

где $S = \mu_0 H_0^2 R / \sigma$ — параметр, характеризующий соотношение между магнитными и капиллярными силами, $\alpha = 2[1/(\mu-1) + N]^2$, $\beta = [(\mu-1)/2] \times \{1 - [1 + (\mu-1)N]^{-2}\}$ в условиях несмачивания, $\alpha = (2/\mu)[\mu/(\mu-1) - N]^2$, $\beta = [(\mu-1)/2] \{[1 - ((\mu-1)/\mu)N]^{-2} - 1\}$ в условиях смачивания. Для малых и больших значений параметров S выражение (6) принимает более простой вид:

$$\epsilon = \begin{cases} S/(4\alpha), & S \ll 1, \\ S/(2\alpha), & S \gg 1, \end{cases} \quad (8), (9)$$

В выражениях (8) и (9) для определения значения a , в последнее подставляется фактор размагничивания N со значениями $1/3$ и 0 соответственно. Таким образом, начальный и конечный участки кривых $\epsilon = \epsilon(S)$ представляют собой прямые линии (рис. 3). При этом мениск смачивающей магнитной жидкости (нижняя кривая) деформируется в меньшей степени, чем мениск несмачивающей жидкости (верхняя кривая). На основании этого можно провести аналогию выпуклого мениска с каплей магнитной жидкости, а вогнутого мениска с немагнитной каплей в магнитном окружении; немагнитная капля удлиняется менее интенсивно, чем магнитная (см. [6]).

В больших полях ($S \rightarrow \infty$) перепад давления Δp стремится к половине своего начального значения Δp_0 . Это следует из тех соображений, что при сильном удлинении мениска магнитное поле в магнитной жидкости становится практически однородным ($N \rightarrow 0$ и $(\beta S) \rightarrow 0$), а кривизна мениска в боковой точке В стремится к $1/R$ вместо $2/R$ в отсутствие поля. Как видно на рис. 4, перепад давления Δp возрастает на начальном участке кривой $\Delta p = \Delta p(S)$ и убывает на конечном участке, причем отношение $\Delta p/\Delta p_0$ стремится к $1/2$. Экспериментальные

данные, полученные для смачивающей жидкости в продольном магнитном поле (треугольники) находятся в соответствии с теорией. Экспериментальные точки-кружки показывают, что поперечное магнитное поле снижает перепад давления (на 17% при $S = 10$).

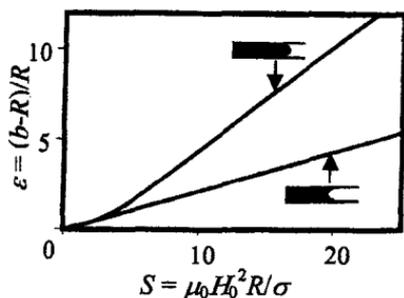


Рис. 3. Относительное удлинение мениска в продольном магнитном поле (по уравнению (6))

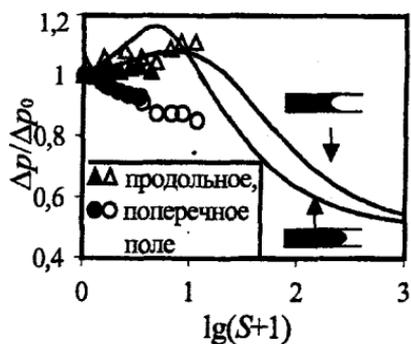


Рис. 4. Зависимость перепада давления в капилляре от параметра S (линии — теория для продольного поля, точки — эксперимент при смачивании: темные точки — капилляр диаметром 0,27 мм, незатрихованные точки — 0,80 мм)

Полученные теоретические результаты (6), (7) справедливы до тех значений параметров S , при которых закон намагничивания магнитной жидкости остается линейным, и $\epsilon \leq 7$.

В случае насыщения намагниченности, удлинение мениска и перепад давления принимают постоянные значения ϵ_s и Δp_s и определяются аналогичными выражениями (6) и (7), в которых $\alpha = 2$, $\beta = N(\epsilon_s)$, S заменяется на параметр $S_s = \mu_0 M_s^2 R / \sigma$, имеющий физический смысл предельного для данной жидкости отношения магнитного скачка давления к капиллярному. В отличие от линейно намагниченной жидкости, при насыщении намагниченности, зависимости удлинения и перепада давления от поля для смачивающей и несмачивающей жидкостей одинаковы.

Кривые $\epsilon_s = \epsilon(S_s)$ и $\Delta p_s = \Delta p(S_s)$ практически сливаются с соответствующими кривыми для линейного закона намагничивания смачивающей магнитной жидкости и ввиду этого на рис. 3, 4 не отражены. Такое совпадение, вообще говоря, случайное, связано с близкими значениями параметров a и b , рассчитанных для двух случаев намагничивания при $\mu = 2,5$.

Предельно возможное двукратное снижение перепада давления в продольном поле происходит при больших значениях намагниченности насыщения ($S_s \rightarrow \infty$). Несмотря на то, что при сильном удлинении $\epsilon \gg 7$ мениска эллипсоидальность последнего нарушается, асимптотика $(\Delta p / \Delta p_0) \rightarrow 1/2$ сохраняет силу по тем же соображениям однородности поля столба и уменьшения кривизны мениска.

3.2. Ограниченный столбик

Поведение объема магнитной жидкости, ограниченного двумя менисками, имеет свои особенности в продольном магнитном поле. По мере удлинения объема несмачивающей жидкости, его периметры смачивания сближаются и, в конечном итоге, соединяются (последние 4 картинки рис. 1а). В этот момент, соответствующий некоторому критическому значению параметра $S = S^*$, происходит отделение объема от стенок капилляра. В дальнейшем этот объем ведет себя как свободная капля. Деформация объема смачивающей жидкости сопровождается расхождением периметров смачивания и сближением вершин менисков с последующим их соединением и разрушением сплошности объема при критическом поле S^* (последние 4 картинки рис. 1б). В сверхкритических полях $S > S^*$ магнитная жидкость растекается тонкой пленкой по стенкам капилляра. Критическое удлинение ϵ^* мениска, соответствующее этим двум ситуациям, зависит от начальной длины $l_0 = l(H_0 = 0)$ объема магнитной жидкости и определяется по формулам:

$$\epsilon^* = \begin{cases} (3/2) \cdot [l_0 / (2R) - 1], & l_0 / (2R) \geq 1 \text{ при несмачивании;} \\ 3 \cdot l_0 / (2R), & l_0 / (2R) \geq 0 \text{ при смачивании.} \end{cases} \quad (10), (11)$$

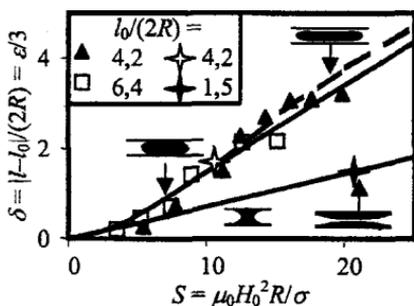


Рис. 5. Относительное удлинение ограниченного объема магнитной жидкости в продольном поле (линии — теория, точки — эксперимент [4], звездочки — критические состояния)

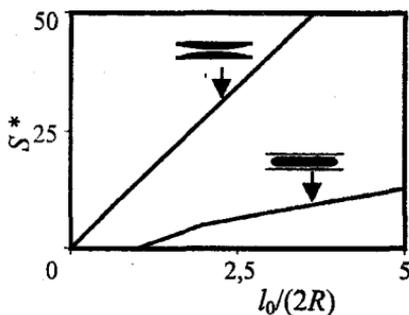


Рис. 6. Зависимость критического значения S^* параметра S от начальной длины ограниченного столбика магнитной жидкости

В заключение отметим, что если намагниченность жидкости выходит на насыщение в докритических полях $S_s < S^*$, то преобразование столбика в свободную каплю либо в пленку на стенках капилляра невозможно.

4. Выводы

1. Вследствие удлинения менисков смачивающей и несмачивающей магнитной жидкости под действием внешнего однородного продольного магнитного поля, перепад давления в капилляре при капиллярном впитывании в конечном итоге снижается до двух раз. В поперечном поле перепад давления также снижается. Это должно приводить к снижению высоты и скорости капиллярного поднятия.

2. При некоторых значениях продольного магнитного поля ограниченный объем несмачивающей магнитной жидкости преобразуется в свободный объем, а смачивающей жидкости — в цилиндрическую пленку на стенках капилляра.

Авторы признательны Венецианскому офису ЮНЕСКО (UVO-ROSTE) за поддержку данной работы.

Авторы признательны О. К. Сафоненко и Л. В. Сулоевой за обеспечение магнитными жидкостями и Венецианскому офису ЮНЕСКО (UVO-ROSTE) за поддержку данной работы.

Литература

1. Ю. И. Диканский, М. А. Беджанян, О. В. Борисенко в Физико-химические и прикладные проблемы магнитных жидкостей: Сб. науч. трудов.— Ставрополь: СГУ, 1997.— С. 28.

2. Е. В. Державина в Тезисы докладов 5 Всесоюзной конференции по магнитным жидкостям 1.— Плес, 1988.— С. 80.

3. Magnetic fluids and applications handbook / В. Berkovski, V. Bash-tovoi.— Begell House, Inc., New York, 1996.— P. 381, 395, 409, 626.

4. В. Г. Баштовой, В. П. Михалев, А. Г. Рекс, МГЗ (1987).— С. 81.

5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц, Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, 1982.— 624 с.

6. Э. Я. Блум, М. М. Майоров, А. О. Цеберс, Магнитные жидкости.— Рига: Зинатне, 1989.— 368 с.

7. В. Г. Баштовой, С. Г. Погирницкая, А. Г. Рекс, МГЗ (1987).— С. 23.